Physikalisches Praktikum für Naturwissenschaftler SS 26

SA – Saitenschwingungen

Gruppe:	21
Betreuer:	La Ferrera, Antonio
Verfasser:	[redacted]
	[redacted]
Versuchsdatum:	16.07.2026
Abgabedatum:	23.07.2026

Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis 2
1. Zielsetzung 3
2. Versuchsaufbau und Durchführung 3
3. Versuchsauswertung 4
    3.1 Bestimmung der Grundfrequenz 4
    3.2 Bestimmung der Ausbreitungsgeschwindigkeit c 5
    3.3 Bestimmung der Saitenmasse m für die vier Saitenspannungen 6
    3.4 Bestimmung des gewichteten Mittelwerts der Saitenmassen 8
    3.5 Bestimmung der Grundfrequenz 9
    3.6 Bestimmung der Ausbreitungsgeschwindigkeit 9
    3.7 Vergleich der Ausbreitungsgeschwindigkeit 11
4. Fazit 13
5. Anhang 14

1. Zielsetzung

Ziel dieses Versuchs ist die experimentelle Untersuchung stehender Wellen auf einer gespannten Saite. Dabei soll der Zusammenhang zwischen der Schwingungsmode und der Eigenfrequenz sowie der Einfluss der Saitenspannung auf die Grundfrequenz untersucht werden. Im ersten Versuchsteil wird nachgewiesen, dass die Eigenfrequenzen ganzzahlige Vielfache der Grundfrequenz f_1 sind. Im zweiten Versuchsteil wird die umgekehrt proportionale Abhängigkeit der Grundfrequenz f_1 von der Saitenlänge L untersucht. Darüber hinaus werden aus den Messwerten die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle sowie die Masse der schwingenden Saite bestimmt und mit den theoretischen Zusammenhängen verglichen.

2. Versuchsaufbau und Durchführung

Der Versuchsaufbau besteht aus einem Lautsprecher, der über einen Frequenzgenerator angesteuert wird. Die eingestellte Frequenz f versetzt den Lautsprecher in Schwingung, wodurch die daran befestigte Saite angeregt wird. Die Saite verläuft zwischen zwei Klemmen über eine Umlenkrolle und wird durch eine angehängte variable Masse M gespannt. Eine der beiden Klemmen ist verschiebbar, sodass die schwingende Saitenlänge L verändert werden kann.
Im ersten Versuchsteil wurde die Saitenlänge L konstant gehalten, während die Saitenspannung durch vier verschiedene Massen M variiert wurde. Für jede Masse wurden die Frequenzen der Eigenmoden bestimmt.
Im zweiten Versuchsteil blieb die angehängte Masse M und damit die Saitenspannung konstant. Stattdessen wurde die Saitenlänge L in acht verschiedenen Schritten verändert. Für jede Saitenlänge wurden die Frequenzen der ersten drei Eigenschwingungen gemessen.

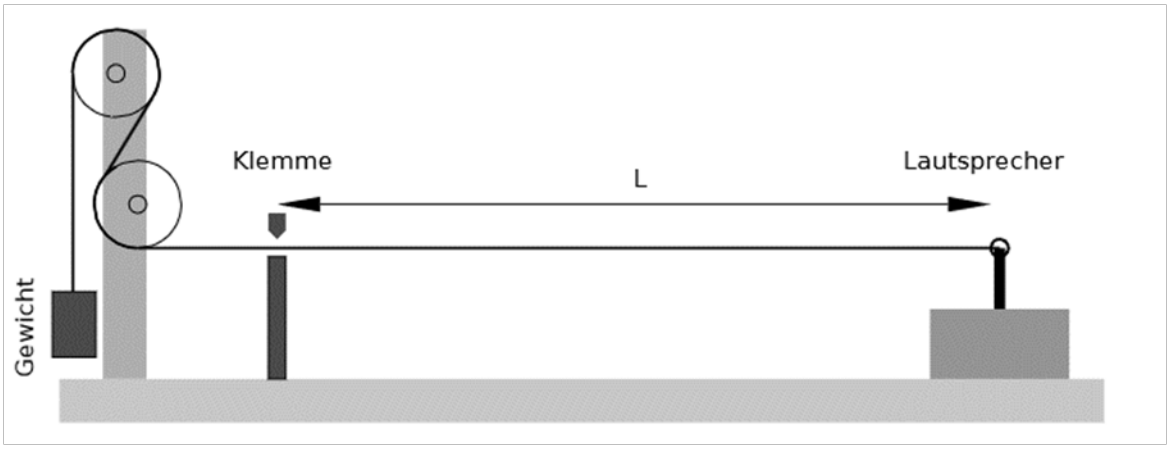


Abbildung 1: Versuchsaufbau nach Abb. SA.3

3. Versuchsauswertung

3.1 Bestimmung der Grundfrequenz

Folgende Messwerte wurden erfasst:

Tabelle 1: Zeigt gemessene Frequenzen mit konstanter Saitenlänge L = 0,7m *bei unterschiedlichen Massen*

Masse in kg	f_1 *in* Hz	f_2 *in* Hz	f_3 *in* Hz	f_4 *in* Hz	f_5 *in* Hz	f_6 *in* Hz	f_7 *in* Hz
0,0997	14,95	29,99	47,39	61,09	76,51	91,85	107,26
0,1507	19,50	36,84	55,77	74,48	94,06	-	-
0,2007	23,19	44,73	68,18	87,66	107,48	-	-
0,2507	24,35	48,28	75,78	99,30	109,50	-	-

Hinweis: Die mit „–“ gekennzeichneten Werte konnten nicht aufgenommen werden, da sich für diese höheren Eigenschwingungen keine eindeutig erkennbare stehende Welle einstellen ließ.

Die gemessenen Messwerte sind in dem Diagramm festgehalten worden. Die Frequenz ist hierbei die y-Achse und die Schwingungsmode die x-Achse.

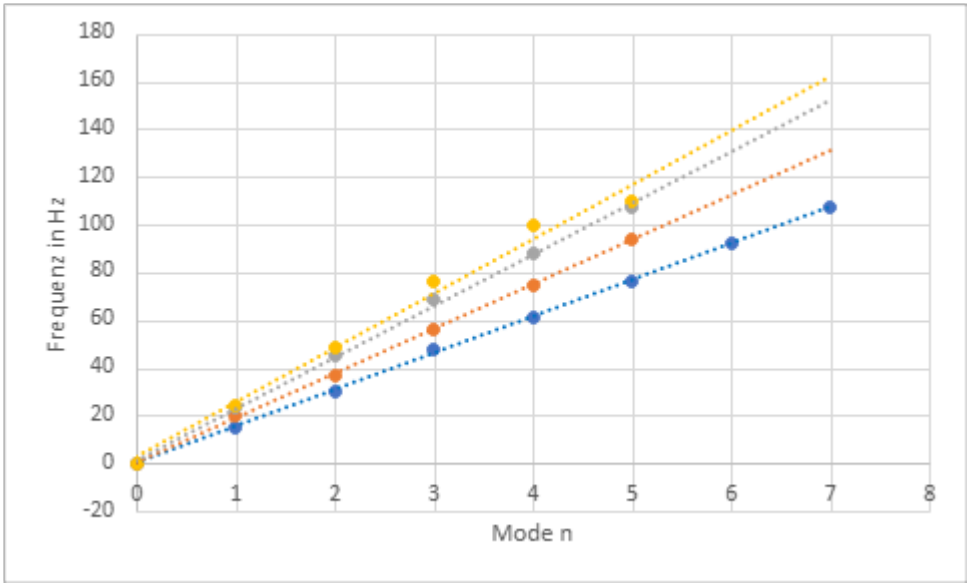


Abbildung 2: Diese zeigt die Eigenfrequenz in Hz in Abhängigkeit von den Schwingungsmoden n mit Saitenlänge L für 4 verschiedene Spannmassen mit Ausgleichsgeraden durch den Ursprung. Blau: M = 0,0997 kg, Orange: M = 0,1507 kg, Grau: M = 0,2007 kg und Gelb: M = 0,2507 kg

Die Eigenschwingung lässt sich durch folgende Formel ableiten:

$$f_n = \frac{c}{\lambda} = \frac{c}{2L} \cdot n \qquad \text{(SA.3)}$$

Folgende Gleichung SA.3 kann weiter vereinfacht werden:

$$f_n = f_1 \cdot n$$

Da gilt: $f_1 = \frac{c}{2L}$ (SA.4)

Das Diagramm zeigt einen linearen Zusammenhang zwischen der Eigenfrequenz f_n und der Schwingungsmode n . Für jede der vier Spannmassen wurde eine lineare Ausgleichsgerade durch den Ursprung gelegt. Dies bestätigt den theoretischen Zusammenhang aus Gleichung (SA.4),

$$f_n = f_1 \cdot n ,$$

wonach die Eigenfrequenzen ganzzahlige Vielfache der Grundfrequenz f_1 sind. Vergleicht man diese Beziehung mit der allgemeinen Geradengleichung $y = m \cdot x$, so entspricht die Steigung *m* der Grundfrequenz f_1, der y-Wert der Eigenfrequenz f_n und der x-Wert der Schwingungsmode *n*. Die Grundfrequenzen wurden daher aus den Steigungen der jeweiligen Ausgleichsgeraden mithilfe des Excel Befehls RGP bestimmt. Die Unsicherheit der Steigung wir nach (GR.51) berechnet.

Tabelle 2: Gezeigt sind die Grundfrequenzen f_1 mit Messunsicherheiten

Masse M in kg	f_1 *in* Hz	Δu_{f_1} *in* Hz	$(f_1 \pm \Delta u_{f_1})$ *in* Hz	Relative Unsicherheit in Hz
0,0997	15,32807143	0,1122217...	(15,33 ± 0,12)	15,33 (1 ±0,78%)
0,1507	18,70381818	0,1638554...	(18,70 ± 0,17)	18,70 (1 ±0,91%)
0,2007	21,91327273	0,4814926...	(21,9 ± 0,5)	21,9 (1 ±2,3%)
0,2507	23,50818182	1,4912854...	(23,5 ± 1,5)	23,5 (1 ±6,4%)

3.2 Bestimmung der Ausbereitungsgeschwindigkeit c

Die Ausbreitungsgeschwindigkeit *c* berechnet man mithilfe der Formel aus SA. 4:

$f_1 = \frac{c}{2L} \Rightarrow c = f_1 \cdot 2L$

Die gemessene Saitenlänge ist wie folgt gegeben: *L* = 0,70 m. Mithilfe dieser und den einzelnen Werten der Frequenzen f_1 lässt sich die Ausbreitungsgeschwindigkeit *c* berechnen:

Beispielsweise sieht der Rechenweg wie folgt aus mit f_1 = 15,3280…Hz und M_1 = 0,0997 kg:

$c(f_1, L) = f_1 \cdot 2L$

$c(f_1, L) = 15{,}3280 \ldots \text{ Hz} \cdot (2 \cdot 0{,}70\text{m})$

$c(f_1, L) = 21{,}4593 \ \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Mithilfe der Gauß`schen Fehlerfortpflanzung (GR. 23) lässt sich die dazugehörige Messunsicherheit Δu_c für die Ausbreitungsgeschwindigkeit *c* berechnen:

$$\Delta u_{c_1} = \sqrt{\left(\frac{\partial c}{\partial f_1} \cdot \Delta u_{f_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial c}{\partial L_1} \cdot \Delta u_L\right)^2}$$

Δu_L ist gegeben durch (GR.20):

$$\Delta u_L = |\Delta L_{\text{syst}}| + |\Delta L_{\text{stat}}|$$

Mittels Gleichung (GR.5) lässt sich ΔL_{syst} bestimmen:

$$\Delta L_{\text{syst}} = \pm (a + b \cdot L)$$

Die EG-Genauigkeitsklasse des Meterstabs beträgt III. Die Variablen *a* und *b* lassen sich wie folgt (nach Tabelle GR.5) bestimmen:

$$\Delta L_{\text{syst}} = \pm \left(0{,}6\ \text{mm} + 0{,}4\ \frac{\text{mm}}{m} \cdot 0{,}70\ \text{m}\right) = \pm 0{,}88\ \text{mm}$$

ΔL_{stat} wird aus der Tabelle (GR.9) für den Meterstab entnommen:

$$\Delta L_{\text{stat}} = \pm 0{,}3\ \text{mm}$$

Die Unsicherheit der Längenmessung ist daher:

$$\Delta u_L = 0{,}88\ \text{mm} + 0{,}3\ \text{mm} = \pm 1{,}18\ \text{mm}$$

Durch Einsetzen der ermittelten Werte ergibt sich die Fehlerfortpflanzung nach (GR.23) der Ausbreitungsgeschwindigkeit *c:*

$$\Delta u_{c_1} = \sqrt{\left(\frac{\partial c}{\partial f_1} \cdot \Delta u_{f_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial c}{\partial L} \cdot \Delta u_L\right)^2}$$

$$\Delta u_{c_1} = \sqrt{\left(2L \cdot \Delta u_{f_1}\right)^2 + (2f_1 \cdot \Delta u_L)^2}$$

$$\Delta u_{c_1} = 0{,}161220\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Die Ausbreitungsgeschwindigkeit *c* und deren Messunsicherheiten für die folgenden Spannmassen werden analog berechnet.

Tabelle 3: Ausgerechnete Ausbreitungsgeschwindigkeit c mit Messunsicherheit Δu_c

Masse M in kg	$c\ in\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$	$\Delta u_c\ in\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$	$(c \pm \Delta u_c)\ in\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$	Relative Unsicherheit in Hz
0,0997	21,45930000	0,16122007	(21,46 $\pm$ 0,17)	21,46 (1 $\pm$ 0,79%)
0,1507	26,18534545	0,23149672	(26,19 $\pm$ 0,24)	26,19 (1 $\pm$ 0,92%)
0,2007	30,67858182	0,67419485	(30,7 $\pm$ 0,7)	30,7 (1 $\pm$ 2,28%)
0,2507	32,91145455	2,08864344	(33$\pm$3)	33 (1 $\pm$ 9,09%)

3.3 Bestimmung der Saitenmasse *m* für die vier Saitenspannungen

Mittels der Gleichungen SA.4 bis SA.7 ergibt sich die Gleichung, um die Saitenmasse *m* in Abhängigkeit von *M*, *g*, *L* und zu berechnen.

$$c = \sqrt{\frac{M \cdot g \cdot L}{m}} \leftrightarrow c^2 = \frac{M \cdot g \cdot L}{m} \leftrightarrow m = \frac{M \cdot g \cdot L}{c^2} \rightarrow m = \frac{M \cdot g}{4 \cdot L \cdot f_1^2}$$

Im Anschluss wird die Rechnung exemplarisch für M = 0,1002 kg durchgeführt mit den folgenden gegebenen Konstanten:

$$g = 9{,}81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$m = \frac{0{,}0997 \text{ kg} \cdot 9{,}81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{4 \cdot 0{,}70 \text{ m} \cdot (15{,}328\ldots \text{Hz})^2} = 1{,}48672 \ldots \text{ g}$$

Zur Ermittlung der Messunsicherheit Δu_m für die Massenbestimmung der Saite wird das Gauß´sche Fehlerfortpflanzungsgesetz (GR.23) verwendet. Es gilt folgende Formel:

Es gilt: $\Delta u_m = 1{,}0$ g und $g = 9{,}81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

$$\Delta u_m = \sqrt{\left(\frac{\partial m}{\partial L} \cdot \Delta u_L\right)^2 + \left(\frac{\partial m}{\partial f_1} \cdot \Delta u_{f_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial m}{\partial m} \cdot \Delta u_m\right)^2}$$

$$\Delta u_m = \sqrt{\left(\frac{-M \cdot g}{4 \cdot L^2 \cdot f_1^2} \cdot \Delta u_L\right)^2 + \left(\frac{-M \cdot g}{2 \cdot L \cdot f_1^3} \cdot \Delta u f_1\right)^2 + \left(\frac{g}{4 \cdot L \cdot f_1^2} \cdot \Delta u_m\right)^2}$$

Die Saitenmassen und deren Messunsicherheiten für die folgenden Spannmassen werden analog berechnet und sind in folgender Tabelle dargestellt:

Tabelle 4: Eigenmasse m mit Messunsicherheit

Masse M in kg	m in g	Δu_m in g	$(m \pm \Delta u_m)$ in g	Relative Unsicherheit in Hz
0,0997	1,48672...	0,026506...	(1,487 $\pm$ 0,027)	1,487 (1$\pm$1,8%)
0,1507	1,50925...	0,028391...	(1,509 $\pm$ 0,029)	1,509 (1$\pm$1,9%)
0,2007	1,46434...	0,064810...	(1,46 $\pm$ 0,07)	1,46 (1$\pm$4,8%)
0,2507	1,58937...	0,201768...	(1,59 $\pm$ 0,21)	1,59 (1$\pm$13,2%)

3.4 Bestimmung des gewichteten Mittelwerts der Saitenmasse

Zur Bestimmung der Masse der schwingenden Saite wird aus den zuvor berechneten Einzelwerten der gewichtete Mittelwert sowie dessen Standardabweichung ermittelt. Hierfür werden die Gleichungen GR.61 und GR.62 verwendet. Dabei bezeichnetm_i die jeweilige berechnete Saitenmasse und Δu_m die zugehörige Messunsicherheit.

$$m = \frac{\sum \frac{m_i}{\Delta u_m^2}}{\sum \frac{1}{\Delta u_m^2}}$$

$$\Delta u_m = \frac{1}{\sqrt{\sum \frac{1}{\Delta u_m^2}}}$$

Durch Einsetzen der ermittelten Werte ergeben sich folgende Ergebnisse:

$$m = 1{,}49531 \ldots \text{ g}$$

$$\Delta u_m = 0{,}01848 \ldots \text{ g}$$

Daraus folgt für m:

m = (1,495 $\pm$ 0,019) g

m = 1,495 (1 $\pm$ 1,3%) g

3.5 Bestimmung der Grundfrequenz

Im Folgenden sind die Messwerte dargestellt.

Tabelle 5: Variable Länge L und die jeweiligen ersten drei aufgenommenen Frequenzen

L in m	f_1 in Hz	f_2 in Hz	f_3 in Hz
0,65	20,06	39,72	57,51
0,60	21,42	41,53	62,50
0,55	22,31	45,45	68,46
0,50	25,14	50,59	76,92
0,45	27,37	54,31	83,05
0,40	29,49	60,15	91,66
0,35	32,34	71,84	105,60
0,30	39,89	81,45	109,70

Die Grundfrequenzen $f_1^{'}$ werden durch folgende Formel berechnet.
Es gilt nach Gleichung (SA.4):

$$f_1 + f_2 + f_3 = f_1 + 2f_1 + 3f_1 = 6f_1$$

Daraus ergibt sich: $f_1^{'} = \frac{f_1+f_2+f_3}{6}$

Tabelle 6: Variable Länge L mit errechneten Grundfrequenzen f_1`

L in m	Grundfrequenz $f_1^{'}$ in Hz	$\frac{1}{f_1^{'}}$ in Hz
0,65	19,548333…	0,051155…
0,60	20,908333…	0,047827…
0,55	22,703333…	0,044046…
0,50	25,441666…	0,039305…
0,45	27,455000…	0,036423…
0,40	30,216666…	0,033094…
0,35	34,963333…	0,028601…
0,30	38,506666…	0,025969…

3.6 Bestimmung der Ausbreitungsgeschwindigkeit

Die Werte für die Länge L und die invertierte Grundfrequenz werden aus Tabelle 6 in ein Diagramm zusammengefügt.

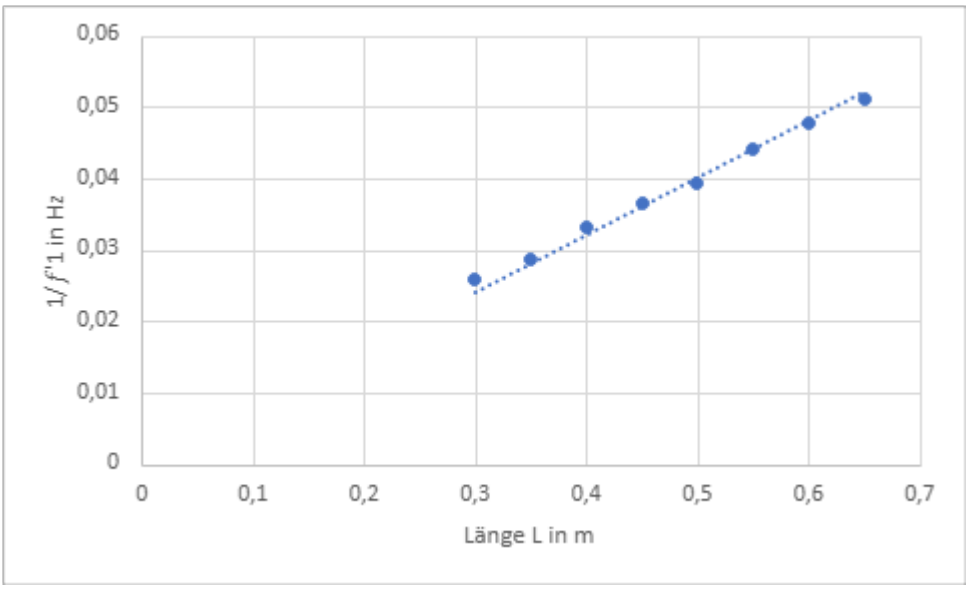


Abbildung 3: Invertierte Grundfrequenz in Abhängigkeit zur Saitenlänge L mit Ausgleichsgerade durch den Ursprung

Die Messwerte liegen im Diagramm 3 näherungsweise auf einer Geraden. Dies liegt an der umgekehrten Proportionalität von Saitenlänge *L* zu f_1. Anhand von der Gleichung (SA.4) ist dies mathematisch begründet.

$$f_1 = \frac{c}{2 \cdot L} \rightarrow L = \frac{c}{2 \cdot f_1} \rightarrow L \sim \frac{1}{f_1}$$

Aufgrund des linearen Zusammenhangs zwischen der invertierten Grundfrequenz $\frac{1}{f_1}$ und der Saitenlänge *L* (Gleichung (SA.4)) kann die Ausbreitungsgeschwindigkeit *c* aus der Steigung *y* der Ausgleichsgeraden bestimmt werden. Die Steigung der Ausgleichsgeraden wird mithilfe der RGP- Funktion von Excel berechnet und beträgt

$$y = 0{,}0802375 \ldots \frac{1}{\frac{\text{m}}{\text{s}}}.$$

$$c = 2 \cdot L \cdot f_1$$

$$c = \frac{2}{y} = \frac{2}{0{,}0802375 \ldots \frac{1}{\frac{\text{m}}{\text{s}}}} = 24{,}92600093 \ldots \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Mit dem RGP-Befehl lässt sich die Unsicherheit der Steigung *y* der Ausgleichsgeraden berechnen.

$$s_y = 0{,}000709758 \ldots \frac{\text{s}}{\text{m}}$$

Die Messunsicherheit Δu_c wird mit der Gauß´schen Fehlerfortpflanzung aus (GR.23) berechnet:

$$\Delta u_c = \sqrt{\left(\frac{\partial c}{\partial y} \cdot \Delta u_y\right)^2} = \left|-\frac{2}{y^2}\right| \cdot \Delta u_y = \frac{2}{y^2} \cdot s_y = 0{,}22028 \ldots \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Daraus folgt:

c = (24,93 $\pm$ 0,23) $\frac{\text{m}}{\text{s}}$

c = 24,93 (1 $\pm$ 0,92%) $\frac{\text{m}}{\text{s}}$

3.7 Vergleich der Ausbreitungsgeschwindigkeit

Die Messergebnisse der Ausbreitungsgeschwindigkeit *c* aus den Versuchsteilen 1(b) und 2(b) werden miteinander verglichen. Hierfür wird das Ergebnis aus Versuchsteil 1(b) für dieselbe Spannmasse verwendet, die im zweiten Versuchsteil konstant gehalten wurde.

Ergebnis aus 1(b): $c = (21{,}46 \pm 0{,}17) \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Ergebnis aus 2(b): $c = (24{,}93 \pm 0{,}23) \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Die Konfidenzintervalle der beiden Ergebnisse werden mithilfe der Gleichung (GR.15) bestimmt:

$$I = [c - 2\Delta u_c;\ c + 2\Delta u_c]$$

Ergebnis aus 1(b):

$$I = [21{,}4593 - 2 \cdot 0{,}16122007;\ 21{,}4593 + 2 \cdot 0{,}16122007] \frac{\text{m}}{\text{s}} = [21{,}14;\ 21{,}78] \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Ergebnis aus 2(b):

$$I = [24{,}48544093 - 2 \cdot 0{,}22028;\ 24{,}926000093 + 2 \cdot 0{,}22028] \frac{\text{m}}{\text{s}} = [24{,}49;\ 25{,}37] \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Die beiden Konfidenzintervalle überschneiden sich nicht. Die Differenz zwischen der Obergrenze des ersten Intervalls und der Untergrenze des zweiten Intervalls beträgt

24,48544093 – 21,78174014 = 2,70370079 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$

Gerundet ergibt sich somit ein Abstand von 2,70 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Die mit den beiden Auswertungsmethoden bestimmten Ausbreitungsgeschwindigkeiten stimmen daher innerhalb der betrachteten Konfidenzintervalle nicht miteinander überein.

4. Fazit

m Versuch zur Saitenschwingung wurden die theoretischen Zusammenhänge zwischen Schwingungsmode, Grundfrequenz, Saitenspannung und Saitenlänge experimentell untersucht. Dabei konnte bestätigt werden, dass die Eigenfrequenzen näherungsweise ganzzahlige Vielfache der Grundfrequenz sind und mit zunehmender Spannmasse ansteigen. Außerdem zeigte sich der erwartete lineare Zusammenhang zwischen der invertierten Grundfrequenz $\frac{1}{f_1}$ und der Saitenlänge L .

Die Ausbreitungsgeschwindigkeit wurde mithilfe zweier unterschiedlicher Auswertungsmethoden bestimmt. Die erhaltenen Ergebnisse stimmen aufgrund sich nicht überschneidender Konfidenzintervalle nicht vollständig überein. Mögliche Ursachen hierfür sind Messunsicherheiten bei der Bestimmung der Resonanzfrequenzen, geringfügige Änderungen der effektiven Saitenlänge sowie weitere experimentelle Einflüsse während der Versuchsdurchführung.

Insgesamt konnten die theoretischen Zusammenhänge der Saitenschwingung trotz der auftretenden Messabweichungen gut bestätigt werden.

5. Anhang

Messwerte - Versuch Saitenschwingung

Datum des Versuchstags: 16.07.2026

Gruppennummer: 21

Teilnehmer: [redacted]

Unterschrift Assistent/-in:

1. Aufgabe

Saitenlänge in mm: 700 *EG-Genauigkeitsklasse Meterstab:* III

M in kg	f_1 in Hz	f_2 in Hz	f_3 in Hz	f_4 in Hz	f_5 in Hz	f_6 in Hz	f_7 in Hz	f_8 in Hz
Zirkum → 99,7	14,95	29,99	47,39	61,09	76,51	91,85	107,26	–
+51g: 150,7	19,50	36,84	55,77	74,48	94,06	–	–	–
+50g: 200,7	23,19	44,73	68,18	87,66	107,48	–	–	–
+50g: 250,7	24,35	48,28	75,78	99,30	109,50	–	–	–

nicht mögl.

2. Aufgabe

Spannmasse in kg: 99,7

L in m	f_1 in Hz	f_2 in Hz	f_3 in Hz
cm: 65	20,06	39,72	57,51
60	21,42	41,53	62,50
55	22,31	45,45	68,46
50	25,14	50,59	76,92
45	27,37	54,31	83,05
40	29,49	60,15	91,66
35	32,34	71,84	105,60
30	39,89	81,45	109,70

Notizen: