Konstruktionstechnik:

1. Einführung:

Definition „Konstruieren“:

- Aufgabe startet mit einer technischen Problemstellung & vorgegebenen Anforderungen
- Suchen, Vergleichen & Bewerten von Lösungsalternativen
- Bei der Bewertung einer Lösung werden insbesondere drei Gesichtspunkte betrachtet: technisch, wirtschaftlich, ökologisch
- Tests & Validierung
- Erstellen von Fertigungs- und Verkaufsunterlagen

Produktlebenszyklus:

- Beschreibt Entwicklung von Markteinführung bis Austritt
- 5 Phasen: Einführung, Wachstum(Umsatz & Gewinn), Reife, Sättigung, Rückgang
- Bei Sättigung ist Markt voll & man kann evtl. Relaunch machen

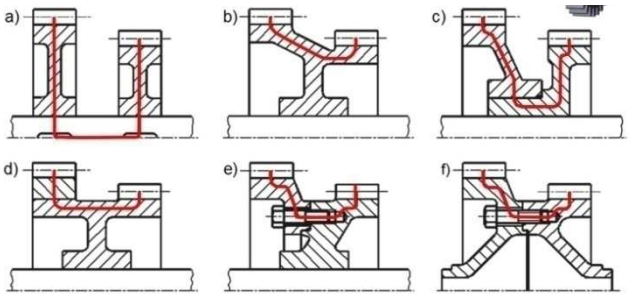
Konstruktionsarten:

- Neukonstruktion
- Anpassungskonstruktion (Anpassung bereits bekannter Lsg. An veränderte Randbedingungen)
- Variantenkonstruktion (Variierung der Größe u/o Anforderung von Teilen & Baugruppen)

2. Gestaltung:

Kraftfluss:

- Wesentliche Merkmale: In beanspruchten Bauteilen muss die Kraft zwischen den Kraftangriffspunkten übertragen werden. Kraft „fließt“ durch Bauteil wie Wasser durch Leitung
- Kraftfluss bevorzugt den kürzesten Weg --> lässt sich nur widerwillig verdrängen
- Umleitung des Kraftflusses erhöht die Beanspruchung --> Bauteil muss größer dimensioniert werden



Gestaltungsregeln zum Kraftfluss:

- Bei a muss Kraftfluss Umweg gehen
- Von b bis f wird Konstruktion hinsichtlich Kraftfluss verbessert, aber es wird immer teurer

Kerbwirkung:

- Kerben = Formmerkmale, die Kerbwirkung hervorrufen
- Äußere und Innere Kerben (gehen gegeneinander) stören den gleichmäßigen Kraftfluss: es kommt zu Spannungserhöhungen im Bereich um die Kerbe, welche Bauteilfestigkeit mindern können
- Bei zähen Werkstoffen und statischer Beanspruchung: Spannungsspitzen können durch örtlich begrenztes Fließen abgebaut werden
- Bei spröden Werkstoffen: kein Abbau der Spannungsspitzen --> Versagen infolge Kerbwirkung auch bei statischer Beanspruchung möglich
- Bsp Medtech: Bruch (Kerben) an Femurkopfimplantat , Fließen (Verformung) an Implantat

Äußere Kerbe:

- Sind durch funktionsbestimmte Gestaltung eines Bauteils bedingt und häufig unvermeidbar
- Wirkung durch Maßnahmen zu mindern, die Stetigkeit des Kraftflusses fördern: zB. Ausrundung mit einem größtmöglichen Radius (begrenzte Besserung), Entlastungskerbe (verhindern schroffe Einschnürung des Kraftflusse, wenn dicht genug an zu entlastenden Kerbe; nicht immer mögl. & teuer)
- Oberflächenrauigkeiten (besonders Bearbeitungsriefen), wirken als Kerben: bei dynamischer Beanspruchung Ausgangspunkt von Dauerbrüchen.
  --> bei dyn. Beanspr. Glatte, einwandfreie Oberflächen (evtl. poliert) erforderlich!

Innere Kerben:

- Von außen nicht sichtbar; bewirken Einschnürungen oder schroffe Umlenkungen des Kraftflusses.
- zB Fehlerstellen und Einschlüsse im Werkstoff.
- Bei dyn. Hochbeanspruchten Bauteilen sichergestellt werden, dass keine inneren Kerben!!! (Röntgenprüfung, Ultraschallprüfung, magnetische Prüfung)

Kontrollfragen:

- Was versteht man unter Kerbwirkung? Welche Folgen sind zu beobachten?
  Eine geometrische/ werkstoffliche Unstetigkeit stört den gleichmäßigen Kraftfluss. Dadurch entstehen örtliche Spannungsspitzen. Besonders bei dynamischer Beanspruchung steigt die Gefahr von Rissbildung & Dauerbruch
- Wie kann Kerbwirkung vermieden werden?
  Große Übergangsradien, weiche Querschnittsübergänge, unnötige Nuten & scharfe Kanten vermeiden, Kerben möglichst in wenig beanspruchte Bereiche legen
- Wie verhält sich die Beanspruchung, wenn der Kraftfluss umgeleitet wird?
  Durch starke Umlenkungen des Kraftflusses steigt die lokale Beanspruchung. Je gleichmäßiger der Kraftfluss, desto günstiger.

3. Statik

Kräfte:

- Kräfte: gerichtete physikalische Größen, die durch Vektoren dargestellt werden.
  Einheit: 1 N = 1 · $\frac{kg \cdot m}{s^2}$
- Einteilung der Kräfte nach Art & Weise des Kraftangriffs & dessen Verteilung:
  - Einzelkraft: greift an einem Punkt an & ist definiert Durch Betrag (also Größe der wirkenden Kraft, Richtung & Angriffspunkt); vektorielle Größe die durch Betrag & Richtung bestimmt ist
  - Linienkraft: greift entlang einer Linie verteilt. Einheit: 1N/mm; Resultierende geht immer durch den Flächenschwerpunkt
  - Flächenkraft: greift über eine Fläche eines Körpers verteilt an; Einheit 1N/mm^2 Darstellung meist zweidimensional in senkrechter Projektion; Dimension der Flächenkraft ist gleichzeitig Dimension des Druckes & Spannung: 1 N/mm^2 = 1 Pa; Flächenkraft gleichmäßig oder ungleichmäßig verteilt
  - Volumenkraft: greift über das Volumen des Körpers verteilt, an den kleinsten Massenelementen an; Einheit der Volumen/Massenkraft ist 1 N/mm^3
- Einteilung nach Ursache:
  - Aktionskräfte: Eingeprägte Kräfte resultierend aus Belastungen; einem mechanischen System vorgegebene Kräfte

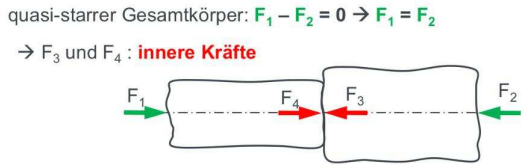
- Reaktionskräfte: Zwangskräfte, entstehen durch die Einschränkung der Bewegungsfreiheit eines Systems

➢ Einteilung nach Wirkungsort:
- Äußere Kräfte (auch eingeprägte & Reaktionskräfte) greifen von außen an mech. System
- Innere Kräfte wirken zwischen den Teilen eines Systems; können durch „Freischneiden“ verdeutlicht werden

Axiome:

➢ Gleichgewichtsaxiom: ein starrer Körper ist im Gleichgewicht, wenn zwei Kräfte mit gleichem Betrag & Wirkungslinien in entgegengesetzte Richtungen wirken

➢ Wechselwirkungsaxiom:
- Wenn zwei Körper mit Äußeren Kräften unter Voraussetzung des Erstarrungsprinzips und des Gleichgewichtsaxioms zusammengedrückt werden können sie als quasi starre Gesamtkörper angesehen werden, Berührungsstellen haben dann innere Kräfte (Reaktionskräfte)
- Axiom besagt, dass auf jede Kraft eine Gegenkraft wirkt, die auf gleicher Wirkungslinie ist & gleichen Betrag hat.
  Actio = Reactio!!!



➢ Linienflüchtigkeitsaxiom: An einem starren Körper kann eine Kraft beliebig auf ihrer Wirkungslinie verschoben werden (Kraft F ist ein linienflüchtiger Vektor)

➢ Kräfteparallelogramm:
Addition von Kräften: zwei Kräfte mit gleichem Angriffspunkt können durch eine resultierende Kraft ersetzt werden; R = F1 + F2
Kräftezerlegung: eine Kraft in eine Richtung kann in ihre Teilkräfte F1 und F2 zerlegt werden.

Kontrollfragen:

➢ Durch was ist eine Kraft definiert?
Betrag, Richtung/Richtungssinn & Angriffspunkt/Wirkungslinie

➢ Kann sich ein bewegter Körper im Kräftegleichgewicht befinden?
Ja, bei gleichförmiger geradliniger Bewegung ist a = 0 und damit kann $\sum \vec{F} = 0$ gelten

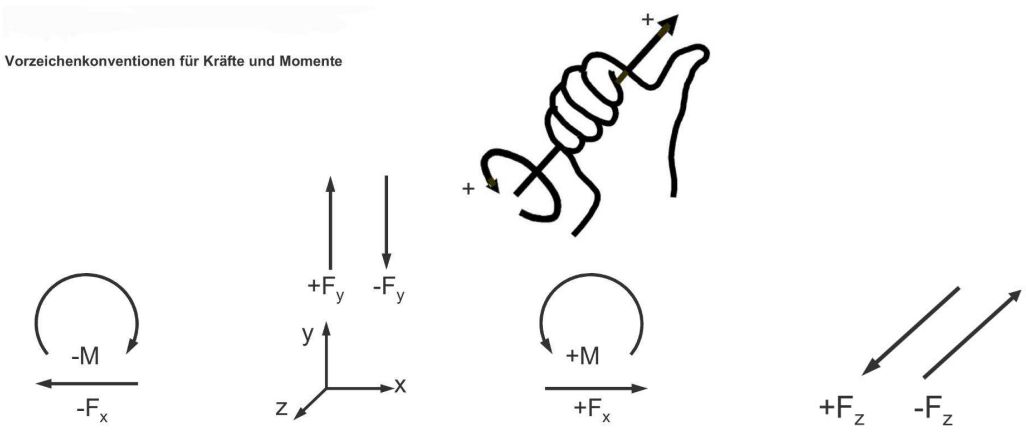
➢ Unterschied innere/äußere Kraft?
Äußere Kräfte wirken von außen auf das betrachtete System, innere Kräfte wirken zwischen dessen Bestandteilen

➢ Was besagt das Reaktionsgesetz?
Actio = Reactio --> gleicher Betrag, entgegengesetzte Richtung

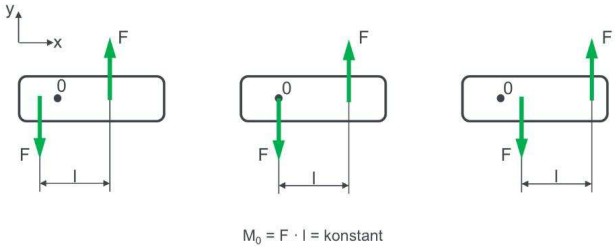
➢ Einheit Drehmoment? Nm

Kräftepaare und Momente

➢ Def. Kräftepaare: greifen an einem Körper zwei gleich große entgegengesetzte Kräfte auf parallelen Wirkungslinien --> Dieses Kräftepaar resultiert in einem Drehmoment



- Momente um einen Punkt:
  - Moment ist die Drehwirkung einer Kraft/Kräftepaares um festen Punkt/Achse
  - Moment gegen den Uhrzeigersinn positiv, im Uhrzeiger negativ
  - Moment einer Einzelkraft an einem drehbar gelagerten Körper um Drehpunkt 0 beträgt $M_0 = F \cdot l$; im Drehpunkt Reaktionskraft –F
  - Moment eines Kräftepaars außerhalb des Drehpunktes 0 ist $M_0 = F \cdot l$ da l_0 keinen Einfluss auf resultierendes Moment hat = Moment eines Kräftepaares bezügl. Aller beliebigen Drehpunkte gleich
  - Kräftepaar kann in seiner Wirkungsebene (xy Ebene) beliebig verschoben werden, ohne dass sich Wirkung auf starren Körper ändert



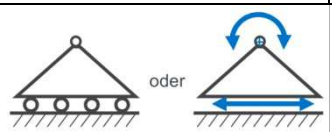
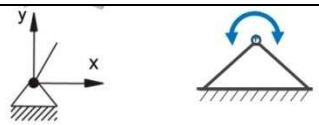
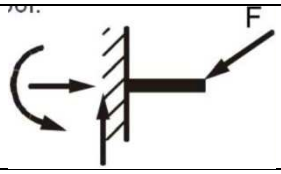
$M_0 = F \cdot l$ = konstant

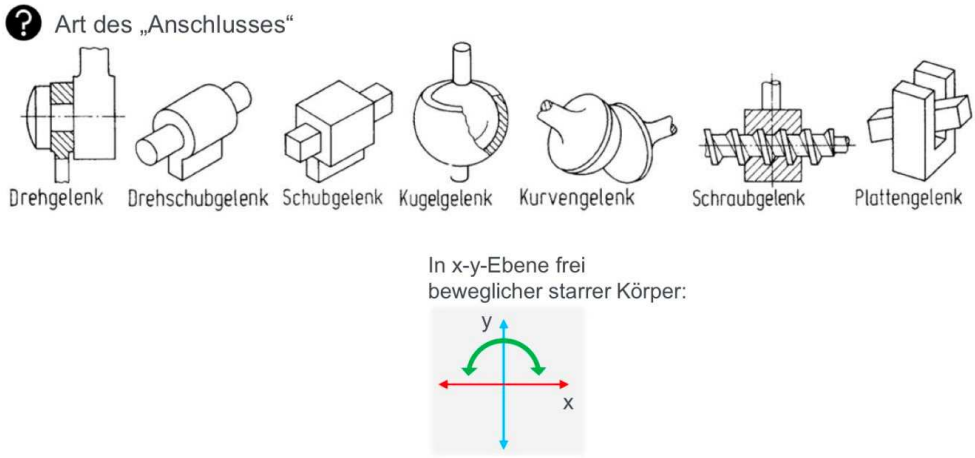
Gleichgewichtsbedingungen für das Kräftesystem:

- Vorgehen beim Ermitteln der Lager & Verbindungsreaktionen:
  - Skizze anfertigen
  - Koordinatenrichtungen festlegen
  - Äußere Kräfte & Momente unter Beachtung der Wirkrichtung vorzeichenrichtig einsetzen
  - Reaktionskräfte & Reaktionsmomente positiv ansetzen
- Körper ist im statischen Gleichgewicht, wenn resultierende Kraft & resultierendes Moment = 0
- Für 2D: $\sum Fx = 0$; $\sum Fy = 0$; $\sum M = 0$
- Für 3D: $\sum Fx = 0$; $\sum Fy = 0$; $\sum Fz = 0$; $\sum Mx = 0$; $\sum My = 0$; $\sum Mz = 0$
- System statisch bestimmt, wenn Lager & Verbindungsreaktionen aus den Gleichgewichtsbedingungen bestimmt werden können (Anzahl unbekannte Rkt. = Zahl der GG-Bedingungen)
  System statisch unbestimmt, wenn mehr unbekannte Reaktionen als GG-Bedingungen
- Man will keine statisch un- oder überbestimmte Systeme, weil es zu Verklemmungen & innere Spannungen kommen kann
  --> werden mittels Elastostatik berechnet

Stützungs- & Lagerungsarten:

- Lager (Stützen/Auflager) sind Verbindungselemente, die Freiheitsgrade von frei beweglichen, starren Körpern vollständig oder teilweise aufheben
- Ein in xy-Ebene frei beweglicher starrer Körper hat 3 Freiheitsgrade: Translation in x & y Richtung & Rotation um z- Achse
- Ein frei im Raum beweglicher Körper hat 6 Freiheitsgrade: Translation & Rotation um/in x,y,z Achse

	Loslager	Festlager	Feste Einspannung
Art	Einwertiges Lager	Zweiwertiges Lager	Dreiwertiges Lager
Reaktion in 2D:	1x Reaktionskraft senkrecht zur Auflage	2x Reaktionskräfte Fax, Fay --> aber kein Moment	3x Reaktionskräfte Fx, Fy, Reaktionsmoment M
Freiheitsgrade: mögliche unabhängige Bewegung des Körpers	2	1(Rotation noch möglich)	0
Symbol:			
Beispiel:	Stativkopf	Bolzenlagerung	Laterne



Kontrollfragen:

- Welche drei Freiheitsgrade besitzt ein in der xy-Ebene frei beweglicher starrer Körper?
  Translation in x & y Richtung, Rotation um z-Achse
- Welche Lagerungsart wird als einwertiges, als zweiwertiges und als dreiwertiges Lager bezeichnet & warum? + Bsp.
  …, Wertigkeit entspricht Anzahl der eingeschränkten Freiheitsgrade/Reaktionsgrößen
- Wann ist ein System statisch bestimmt?
  wenn alle ungenannten allein mit den GG-Bedingungen bestimmt werden können
- Wie viele Freiheitsgrade gibt es im 2D/3D Fall?
  2D: 3 Freiheitsgrade
  3D: 6 Freiheitsgrade (3 Translation & 3 Rotation)

Innere Beanspruchungen:

- Zur Bestimmung der inneren Beanspruchungen müssen zuerst die Auflagerreaktionen bestimmt werden
- Danach wird der Balken zB an der Stelle x gedanklich geschnitten --> durch Schnitt werden innere Kräfte & Momente sichtbar
- Mögliche innere Beanspruchungen in der Ebene:
  FL = Längskraft --> wirkt längs zur Balkenachse
  FQ = Querkraft --> wirkt quer zur Balkenachse
  MB = Biegemoment --> verbiegt den Balken

- Streckenlast: eine Streckenlast q(x) kann für die Berechnung der Auflagerreaktionen durch eine resultierende Einzelkraft ersetzt werden
  - Resultierende Kraft entspricht der Fläche unter der Streckenlast
  - Konstante Streckenlast q0: $F_R = q_0 \cdot l$
    --> Angriffspunkt im Schwerpunkt der Rechteckfläche $x_R = \frac{l}{2}$
  - Dreieckige Streckenlast: $F_R = \frac{1}{2} \cdot q_0 \cdot l$
    --> Angriffspunkt im Schwerpunkt des Dreiecks
    --> bei maximaler Last q0: $x_R = \frac{l}{3}$; vom dicksten Ende aus gemessen

Vorzeichen der Schnittgrößen:

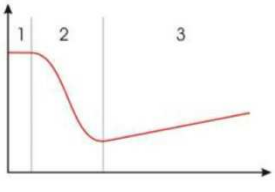
- Beim linken Schnittufer laut Skript:
  F_Q positiv --> nach oben
  F_L positiv --> nach rechts
  M positiv --> gegen Uhrzeigersinn
- Beim rechten Schnittufer genau andersrum

Innere Beanspruchung im Raum (3D):

- Bei einem allgemein in allen 3 Raumrichtungen belasteten Balken treten 6 innere Beanspruchungsgrößen auf:
  - Kräfte:
    1 Längskraft in x-Richtung: F_L
    2 Querkräfte in y & z Richtung: F_{Qy}, F_{Qz}
  - Momente:
    2 Biegemomente um y & z Achse: M_y, M_z
    1 Torsionsmoment um x- Achse: M_T

Reibung:

- Berühren sich zwei feste Körper --> an der Berührungsstelle wird Kraft übertragen
- Kraft wird zerlegt in:
  F_N Normalkraft (senkrecht zur Kontaktfläche)
  F_R Reibungskraft (parallel/tangential zur Kontaktfläche)
- Reibungskraft wirkt einer Relativbewegung bzw. Bewegungsabsicht entgegen
- Coloumbsches Reibungsgesetz: $F_{R0} \leq \mu_0 F_N = Max(F_{R0})$
- Haftreibung:
  - Reaktionskraft die innerhalb der Grenze des Systems stets eine Größe annimmt, sodass ein Gleichgewicht vorhanden ist
  - $F_R = \mu_0 F_N = \mu_0 \cdot G \cdot \cos(\alpha)$
- Gleitreibung:
  Ist Tangentialkraft größer als Max(FR) dann kein Haften mehr --> beginnt zu gleiten; Wirkt entgegen der Bewegungsrichtung
- Rollreibung: Entsteht beim Abrollen eines Rades/Wälzkörpers; wirkt der Rollbewegung entgegen
- Stribeck-Kurve:
  - Beschreibt den Verlauf der Reibung in Abhängigkeit von der Reibungsgeschwindigkeit bei hydrodynamischer Reibung



Grenzreibung (1)
Mischreibung (2)
Flüssigkeitsreibung (3)

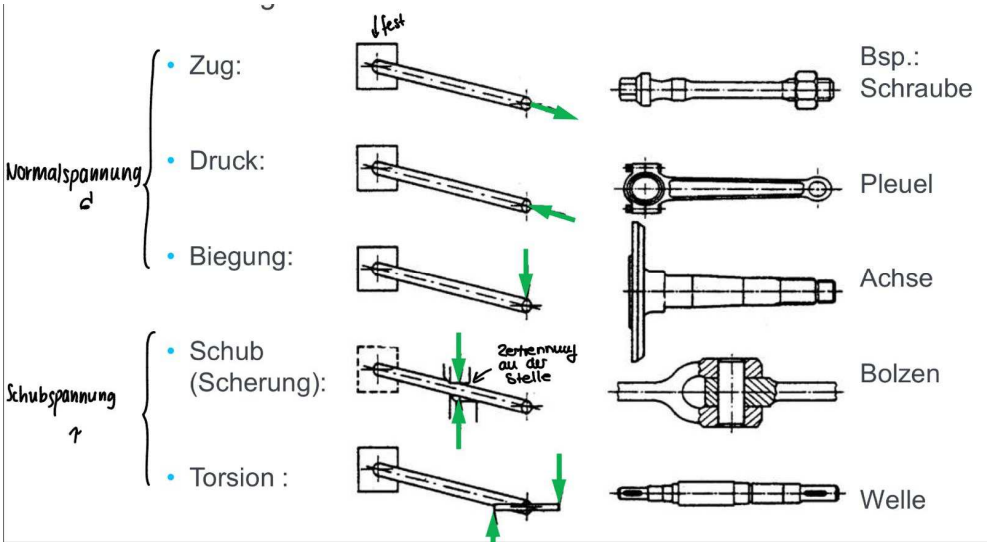
- Selbsthemmung: durch Reibung verursachter Widerstand gegen Verrutschen/Verdrehen zweier aneinanderliegender Körper
  - Solange Haftreibung ausreicht -->System bleibt selbsthemmend
  - Abhängig von: Neigungswinkel, Oberflächenrauigkeit, Werkstoffpaarung, Schmierstoff, Erwärmung
  - Bedingung für Selbsthemmung: $\tan(\varphi) < \mu$ bzw. $\varphi < \arctan(\mu)$
  - $\mu = Haftreibungszahl;\ \varphi = Neigungs, Halbwinkel$
- Stick-Slip-Effekt:
  - Haftgleiteffekt/Ruckgleiten --> tritt auf, wenn Haftreibung größer als Gleitreibung: $\mu_h > \mu_g$
  - Ablauf: haften (Haftreibung wird überwunden), losbrechen (gleiten --> geringere Reibung), Bewegung wird wieder langsamer --> erneut haften; Vorgang wdh.
  - Führt zu ruckelnden Bewegungen, Geräuschen & Schwingungen (Bsp.: knarrende Tür, quietschende Bremse, Scheibenwischer, Kreide auf Tafel)
  - Frequenz abhängig von der Elastizität/Steifigkeit der Komponenten

Kontrollfragen:

- Was muss zur Bestimmung der inneren Beanspruchung zunächst gemacht werden?
  Auflagereaktionen/äußere Kräfte bestimmen --> danach Bauteil schneiden & Schnittreaktionen mit den GG-Bedingungen bestimmen
- Wohin sollten die Schnittstellen gelegt werden?
  In jeden Zwischenraum zwischen zwei benachbarten Beanspruchungs- bzw. Einleitungsstellen --> überall dort einen neuen Bereich beginnen, wo sich die Belastung ändert
- Erläutern sie drei verschiedene Reibungsarten
- Geben sie die 6 Gleichgewichtsbedingungen im Raum an

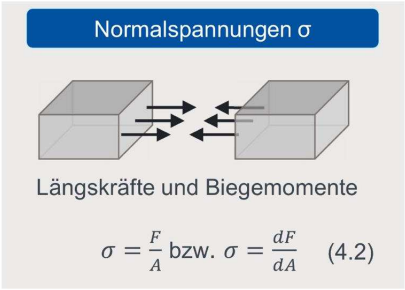
4. Ermittlung der Spannungen

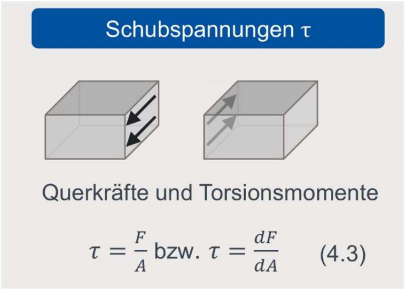
Grundbelastungsfälle:



Spannungen:

- Nur die Kraft allein reicht zur Festigkeitsbeurteilung nicht aus --> entscheidend ist die Kraft bezogen auf die beanspruchte Querschnittsfläche $\sigma = \frac{F}{A}$
  bzw. lokal: $\sigma = \frac{dF}{dA}$; Einheit: 1 N/mm^2 = 1 MPa
- Normalspannung σ wirkt senkrecht zum Querschnitt
  Ursache: Längskräfte & Biegemoment
- Schubspannung τ wirkt parallel zum Querschnitt
  Ursache: Querkräfte & Torsionsmomente





Flächenmomente:

- Geometrische Größen des Querschnitts, die für Spannungsberechnungen benötigt werden
- Unterscheidung:
  0. Ordnung: Querschnittsfläche
  1. Ordnung: statisches Flächenmoment S
  2. Ordnung: Flächenträgheitsmoment I
- Statisches Flächenmoment S:
  - Geometrische Größe zur Berechnung einer Schubspannung infolge einer Querkraft & wird für Schwerpunktberechnung benötigt
  - Bezogen auf y-Achse: $S_y = \int_A zdA$
  - Bezogen auf z-Achse: $S_z = \int_A ydA$
- Flächenträgheitsmoment I:
  - Geometrische Größe zur Berechnung von Spannung bei Biegung & Torsion
  - Axiale Flächenträgheitsmomente:
    $I_z = \int_A y^2 dA$
    $I_y = \int_A z^2 dA$
  - Polares Flächenträgheitsmoment: $I_P = I_z + I_y$
    Iz & Ip: Widerstand gegen Biegung um z/y-Achse
    IP: Widerstand gegen Torsion
  - Beim Rechteck:
    $I_z = \frac{bh^3}{12}$ (Integration über ganze Fläche (Grenzen $-\frac{h}{2}\ bis + \frac{h}{2}$)
    $I_y = \frac{hb^3}{12}$ (***dürfen addiert/subtrahiert werden wenn sie sich auf dieselbe Achse beziehen***)
  - Zusammengesetzter Querschnitte: Beispiel Doppel-T-Träger
    Aussparungen können über Subtraktion berücksichtigt werden: $I_{z,ges} = I_{z,1} - 2I_{z,2}$
  - Satz von Steiner:
    Nötig wenn Bezugsachse parallel zur Schwerpunktachse verschoben ist
    $I_{\bar{z}} = I_z + y_s^2 \cdot A$
    $I_{\bar{y}} = I_y + z_s^2 \cdot A$
    Flächenträgheitsmoment bezügl. Des Schwerpunktes S + Steiner Anteil
    Vorgehen:
    - zusammengesetzten Körper in einfache Teilflächen zerlegen
    - für jede Teilfläche: Schwerpunkt bestimmen, Abstand Schwerpunkt zu Bezugsachse

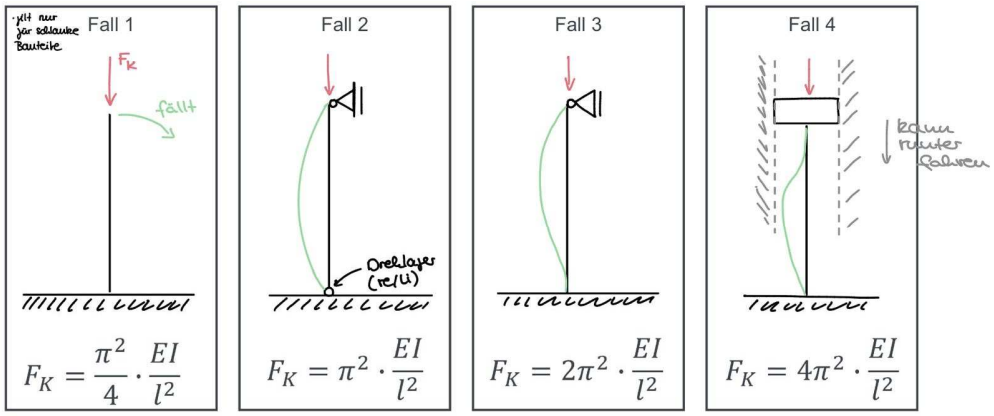
bestimmen, Eigenträgheitsmoment berechnen, Steiner Anteil berechnen ($I_{Teil} = I_S + Aa^2$
- alle Teilmomente addieren

Kontrollfragen:

- Welche Grundbelastungen gibt es? + Bsp.
  Zug (Schraube), Druck (Pleuel), Biegung (Achse), Scherung (Bolzen), Torsion (Welle)
- Wozu wird der Satz von Steiner verwendet?
  Um I bezüglich einer parallel zur Schwerpunktachse verschobenen Bezugsachse zu bestimmen
- Beschreiben sie die drei Flächenträgheitsmomente
  Iy (Biegung um y), Iz (Biegung um z), IP (Torsion); IP = Iy + Iz

Normalspannung aus Längskraft:

- Zug- & Druckspannung:
  - Bei konstantem Querschnitt verteilt sich die Spannung ausreichend weit vom Kraftangriff gleichmäßig
  - Zug: $\sigma_z = + \frac{F}{A}$
  - Druck: $\sigma_d = - \frac{F}{A}$
  - Bei variablem Querschnitt: $\sigma(x) = \frac{F}{A(x)}$
  - Kleiner Querschnitt --> Größere Spannung
    kritisch ist daher meistens der kleinste Querschnitt
- Dehnung:
  - Normalspannung führt zu Längsdehnung
    Hookesches Gesetz: $\epsilon = \frac{\sigma}{E}$
  - Längsdehnung: $\epsilon = \frac{\Delta l}{l}$
  - Querdehnung: $\epsilon = \frac{\Delta d}{d}$
  - Querkontraktionszahl/Poissonzahl: $\nu = \frac{\epsilon_q}{\epsilon}$
    Stahl: $\nu = 0{,}3$
    Gummi: $\nu = 0{,}5$ (= 0,5 --> Volumen bleibt bei Verformung konstant)
- Eulersche Knickfälle:

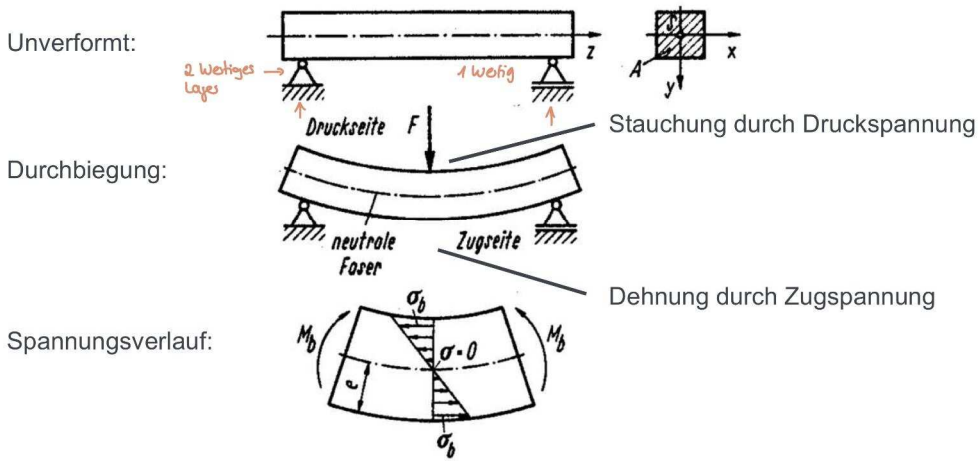


F_K: Knicklast

- Knicklast abhängig von: Lagerung, Länge l, Elastizitätsmodul E. Flächenträgheitsmoment I
- Größere Länge = deutlich kleinere Knicklast; größere Biegefestigkeit EI = größere Knicklast

Normalspannung durch Biegung:

- Biegebeanspruchung:
  - Wird ein zweiseitig aufgelegter Träger mit Querkraft belastet, biegt er sich durch. Auf Druckseite des Trägers Stauchung durch Druckspannung, auf Zugseite Dehnung durch Zugspannung
  - In der Mitte des Trägers neutrale Faser, welche weder Stauchung noch Dehnung erfährt. Spannung nimmt mit Abstand von der neutraleren Faser zu. Maximale Biegespannung am Rand



- Biegespannung: $\sigma_b = \frac{M_b}{W_b}$

  Widerstandsmoment: $W_b = \frac{I_z}{e}$

  e = maximaler Randabstand

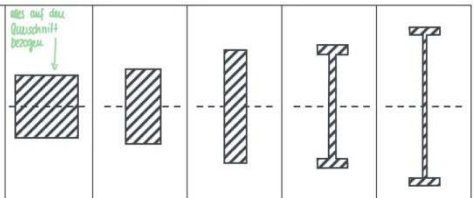
  --> $\sigma_{b,max} = \frac{M_b}{I_z} \cdot e$

  Widerstandsmomente dürfen nicht einfach addiert/subtrahiert werden
- Beanspruchungsgerechte Träger:
  - Ziel: möglichst geringe Masse + ausreichende Festigkeit/Steifigkeit
  - Spannungsnachweis: $\sigma_{b,max} \leq \sigma_{zul}$
  - Vorformungsnachweis: $f_{max} \leq f_{zul}$

    $f_{max} \approx \frac{M_b l^2}{E I_z}$
  - Material bei Biegung möglichst weit von der neutralen Faser entfernt

    I wird größer, Wb wird größer, Spannung wird kleiner, Durchbiegung kleiner
  - Hohe Profile --> biegesteifer, flache Profile --> biegeweicher
  - Besitzen auf dem Bild alle dasselbe Widerstandsmoment, da mit mehr Randabstand e auch das rel. Trägheitsmoment steigt
  - Biegefestigkeit: höhere BF, wenn Werkstoff möglichst weit weg von Stabachse entfernt --> ABER: zu hohe/ schlanke Profile können kippen!

    --> Kompromiss zw. Biegefestigkeit, Masse, Kippstabilität

Trägerquerschnitte					
rel. Masse	100%	82	60	31	21
rel. Trägheitsmoment I_z	100%	140	176	224	253
rel. Widerstandsmoment W_b	100%	100	100	100	100

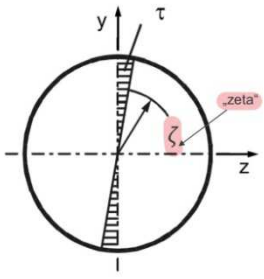
Kontrollfragen:

- Nennen sie ein Material, dessen Querkontraktionszahl v den Wert o,5 annimmt. Was ist die Bedeutung?
  Gummi, Volumen bleibt bei der Verformung näherungsweise konstant
- Können Widerstandsmomente oder Flächenträgheitsmomente, die sich auf dieselbe Achse beziehen addiert werden?
  Flächenträgheitsmomente: ja
  Widerstandsmomente: nein
- Wie müssen Sie als Konstrukteur ein Trägerprofil gestalten, welches später auf Biegung belastet wird?
  Material möglichst weit von der neutralen Faser anordnen --> großes I & Wb

Schubspannung infolge Querkraft:

- Querkraft F_Q erzeugt Schubspannungen τ im Balken
- Für die genaue Verteilung wird das statische Flächenmoment S benötigt
- Beim Rechteck ist die Schubspannung parabolisch verteilt:
  Am Rand: $\tau = 0$
  In der Mitte: $\tau = \tau max$
  Sonderfall: Abscheren bei sehr kurzem Bauteil: $\tau = \frac{F}{A}$ --> dann wird Schubspannung über Querschnitt näherungsweise gleichmäßig angenommen
- Schubspannung aus Querkraft ist meistens kleiner als die Biegespannung
  Ausnahme: sehr kurze Balken & Doppel-T-Träger mit sehr dünnem Steg

Torsion:



- Torsionsmoment Mt verdreht ein Bauteil; eine reine Torsion erzeugt Schubspannungen
- Kreisquerschnitt: $\tau = \frac{Mt}{IP} \cdot \zeta\ (zeta)$
  - Spannung steigt mit Abstand vom Mittelpunkt
  - Maximum am Außenrand $\tau max = \frac{Mt}{Wt}$
    Mit Wt = $\frac{IP}{\zeta max}$

Kreisrunde Querschnitte – Beispiel Hohlbohren einer Welle

a) Welle mit Vollquerschnitt (VW) (mit r, d= 2r, M_t)

$I_p = \int_A \zeta^2 \cdot dA$ $[dA = 2\pi \cdot \zeta \cdot d\zeta]$

$I_p = 2\pi \cdot \int_0^r \zeta^3 \cdot d\zeta = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot r^4 = \frac{\pi \cdot d^4}{32}$

$W_t = \frac{I_p}{r} = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot r^3 = \frac{\pi \cdot d^3}{16}$ (4.44)

$\tau_{ta)} = \frac{M_t}{W_t} = 2 \cdot \frac{M_t}{\pi \cdot r^3} = 16 \cdot \frac{M_t}{\pi \cdot d^3}$ (4.45)

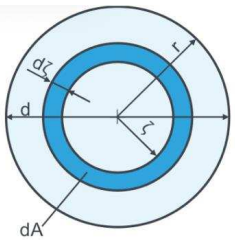
↳ τ_{max}

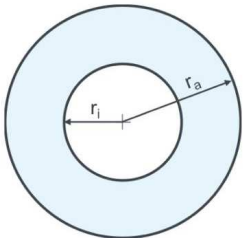
b) Welle mit Hohlquerschnitt (HW) (mit r_a=r, r_i=1/2 r, M_t)

$I_p = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot r^4 - \frac{1}{32} \cdot \pi \cdot r^4 = \frac{15}{32} \cdot \pi \cdot r^4$

$W_t = \frac{15}{32} \cdot \pi \cdot r^3$ (4.46)

$\tau_{tb)} = \frac{32}{15} \cdot \frac{M_t}{\pi \cdot r^3} = 2{,}133 \cdot \frac{M_t}{\pi \cdot r^3} = 17{,}064 \cdot \frac{M_t}{\pi \cdot d^3}$ (4.47)





Hohlwellen können bei ähnlicher Belastbarkeit deutlich Gewicht sparen!

Schubspannung infolge Torsion – Dünnwandige Querschnitte

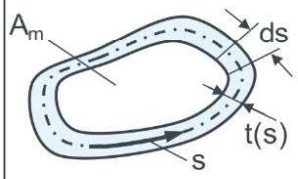
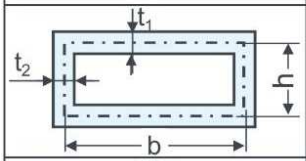
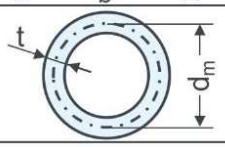
Die Gleichung (4.49) gilt auch für Querschnitte mit veränderlicher Wandstärke t, wobei der Schubfluss $\tau \cdot t$ konstant ist. → $\tau_t = M_t / 2 \cdot A_m \cdot t$ für $\tau \geq s \cdot t$ bzw. $\frac{da}{di} \leq 1{,}2$

An der Stelle, an der $t = t_{min}$ ist, ergibt sich:

$$\tau_{max} = \frac{M_t}{2 \cdot A \cdot t_{min}} \qquad (4.50)$$

An einer beliebigen Stelle des Querschnitts gilt die 1. Bredtsche Formel:

$$\tau = \frac{M_t}{2 \cdot A_m \cdot t} \qquad (4.51)$$

Querschnitt	I_p	W_t	Bemerkungen
	$\frac{4A_m^2}{\oint ds/t(s)}$ Für konstante Wanddicke t: $\frac{4A_m^2 t}{U}$	$2A_m t_{min}$ $2A_m t$	A_m = von Mittellinie eingeschlossene Fläche, U = Umfang der Mittellinie τ_{max} an Stelle, wo $t = t_{min}$ Es gilt: $\tau(s) \cdot t(s) = \frac{M_t}{2A_m} = konst.$
	$\frac{4(bh)^2}{2(b/t_1 + h/t_2)}$	$2bht_{min}$	τ_{max} dort, wo $t = t_{min}$
	$\frac{\pi d_m^3 t}{4}$	$\frac{\pi d_m^2 t}{2}$	

Rechteckige Querschnitte:

- $\tau_{max} = \frac{Mt}{Wt}$
- Strömungsanalogie von Thomson:
  betrachtet wird ein tordierter Stab, der von einer reibungsfreien, inkompressiblen Flüssigkeit mit konstanter Zirkulation durchströmt wird.
  Richtung der Stromlinien stimmt dann mit der resultierenden Schubspannung überein.
  Bei einem kleiner werdenden Querschnitt nimmt die Strömungsgeschwindigkeit (Abstand der Stromlinien zueinander) zu, wodurch Schubspannung proportional dazu ansteigt
  Maximale Schubspannung immer am Querschnittsrand der engsten Stelle
  An den Ecken eines tordierten Stabes ist Schubspannung = 0, da der Richtungswechsel der Strömung stetig erfolgen muss

Verdrehwinkel:

- $\varphi = \frac{Mt \cdot l}{G \cdot IP}$ (φ *im Bogenmaß*)
- Größeres IP bzw. G (Schubmodul)--> weniger Verdrehung
- Längeres Bauteil bzw. größeres Mt --> mehr Verdrehung

Schubspannung infolge Torsion

Flächenträgheits- und Widerstandsmomente (Auszug)

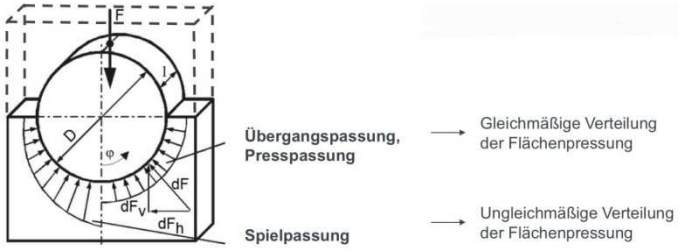
Querschnitt	Äquatoriale Flächenträgheitsmomente I_x, I_y	Widerstandsmomente gegen Biegung W_{bx}, W_{by}	Polares Flächenträgheitsmoment I_p bzw. Drillungswiderstand I_t	Widerstandsmoment gegen Torsion W_t
	$I_x = I_y = \frac{\pi}{64} d^4 = \frac{\pi}{4} r^4$ $\approx 0{,}05 d^4$	$W_{bx} = W_{by} = \frac{\pi}{32} d^3 = \frac{\pi}{4} r^3$ $\approx 0{,}1 d^3$	$I_t = I_p = \frac{\pi}{32} d^4$ $\approx 0{,}1 d^4$	$W_t = \frac{\pi}{16} d^3$
	$I_x = I_y$ $= \frac{\pi}{64}(D^4 - d^4)$ $= \frac{\pi}{64} D^4 (1 - \varrho^4)$ $= \frac{\pi}{4}(R^4 - r^4)$	$W_{bx} = W_{by}$ $= \frac{\pi}{32} \cdot \frac{D^4 - d^4}{D}$ $= \frac{\pi}{32} \cdot D^3 (1 - \varrho^4)$ $= \frac{\pi}{4} \cdot \frac{R^4 - r^4}{R}$	$I_t = I_p$ $= \frac{\pi}{32} \cdot (D^4 - d^4)$ $= \frac{\pi}{32} \cdot D^4 (1 - \varrho^4)$ $= \frac{\pi}{2} \cdot (R^4 - r^4)$	$W_t = \frac{\pi}{16} \cdot \frac{D^4 - d^4}{D}$ $= \frac{\pi}{16} D^3 (1 - \varrho^4)$
	$I_x = \frac{1}{12} b h^3$ $I_y = \frac{1}{12} b^3 h$	$W_{bx} = \frac{1}{6} b h^2$ $W_{by} = \frac{1}{6} b^2 h$	$I_t = \eta_3 b^3 h$ Werte für η_3 siehe Kapitel 4.5.3	$W_t = \eta_2 b^2 h$ Werte für η_2 siehe Kapitel 4.5.3

Kontrollfragen:

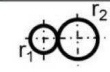
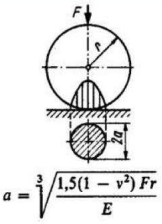
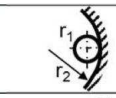
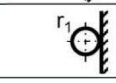
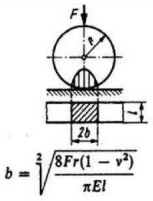
- Nennen Sie zwei Beispiele, bei denen die Schubspannungen aus einer Querkraft groß im Vergleich zu den auftretenden Biegespannungen sind
  sehr kurze Balken, Doppel-T-Träger mit dünnem Steg
- Wo tritt bei einer zylinderförmigen Probe, die auf Torsion belastet wird die maximale Spannung auf?
  am Außenrand

Flächenpressung:

- $p = \frac{F}{A} = \frac{F}{a \cdot b}$
- Entsteht an Kontaktflächen zweier Körper unter Druck
- Lochleibung:
  - Flächenpressung zB zwischen Bolzen/Nieten & Bohrung, Lagerzapfen & Lagerschale
  - $p = \frac{F}{Dl}$



- Hertzsche Pressung:
  - Tritt auf, wenn mindestens eines der beiden Bauteile, die aufeinander gepresst werden eine gekrümmte Oberfläche hat
  - Durch Aufeinanderpressen kommt es zu einer Abplattung der Bauteile --> Berührungsfläche nun nicht mehr punktförmig, sondern Kreis-, ellipsenförmig oder rechteckig
  - Bei Kreis- und ellipsenförmigen Berührungsflächen tritt die maximale Passung in der Mitte auf
  - Kontaktfläche entsteht durch elastische Abplattung

<table>
<tr><th>Berührverhältnisse</th><th colspan="2">Radien</th><th>Abplattung</th><th>Maximale Pressung</th></tr>
<tr><td>Kugel gegen Kugel  </td><td>R = r_2</td><td rowspan="3">$\frac{1}{r} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{R}$</td><td rowspan="3"> 
$a = \sqrt[3]{\frac{1{,}5(1-\nu^2)Fr}{E}}$</td><td rowspan="3">$p_{max} = 1{,}5 \cdot \frac{F}{a^2\pi}$
a: Druckradius
Bei unterschiedlichen E-Modulen:
$E = \frac{2E_1E_2}{E_1+E_2}$</td></tr>
<tr><td>Kugel gegen Hohlkugel  </td><td>R = -r_2</td></tr>
<tr><td>Kugel gegen Ebene  </td><td>R = ∞</td></tr>
<tr><td>Zylinder gegen (Hohl-) Zylinder</td><td colspan="2">Siehe Kugel gegen (Hohl-) Kugel</td><td rowspan="2"> 
$b = \sqrt{\frac{8Fr(1-\nu^2)}{\pi El}}$</td><td rowspan="2">$p_{max} = \frac{2F}{\pi bl}$
B: halbe Druckflächenbreite
l: Druckflächenlänge</td></tr>
<tr><td>Zylinder gegen Ebene</td><td colspan="2">Siehe Kugel gegen Ebene</td></tr>
</table>

Zusammenfassung von Spannungen:

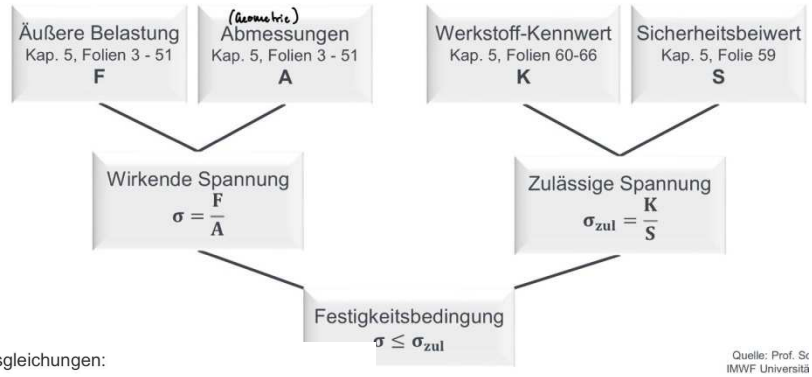
- Gleichartige Spannungen:
  - Gleiche Spannungsart; zB Zug + Biegung = Normalspannung
  - Gleiche Wirkungslinien --> algebraisch addieren
  - Schubspannungen in unterschiedliche Richtungen: $\tau = \sqrt{{\tau_x}^2 + {\tau_y}^2}$
- Ungleichartige Spannungen:
  - zB Biegung + Torsion
  - Normal- & Schubspannung können direkt addiert werden (NH& Sh: Hypothesen)
  - GEH: Gestaltänderungsenergiehypothese; Vergleichsspannung über GEH
    $\sigma_v = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}$
  - Mit GEH lässt sich die an einer Stelle herrschende Normalspannung & Schubspannung zu einer Vergleichsspannung zusammenfassen --> ermöglicht Beurteilung der Beanspruchung eines Bauteils
  - Beispiel: Biegung eines einseitig eingespannten Balkens infolge von Querkräften --> hier Vergleichsspannung
- Praktisches Vorgehen:
  Ort der höchsten Beanspruchung im Querschnitt suchen
  Gleichartige Spannungen algebraisch oder geometrisch addieren (Gesamtspannung)
  Ungleichartige Gesamtspannungen zur Vergleichsspannung σ_v zusammenfassen

Kontrollfragen:

- Was wird unter Lochleibung verstanden? Nennen Sie je ein Beispiel bei dem eine gleichmäßige bzw. ungleichmäßige Verteilung der Flächenpressung auftritt.
  Flächenpressung zwischen einem zylindrischen Bauteil und der Wand einer Bohrung bei Querbelastung, zB zwischen Niet & Bohrloch oder Lagerzapfen & Lagerschale
  ungleichmäßig: bei Spielpassung, da sich Zapfen und Bohrung nur in einem Teilbereich berühren
  gleichmäßig: bei Übergangs- bzw. Presspassung da die Kontaktfläche gleichmäßiger belastet wird
- Was sind gleichartige Spannungen?
  Spannungen derselben Spannungsart; also entweder mehrere Normalspannungen oder mehrere Schubspannungen
  Zug + Biegung --> Normal
  Scherung + Torsion --> Schub

- Wie können gleichartige & ungleichartige Spannungen zsmgefasst werden?
  Gleichartig: liegen in derselben Wirkungslinie --> algebraisch addieren
  Ungleiche: mithilfe einer Festigkeitshypothese zu Vergleichsspannung zusammengefasst , zB GEH

Festigkeitsnachweis:



Quelle: Prof. Sc
IMWF Universitä

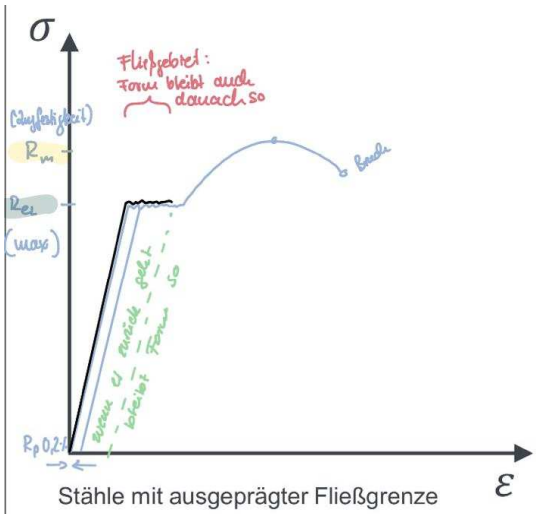
Übersicht über die Grundbeanspruchungsarten und Berechnungsgleichungen:

Beanspruchungsart	Wirkung der Kraft/ des Moments	Berechnung der Nennspannung
Zug		$\sigma_z = \frac{F}{A} \leq \sigma_{z,zul}$
Scherung		$\tau_a = \frac{F}{A} \leq \tau_{a,zul}$
Druck		$\sigma_d = -\frac{F}{A} \leq \sigma_{d,zul}$
Flächenpressung		$p = \frac{F}{A} \leq p_{zul}$
Hertzsche Pressung		--
Knickung		$\sigma_d = -\frac{F}{A} \leq \frac{\sigma_k}{S_k}$ (Knicksicherheit S_k=3…6)
Biegung		$\sigma_b = \frac{M_b}{W_b} \leq \sigma_{b,zul}$
Torsion		$\tau_t = \frac{M_t}{W_t} \leq \tau_{t,zul}$

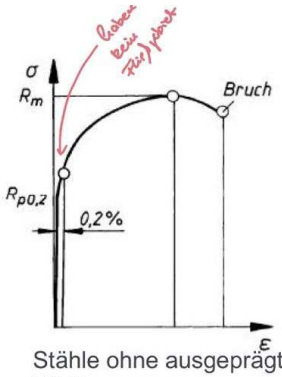
Sicherheitsbeiwerte:

- Fließen: SF: 1,2-2
- Bruch: SB: 2-3
- Knicken: SK: 3-6
- Spödbruch: SB,spröd: 4-9
- Wahl des Sicherheitsfaktors ist abhängig von der Art der Lasteinleitung, dem Werkstoffkennwert, dem Anwenungsfall und Normen

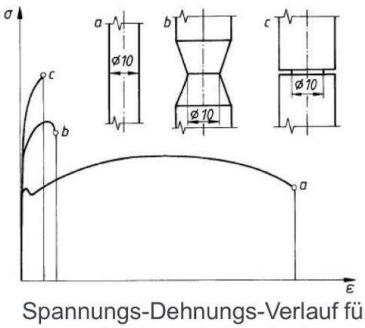
Werkstoffkennwerte:



Stähle mit ausgeprägter Fließgrenze



Stähle ohne ausgeprägte Fließgrenze



Spannungs-Dehnungs-Verlauf für unterschiedlich stark gekerbte Probestäbe

R_m: Zugfestigkeit R_{eH}: obere Streckgrenze R_{eL}: untere Streckgrenze $R_{p0,2}$: 0,2 Dehngrenze

Quelle:
Matek

Spannungen und Werkstoffkennwerte für statische Beanspruchung bei Raumtemperatur

Beanspruch-ungsart	Spannung	Werkstoffkennwert		
		Bezeichnung	Zeichen	Ersatzwert bei Stahl
Zug	$\sigma_z = \frac{F}{A}$	Streckgrenze (Fließgr.) 0,2-Dehngrenze Zugfestigkeit	R_e $R_{p0,2}$ R_m	
Druck[1)]	$\sigma_d = \frac{F}{A}$	Druckfließgrenze Druckfestigkeit	σ_{dF} σ_{dB}	R_e bzw. $R_{p0,2}$
Biegung	$\sigma_b = \frac{M_b}{W_b}$	Biegefließgrenze Biegefestigkeit	σ_{bF} σ_{bB}	R_e bzw. $R_{p0,2}$
Schub	$\tau = \frac{F}{A}$	Scherfestigkeit	τ_{aB}	(0,65 – 0,75) R_m
Torsion	$\tau_t = \frac{M_t}{W_t}$	Torsionsfließgrenze Torsionsfestigkeit	τ_{tF} τ_{tB}	0,58 R_e bzw. 0,58 $R_{p0,2}$ R_m

[1)] Bei Druckbeanspruchung muss stets die Versagensmöglichkeit durch Knicken beachtet werden

Quelle: Prof. Sch IMWF Universität

Dynamische Belastung:

- Belastungsfälle:

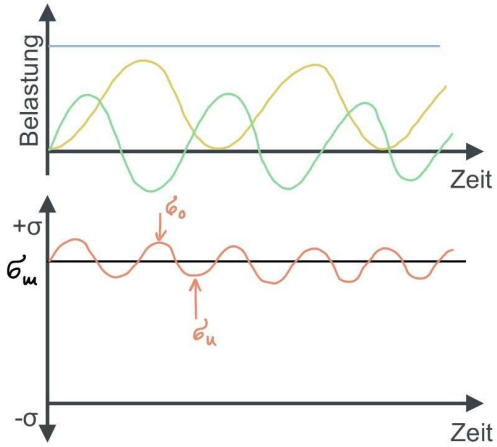
Fall 1: ruhend
Fall 2: schwellend
Fall 3: wechselnd
↳ VZ-Wechselnd: $\sigma_m = \frac{\sigma_o + \sigma_u}{2}$

$\sigma_a = \frac{\sigma_o - \sigma_u}{2}$

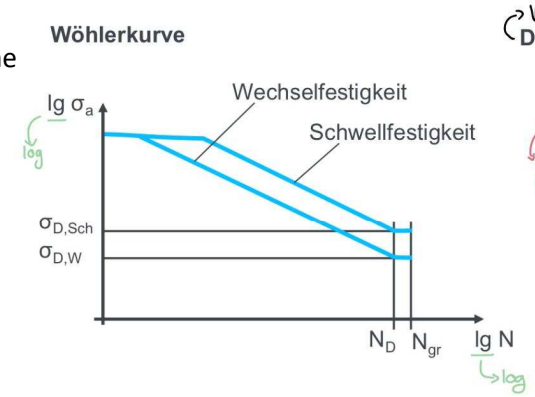
σ_a: Spannungsamplitude

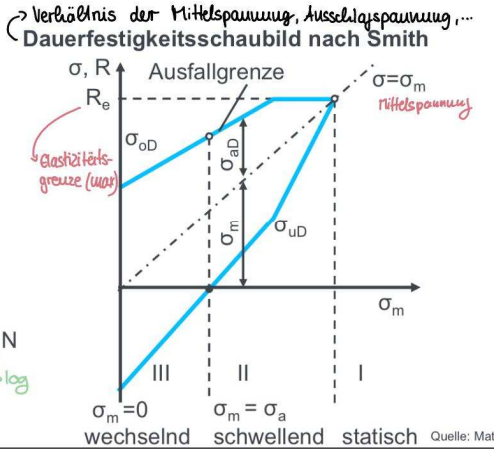
σ_o, σ_u: Ober-, Unterspannung

σ_m: Mittelspannung



- Wöhlerkurve:
  - Zusammenhang zwischen Spannungsamplitude & Zahl der Lastwechsel
  - Unterscheidet Zeit- & Dauerfestigkeit
- Smith-Diagramm:
  - Zeigt zulässige dynamische Spannung abhängig von der Mittelspannung
  - Bereiche: wechselnd, schwellend, statisch
  - Betriebspunkt muss innerhalb der zulässigen Grenze liegen





Quelle: Mat

Kontrollfragen:

- Veranschaulichen sie die drei Belastungsfälle einer dynamischen Belastung
  ruhend: Belastung bleibt konstant
  schwellend: Belastung ändert ihren Betrag, aber nicht das Vorzeichen
  wechselnd: Belastung wechselt Betrag und Vorzeichen

- Zeichnen und erklären sie das Dauerfestigkeitsschaubild nach Smith
  zeigt die zulässige Ober- und Unterspannungen in Abhängigkeit von der Mittelspannung
  Belastung muss innerhalb des zulässigen Bereichs liegen, damit Bauteil dauerfest ist
- Geben sie die Grundbeanspruchungsarten mit den jeweiligen Formen zur Spannungsberechnung an

  Zug/Druck: $\sigma = \frac{F}{A}$

  Biegung: $\sigma_b = \frac{Mb}{Wb}$

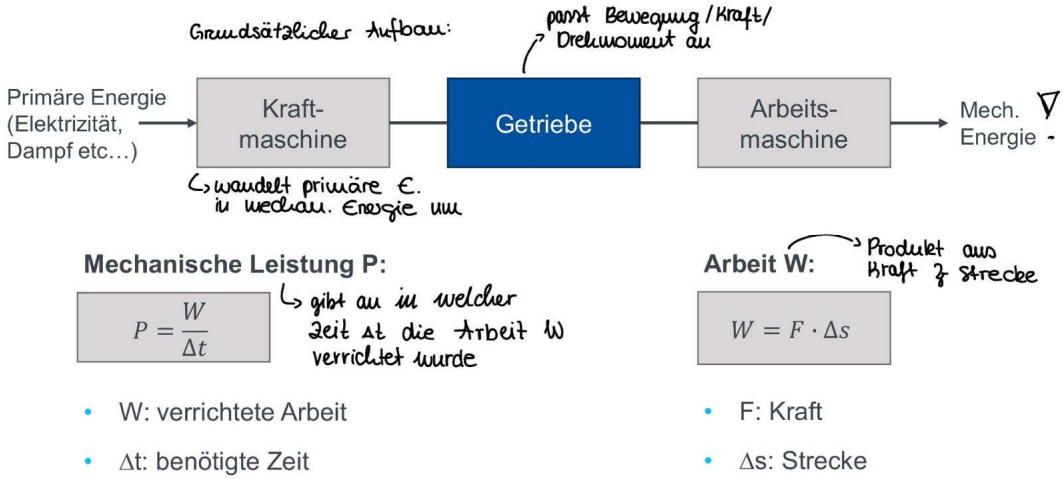
  Scherung: $\tau = \frac{F}{A}$

  Torsion: $\tau_t = \frac{Mt}{Wt}$

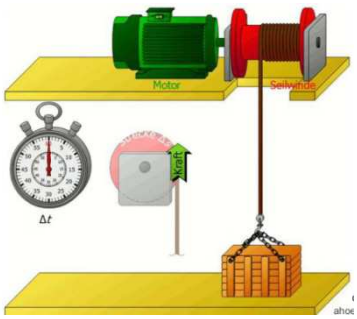
  Flächenpressung: $p = \frac{F}{A}$

5. Umwandlung von Bewegungsformen

Grundlagen:



- Bei linearer & rotatorischer Bewegung:
  $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ $daraus\ folgt\ P = F * v\ (mit\ oberen\ Formeln)$
- Beispiel Seilwinde:
  Motor/Seilwinde –> Rotation
  Kiste --> Linearbewegung
- Bei rotatorischer Bewegung wird die lineare Bewegung am Umfang der Winde betrachtet
  - Eine Umdrehung dauert eine Periodendauer T
  - Daraus ergibt sich die Beziehung zw. Drehbewegung, Drehmoment & Leistung



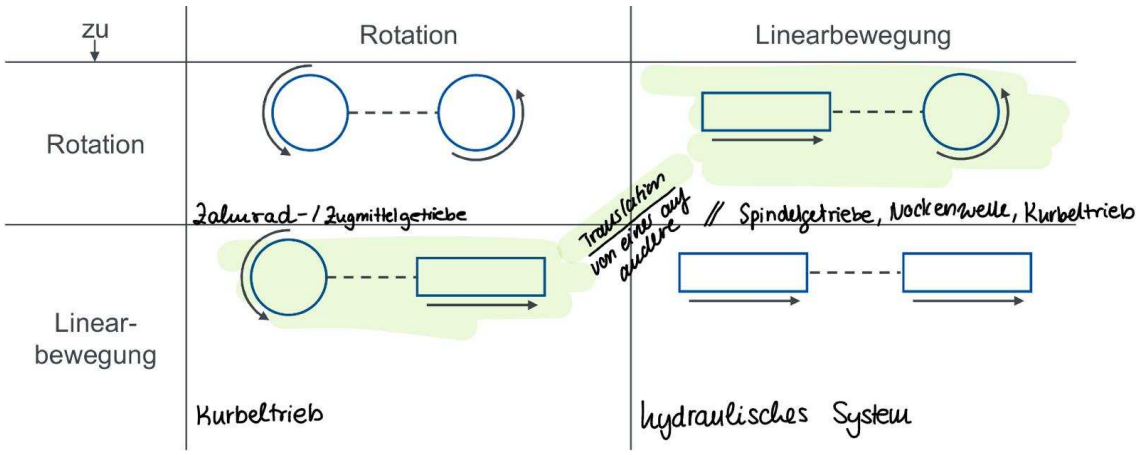
Notwendigkeit von Getrieben:

- Bei begrenzter Leistung gilt: P = F * v
  bei Rotation $P = 2\pi nM$

- Deshalb:
  Kraft/ Drehmoment ↑ --> Geschwindigkeit/ Drehzahl ↓
  Geschwindigkeit/Drehzahl ↑ --> Kraft/Drehmoment ↓
- Getriebe werden benötigt, um Kraft/Drehmoment und Geschwindigkeit/Drehzahl an die Anwendung anzupassen

Umwandlung von Bewegungsformen:

- Bewegungsumwandlung ist nötig, wenn gewünschte Bewegungen ≠ vorhandene Bewegung

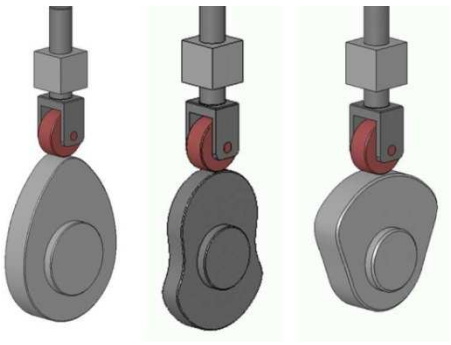


Einteilung der Getriebe:

- Ungleichförmig übersetzt
  - Koppelgetriebe: Kurbeltrieb, Viergelenkkette
  - Kurvengetriebe: Nockengetriebe
- Gleichförmig übersetzt:
  - Mechanisch:
    Formschlüssig: **Zahnradgetriebe**(Schneckengetriebe, Kegelradgetriebe), **Zugmittelgetriebe** (Kettengetriebe, Zahnriemengetriebe)
    Reibschlüssig: **Zugmittelgetriebe** (Flachriemengetriebe, Keilriemengetriebe), **Wälzgetriebe** (Reibradgetriebe)
  - Hydraulisch: hydrodynamisch, hydrostatisch
- ***Aufgaben Getriebe***: gegebene Bewegung in gewünschte Bewegung umwandeln;
  Kräfte & Drehmomente übertragen

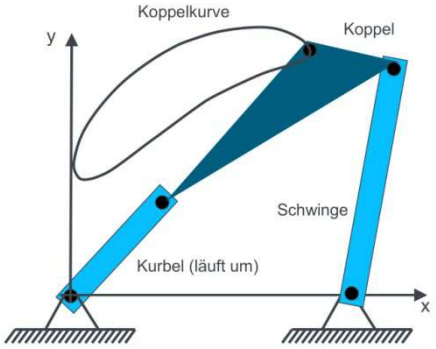
Kontrollfragen:

- Nennen sie vier mögliche Umwandlungen von Bewegungsformen mit je einem Beispiel
- Wie werden Getriebe eingeteilt
- Wozu werden Getriebe benötigt
  Umwandlung von Bewegungen sowie zur Anpassung/Übertragung von Kraft, Drehmoment, Geschwindigkeit & Drehzahl



Ungleichförmig übersetzte Getriebe:

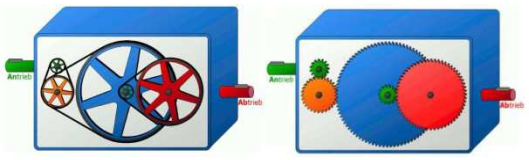
- Kurvengetriebe/ = Nockenwelle
  - Rotierende Kurvenscheibe gleitet an einem Eingriffsglied entlang
  - Erzeugt ungleichmäßige Abtriebsbewegung
  - Möglich sind: ungleichmäßige Rotation, Schwingbewegung, Schrittbewegung
  - Bsp.: Nockenwelle
- Koppelgetriebe:
  - Besteht aus mehreren kinematisch miteinander verbundenen Gliedern
  - Mögliche Bewegungsumwandlungen:
    Rotation → Schwingbewegung (Scheibenwischer)
    Rotation ↔ Translation (Kurbeltrieb)
  - Meist eben & häufig mit 4 Rotationsgelenken
    Bsp.: Kurbelschwinge, Doppelschwinge, Doppelkurbel, Schubkurbel (
    3 Rotationsgelenke + 1 Schubgelenk)
  - Wichtige Bestandteile eines Viergelenkgetriebes
    Koppel, Kurbel. Schwinge, ein Punkt der Koppel beschreibt eine Koppelkurve



  - Es gibt viele mögliche Geometrien von Koppelgetrieben
  - Synthese: geeignete Geometrie finden, die eine gewünschte Bewegung erzeugt
    klassische Methode: Genaulagensynthese nach Burmester:
    Bsp.: Rollstuhlbremse: Viergelenkgetriebe, verklemmt sich leicht in den Endlagen --> bleibt dort stehen
  - Dreilagensynthese (Uni Tisch)
    gegeben: Bauteil soll 3 definierte Lagen einnehmen
    gesucht: Befestigungspunkte & Länge der Koppeln
    Dreilagensynthese garaltiert nur dass die 3 festgelegten Lagen erreicht werden, nicht automatisch einen idealen Bewegungsverlauf dazwischen
  - Knie ist auch wie ein Koppelgetriebe (Viergelenkmechanismus)

Gleichförmig übersetzte mechanische Getriebe:

- Konstante Drehzahl am Eingang führt zu einer konstanten Drehzahl am Ausgang
- **Zahnradgetriebe**: zwei außenverzahnte Räder --> Drehrichtungswechsel
- Offenes **Zugmittelgetriebe/Riemen**: kein Drehrichtungswechsel



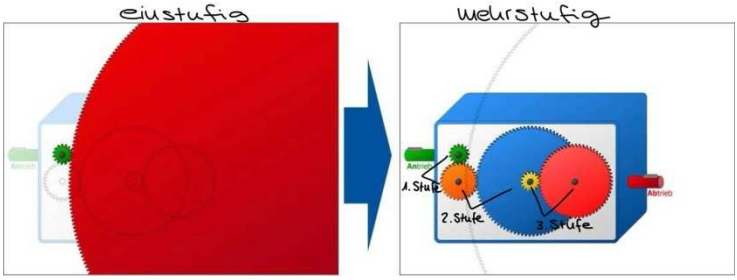
Übersetzungsverhältnis:

- Beschreibt Änderung von Drehzahl & Drehmoment
  $i = \frac{\omega_{an}}{\omega_{ab}} = \frac{n_{an}}{n_{ab}} = \frac{\boldsymbol{d_{ab}}}{\boldsymbol{d_{an}}} = \frac{z_{ab}}{z_{an}} = \frac{M_{ab}}{M_{an}}$
  dab/dan … **bei Reibrad- & Zugmittelgetriebe/Riemengetriebe**
  z … Zähne
  M … Moment
- i < 1 --> Übersetzung ins Schnelle, Abtrieb schneller, Drehmoment kleiner
  i > 1 --> Untersetzung, Abtrieb langsamer, Abtriebmoment größer

- Großes Zahnrad auf kleines: schnellere Drehzahl
  Kleines Zahnrad auf Großes: langsamere Drehzahl

Getriebestufen:

- Eine Getriebestufe = Paar aus einem treibenden & einem getriebenen Rad
- Mehrere Stufen ermöglichen große Übersetzung ohne riesige Einzelräder
- Gesamtübersetzung: i ges = i1 * i2 * i3 …
- Einstufiges & mehrstufiges Getriebe können dasselbe iges besitzen

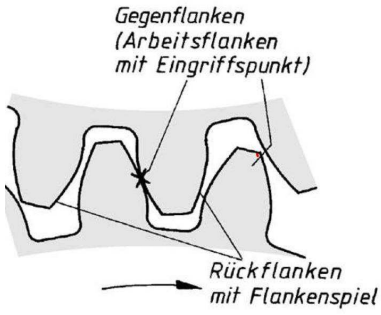


Umwandlung von Rotation in Translation:

- Drei Grundprinzipien
- Spindelantrieb: Rotation von
  Spindel/Spindelmutter --> axiale Bewegung
- Riemenantrieb: Zahnriemen bewegt einen linear geführten Schlitten
- Ritzel-Zahnstange: rotierendes Ritzel bewegt Zahnstange bzw. Schlitten linear
- Jeweils möglich:
  Motor fest: Schlitten/Spindel bewegt sich
  Motor bewegt: Motor/Schlitten fährt entlang festem Riemen bzw. fester Zahnstange

Kontrollfragen:

- Zu welcher Getriebeart zählt die Nockenwelle?
  Kurvengetriebe --> ungleichförmig übersetzend
- Was charakterisiert ein Koppelgetriebe? Bsp.:
  besteht aus kunematisch miteinander verbundenen Gliedern & wandelt Bewegungen um
  Kurbeltrieb, Scheibenwischer, Viergelenkkette
- Nennen Sie zwei Beispiele für gleichförmig übersetzende mechanische Getriebe und deren jeweiliges Übersetzungsverhältnis
  Zahnradgetriebe: i = zab/zan
  Reibrad/Zugmittelgetriebe: i = dab/dan



Zahnradgetriebe:

- Besteht aus einem oder mehreren zahnpaaren
- Formschlüssige Kraftübertragung
- Jeder Zahn besitzt: Arbeitsflanke, Rückflanke
- Je nach Drehrichtung berühren sich die Arbeitsflanken --> Kraftübertragung

Vorteile	Nachteile
Schlupffreie Leistungsübertragung → konstante Übersetzung	Starre Kraftübertragung
Änderung der Drehrichtung möglich	Unerwünschte Schwingungen bei hohen Drehzahlen
Kompakte Bauweise	Schmierung notwendig
Hoher Wirkungsgrad	Geräuschentwicklung

Flankenprofile & Verzahnungsgesetz

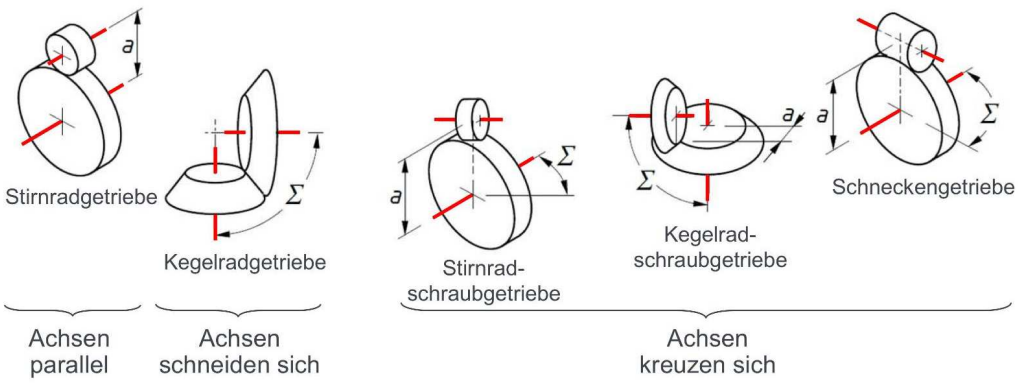
- Theoretisch beliebige Zahnflankenform möglich, solange Verzahnungsgesetz erfüllt ist
- Häufig:
  Evolvente: Gerade wird auf Grundkreis abgerollt
  Zykloide: Kreis wird auf Grundkreis abgerollt
- Verzahnungsgesetz:
  - Ziel: möglichst reine Abrollbewegung statt gleiten
  - Gleiten verursacht: Reibung, Abrieb, Wärme
  - Bedingung: Normale der beiden Zahnflanken im Berührungspunkt muss immer durch den Wälzpunkt C verlaufen --> dadurch konstante Übersetzung



Evolventenverzahnung	Zykloidenverzahnung	Triebstockverzahnung
Häufigstes Flankenprofil	Geringe Reibungsverluste	Spezialfall unter Punktverzahnung
Einfache/günstige Herstellung	Sehr kleine Zähnezahlen möglich (bis mindestens 3)	Punkt wird durch Triebstock/Bolzen ersetz
Tolerant gegenüber kleinen Achsenabstandsfehlern	Aufwendig & teuer	Schlechte Abnutzungseigenschaften
Wichtige Kreise: Kopfkreis, Wälzkreis, Grundkreis, Fußkreis	Empfindlich gegenüber Achsabstandsfehlern	Nur bei großer Übersetzung eingesetzt - Triebstockrad -> Zykloidenverzahnung - Triebstock-Zahnstange -> Evolventenverzahnung
Zahngrund wird ausgerundet --> verhindert Kollision	Vor allem Spezialanwendungen, zB Feinwerktechnik	
Im Wälzpunkt C: reines Wälzen, kein Gleiten		

Zahnradgetriebe

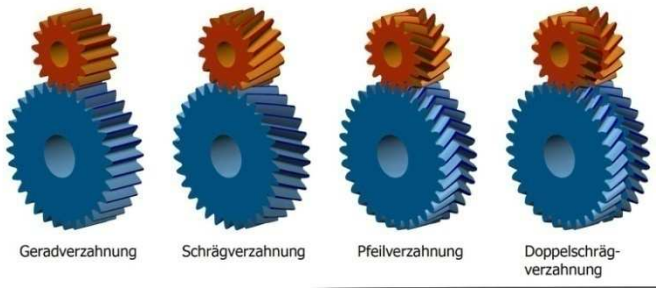
Bauarten:



Stirnradgetriebe – Sonderfälle:

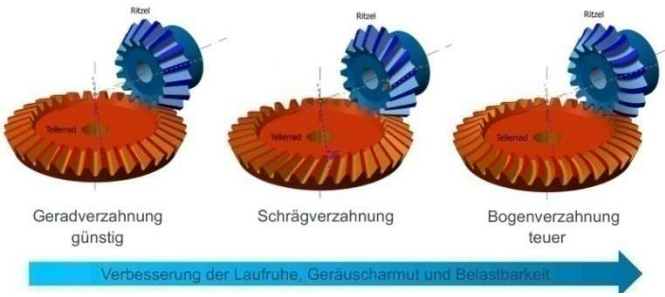
- Innenverzahnung:
  - Breitere Kontaktfläche der Zahnflanken --> größere Drehmomente möglich
  - Kleinerer Achsenabstand bei gleichem Übersetzungsverhältnis
  - Nachteil: aufwendigere Herstellung
- Zahnstange:
  - Kann als Stirnrad mit unendlich großem Durchmesser betrachtet werden
  - Ritzel + Zahnstange: Rotation --> Translation

Verzahnungsarten:



- Gradverzahnung
  - Günstig, einfacher Aufbau
  - Kompletter Zahnkontakt beginnt abrupt, dadurch lauter
  - Eher geringere Umlaufgeschwindigkeiten
- Schrägverzahnung
  - Kraftübertragung setzt allmählich ein, leiser
  - Höhere Drehmomente bei gleichen Abmessungen möglich
  - Aber Axialkräfte; dadurch höherer lagerverschleiß
- Pfeil-/Doppelschrägverzahnung
  - Hohe Beanspruchbarkeit, leise
  - Axialkräfte heben sich auf, geringerer Verschleiß
  - Aufwendig/teure Fertigung

Kegelradgetriebe:



- Achsen schneiden sich meistens 90°
- Hohe Anforderungen an: Fertigung, Einbau, Lagerung
  --> beeinflusst Laufruhe & Lebensdauer
- Verzahnungen: gerade, schräg, Bogenverzahnung
- Richtung Bogenverzahnung steigen:
  Laufruhe, Geräuscharmut, Belastbarkeit, Fertigungsaufwand/Kosten

Schraub- & Schneckengetriebe

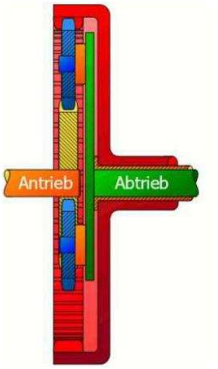
- Achsen kreuzen sich, meist ca 90°
- Schneckengetriebe
  - Besteht aus: Schnecke & Schneckenrad
  - Vorteile: hohe Drehmomentsübertragung, mehrere Zähne gleichzeitig im Eingriff, geräuscharm, kompakt/leicht bei großem i

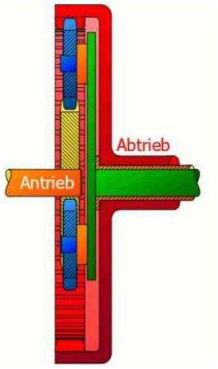
- Nachteile: starke Gleitbewegungen (hoher Verschleiß), hohe Axialkräfte, achsabstandsempfindlich

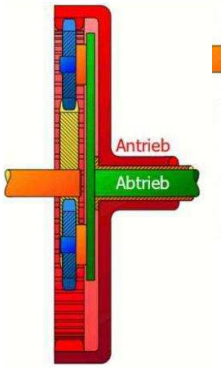
➢ Schraubradgetriebe:
- Vorteile: Räder axial verschiebbar --> einfacher Einbau
- Nachteile: geringere Tragfähigkeit, höherer Verschleiß, deutlich kleinerer Wirkungsgrad

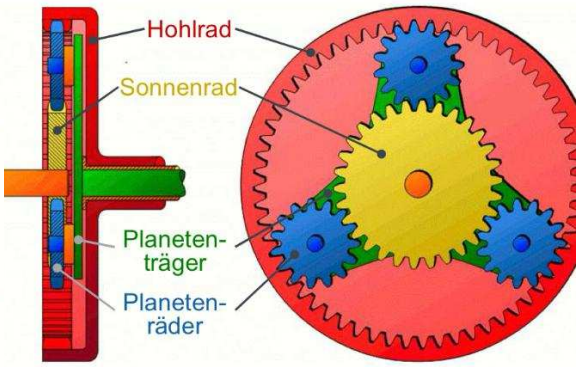
Planetengetriebe:

➢ An & Abtriebswelle liegen Koaxial = liegen auf einer gemeinsamer Achse









Variante	1	2	3
Antrieb	Sonnenrad	Sonnenrad	Hohlrad
Abtrieb	Planetenträger	Hohlrad	Planetenträger
Übersetzungs-verhältnis	$i = 1 + \frac{z_H}{z_S}$	$i = -\frac{z_H}{z_S}$	$i = 1 + \frac{z_S}{z_H}$
Übersetzungs-verhältnis am Beispiel	3,0	-2,0	1,5

Übersetzungsverhältnis: negatives i: Drehrichtungsumkehr

Kontrollfragen:

➢ Was besagt das Verzahnungsgesetz?
die gemeinsame Normale der Zahnflanken muss im Berührungspunkt immer durch den Wälzpunkt C laufen --> dadurch konstante Übersetzung

➢ Vergleichen sie die Evolventen mit der Zykloidenverzahnung. Nennen sie auch Vor und Nachteile
Evolvente: günstig, einfach, tolerant ggü Achsabstandsfehlern
Zykloide: geringe Reibung & kleine Zähnezahlen, teuer und achsabstandsempfindlich

➢ Welche Bauarten unterscheidet man bei zahnradgetrieben? Wie verhalten sich jeweils die Achsen der Zahnräder?
Stirnrad --> parallel
Kegelrad --> schneiden sich
Schraub/Schneckengetriebe --> kreuzen sich

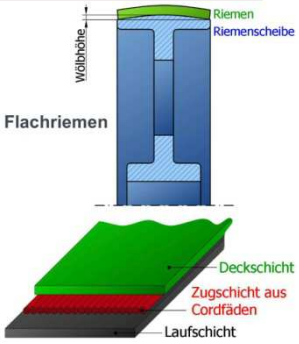
➢ Welche Varianten gibt es bei Planetengetrieben bezüglich der Wahl der Antriebs und Abtriebswelle?

Zugmittelgetriebe:

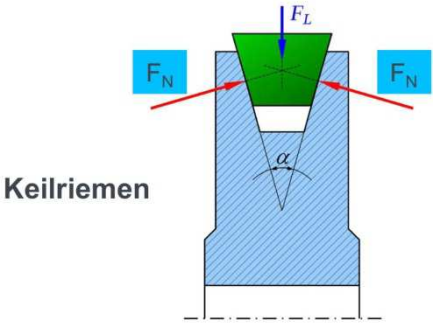
- Zugmittelgetriebe übertragen Drehzahl & Drehmoment über Riemen/Ketten
- Vorteil gegenüber Zahnrädern: deutlich größere Wellenabstände möglich

Riemengetriebe : Flachriemen, Keilriemen, Zahnriemen

Vorteile	Nachteile
Elastische Kraftübertragung	Größere Wellenbelastung
Geräuscharmer stoß- und schwingungsdämpfender Lauf	Umwelteinflüsse (Staub, Öl, Feuchtigkeit,…) haben Einfluss auf Reibungsverhalten
Große Übersetzung in einer Stufe realisierbar	Schlupf lässt keine konstante Übersetzung zu
Geringer Wartungsaufwand	
Größere Wellenabstände überbrückbar	
Winkelversatz der Wellen möglich	



- Flachriemen
  - Einfachste Riemenart
  - Laufschicht benötigt: hohe Reibfähigkeit, Verschleißfestigkeit
  - Riemenscheibe leicht gewölbt --> Riemen bleibt auf Scheibe
- Keilriemen
  - Trapezförmiger Querschnitt
  - Wird unter Belastung in die Rille gezogen
    Keilwirkung
    Normalkraft/Anpresskraft steigt
    größere Reibkraft & damit höhere übertragbare Kraft als Flachriemen

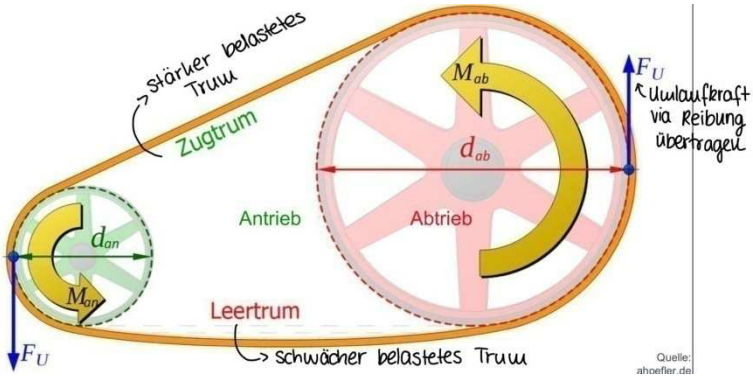


Kettengetriebe

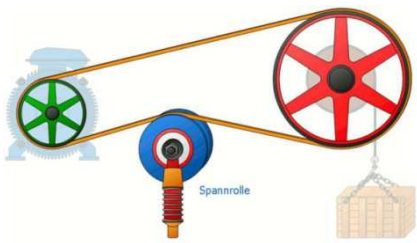
Vorteile	Nachteile
Schlupffreie Leistungsübertragung → konstante Übersetzung	Unelastische, starre Kraftübertragung
Unempfindlich gegen Umwelteinflüsse (Schmutz, Feuchtigkeit, Temperatur,..)	Schwingen durch ungleichförmige Kettengeschwindigkeit
Geringere Lagerbelastung als Riemengetriebe	Kein Kreuzen der Wellen möglich
	Teurer als vergleichbare Riemengetriebe

Riemengetriebe: Kräfte & Vorspannung

- Freie Riemenabschnitte heißen Trume
  - Zugtrum = ziehender Trum
  - Leertrum = gezogener Trum
- Zwischen den Scheiben übertragene Kraft:
  $F_U = Umfangskraft$



- Kraftübertragung zwischen Riemen & Scheibe erfolgt durch Reibung --> dadurch entstehen unterschiedliche Trumkräfte
- Riemen benötigt Vorspannung, damit überhaupt genügend Reibkraft vorhanden ist
- Vorspannung sollte einstellbar sein --> Wartung/Montage
- Bsp.: Spannrolle am Leertrum, belastet durch Feder oder Gewicht



Schlupf:

- Schlupf = Geschwindigkeits-/Drehzahldifferenz bei der Bewegungsübertragung --> Übersetzungsverhältnis nicht mehr konstant
- Gleitschlupf:
  - Wenn $F_U > F_R$ --> Riemen gleiten auf Scheibe
  - Folge: hoher Verschleiß
  - Vermeiden durch: höhere Vorspannung, größeren Umschlingungswinkel, größere Reibungszahl
- Dehnschlumpf
  - Zug- & Leertrum haben unterschiedliche Kräfte --> unterschiedliche elastische Dehnung
  - Beim Übergang zwischen den Trumen entsteht Relativbewegung zwischen Riemen & Scheibe

Zahnriemen:

- Formschluss zwischen Zähnen von Riemen und Scheibe, dadurch kein Schlupf --> Riemen und Scheiben laufen synchron --> Synchronriemen
- Nachteil: höhere Fertigungskosten, empfindlicher

Riemen-Ausführungen:

- Riemengetriebe sind sehr vielseitig
- Möglich sind zB: offener Trieb, gekreuzter Trieb, halbgekreuzter Trieb, Mehrscheibentrieb, Stufenscheibentrieb, Kegelrollentrieb…
- Ermöglichen: Achsversatz, Winkel zw. Wellen, Antrieb mehrerer Wellen, mehrere Gänge, stufenlose Übersetzung
- Zahnriemen kann auch: Rotation --> Translation umwandeln (zB 3D-Drucker)

Kettengetriebe:

- Häufig im Maschinenbau wegen: Zuverlässigkeit, Wirtschaftlichkeit
- Formschlüssige Drehmomente/Bewegungsübertragung
- Sonderform: Zahnkette --> Kraftübertragung über Zahnlaschen

Kontrollfragen:

- Setzten sie Riemen und Kettengetriebe in den Vergleich
  Riemen: elastisch, leise, dämpfend & günstig bei großen Achsabständen, aber Schlupf möglich
  Kette: formschlüssig & schlupffrei --> konstante Übersetzung, dafür starrer, schwingungsanfälliger & teurer
- Was wird bei Riemengetrieben unter Schlupf verstanden? Welche Arten gibt es und wo treten sie auf?
  = Relativbewegung bzw. Drehzahl/Geschwindigkeitsdifferenz zwischen Riemen und Scheibe
  Gleitschlupf: Reibkraft reicht nicht --> Riemen gleiten
  Dehnschlupf: unterschiedliche Dehnung von Zug und Leertrum
- Wie funktioniert ein Keilriemen? Skizze mit wirkenden Kräften
  durch trapezförmige Form wird er in die Rille gezogen --> Normalkraft steigt --> Reibkraft steigt --> höhere Kraftübertragung

6. Thermodynamik

Grundlagen:

- Druck p, Volumen V, Temperatur T eines Gases hängen zusammen --> ändert sich eine Größe ändert sich min. eine weitere auch
- Thermodynamik in der MedTech: Kryoablation, Kryobiopsie…
- Thermodynamik = Wissenschaft von Energie & Energieumwandlung
- Beschäftigt sich mit Zusammenhängen zw. Energie, Arbeit, Wärme, Temperatur, Druck, Volumen, innere Energie
  --> untersucht wie Wärme & Arbeit Energie übertragen und dadurch den Zustand des Systems verändern
- Thermodynamisches System = abgegrenzte Materiemenge/räumlicher Bereich
- Anwendung: Zur Entwicklung/Dimensionierung bei Dampfanlagen, Generatoren, Pumpen, Heizung, Klimaanlagen…
- Ideale Gase:(Rechnungen beziehen sich darauf immer)
  - Sind ein theoretisches Modell eines Gases
  - Annahme: Teilchen sind punktförmig --> haben kein Eigenvolumen
    Anziehungskräfte werden vernachlässigt; Stöße sind vollständig elastisch; keine bevorzugte Bewegungsrichtung; bleibt unabhängig von Druck/Temperatur gasförmig
- Reales Gas:
  - Berücksichtigt: Wechselwirkungen zwischen Molekülen, Eigenvolumen der Moleküle
  - Sind keine starren Massenpunkte, sondern winzige Teilchen
  - Unterschiede zum idealen Verhalten besonders bei: hohem Druck, tiefer Temperatur
  - Reales Gas sind nicht perfekt kompressibel besonders bei hohen Drücken (werden irgendwann flüssiges Glas)

Ideale Gasgleichung:

Thermodynamische Zustandsgleichung

Beschreibt den funktionalen Zusammenhang zwischen thermodynamischen Zustandsgrößen.

$$pV = mRT$$

Mit:
- p: Gasdruck
- V: Gasvolumen
- m: Masse
- R: spezielle Gaskonstante
- T: absolute Temperatur

Boyle-Mariotte-Gesetz:

$$pV = konstant$$

$$p_1V_1 = p_2V_2$$

Gesetz von Gay-Lussac:

$$\frac{V}{T_0 + \Delta T} = \frac{V_0}{T_0}$$

$$V = V_0(1 + \frac{\Delta T}{T_0})$$

$$pV = T \cdot Konst.$$

Realgasgleichung:

Van-der-Waals-Gleichung

Ist eine erweiterte Zustandsgleichung für reale Gase, die das Molekülvolumen sowie die Van-der-Waals Kräfte berücksichtigt.

$$p\frac{a \cdot n^2}{V^2} \cdot (V - nb) = n\Re T$$

- Erweitert ideale Gasgleichung um intermolekulare Kräfte und Eigenvolumen der Moleküle
- Besonders wichtig bei hohem Druck/ niedriger Temperatur & Phasenübergängen
- Gleichung liefert nur Näherungswert für reales Gas

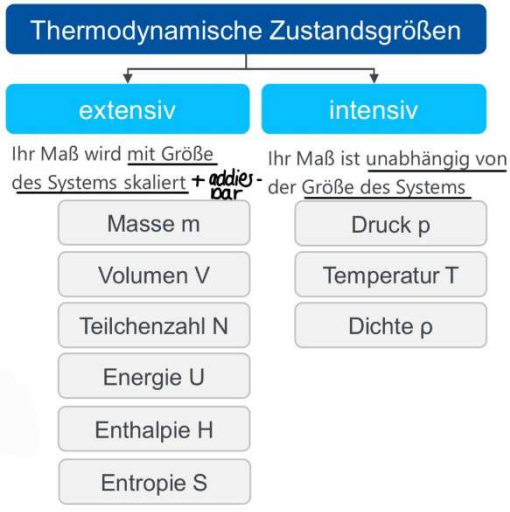
Mit:
- p: Gasdruck [Pa]
- V: Gasvolumen [m³]
- n: Stoffmenge [mol]
- $\Re$: universelle Gaskonstante = 8314,47 J/(kmolK)
- T: absolute Temperatur [K]
- a&b: spezifische Konstanten für jedes Gas

Thermodynamische Systeme:

- Offenes System: Austausch von Energie & Stoffmenge (Bsp.: Teetasse)
- Geschlossenes System: Energieaustausch, kein Stoffaustausch (wie Glasflasche)
- Isoliertes System: weder Energie noch Stoffaustausch, (Thermoskanne), System ist adiabatisch
- Umgebung = Alles außerhalb des Systems

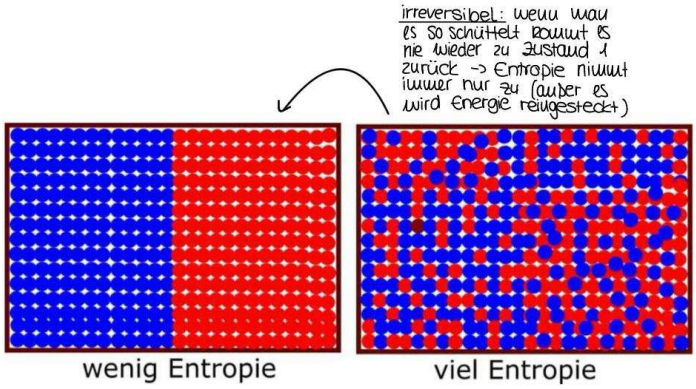
Zustand und Zustandsgrößen:

- Zustand = messbare Eigenschaften eines thermodynamischen Systems
- Zustandsgrößen sind wegunabhängig --> nur Anfangs/Endzustand entscheidend
- Mindestens 2 unabhängige Zustandsgrößen nötig, um Zustand zu beschreiben

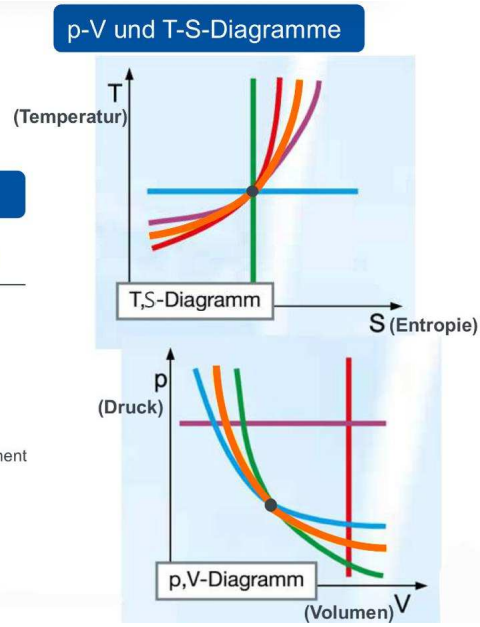


Innere Energie, Enthalpie, Entropie

- Innere Energie U [J]:
  - Gesamte für thermodynamische Prozesse verfügbare Energie im ruhenden System
  - Ändert sich durch Wärme- oder Arbeitsaustausch
  - $\Delta U = Q + W$
- Enthalpie H [J]:
  - Enthält innere Energie U und Volumenarbeit (ist die Summe daraus)
  - $H = U + pV$
- Entropie S [J/K]:
  - Maß für „Unordnung“ bzw. Zahl möglicher Mikrozustände
  - Spontane reale Prozesse erzeugen Entropie --> irreversibel
  - Bei Wärmeaustausch: $\Delta S = \frac{Q}{T}$
  - Wärmekraftmaschine muss einen Teil der aufgenommenen Wärme wieder als Abwärme abgeben



Zustandsänderungen:



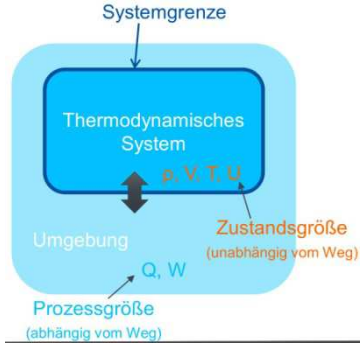
Zustandsänderung eines idealen Gases

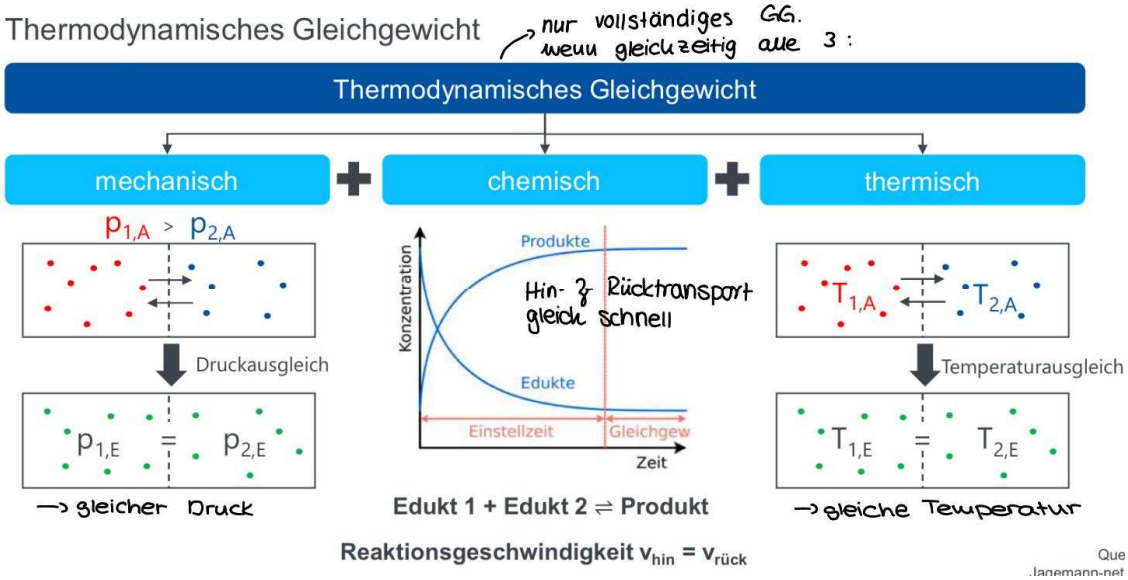
Änderung	Bedingung	Folge	Gesätzmäßigkeit
isochor	Volumen V = konstant	$dV = 0$	p/T = konstant
isobar	Druck p = konstant	$dp = 0$	V/T = konstant
isotherm	Temperatur T = konstant	$dT = 0$	$p \cdot V$ = konstant
isentrop	Entropie S = konstant	$dS = 0$	$p \cdot V^{\kappa}$ = konstant
isenthalp	Enthalpie H = konstant	$dH = 0$	$p \cdot V$ = konstant

κ = Isentropenexponent

Prozess & Prozessgrößen:

- Prozess = Einwirkungen auf ein System , die eine Zustandsänderung hervorrufen
- Prozessgrößen beschreiben Energie-/Materietransfer
  wichtig: Wärme Q, Arbeit W
- Prozessgrößen sind wegabhängig --> anders als Zustandsgrößen





Hauptsätze der Thermodynamik:

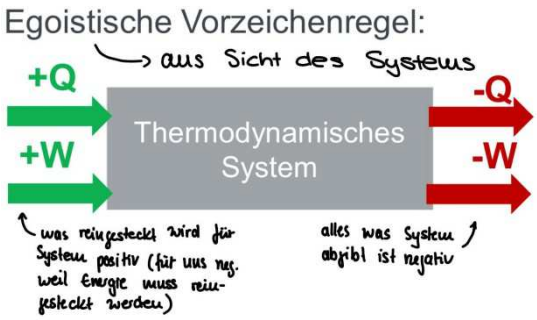
- 0. Hauptsatz: Gesetz des thermischen Gleichgewichts
- 1. Hauptsatz: Energieerhaltungssatz der Thermodynamik
- 2. Hauptsatz: Entropiesatz der Thermodynamik
- 3. Hauptsatz: Nernstsches Wärmetheorem

0. Hauptsatz:

- Systeme im Energieaustausch streben ein thermodynamisches Gleichgewicht an
- Zustände gleichen sich bezüglich Temperatur, Druck & Volumen an
- Befinden sich Systeme im Gleichgewicht --> Änderung nur durch äußere Prozessgrößen
- Wird ein drittes System mit zwei Systemen im Gleichgewicht gekoppelt, steht auch dieses im Gleichgewicht

1. Hauptsatz

- Energieerhaltung: Energie kann weder erzeugt noch vernichtet, sondern nur übertragen/umgewandelt werden
- Für ruhendes geschlossenes System: $\Delta U = \Delta Q + \Delta W$
  $\Delta U: Änderung\ innere\ Energie;\ \Delta Q: Wärme;\ \Delta W: Arbeit$



Energiearten der Thermodynamik

Potentielle Energie	$E_p = m \cdot g \cdot h$
Kinetische Energie	$E_k = \frac{1}{2} m \cdot v^2$
Arbeit	bei konst. Druck $W_V = -p \cdot \Delta V$
Thermische Energie	Innere Energie / Wärme / Enthalpie

nicht konstanter Druck: $W_V = -\int p dV$

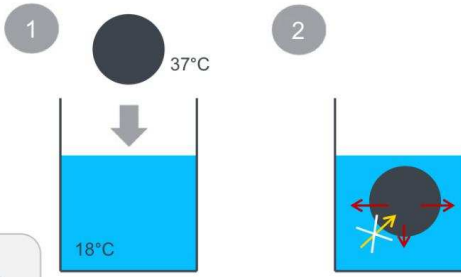
→ Energieübertragung durch Kraft entlang eines Weges
→ thermodynam. versch. Formen z.B. Volumenänderungsarbeit

Thermische Energie

Innere Energie	Wärme	Enthalpie
$\Delta U = \Delta Q + \Delta W$	$Q = c \cdot m \cdot \Delta T$ (Wärmekapazität)	$\Delta H = \Delta U + p \cdot \Delta V$
$[U] = 1$ Joule	$[Q] = 1$ Joule	$[H] = 1$ Joule
Extensive Zustandsgröße	Prozessgröße	Extensive Zustandsgröße
	→ Energieübertragung durch Temperaturschied	exotherm ↔ endotherm
		Energie abgibt / Energie aufnimmt

2. Hauptsatz

- Beschreibt Richtung thermodynamischer Prozesse
- Entropie S:
  Maß für Unordnung/Mikrozustände
  in abgeschlossenem System kann sie nicht abnehmen
- Vollständige Umwandlung von Wärme in Arbeit ist nicht möglich



Entropiesatz der Thermodynamik

Er beschreibt die Form und die Richtung, in/mit welcher die Energie von einem zum anderen System übertragen wird.
Vom höheren zum niedrigen Potential!

$$S_{System} + S_{Umgebung} = 0$$

Reale Prozesse immer irreversibel → Es entsteht immer Verlust!

reversibel
$$\Delta S = \frac{\Delta Q}{T}$$

irreversibel
$$\Delta S > \frac{\Delta Q}{T}$$

Mit: → ideal vollständig umkehrbar
ΔS: Änderung der Entropie
ΔQ: Die dem System zugeführte Wärme.

3. Hauptsatz:

Nernstsches Wärmetheorem

Ein Stoff kann nicht auf den absoluten Nullwert abgekühlt werden. → kann sich nur annähern!

Absoluter Nullpunkt → $-273{,}15\ °C = 0$ Kelvin

Vollständiger Stillstand der Teilchen eines Stoffes → $\Delta S = 0$

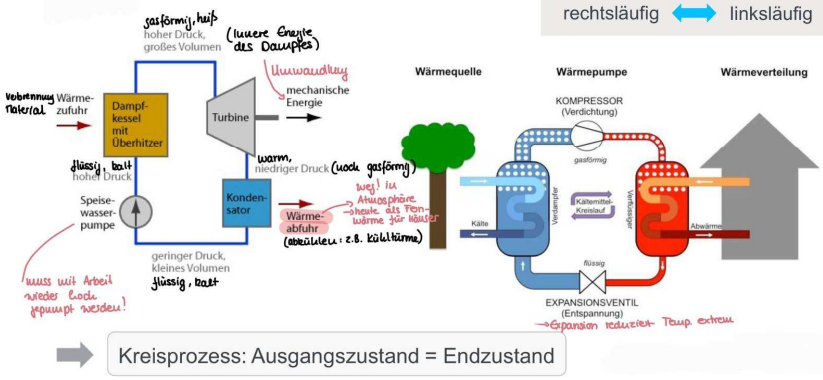
→ Im idealen perfekten Kristall (nur theoretische Idealisierung)

Zustand ist nur in der Theorie möglich

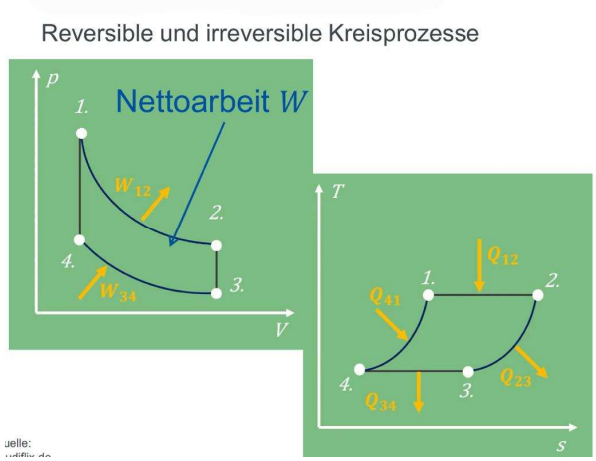
$\Delta S > 0$

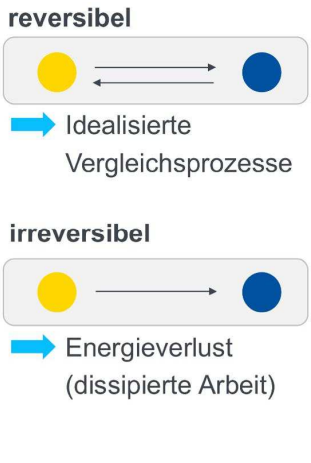
geschlossen ⟷ offen
reversibel ⟷ irreversibel
rechtsläufig ⟷ linksläufig

Thermodynamischer Kreisprozess:



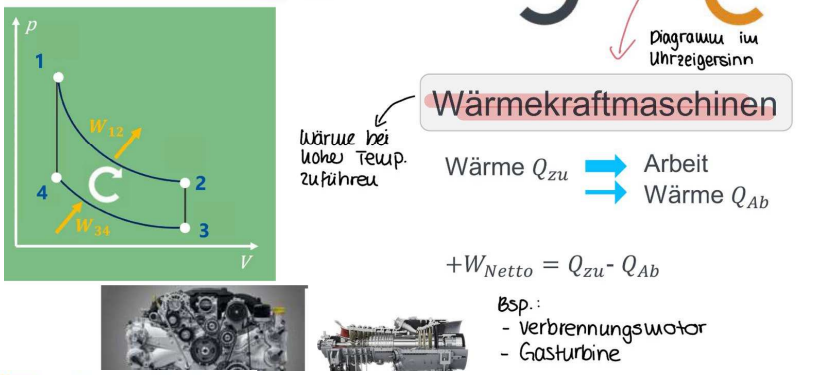
- Kreisprozess = periodische Folge von Zustandsänderungen
- Nach jedem Zyklus: Endzustand = Anfangszustand
- Arbeitsmedium kann sein: Flüssigkeit, Gas, Dampf
- Wärme und Arbeit sind Prozessgrößen --> hängen vom durchlaufenden Weg ab
- Anwendungen: Verbrennungsmotor, Dampfturbine, Kühlschrank/Kühlmaschine

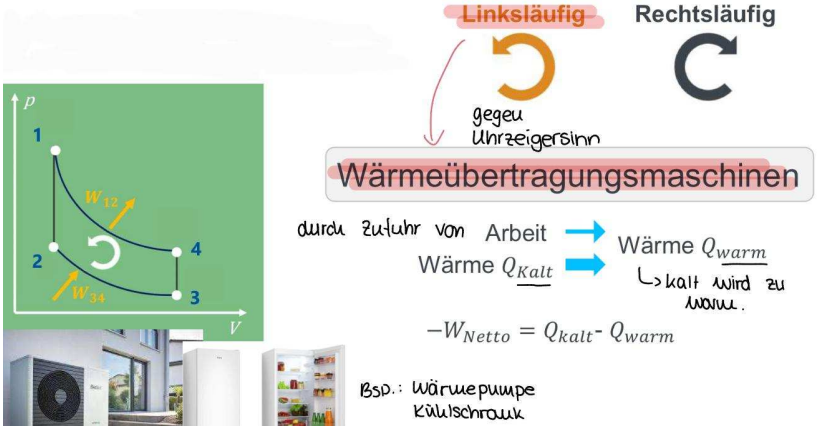




- Reversibel: ideal vollständig Umkehrbar; keine bleibende Veränderung an System/Umgebung
  Eingeschlossene Fläche im Diagramm entspricht bei reversiblen Prozessen Nettoarbeit W
- Irreversibel: real technische Prozesse; Verlust zB durch Reibung --> dissipierte Arbeit
- Vergleichsprozesse: idealisierter Prozess ohne Dissipation, dient zur Bewertung realer Maschinen; Vergleich mit Carnot-Prozess = theoretisch maximal möglicher Wirkungsgrad

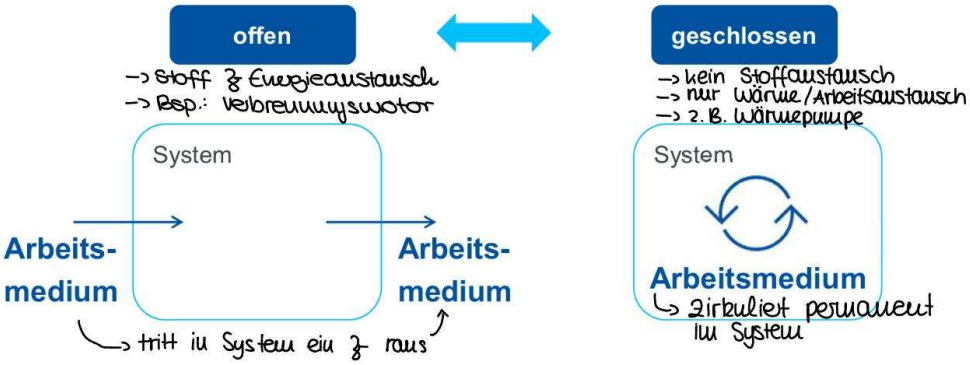
Links- & Rechtsläufige Kreisprozesse:





Offene und geschlossene Kreisprozesse

Unterschied ➡ Wärmezufuhr



Thermische Maschine:

Einschub: Thermische Maschinen → wandelt Wärmeenergie & mechan. Arbeit ineinander um

Definition und Klassifikation

Wärme Q ➡ Arbeit W

Wärme Q ⬅ Arbeit W

➡ Effizienz

Einteilung:

Richtung Energieumwandlung	Betriebsart	Art des ablaufenden Prozesses
Wärmekraftmaschine (Wärme -> Arbeit)	kontinuierlich (Strömungsmaschine)	Offenes System
Wärmeübertragungs-maschine (Arbeit -> Wärme-transport)	periodisch (Verdrängermaschine)	Geschlossenes System

Wirkungsgrad

Maß für die Effizienz einer Maschine, die Energie in nutzbare Arbeit umwandelt.

$$\eta = \frac{W}{Q_{zu}}$$

Mit:

W: Netto-Arbeit, die die Maschine leistet. (→ Nutzenergie)

Q_{zu}: Die dem System zugeführte Wärme.

→ max. Wirkungsgrad der erreicht werden kann

Carnot-Wirkungsgrad → nie = 0! immer Energie verloren!

Theoretische Begrenzung des Wirkungsgrads

$$\eta_{Carnot} = 1 - \frac{T_{min}}{T_{max}}$$

größerer Temp Unterschied = größerer Wirkungsgrad

T in Kelvin

- Carnot-Wirkungsgrad in Realität niemals möglich wegen: Reibung, Wärmeverlust, Wärmetransport, benötigten Temperaturdifferenzen

Wirkungsgrad - Wärmeübertragungsmaschinen (Wärmepumpe/Kältemaschine)

Leistungszahl → benötigte Arbeit um Wärme zu transportieren

→ Statt Wirkungsgrad

$$\varepsilon_{Kühlung} = ERR = \frac{P_K}{P} = \frac{P_K}{P_H - P_K}$$

Mit:

$\varepsilon_{Kühlung}$	Leistungsziffer einer Kälteanlage
P_H	Abwärmeleistung
P_K	Kühlleistung
P	technische Leistung

- Leistungszahl kann von >1 bis >100% weil zusätzl. Umweltwärme transportiert
  > reale Verluste:
  - mechan. → Reibung / Lager
  - thermisch → Wärmeabstrahlung / Abwärme
  - Strömungsverluste → Druckverlust / Turbulenz

Arten von Kreisprozessen:

- Wichtige Vergleichsprozesse:
  - **Carnot** → theoretisch maximale Effizienz
  - **Joule** → Gasturbinen/Strahltriebwerke; 2 isentrope + 2 isobare Änderungen
  - **Stirling** → 2 isotherme + 2 isochore Änderungen
  - **Ericsson** → Gasturbinenprozess mit interner Wärmeübertragung
  - **Otto** → Ottomotor; isochore Wärmezufuhr
  - **Diesel** → Dieselmotor; isobare Wärmezufuhr
  - **Seilinger** → Kombination Otto/Diesel
  - **Clausius-Rankine** → Dampfkraftwerk
  - **Siemens** → Gas kühlen/verflüssigen durch Kompression → Kühlung → Expansion.

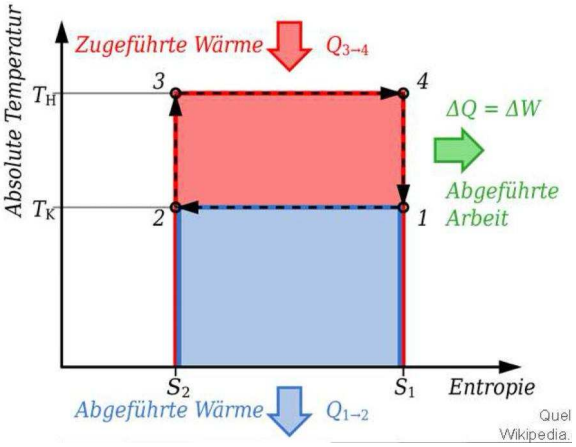
Phasen eines Kreisprozesses:

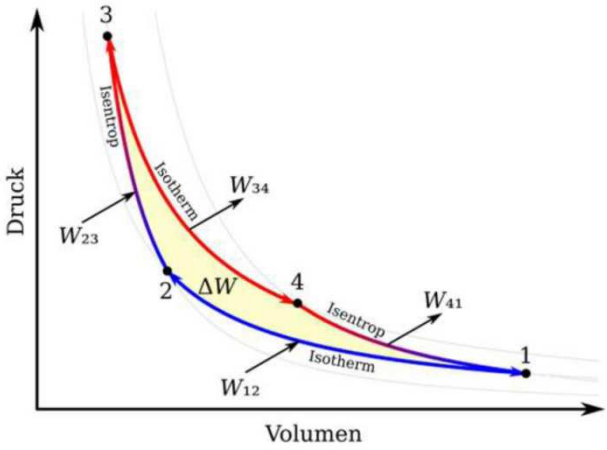
- Kreisprozess = Sequenz verschiedener Zustandsänderungen --> endet wieder im Anfangszustand
- Darstellung: p-V-Diagramm; T-S-Diagramm
- Mögliche Phasen:
  - Isobar: Druck konstant, Arbeit verrichtet durch Volumenänderung
  - Isochor: Volumen konstant, Temp & Druck können sich ändern
  - Adiabatisch: kein Wärmeaustausch, Temp ändert sich durch verrichtete/aufgenommene Arbeit
  - Isotherm: Temp konstant, Wärme zu/abgeführt
- Konkrete Reihenfolge hängt vom Kreisprozess ab
- MedTech Bsp.: Organkühlung, MRT-Kühlung, Temperaturmanagement bei Beatmungsgeräten

Carnot-Prozess:

- Ideale reversible Wärmekraftmaschine/Gedankenexperiment
- Gas in Zylinder mit veränderlichem Volumen
- Wechselnder Kontakt mit: Wärmereservoir Tmax & Kältereservoir Tmin
- Gas wird komprimiert (Arbeit zugeführt), expandiert (Arbeit abgegeben)
- Nach vollständigem Zyklus wieder Ausgangszustand
- Rechtsläufig: ideale Wärmekraftmaschine
  Linksläufig: ideale Wärmepumpe/Kältemaschine
- Phasen:

4 Phasen	
	Isotherme Kompression
	Isotrope Kompression
	Isotherme Expansion
	Isotrope Expansion





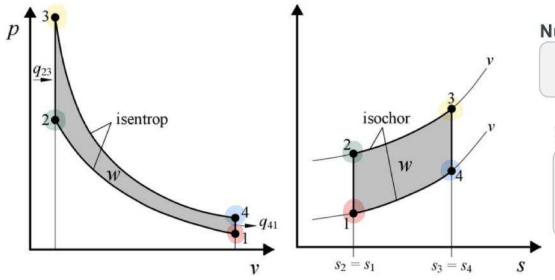
Eigeschlossene Fläche = Arbeit

Eingeschlossene Fläche = in Arbeit umgewandelte Wärmemenge

Otto-Motor:

4 Phasen		
	Ansaugen	Isentrope Kompression (1→2)
	Verdichten	Isochore Wärmezufuhr (2 →3)
	Arbeiten	Isentrope Expansion (3→4)
	Ausstoßen	Isochore Wärmeabfuhr (4→1)

- Vergleichsprozess des Ottomotors
- Ideal: keine Reibung, ideales Gas, Kompression/Expansion adiabatisch
- Rechtsläufig
  --> Wärmekraftmaschine
- Gleichraumprozess: Wärmezufuhr bei konstantem Volumen



Nutzarbeit

$$-W = Q_{23} + Q_{41}$$

Wirkungsgrad

$$\eta_{th} = \frac{|W|}{Q_{23}}$$

- Diesel Prozess unterscheidet sich insbesondere: Wärmezuführ bei konstantem Druck --> isobar

Clausius-Rankine:

- Vergleichsprozess für Dampfkraftwerke
- Bauteile: Turbine, Kondensator, Speisepumpe, Kessel/Überhitzer

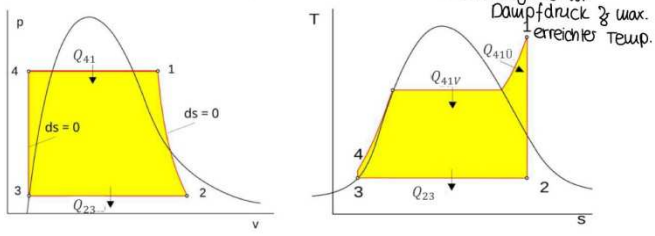
Nutzarbeit

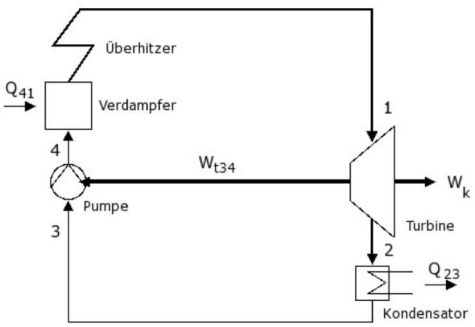
$$-W = Q_{41} + Q_{23}$$

Wirkungsgrad

$$\eta_{th} = \frac{|W|}{Q_{41}}$$

hängt ab von Dampfdruck & max. erreichter Temp.





Phasen des Clausius-Rankine-Prozesses:

1 → 2 Adiabate Expansion des Dampfes in der
2 → 3 Isobare Kondensation des Dampfes im Kondensator durch Kühlung mittels eines Kühlwasserkreislaufes
3 → 4 Adiabate, ebenfalls isentrope Kompression durch die Kesselspeisepumpe, die das Kondensat in den Dampfkessel fördert.
4 → 1 Isobare Wärmezufuhr im Dampfkessel, wobei das Wasser zunächst bis zum Verdampfungspunkt erwärmt wird, dann verdampft (isotherm) und schließlich noch eine weitere Erwärmung, die sogenannte Überhitzung, erfährt.

Wärmepumpe:

- Entzieht Umgebung Wärme & transportiert sie auf höheres Temperaturniveau --> benötigt elektrische Energie
- Kältemittel läuft im geschlossenen Kreislauf:
  - Verdampfen: Kältemittel nimmt Umweltwäre auf --> verdampft
  - Verdichten: Druck steigt & Temperatur steigt
  - Verflüssigen: Kältemittel kondensiert, Wärme wird an Heizsystem abgegeben
  - Entspannen: Druck und Temperatur sinken
- Energiequellen können sein: Luft, Erde, Grundwasser

Kontrollfragen:

- Wie unterscheiden sich ideale & reale Gase?
  ideales Gas = theoretisches Modell ohne Eigenvolumen & ohne intermolekulare Anziehungskräfte
  reales Gas = besitzt Eigenvolumen & Molekülwechselwirkungen, Abweichungen besonders bei hohem Druck & niedriger Temperatur
- Die 4 Hauptsätze der Thermodynamik & was diese Aussagen
- Mit Welchem Diagramm beschreibt man Kreisprozesse & welche Zustandsänderungen gibt es?
  T-S-Diagramm & p-V-Diagramm
  isochor, isobar, isotherm, isentrop, isenthalp
- Wie läuft der Carnot-Prozess ab & wie berechnet man den Wirkungsgrad?
  idealer reversibler Kreisprozess aus 2 isothermen + 2 isentropen Zustandsänderungen
  Wärme wird bei hohen Temp. Aufgenommen, ein Teil in Arbeit umgewandelt & Rest bei niedriger Temperatur abgegeben
  $\eta_{Carnot} = 1 - \frac{T_{min}}{T_{max}}$

7. Fluiddynamik

- Strömungsmechanik = Wissenschaft vom Verhalten von Fluiden = Flüssigkeiten + Gase
- Einteilung:
  - Ruhende Fluide: Hydrostatik , Aerostatik
  - Bewegte Fluide: Hydrodynamik, Aerodynamik
- Rheologie = Lehre vom Verformungs- & Fließverhalten von Materie
- Strömungsmechanik wichtig für: Kräfte auf Bauteile, Pumpen/Turbinen/Motoren, Wärmeübertragung, Wirkungsgrad/Energieverbrauch
- MedTech: Dialyse, Blutkreislauf, Inhalatoren, Beatmung, Infusion, künstliche Herzklappen

Physikalische Grundgrößen der Strömungsmechanik

Bezeichnung	Formelbuchstabe	Einheit
Geschwindigkeit	v (oder c)	m/s
Druck	p	Pa
Dichte	ρ roh ß	kg/m³
Temperatur	T	K
Dynamische Zähigkeit	η (eta)	Pa · s

- Zusammenhang: Masse, Volumen, Dichte

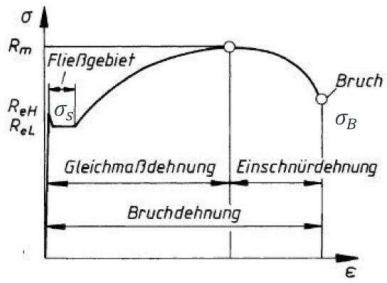
$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{p}{R \cdot T}$$

(R: allg. Gaskonstante)

➢ Fluid = Überbegriff für Flüssigkeiten, Gase

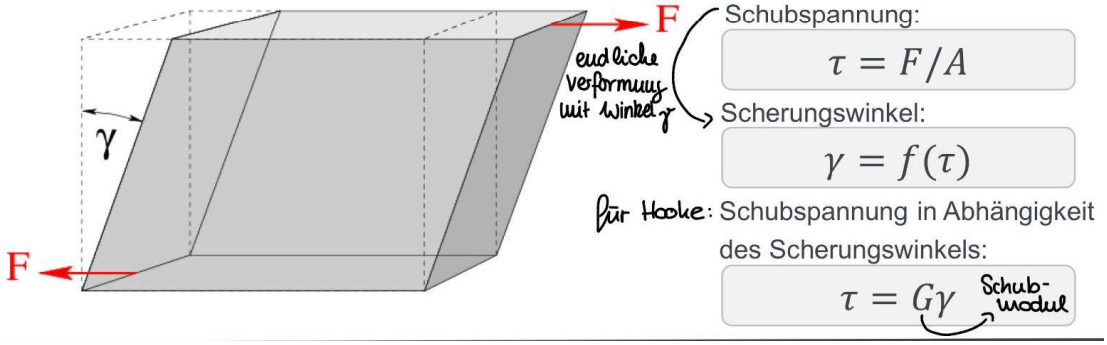
- Fluide geben Schubbeanspruchungen unbegrenzt nach
- Können inkompressibel und kompressibel sein
- Newtonsche Fluide: Schubspannung proportional zur Schergeschwindigkeit; Viskosität belastungsunabhängig

Festkörper vs. Fluid



Fluid oder Festkörper

Scherung bei Festkörpern



Schubspannung:

$$\tau = F/A$$

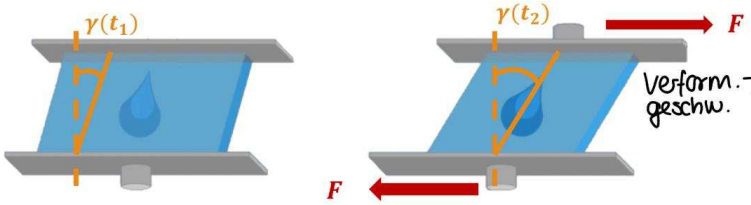
Scherungswinkel:

$$\gamma = f(\tau)$$

für Hooke: Schubspannung in Abhängigkeit des Scherungswinkels:

$$\tau = G\gamma$$ (G: Schubmodul)

Scherung bei Fluiden



Flüssigkeiten geben scherender Beanspruchung unbegrenzt nach

↳ dauerhaft / unbegrenzte Verformung

Fließgesetz für Newtonsche Fluide:

Verform.-geschw.

$$\dot{\gamma} = f(\tau) = \tau/\eta$$

$$\tau = \eta\dot{\gamma} = \eta\frac{du}{dy}$$

dynam. Viskosität

Quell
Weigand, B. (2018). Grundlagen der Thermodynam

➢ Merke: Festkörper: Spannung bestimmt Verformung
Fluid: Spannung bestimmt Verformungsgeschwindigkeit

Viskosität:

➢ Viskosität = Maß für innere Reibung/Zähflüssigkeit

- Hohe Viskosität: zähflüssig
- Geringe Viskosität: dünnflüssig

normalerweise dieser Fall

Dynamische Viskosität η [Pa · s]

Kinematische Viskosität ν [m²/s] (nicht)

Trägheit spielt eine Rolle

Zusammenhang: über Dichte ρ

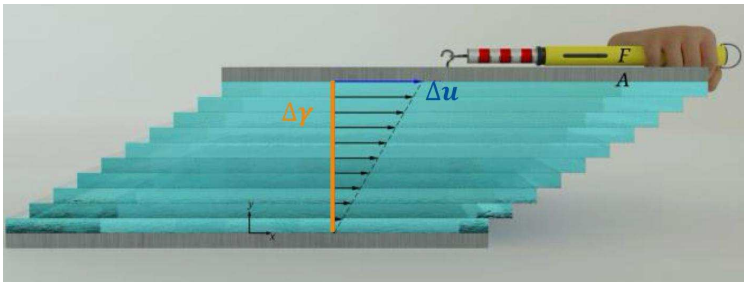
$$\nu = \frac{\eta}{\rho}$$ } stark temp.-abhängig

Mit:

F:	Tangentialkraft
$\frac{du}{dy}$:	Geschwindigkeitsgradient
A:	Fläche
η:	dynamische Viskosität
τ:	Schubspannung

Newtonsches Fluidreibungsgesetz:

- Reibung zwischen benachbarten Fluidschichten --> Geschwindigkeitsgefälle in Fluiden
- Zugkraft an Platte ist abhängig von der Fläche: $F \sim A \cdot \frac{du}{dy}$
- Unter Berücksichtigung des Proportionalitätsfaktors η ergibt sich das Fluidreibungsgesetz:
  $F = \eta \cdot A \cdot \frac{du}{dy}$
- Mit $\tau = \frac{F}{A}$ ergibt sich wieder das Fließgesetz:
  $\tau = \eta \cdot \frac{du}{dy}$
- Voraussetzung: Fluid haftet an der Wand
- Nahezu u = 0 am Rand
  am Größten in der Mitte



Arten von Fluiden:

- Fließverhalten abhängig von τ und Schergeschwindigkeit
- Bingham/plastisch: fließt erst nach Überschreiten einer Grenzspannung
  (Fest --> formbar bei Druck)
  zB: Zahnpasta
- Pseudoplastisch/scherverdünnend: Viskosität sinkt bei steigender Schergeschwindigkeit
  zB: Honig, Beton…
- Newtonsches Fluid: linear- bei steigender Geschwindigkeit
  zB: Wasser, Öl, Luft
- Dilatant/scherverdickend: Viskosität steigt bei Schergeschwindigkeit
  zB: PMMA-Knochenzement, Suspensionen

Druck:

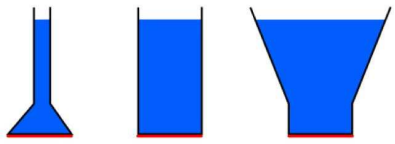
Mit

p	Druck auf dem Niveau h [N/m²]
p_0	Druck auf dem Bezugsniveau (bei $h = 0$) [N/m²]
ϱ	Dichte des Fluids [kg/m³]
g	Betrag des Erdbeschleunigungsvektors $\vec{g}$ [m/s²]
h	Abstand vom Bezugsniveau in Richtung von $\vec{g}$ [m]

- $p = \frac{F}{A}$ $[Pa = \frac{N}{m^2}]$
- Hydrostatisches Druckgesetz: $p = p_0 + \rho g h$
- Druck steigt linear mit Tiefe h (je tiefer desto höher Druck)
- Abhängig von: Dichte ρ , Erdbeschleunigung g, Tiefe h

Hydrostatische Paradoxon

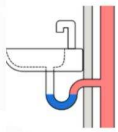
Hydrostatischer Druck innerhalb eines Fluids hängt nur von der Fluidhöhe ab und nicht von der Form des Gefäßes, indem sich das Fluid befindet.

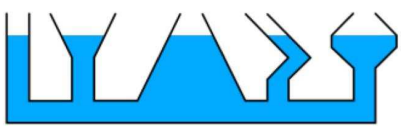


Kommunizierende Gefäße

↳ deswegen stellt sich hier derselbe Flüssigkeitsspiegel ein

· Bsp.: Siphon





- Medizintechnik:
  - Hydrostatischer Druck relevant bei:
    Blutdruckmessung: Messstelle sollte auf Herzhöhe liegen, Höhenunterschied verfälscht!
    $\Delta h = 10cm \rightarrow \Delta p \approx 7{,}5\, mmHg$
  - Infusion: Fluss abhängig von Höhendifferenz: Infusion zu Einstichstelle

Statischer Auftrieb:

- Ein vollständig in Fluid eingetauchter Körper erfährt Auftrieb entgegen der Gewichtskraft
- Auftriebskraft entspricht der Gewichtskraft des verdrängten Fluids

Archimedische Gesetz:

$$F_A = \varrho_F g V_K$$

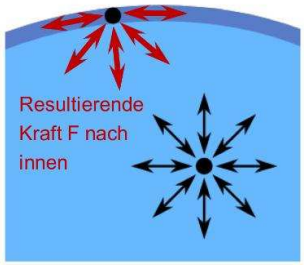
F_A Betrag der Auftriebskraft entgegen dem Erdbeschleunigungsvektor $\vec{g}$ [N]
ϱ_F Dichte des Fluids [kg/m³]
g Betrag des Erdbeschleunigungsvektors $\vec{g}$ [m/s²]
h Volumen des vollständig eingetauchten Körpers [m³]

Oberflächenspannung/Grenzflächenspannung

Maß einer Flüssigkeit für die ungleich verteilte molekulare Wechselwirkung von oberflächennahen Molekülen mit benachbarten Flüssigkeitsmolekülen.
↳ ungleichmäßige Molekülkräfte auf Flüssigkeitsoberfläche

- Es erfordert Arbeit, Flüssigkeitsteilchen gegen diese Oberflächenkraft an die Oberfläche zu bringen, bzw. die Oberfläche um ΔA zu vergrößern: $\Delta W_\sigma = \sigma \Delta A$

$$\sigma = \frac{\Delta W_\sigma}{\Delta A}$$



=

- abhängig von:
  - angrenzenden Medien
  - Temperatur

- Die Oberflächenenergie soll möglichst gering gehalten werden, was zu Kreisformen führt
  ↳ deswegen Tropfen
- Parallel zur Oberfläche wirken Oberflächenkräfte (→ Verkleinerung der Oberfläche

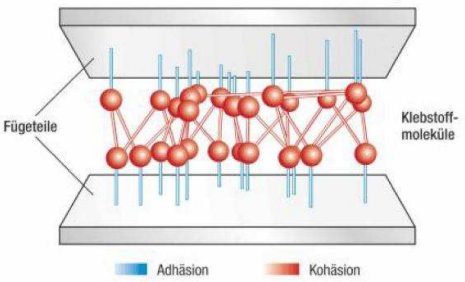
$$F = \sigma l$$

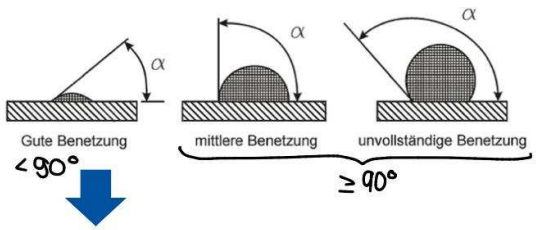
→ $\sigma = F/l$

Phvsikbuch.

Grenzflächeneffekte

→ abhängig von der gegenüber-liegenden Seite (z.B. Luft o. Fläche...)





Adhäsion > **Kohäsion**

Adhäsion
Bindung zwischen Flüssigkeitsteilchen und „Wand"

Kohäsion
Molekulare Bindungs-kräfte zwischen Flüssigkeitsteilchen

Qu

Kapillarwirkung

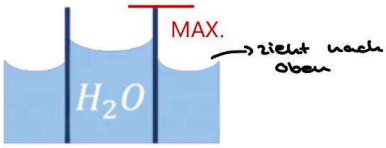
Physikalisches Phänomen, bei dem Flüssigkeiten aufgrund von Adhäsions- und Kohäsionskräften in Kapillaren gegen die Schwerkraft aufsteigen/ absinken.

Für die Steighöhe gilt: $$h = \frac{2\sigma cos\alpha}{\rho g r}$$

σ	Oberflächenspannung [N/mm²]
α	Kontaktwinkel [°]
ρ	Dichte der Flüssigkeit [kg/m³]
g	Erdbeschleunigung [m/s²]
r	Radius der Kapillare [mm]

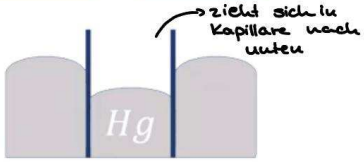
Kapillaraszension:

Adhäsion > Kohäsion



Kapillardepression:

Adhäsion < Kohäsion



- Beispiele MedTech: Kapillarröhrchen, Blutzuckerteststreifen, Katheter/Drainagen, Dialysefilter
- Prinzip: Flüssigkeitstransport teilweise ohne Pumpe

Kontrollfragen:

- Wie sind Fluide und Festkörper definiert? Wie stehen die Scherkräfte und Verformungsgeschwindigkeiten in Zusammenhang?
  Festkörper: endliche Verformung; τ=Gγ
  Fluid: unbegrenzte Verformung, Schubspannung bestimmt Verformungsgeschwindigkeit ; $\tau=\eta\dot{\gamma}=\eta du/dy$
- Was ist ein Fluid? Überbegriff Fluide & Gase die Schubbeanspruchungen unbegrenzt nachgeben
- Was besagt das hydrostatische Grundgesetz?
  p=p0+ρgh --> Druck steigt mit Dichte & Tiefe
- Hydrostatisches Paradoxon: Druck hängt nur von Füllhöhe/Dichte ab, nicht von Gefäßform oder Flüssigkeitsmenge
- Was ist das Archimedische Prinzip? Formel für den Auftrieb?
  Auftrieb = Gewichtskraft des verdrängten Fluids
  FA=ρF*g*VK
- Was versteht man unter Oberflächenspannung und inwiefern hängt diese mit dem Kapillareffekt zusammen?
  Oberflächenspannung entsteht durch Molekularkräfte an Grenzflächen
  Zusammen mit Adhäsion/Kohäsion verursacht sie Kapillaranstieg/Absenkung
- In einem sogenannten Barometer zur Messung des Absolutdrucks p befindet sich ein Vakuum, wodurch eine Flüssigkeitssäule der Höhe h entsteht. Welche Änderung der Flüssigkeitssäule dh tritt bei 1mbar Druckanstieg für die Barometerflüssigkeit Quecksilber (Dichte 13.600 kg/m3) auf?

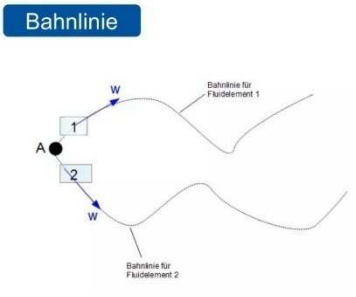
$$\Delta p = \rho g\, dh$$

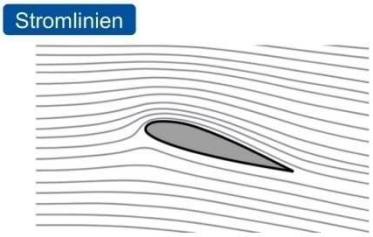
$$dh = \frac{100}{13600 \cdot 9{,}81}$$

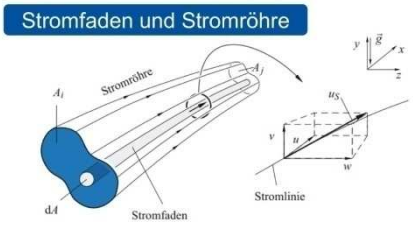
$$\boxed{dh \approx 0{,}00075\, m = 0{,}75\, mm}$$

Hydrodynamik:

- Charakterisierung von Strömungen:
  - Strömungen werden unterschieden nach: Umströmung/Durchströmung, laminar/turbulent, stationär (Gleichgewicht in der Strömung)/instationär (gerade erst angefangen); kompressibel/inkompressibel, reibungsbehaftet/ reibungsfrei , 1D,2D,3D
  - Bei uns meist: stationär, eindimensional, Kontinuum
- Bahnlinie: tatsächliche Bahn eines einzelnen Fluidteilchens über die Zeit
- Stromlinie:
  - Momentaufnahme des Geschwindigkeitsfeldes
  - Überall tangential zum Geschwindigkeitsvektor
  - Stromlinien schneiden sich nicht
  - Bei stationärer Strömung: Bahnlinie = Stromlinie
- Stromfaden/Stromröhre: von Stromlinien begrenzter Strömungsbereich
  - Stromfaden: infinitesimaler Querschnitt
  - Stromröhre: endlicher Querschnitt







Laminare und turbulente Strömungen:

- Laminar: geordnet, glatte Bahnen; wenig Durchmischung
- Turbulent:
  - Starke Geschwindigkeitsschwankungen & Wirbel
  - Starke Durchmischung/ Impulsübertragung
  - Niedrige Geschwindigkeiten meist laminar, hohe turbulent
  - Entscheidung über Reynolds-Zahl
- Gibt nur laminar oder turbulent: Übergang ist fast schlagartig (von Geschwindigkeit und Viskosität abhängig)

Reynolds-Zahl

- Die Reynold-Zahl ist eine dimensionslose Kennzahl:

$$Re = \frac{u_c \cdot d \cdot \rho}{\eta} = \frac{u_c \cdot d}{\nu}$$

ρ: Dichte [kg/m³]

u_c: charakteristische Geschwindigkeit des Strömungsfelds [m/s]

d : charakteristische Länge des Körpers [m]

η : dynamische Viskosität [kg/ms]

ν : kinematische Viskosität [m²/s]

- Sie beschreibt den Übergang zwischen laminarer und turbulenter Strömung.

$$Re_{krit} = 2300$$

Laminare Strömung: Re<2300

Turbulente Strömung: Re>2300

- Sie gibt das Verhältnis der Längs- zur Quergeschwindigkeit eines Teilchens an.

charakteristische Länge d / Bezugslänge:
- bei Strömungskörpern meist Länge des Körpers in Strömungsrichtung
- bei Widerstandskörpern meist Breite/ Höhe quer zur Strömungsrichtung
- bei Rohrströmung Radius o. Durchmesser
- bei Gerinnen (Rinne, Bach, Fluss) Tiefe

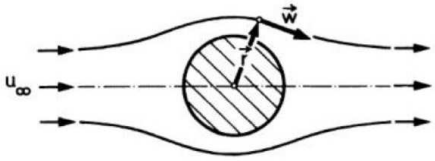
Stationäre Strömung

Eine Strömung ist **stationär**, wenn alle Größen nur Funktionen der Ortskoordinaten sind.

→ Strömungsgröße ändert sich nicht mit Zeit

Bei einer stationären Strömung fallen die Teilchenbahnen mit den Stromlinien zusammen.

↳ Bahnlinien = Stromlinien

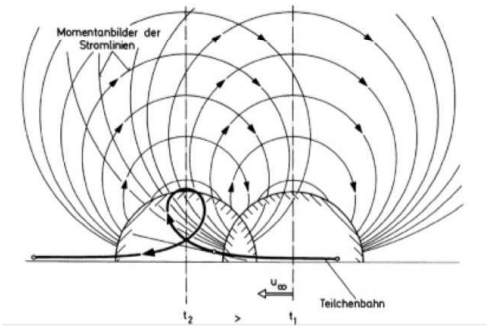


elle:

Instationäre Strömung

Eine Strömung ist **instationär**, wenn die Zeit als zusätzliche Variable auftritt. ↳ zeitabhängig

Teilchenbahnen und Stromlinienbahnen unterscheiden sich im Allgemeinen. = Bahnlinien

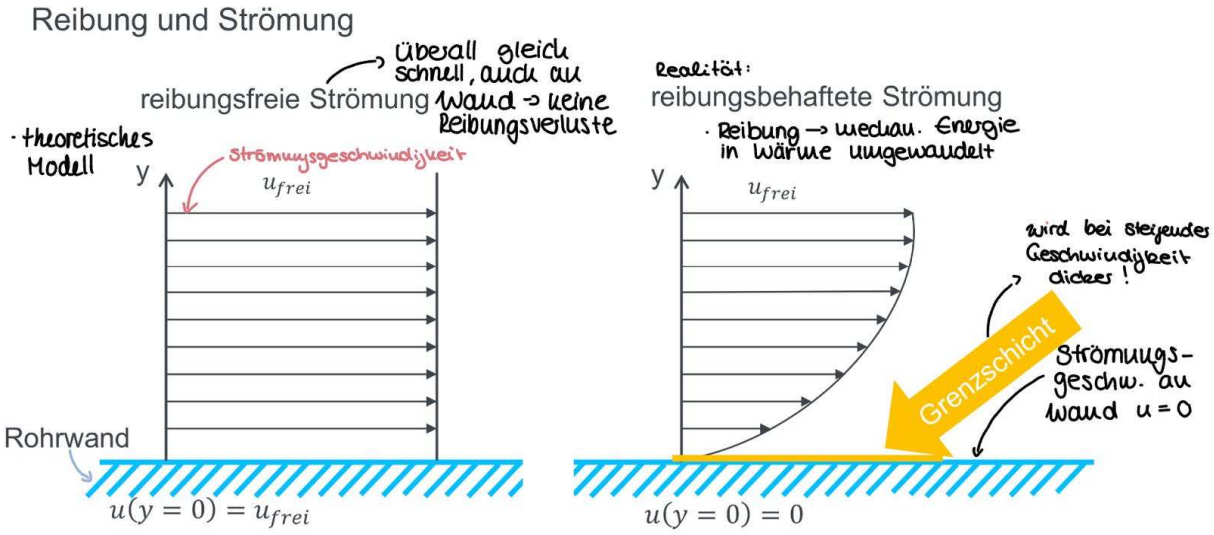


Dimensionen einer Strömung:

- Dreidimensional: liegt vor wenn alle drei Komponenten des Gschwindigkeitsvektors nicht null sind
- Zweidimensional: eine von den drei Komponenten im gesamten Strömungsfeld = 0
- Eindimensional: wenn nur eine Geschwindigkeitskomponente (des 3D Vektors) nicht 0 ist
- Für Massenstrom & Druckverlust reicht 1D-Stromfadentheorie

Kompressibel & Inkompressible Strömungen:

- Kompressibel: Dichteänderungen nicht vernachlässigbar
  zB: Luft in Beatmungsgerät, CO2-Insufflation
- Inkompressibel: Dichte näherungsweise konstant
  zB: Blut im Dialysegerät, Infusionslösung, ECMO



Grenzschicht:

- Wandnaher Bereich, in dem Reibungseffekte besonders wichtig sind
- Dicke: δ

- Außerhalb Grenzschicht kann Reibung häufig vernachlässigt werden
- Bei größeren *Re*: Grenzschicht dünner

Massenerhaltungsgesetz

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 = const.$$

Kontinuitätsgleichung bei stationären Strömungen

Massenstrom $\dot{m} = \frac{dm}{dt}$ [kg/s]

Volumenstrom $\dot{V} = \frac{dV}{dt} = A \cdot v$ [m³/s]

(bei inkompressiebel wär beides das gleiche)

//kleiner Querschnitt → höhere Geschw. (Bsp.: Stenose)

Zusammenhang Massen- und Volumenstrom

- erfolgt über die Dichte: $\rho = \frac{m}{V}$
- für das Masseerhaltungsgesetz gilt dann: $\rho_1 \cdot V_1 = \rho_2 \cdot V_2$

  $\rho_1 \cdot A_1 \cdot l_1 = \rho_2 \cdot A_2 \cdot l_2$

  inkomp. ohne
- für die Geschwindigkeit des Fluids am linken und rechten Ende gilt: $v_1 = \frac{l_1}{t}$ und $v_2 = \frac{l_2}{t}$

Kontinuitätsgleichung $\dot{m}_1 = \dot{m}_2$

$\rho_1 \cdot A_1 \cdot v_1 = \rho_2 \cdot A_2 \cdot v_2$

Que

- Anwendung MedTech:
  - Misst Blutströmung über Doppler-Effekt
  - $\Delta f = f_S \cdot \frac{2v}{c}$
  - Höhere Frequenzverschiebung --> höhere Strömungsgeschwindigkeit
  - Bei Stenose: Geschwindigkeit erhöht, oft breites Spektrum --> turbulente Strömung

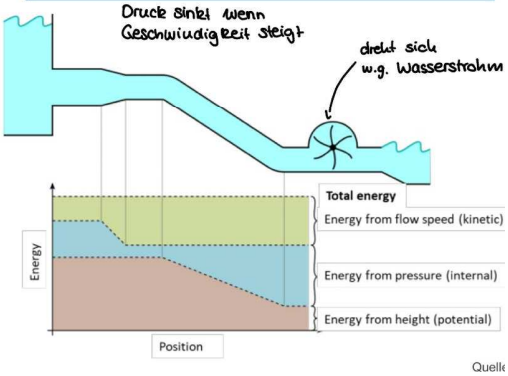
Energieerhaltungssatz der Thermodynamik

- Energie kann weder erschaffen noch vernichtet werden und lässt sich nur in verschiedene Formen umwandeln oder übertragen.
- In einem geschlossenen System ist die Energie konstant.

Bernoulli-Gleichung: Energien

Energie eines Strömung aus:

- **Kinetische Energie**
  Energie eines bewegten Teilchens aufgrund seiner Bewegung.
- **Druck Energie**
  Energie aus dem Druck im Fluid
- **Potentielle Energie**
  Lageenergie aufgrund der Gravitation

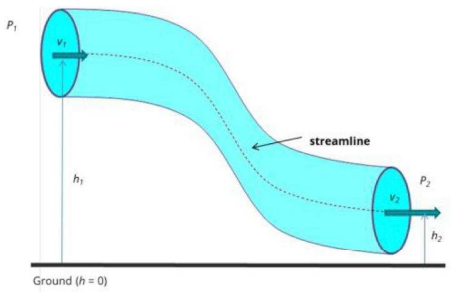


Quelle

Voraussetzung Bernoulli:
- Stationär, inkompressibel, verlust/Reibungsfrei

$$E_{kin} + E_{pot} + E_{druck} = E_{ges} = const.$$

Bernoulli-Gleichung



$$E_{kin} + E_{pot} + E_{druck} = E_{ges} = const.$$

$$\frac{mv^2}{2} + mgh + pV = E_{ges} = const.$$

Mit $m = V\rho$:

$$\frac{V\rho v^2}{2} + V\rho gh + pV = E_{ges} = const.$$

Division durch Volumen V da konstant. Daraus ergibt sich die

Rohrströmungen:

Bernoulli-Gleichung $\frac{\rho v^2}{2} + \rho gh + p = const.$

für stationäre und verlustfreie Strömungen sowie inkompressible Fluide

teachengi

➢ Einlaufbereich:

- Ab hier reibungsbehaftete Rohrströmungen
- Relevant: Volumenstrom, Druckverlust, Förderdruck
- Am Rohreintritt zunächst fast homogenes Geschwindigkeitsprofil
- Grenzschichten wachsen von Wand aus
- Nach bestimmter Länge: voll ausgebildete Strömung
- Dann Geschwindigkeitsprofil entlang x unverändert & Druckabfall pro Länge konstant; $\frac{dp}{dx} = konst$
- Strecke bis dahin = hydrodynamische Einlauflänge Lhyd

– Lhyd abhängig von Reynolds-Zahl

Hydrodynamische Einlauflänge

- Länge ist abhängig von der Reynoldszahl
  - Für *laminare* Strömung gilt:

$$\frac{L_{Hyd}}{D} = \frac{0{,}45}{1 + 0{,}041 Re/0{,}45} + 0{,}041\, Re$$

→ Geschw. profil parabelförmig

  - Für *turbulente* Strömung gilt:

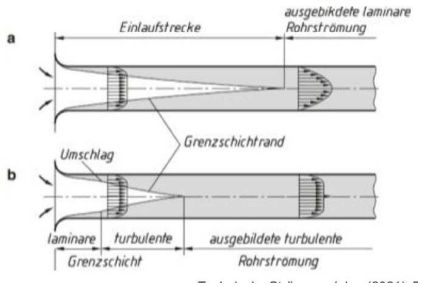
$$\frac{L_{Hyd}}{D} = 8{,}8\, Re^{1/6}$$

→ Profil flacher im Kern
→ starke Geschw. gradienten an Wand
↳ größerer Druckverlust

Ausgebildete Strömung

- Kräftegleichgewicht in Strömungsrichtung:

Druckkräfte = Reibungskräfte

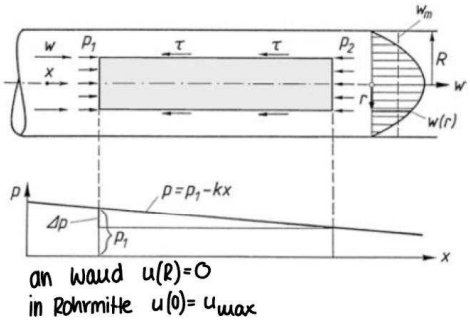


Laminar, vollausgebildete Strömung – Geschwindigkeitsprofil

↳ im Kreisrohr

Geschwindigkeitsprofil

Hagen-Poiseuille-Strömung → **Parabelförmig** im Profil



an Wand u(R)=0
in Rohrmitte u(0)= u_{max}

- Wird berechnet aus dem Kräftegleichgewicht aus

  - Druckkraft: $2r\pi \cdot dx \cdot \tau = r^2\pi \cdot dp \rightarrow \tau(r) = \frac{r}{2}\frac{dp}{dx}$

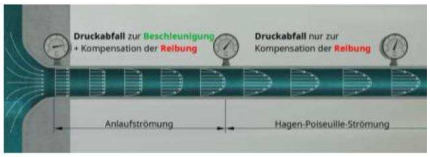
  - Schubkraft (Reibungskraft): $\tau(r) = -\eta \frac{du}{dr}$

$$\rightarrow \eta \frac{du}{dr} = \frac{r \cdot dp}{2 \cdot dx} \Leftrightarrow \frac{du}{dr} = \frac{dp}{dx}\frac{r}{2\eta}$$

- Das Lösen der Differentialgleichung liefert die Gleichung für das Geschwindigkeitsprofil:

$$u(r) = u_{max}\left(1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2\right)$$

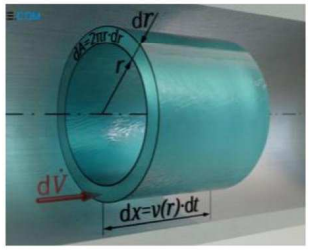
Hagen-Poiseuille-Gesetz



- In der Praxis wird oft der Volumenstrom $\dot{V}$ gefordert

  → Berechnung mit dem **Hagen-Poiseuille-Gesetz**

- Das Gesetz gilt für stationäre, laminare und vollständig ausgebildete Strömungen.



- Hergeleitet wird das Gesetz aus dem Flächenintegral des Geschwindigkeitsprofils $u(r)$ mit der Fläche $A = 2\pi R$ und lautet:

$$\dot{V} = -\frac{\pi r^4}{8 \cdot \eta}\frac{dp}{dx} = -\frac{\pi r^4}{8 \cdot \eta}\frac{\Delta p}{l}$$

$\dot{V} \sim \Delta p$
$\dot{V} \sim 1/\eta$
$\dot{V} \sim 1/l$

Förderdruck und Druckverlust

Druckverlust

…ist in Rohrleitungen mit dem Verlust an E_{mech} verbunden, der beim Strömen eines Fluids durch ein Rohrsystem auftritt.

$$\Delta p_V = -\frac{8 \cdot \eta \cdot l}{\pi r^4} \dot{V}$$



Rohrwiderstandsbeiwert

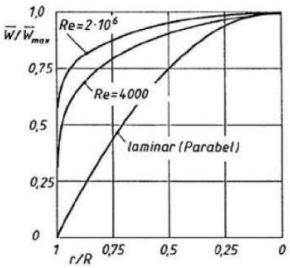
…ist eine dimensionslose Ähnlichkeitskenngröße zur Beschreibung des Druckverlustes in geraden Rohrabschnitten.

$$\lambda = \frac{\Delta p_V}{\frac{1}{2}\rho \bar{u}^2} \cdot \frac{d}{l}$$ allgemein

Bei laminaren Strömungen hängt der Beiwert nur von der Reynoldszahl ab. Je höher Re, desto geringer λ.

$$\lambda = \frac{64}{Re}$$ Laminare Strömung

Turbulent, vollausgebildete Strömung



Laminare und turbulente Geschwindigkeitsprofile in dimensionsloser Darstellung

Geschwindigkeitsprofil

→ **Nicht parabelförmig**

- Verwirbelungen turbulenter Strömungen senken die maximale Strömungsgeschwindigkeit u_{max} in der Rohrmitte
- Erhöhte Durchmischung = stärkerer Impulsaustausch
  - → schnellerer Anstieg Strömungsgeschwindigkeit $u(r)$ im Randbereich ; flacher Kernbereich

u_{max} im Verhältnis zur mittleren Geschw. kleiner als bei laminarer Strömung

- Ansatz noch L. Prandtl zur Beschreibung des turbulenten Geschwindigkeitsprofils unter Zuhilfenahme des Fließindex n:

$$\frac{u(r)}{u_{max}} = \left(1 - \frac{r}{R}\right)^{1/n}$$

n abhängig von Re & Rauheit

Technische Strömungslehre (2021), Bschorer, Tec-science

Turbulent, vollausgebildete Strömung

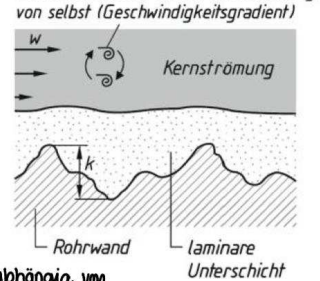
↳ Wandrauheit beeinflusst den Rohrwiderstand

Druckverlust

→ relative Rauheit: k/d

glatt

Turbulenz entsteht an der Kernströmung von selbst (Geschwindigkeitsgradient)

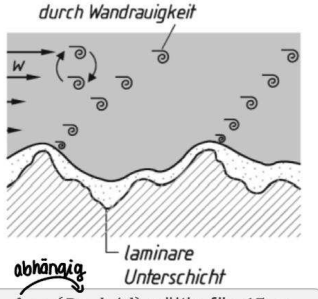


abhängig von

$\lambda = (Re)$ gültig für $Re \cdot \frac{k}{d} \leq 65$

Übergangsrau

Turbulenz zusätzlich verursacht durch Wandrauigkeit

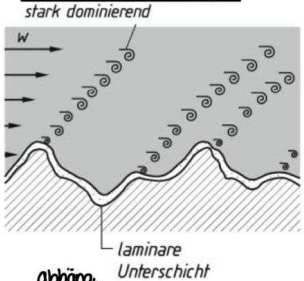


abhängig

$\lambda = (Re, k/d)$ gültig für $65 < Re \cdot \frac{k}{d} \leq 1300$

Hydraulisch rau

Turbulenz durch Wandrauigkeit stark dominierend



abhäng.

$\lambda = (k/d)$ gültig für $Re \cdot \frac{k}{d} > 1300$

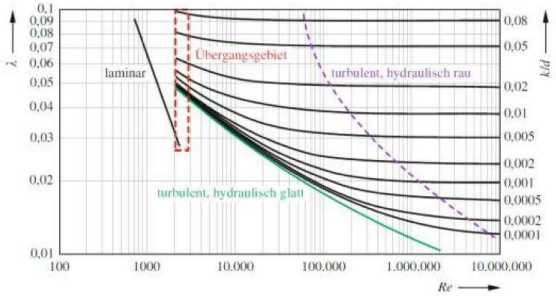
Rohrwiderstandsbeiwert

Für Druckverlustberechnungen werden zur λ-Ermittlung das sog. **Colebrook-Diagramm** oder die folgende Gleichung verwendet:

$$\sqrt{\lambda} = \frac{-1}{2\log\left(\frac{2{,}51}{Re\sqrt{\lambda}} + \frac{k}{3{,}71d}\right)}$$

↳ Reynolds ↳ Relative Rauigkeit k/d

Moody-Diagramm



Für realistische Berechnungen in der Praxis sind zutreffende Werte der Rohrrauigkeit wichtig !

Kontrollfragen:

- Was drückt die Kontinuitätsgleichung aus?
  Massenerhaltung: Was hinein strömt muss auch wieder herausströmen
  ρ1A1v1=ρ2A2v2 (inkompressibel ohne Dichte)
- Was sind laminare und turbulente Strömungen?
  laminar = geordnete Strömungsbahnen, geringe Durchmischung
  turbulent = Wirbel & Geschwindigkeitsschwankungen, starke Durchmischung
- Was setzt die Gültigkeit der Bernoullischen Gleichung voraus?
  Stationär, inkompressibel, Verlust/Reibungsfrei
- Welche dimensionslose Kennzahl ist maßgebend für die Entscheidung dafür, ob eine Strömung laminar oder turbulent ist?
  Reynolds Zahl: $Re = \frac{\rho v d}{\eta} = \frac{v d}{\nu}$
- Wie verhalten sich Einlauflängen von laminaren zu turbulenten Strömungen für große Reynoldszahlen bei schlanken Kanälen?
  beide hängen von Re ab und unterscheiden sich deutlich
  laminare Einlauflänge wächst bei großen Re stärker als die turbulente
- Von was hängt der Volumenstrom einer laminaren, stationären Strömung ab? Wie lässt sich dieser berechnen?
  nach Hagen-Poiseulle
  größer bei: größerem Radius r, größerer Druckdifferenz Δp
  kleiner bei: größerer Viskosität η, größerer Rohrlänge l
- Wo ist die Geschwindigkeit in einem Rohr maximal, wo minimal?
  maximal in Rohrmitte: u(0) = umax
  minimal an der Rohrwand: u(R) = 0
- Wie ist der Druckverlust in einer laminaren Rohrströmung definiert?
  Steigt mit Viskosität; Rohrlänge & Volumenstrom; sinkt sehr stark mit größerem Rohrdurchmesser

$$\Delta p_V = \frac{8\eta l}{\pi r^4}\dot{V}$$

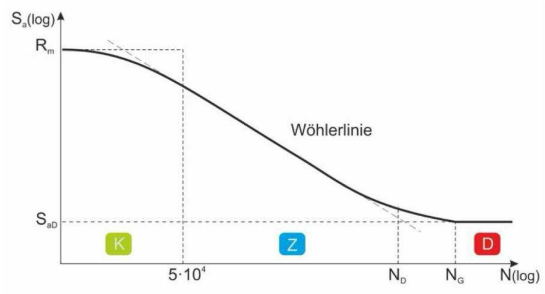
bzw.

$$\Delta p_V = \frac{128\eta l}{\pi d^4}\dot{V}$$

8. Achsen und Wellen

- Achsen & Wellen werden überall eingesetzt, wo Bauteile Rotationsbewegungen ausführen
  --> Besonders wichtig in Antriebstechnik
- Häufig zyklisch belastet: schwingend, schwellend
- Oft hoch beansprucht, sicherheitskritisch
- Viele Ausfälle an Maschinen entstehen durch Schäden an Achsen/Wellen
  --> häufige Ursache: Dauerbrüche
  --> Berechnung der Sicherheit gegen Dauerbruch besonders wichtig
- Zusätzlich prüfen auf: plastische Verformung, Bruch unter Maximallast, Durchbiegung
- Wöhlerkurve

K Kurzzeitschwingfestigkeit
Z Zeitschwingfestigkeit
D Dauerschwingfestigkeit



- Achsen & Wellen sind tragende Elemente in der MedTech --> korrekte Auslegung beeinflusst Sicherheit, Zuverlässigkeit, Präzision, Lebensdauer

Achsen:

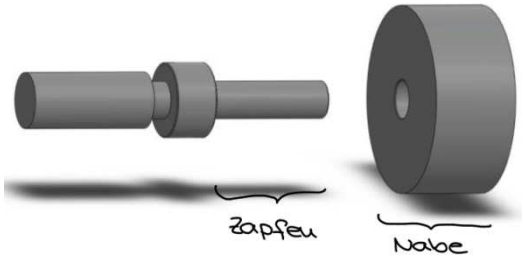
- Funktion:
  - Tragen ruhende oder bewegliche Maschinenelemente/Baugruppen (Umlaufende/Feststehende Achse)
- Beanspruchung: Hauptsächlich Biegung, Zug/Druck, bei kurzen Achsen kann Scherung durch Querkraft dominieren
- Merke: Achse trägt ruhende & bewegte Maschinenelemente, aber übertragt kein Drehmoment

Wellen:

- Funktion:
  - Tragen ruhende/bewegliche Maschinenelemente/Baugruppen
    --> Rotieren immer mit („umlaufend“)
  - Übertragen Drehmomente!
- Beanspruchung: Hauptsächlich Biegung und Torsion, Zug/Druck, bei kurzen Achsen: Scherung durch Querkraft
- Merke: Welle trägt + überträgt Drehmoment

Zapfen & Naben:

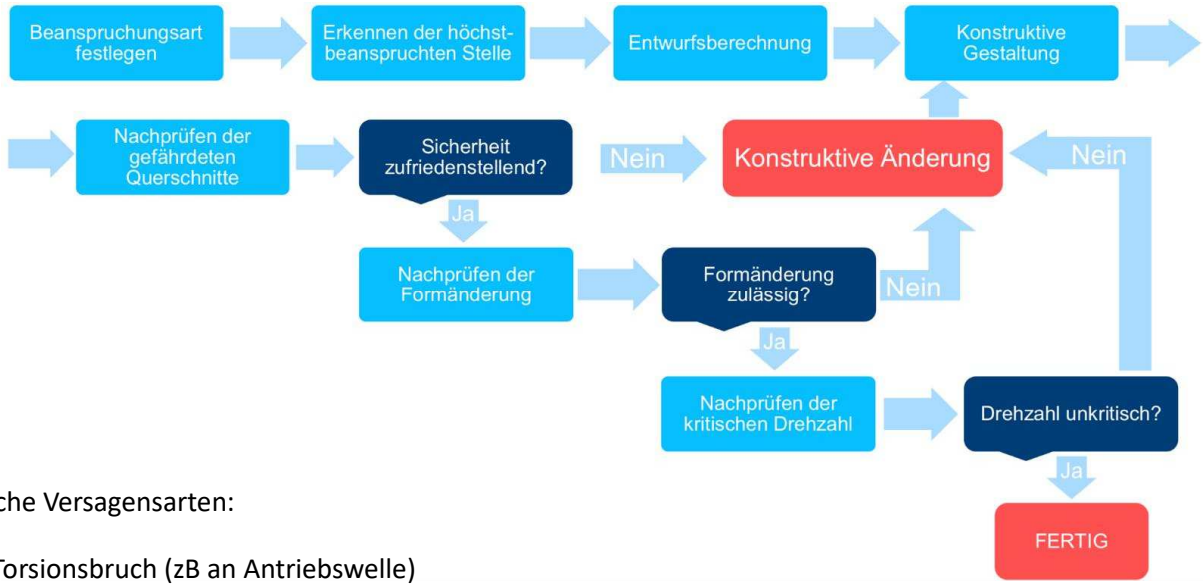
- Zapfen: in Lagern laufende Abschnitte einer Achse/Welle
- Naben: meist dickwandige, hohlzylindrische Bereiche von Bauteilen, Sitzen auf Achsen/Wellen, Übertragen Kräfte und/oder Momente



Kontrollfragen:

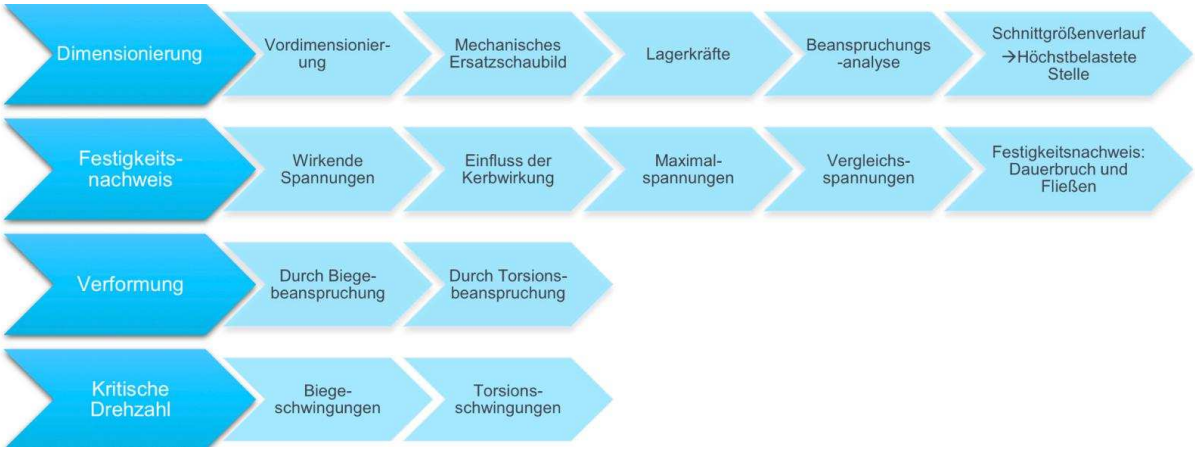
- Wodurch unterscheiden sich Wellen von Achsen?
  Achsen tragen Bauteile & übertragen Kräfte aber kein Drehmoment
  Wellen tragen Bauteile und übertragen Drehmoment
- Was beschreibt die Wöhlerkurve?
  Zusammenhang zwischen Spannungsamplitude/Beanspruchung und Zahl der Lastwechsel bis zum Versagen
- In welche Bereiche kann die Wöhlerkurve unterteilt werden?
  Kurzzeitschwingfestigkeit, Zeitschwingfestigkeit, Dauerschwingfestigkeit

Berechnung:



Typische Versagensarten:

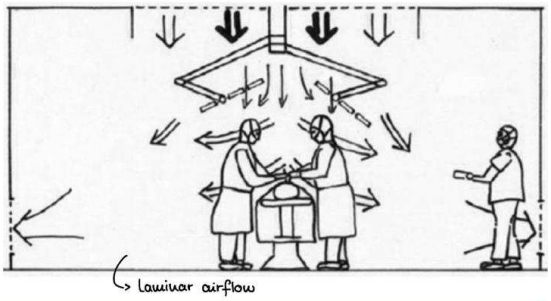
- Torsionsbruch (zB an Antriebswelle)
- Verbogene Welle --> läuft unrund
- Dauerbruch einer Welle durch Biegung und Torsion
- Dauerbruch einer Achse unter Wechselbiegung
- Festigkeit UND Verformung müssen betrachtet werden!!!



Dimensionierung und Festigkeitsnachweis

Beispiel:

Lüftungsanlage für OP



Motivation
- Patientenschutz
- Hyieneerhalt
- Schutz des Personals

Spezifikationen (nach [ÖNORM])
- Zulufttemperatur max. 3 K unter der Raumlufttemperatur
- Luftaustrittsfläche: 4 x 3 m²
- Zuluft Geschwindigkeit: 0,25 m/s
- Turbulenzgrad < 10%

Anforderungen
- Keimreduktion (Patientenschutz)
- Reduktion von Rauch während der Operation als Personalschutz
- Luftfeuchtigkeit und Temperatur regeln
- Sicherer und energieeffizienter Betrieb
- Unabhängig funktionstüchtig
- Normen: DIN 1946 / DIN EN ISO 14644 / ÖNORM H 6020:2015

Vordimensionierung:

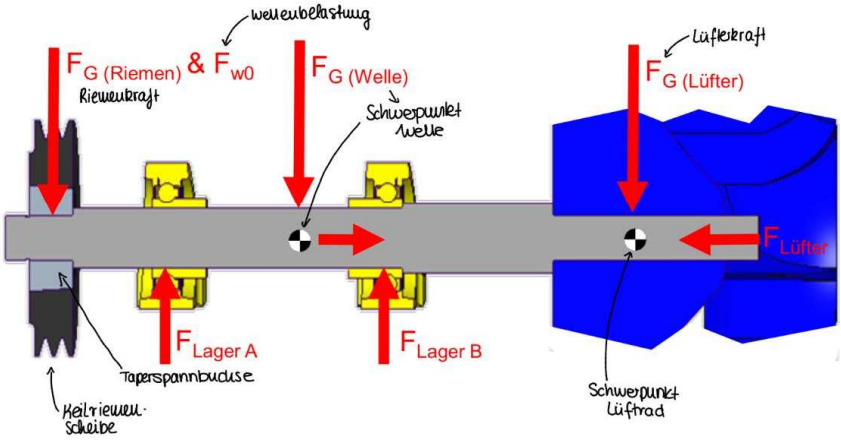
- Aus gegebener Belastung /Kräfte/Momente) wird zunächst überschlägiger Durchmesser d_{erf} am Ort der größten Belastung bestimmt
- Unterscheindung je nach Beanspruchungsart:
  Achse auf Biegung
  Welle auf Torsion
  Welle auf Torsion und Biegung

Dimensionierung: Mechanisches Ersatzschaubild

aus realer Wellenanordnung erstellt

Ziel: Bestimmung... Höchstbelastete Stelle?

Vorgegebene Parameter
- Motor: P = 4 kW n = 3000 min^{-1}
- Lüfterrad: m = 25 kg n = 2000 min^{-1}
- Welle: E295 ρ = 7850 kg/m³
- Keilriemenscheibe: m = 2,75 kg
- Taperspannbuchse: m = 0,658 kg
- Wellenbelastung F_{W0} = 875 N



Dimensionierung: Lagerkräfte bestimmen

1. Aus Gleichgewichtsbedingungen

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

$$\sum F_z = 0$$

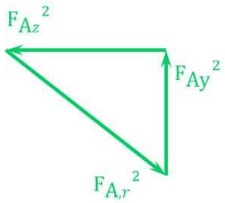
$$\sum M = 0$$

2. Lagerresultierende bestimmten

Radiale Komponente

$$F_{A,r} = \sqrt{F_{Az}{}^2 + F_{Ay}{}^2}$$

$$F_{B,r} = \sqrt{F_{Bz}{}^2 + F_{By}{}^2}$$



Axiale Komponente

$$F_{A,a} = F_{Ax}$$

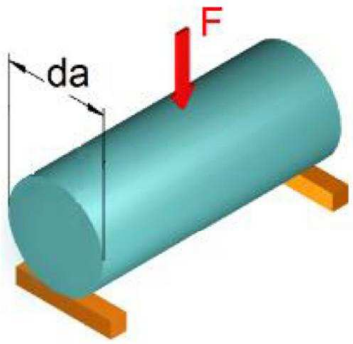
$$F_{B,a} = F_{Bx}$$

Achse auf Biegung

Vollquerschnitt:

$$\sigma_{b,zul} = \frac{M_b}{W_b} = \frac{M_b \cdot 32}{\pi \cdot d^3} \qquad W_b = \frac{\pi d^3}{32}$$

$$d_{a,\,erf} \geq \sqrt[3]{\frac{M_b \cdot 32}{\pi \cdot \sigma_{b,zul}}} \approx 2{,}17 \cdot \sqrt[3]{\frac{M_b}{\sigma_{b,zul}}}$$



$\sigma_{b,zul}$ $[\frac{N}{mm^2}]$:	zulässige Biegespannung
M_b [Nmm]:	Biegemoment
W_b [mm^3]:	axiales Widerstandsmoment
$d_{a,\,erf}$ [mm]:	erforderlicher Durchmesser

Hohlwelle/Achse

Achtung:
Bei hohlen Achsen und Wellen stets deren axiales Widerstandsmoment beachten

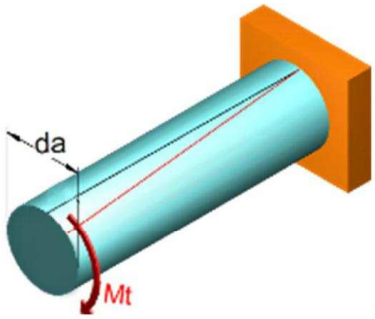
$$W_b = \frac{\pi}{32} \cdot \frac{(d_a^4 - d_i^4)}{d_a}$$

Welle auf Torsion

$$\tau_{t,zul} = \frac{M_t}{W_t} = \frac{M_t \cdot 16}{\pi \cdot d^3} \qquad \text{Vollwelle: } W_t = \frac{\pi d^3}{16}$$

$$d_{a,erf} \geq \sqrt[3]{\frac{M_t \cdot 16}{\pi \cdot \tau_{t,zul}}} \approx 1{,}72 \cdot \sqrt[3]{\frac{M_t}{\tau_{t,zul}}}$$

$$M_t = \frac{P}{2 \cdot \pi \cdot n} \quad \} \text{ Drehmoment aus Leistung}$$



$\tau_{t,zul}$ $[\frac{N}{mm^2}]$:	zulässige Torsionsspannung
M_t [Nmm]:	Torsionsmoment
W_t [mm^3]:	polares Widerstandsmoment
$d_{a,\,erf}$ [mm]:	überschlägiger Durchmesser
P [W]:	Leistung
n $[\frac{1}{s}]$:	Umdrehungen

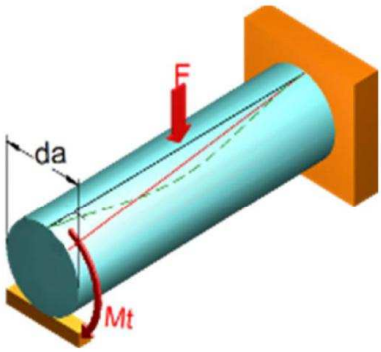
Welle auf Torsion und Biegung

↳ ungleichartige Spannungen → Vergleichsspannung:

$$\sigma_v = \sqrt{\left(\frac{M_b}{W_b}\right)^2 + 3 \cdot \left(\frac{M_t}{W_t}\right)^2} = \frac{M_v}{W_b} = \frac{M_v \cdot 32}{\pi \cdot d^3}$$

mit $W_t = 2 \cdot W_b$ (für Vollwelle)

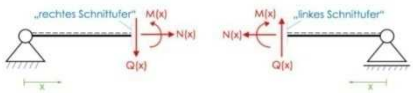
und $M_v = \sqrt{M_b{}^2 + 3 \cdot \left(\frac{M_t}{2}\right)^2}$ } Vergleichsmoment

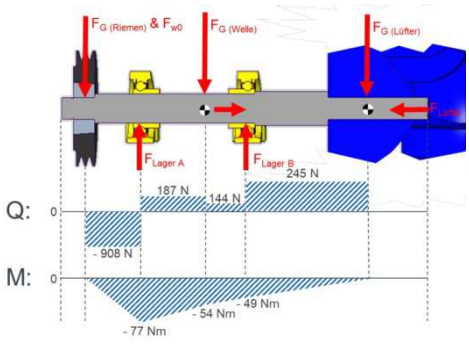


$$d_{a,\,erf} \geq \sqrt[3]{\frac{M_v \cdot 32}{\pi \cdot \sigma_{b,zul}}} = 2{,}17 \cdot \sqrt[3]{\frac{M_v}{\sigma_{b,zul}}}$$

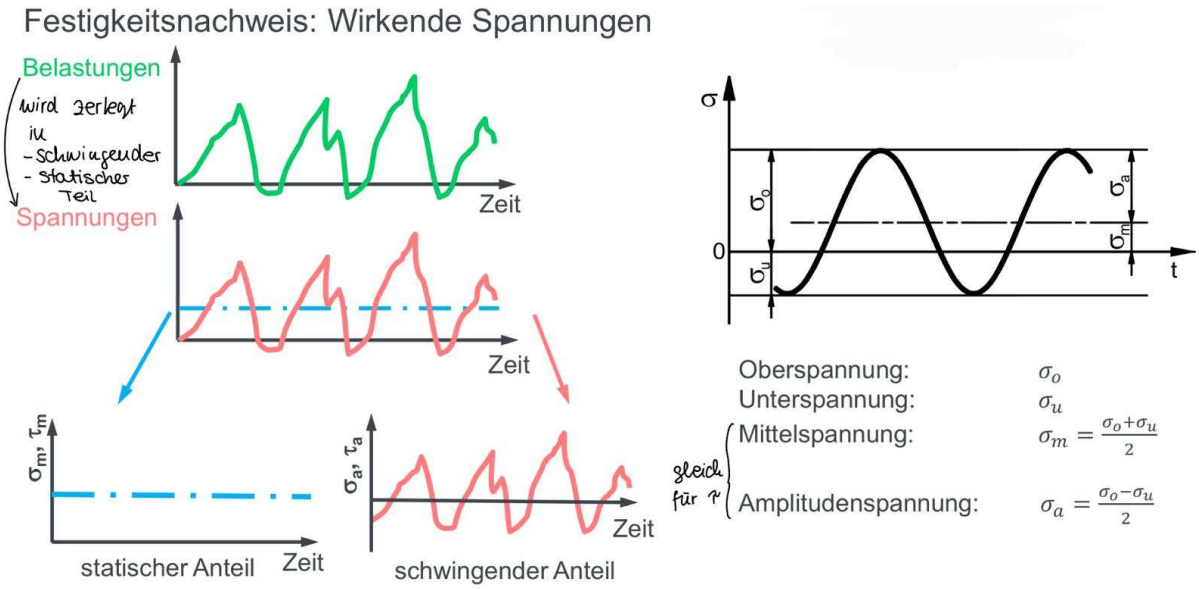
Beanspruchungsanalyse:

- Bestimmen:
  Schnittgrößenverlauf
  Biegemomentverlauf
  Spannugnsverlauf
  dadurch höchstbelastete Stelle finden & da Festigkeitsnachweis





Festigkeitsnachweis:



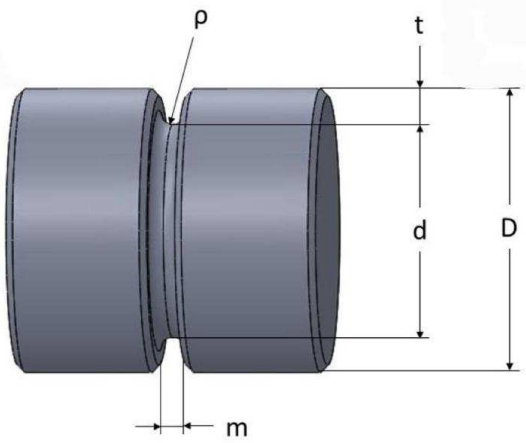
Statisch		Dynamisch	
Zug/Druck und Biegung	Schub und Torsion	Zug/Druck und Biegung	Schub und Torsion
Oberspann. $\rightarrow \sigma_o = \sigma$ Unterspann. $\rightarrow \sigma_u = \sigma$ $\sigma_m = \frac{\sigma_o + \sigma_u}{2} = \sigma$ $\sigma_a = \frac{\sigma_o - \sigma_u}{2} = 0\frac{N}{mm^2}$	$\tau_o = \tau$ $\tau_u = \tau$ $\tau_m = \frac{\tau_o + \tau_u}{2} = \tau$ $\tau_a = \frac{\tau_o - \tau_u}{2} = 0\frac{N}{mm^2}$	$\sigma_o = \sigma$ $\sigma_o = -\sigma$ $\sigma_m = \frac{\sigma_o + \sigma_u}{2}$ $\sigma_a = \frac{\sigma_o - \sigma_u}{2} = \sigma$	$\tau_o = \tau$ $\tau_u = -\tau$ $\tau_m = \frac{\tau_o + \tau_u}{2}$ $\tau_a = \frac{\tau_o - \tau_u}{2} = \tau$

An einer Kerbstelle muss die Spannungserhöhung durch Kerbwirkung berücksichtigt werden → daraus ergeben sich die Maximalspannungen

- Statische Anteile → Formfaktor α_k
- Maximale Belastungen → Formfaktor α_k
- Schwingende Anteile → Kerbwirkungszahl β_k

Mittel-/Oberspannungen · α_k	
Zug/Druck und Biegung	Schub und Torsion
$\sigma_{o_{max}} = \sigma_o * \alpha_k$ $\sigma_{m_{max}} = \sigma_m * \alpha_k$	$\tau_{o_{max}} = \tau_o * \alpha_k$ $\tau_{m_{max}} = \tau_m * \alpha_k$
Amplitudenspannungen · β_k	
$\sigma_{a_{max}} = \sigma_a * \beta_k$	$\tau_{a_{max}} = \tau_a * \beta_k$

- Formfaktor α_k → Abhängig von Kerbgeometrie & Belastungsfall
  - Zug/Druck $\alpha_{k_{z/d}}$
  - Biegung α_{k_b}
  - Querkraft/ Torsion α_{k_t}



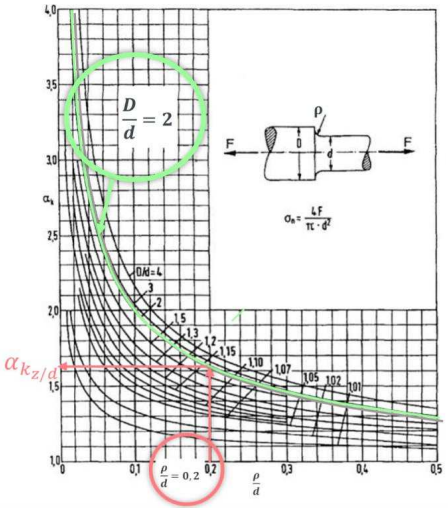
- aus Tabelle mit nötigen Angaben

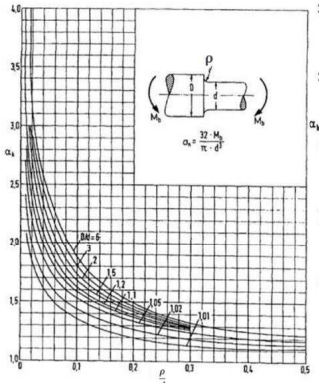
$$\frac{\rho}{d} = \frac{m}{2\,(t - 2m)}$$

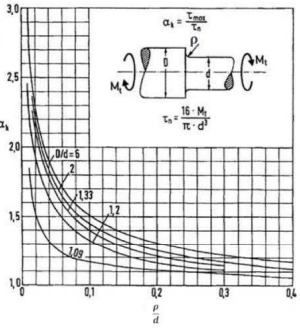
$$\frac{D}{d} = \frac{D}{t - 2\rho}$$

Geometrie gegeben → Verhältnis berechnen → Diagramm → α_k ablesen

$\rho\ [mm]$:	Kerbradius (rho)
$m\ [mm]$:	Kerbnutbreite
$d\ [mm]$:	Innendurchmesser Kerbe
$t\ [mm]$:	Kerbnuttiefe
$D\ [mm]$:	Wellendurchmesser





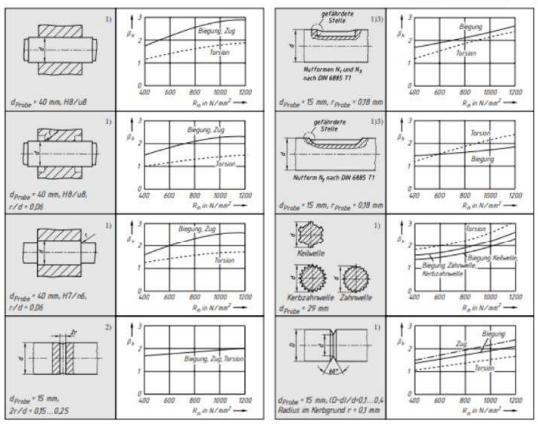


Prof. Schn

Kerbwirkungszahl β_k → beschreibt Einfluss einer Kerbe auf dynam. Belastbarkeit

- Zug/Druck $\beta_{k_{z/d}}$
- Biegung β_{k_b}
- Querkraft/Torsion β_{k_t}

Abhängig von:
- Formfaktor α_k
- Werkstoff
- Kerbradius
- Bauteilgröße



$$\beta_k = \frac{\alpha_k}{1 + \frac{55}{R_e} \cdot \sqrt{\frac{c}{\rho}}} = \beta_{k\,Probe} \cdot \frac{K_{\alpha\,Probe}}{K_\alpha}$$

α_k: je nach Belastungsfall

$c = 2$ bei Zug/Druck, Biegung

$c = 1$ bei Torsion

$\beta_{k\,Probe}$ = experimentell bestimmte Kerbwerkungszahl, gültig für Probendurchmesser

K_α = formzahlabhängiger Größeneinflussfaktor des Bauteils bzw. des Probestabes

Vergleichsspannungen:

Maximalspannungen → Vergleichsspannungen

Gleichartige Spannungen zusammenfassen → addieren	
Zug/Druck und Biegung	Schub und Torsion
$\sigma_{o_{max}} = \sigma_{z/d,o_{max}} + \sigma_{b,o_{max}}$	$\tau_{o_{max}} = \tau_{s,\,o_{max}} + \tau_{t,\,o_{max}}$
$\sigma_{m_{max}} = \sigma_{z/d,m_{max}} + \sigma_{b,m_{max}}$	$\tau_{m_{max}} = \tau_{s,\,m_{max}} + \tau_{t,\,m_{max}}$
$\sigma_{a_{max}} = \sigma_{z/d,a_{max}} + \sigma_{b,a_{max}}$	$\tau_{o_{max}} = \tau_{s,\,a_{max}} + \tau_{t,\,a_{max}}$
Ungleichartige Spannungen zusammenfassen	
$\sigma_v = \sqrt{\sigma_{o_{max}}^2 + 3 \cdot \tau_{o_{max}}^2}$ (mittels Vergleichsspannung)	

Festigkeitsnachweis: Sicherheitsberechnung

- Sicherheit gegen Dauerbruch

$$S_D = \frac{\sigma_A \cdot b_o \cdot b_s}{\sigma_{va}} \quad \text{mit} \quad \sigma_A = \sigma_w \cdot \sqrt{1 - \frac{\sigma_{vm}}{R_m}}$$

σ_w $[\frac{N}{mm^2}]$: Schwingfestigkeit

$1{,}2 \leq S_D \leq 2{,}5$

- Sicherheit gegen Fließen

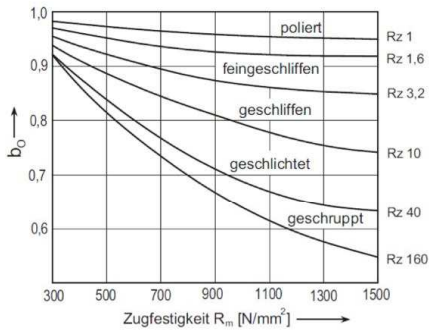
$$S_F = \frac{R_e}{\sigma_{vo}}$$

$1{,}2 \leq S_F \leq 2$

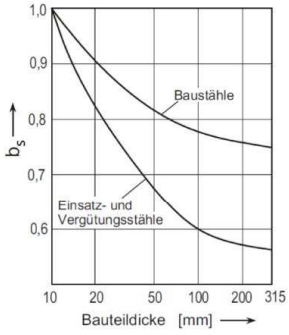
- Sicherheit gegen Bruch

$$S_B = \frac{R_m}{\sigma_{vo}}$$

$1{,}2 \leq S_B \leq 4$



b_o Oberflächenbeiwert



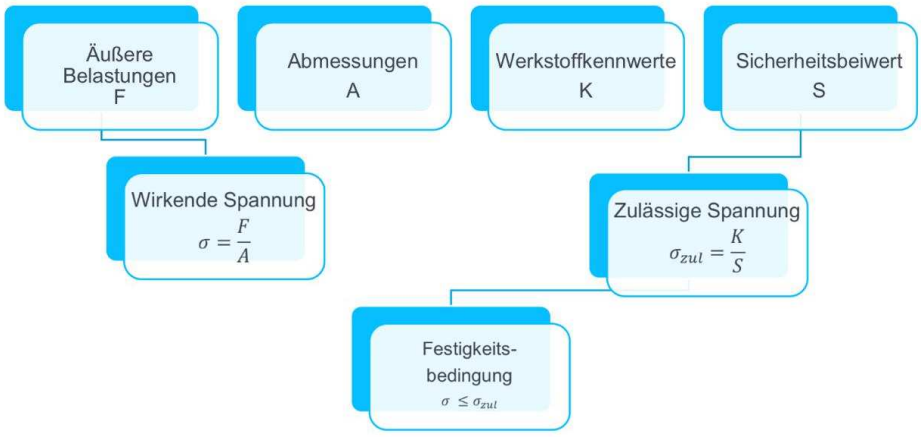
b_s Größenbeiwert

Quelle:

statisch

$$S_F \geq S_{F,min}$$

$$S_F = \frac{\sigma_{bF}}{\sigma_{bMAX}}$$



dynamisch

$$S_D \geq S_{D,min}$$

$$S_D = \frac{\sigma_{bGW}}{\sigma_{ba}}$$

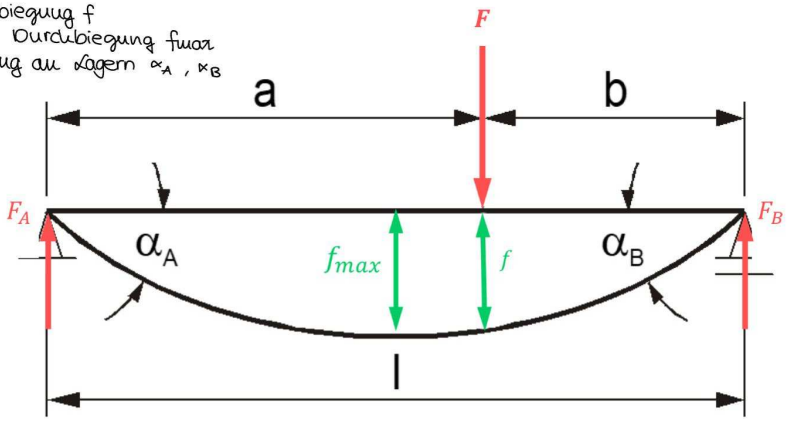
Verformung:

- Wellendurchbiegung verändert Abstand von Zahnrädern
- Folgen: Geräusche, zusätzliche Lagerbelastung, keine ideale Kraftübertragung
- Gefahr beim Dialysegerät:
  Verbiegung von Wellen führt zu: Geräuschen im Betrieb, Lagerschäden, Getriebeschäden
  --> vorzeitiger Ausfall, Konstanter und schonender Blutfluss wird nicht gewährleistet

Verformung: durch Biegebeanspruchung

a) Rein zylindrische Welle, beidseitig am Ende gelagert

→ Unter Einzellast F entsteht:
- > Durchbiegung f
- > max. Durchbiegung f_{max}
- > Neigung an Lagern α_A, α_B



Durchbiegung f — an Kraftangriff

$$f = \frac{F \cdot a^2 \cdot b^2}{3 \cdot E \cdot I \cdot l}$$

$$f_m = \frac{F \cdot b^2 \cdot \sqrt{(l^2 - b^2)^3}}{9 \cdot \sqrt{3} \cdot E \cdot I \cdot l} \quad (a \geq b)$$

$$f_m = \frac{F \cdot a^2 \cdot \sqrt{(l^2 - a^2)^3}}{9 \cdot \sqrt{3} \cdot E \cdot I \cdot l} \quad (a \leq b)$$

Neigung α



$$\tan \alpha_A = \frac{F \cdot a \cdot b \cdot (l + b)}{6 \cdot E \cdot I \cdot l}$$

$$\tan \alpha_B = \frac{F \cdot a \cdot b \cdot (l + a)}{6 \cdot E \cdot I \cdot l}$$

→ abhängig von:
- > Belastung F
- > Geometrie a, b, l
- > Elastizitätsmodul E } großes EI = kleine Durchbiegung
- > Flächenträgheitsmoment I }

$I\ [mm^4]$: Flächenträgheitsmoment

$E\ [\frac{N}{mm^2}]$: Elastizitätsmodul

Verformung: durch Biegebeanspruchung

Durchbiegung f

$$f = \frac{F \cdot a^2 \cdot (l + a)}{3 \cdot E \cdot I}$$

$$f_m = \frac{F \cdot a \cdot l^2}{9 \cdot \sqrt{3} \cdot E \cdot I}$$

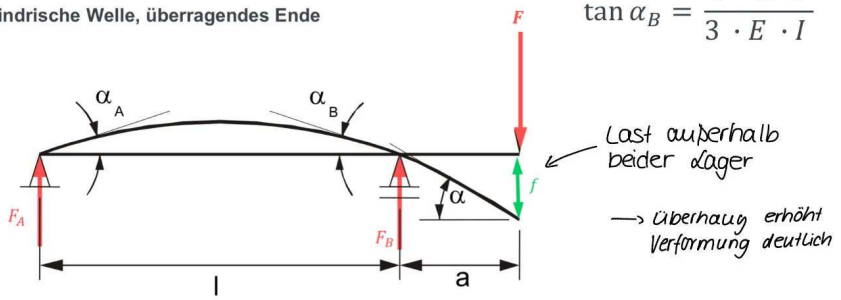
Neigung α

$$\tan \alpha = \frac{F \cdot a \cdot (2 \cdot l + 3 \cdot a)}{6 \cdot E \cdot I}$$

$$\tan \alpha_A = \frac{F \cdot a \cdot l}{6 \cdot E \cdot I}$$

$$\tan \alpha_B = \frac{F \cdot a \cdot l}{3 \cdot E \cdot I}$$

Rein zylindrische Welle, überragendes Ende



Last außerhalb beider Lager

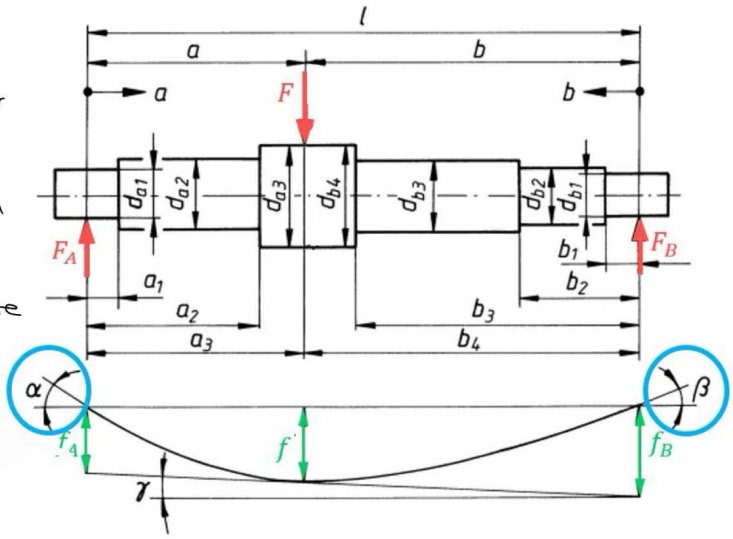
→ Überhang erhöht Verformung deutlich

c) Abgesetzte Welle

→ reale Wellen haben unterschiedl. Durchmesser

→ Durchbiegung & Neigung werden abschnittsweise bestimmt

→ Dünne Abschnitte beeinflussen Verformung besonders



Durchbiegung f

$$f_A = \frac{6{,}79 \cdot F_A}{E} \cdot \left(\frac{a_1^3}{d_{a1}^4} + \frac{a_2^3 - a_1^3}{d_{a2}^4} + \frac{a_3^3 - a_2^3}{d_{a3}^4} + \cdots \right)$$

$$f_B = \frac{6{,}79 \cdot F_B}{E} \cdot \left(\frac{b_1^3}{d_{b1}^4} + \frac{b_2^3 - b_1^3}{d_{b2}^4} + \frac{b_3^3 - b_2^3}{d_{b3}^4} + \cdots \right)$$

$$f = f_A + \frac{a}{l} \cdot (f_B - f_A)$$

Neigung

$$\alpha' = \frac{10{,}19 \cdot F_A}{E} \cdot \left(\frac{a_1^2}{d_{a1}^4} + \frac{a_2^2 - a_1^2}{d_{a2}^4} + \cdots \right)$$

$$\beta' = \frac{10{,}19 \cdot F_B}{E} \cdot \left(\frac{b_1^2}{d_{b1}^4} + \frac{b_2^2 - b_1^2}{d_{b2}^4} + \cdots \right)$$

$$\alpha = \alpha' + \frac{f_B - f_A}{l}$$

$$\beta = \beta' - \frac{f_B - f_A}{l}$$

Verformung: Verformung durch Torsionsbeanspruchung

a) Rein zylindrische Welle

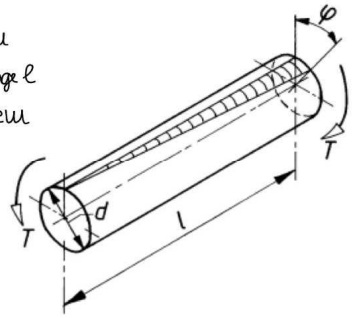
- Verdrehung

$$\varphi = \frac{180°}{\pi} \cdot \frac{l \cdot \tau_t}{r \cdot G} = \frac{180°}{\pi} \cdot \frac{M_t \cdot l}{G \cdot I_t}$$

G $[\frac{N}{mm^2}]$: Schubmodul

→ größer bei höherem Mt & größerer Länge l

→ kleiner bei größerem G & größerem polaren Flächenträgheits-Moment I_t



- Außendurchmesser für φ_{zul}

$$d \approx \sqrt[4]{\frac{32}{\pi} \cdot \frac{M_t \cdot l}{G \cdot \varphi_{\text{zul}}}}$$

b) Abgesetzte Wellen → Welle, deren Durchmesser sich entlang ihrer Länge stufenförmig verändert

- Verdrehung

$$\varphi \approx \frac{180°}{\pi} \cdot \frac{\frac{32}{\pi} \cdot M_t}{G} \cdot \sum \left(\frac{l}{d^4} \right)$$

kleine Durchmesser haben besonders starken Einfluss



Kritische Drehzahl:

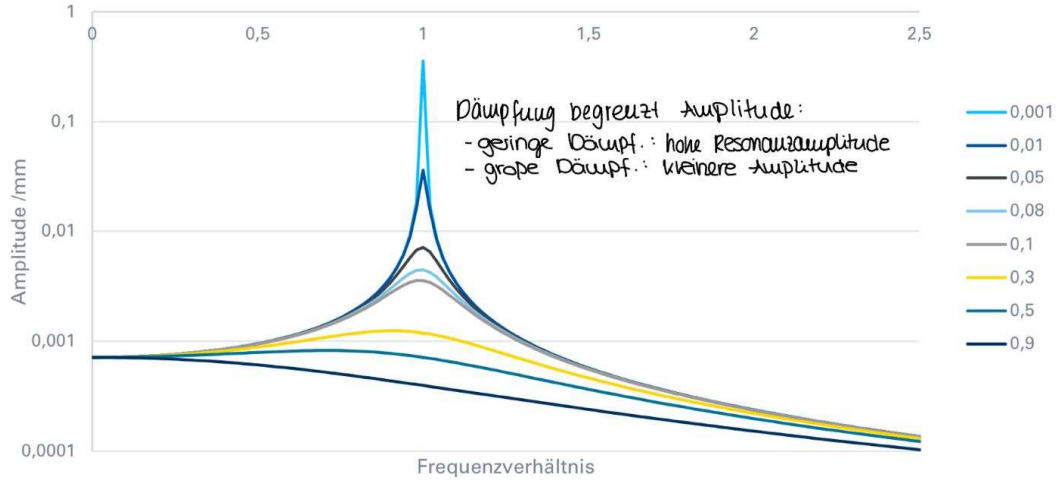
- Zwei wichtige Schwingungsarten:
  Biegeschwingung
  Torsionsschwingung
- Können Dauerbrüche verursachen

Biegeschwingungen

Amplitude hängt vom Verhältnis $\frac{\text{Erregerfrequenz}}{\text{Eigenfrequenz}}$ ab.

Betriebsdrehzahl darf nicht ungünstig mit einer Eigenfrequenz zusammenfallen → Resonanz vermeiden. (in Nähe von Resonanz steigt Schwingungsamplitude sehr)

Die Dämpfung im System: Amplitudengang



- Beispiel Zentrifuge:
  - Erreicht Zentrifuge kritische Drehzahl: starke Schwingungen, mechanische Belastungen, Geräusche, Sicherheitsrisiko, Gefahr für Proben
  - Medizingeräte müssen leise, vibrationsarm und sicher sein
  - Kritische Drehzahl ≠ Betriebsdrehzahl
    --> Betrieb soll nicht dauerhaft im kritischen Bereich liegen

a) beidseitig gelagerte Welle mit Einzellast

Fliehkraft ⇔ Rückstellkraft : $F_z = F_R$

$F_R = c \cdot y$ → Rückstellkraft

$F_z = m \cdot (y + e) \cdot \omega^2$ → Fliehkraft

$$y = \frac{m \cdot e \cdot \omega^2}{c - m \cdot \omega^2}$$

Auslenkung geht gegen unendlich, falls Nenner zu Null wird: $c - m \cdot \omega^2 = 0$ → Resonanz

→Eigenkreisfrequenz $\omega_k = \sqrt{\frac{c}{m}}$

mit $c = \frac{F_G}{f_G} = \frac{m \cdot g}{f_G}$

$$\omega_k = \sqrt{\frac{g}{f_G}}$$

Damit ergibt sich die kritische Drehzahl $n_{k,60}$

$$n_{k,60} = \frac{60s \cdot \omega_k}{min \cdot 2 \cdot \pi} = \frac{60s}{min \cdot 2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{g}{f_G}}$$

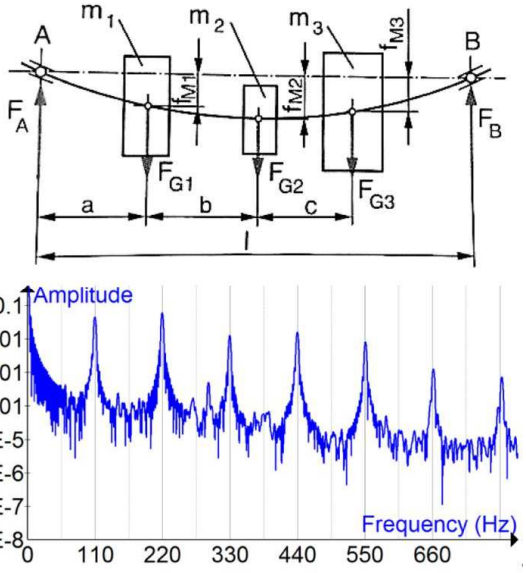
$f_G\ [mm]$:	Wellendurchbiegung (Balkengleichung)
$c\ \left[\frac{kg}{s^2}\right]$:	Federsteifigkeit für Wellen bei Biegung
$m\ [kg]$:	Masse der Scheibe
$n_{k,60}\ \left[\frac{1}{\min}\right]$:	kritische Drehzahl

b) beidseitig gelagerte Welle mit mehreren Einzellasten

äquivalente Durchbiegung bzw. Gesamt-Eigenfrequenz bestimmt

gesucht:

- Niedrigste kritische Winkelgeschwindigkeit:



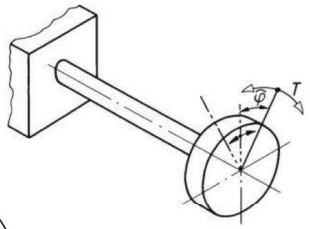
$$n_{k,60} = \frac{60 \cdot \omega_k}{2 \cdot \pi} = \frac{60}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{g}{f_G{}^*}} \approx 946 \cdot \frac{1}{\sqrt{f_G{}^*}}$$

$$f_G{}^* = \frac{\sum_{j=1}^{n} f_{Mi}^2 \cdot F_{Gi}}{\sum_{j=1}^{n} |f_{Mi}| \cdot F_{Gi}}$$

$$\frac{1}{\omega_k^2} = \frac{1}{\omega_{k0}^2} + \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{1}{\omega_{ki}^2} \right)$$

kritische Drehzahlen: Torsionsschwingungen

a) Welle ist an einem Ende „fest eingespannt“; Eine Masse ist unendlich groß (Torsionspendel)



Eigenkreisfrequenz

$$\omega_e = \frac{2 \cdot \pi \cdot n_e}{60} = \sqrt{\frac{c_t}{J}} = \sqrt{\frac{G \cdot I_p}{l \cdot J}}$$

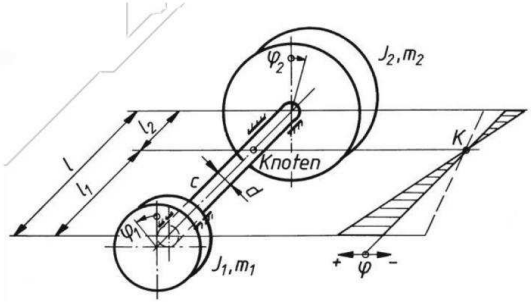
$= \frac{GI_p}{l}$

Daraus ergibt sich die torsionskritische Drehzahl n_e

$$n_{e,60} = \frac{60}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{c_t}{J}}$$

$c_t\ \left[\frac{kg}{s^2}\right]$:	(Dreh-)Federsteifigkeit
$I_p\ [mm^4]$:	polares Flächenmoment
$J\ [kg \cdot m^2]$:	Trägheitsmoment
$G\ \left[\frac{N}{mm^2}\right]$:	Schubmodul
$n_e\ \left[\frac{1}{\min}\right]$:	torsionskritische Drehzahl

b) Welle mit zwei Massen



- Zwei Teilsysteme:

$$\omega_{e1} = \sqrt{\frac{G \cdot I_p}{l_1 \cdot J_1}} \quad \text{und} \quad \omega_{e2} = \sqrt{\frac{G \cdot I_p}{l_2 \cdot J_2}}$$

- Gesamtsystem, daher gleiche Eigenkreisfrequenz:

$$\frac{\dot{\varphi}_1}{\dot{\varphi}_2} = \frac{J_2}{J_1} \text{ (Drallsatz)}$$

$$\frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \frac{I_1}{I_2} \text{ (Strahlensatz unter Annahme eines konstanten Wellendurchmessers)}$$

$$\rightarrow \omega_e = \sqrt{c_t \cdot \left(\frac{1}{J_1} + \frac{1}{J_2}\right)}$$

$$\rightarrow n_{e,60} = \frac{60}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{c_t \cdot \left(\frac{1}{J_1} + \frac{1}{J_2}\right)}$$

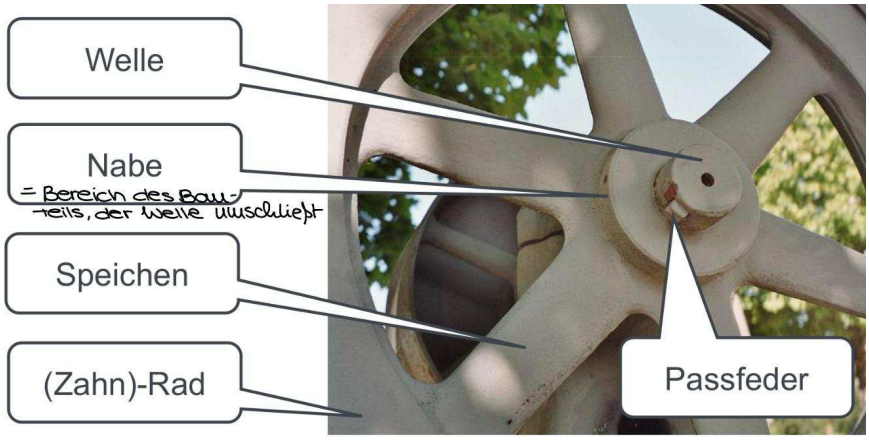
Quel
Mat

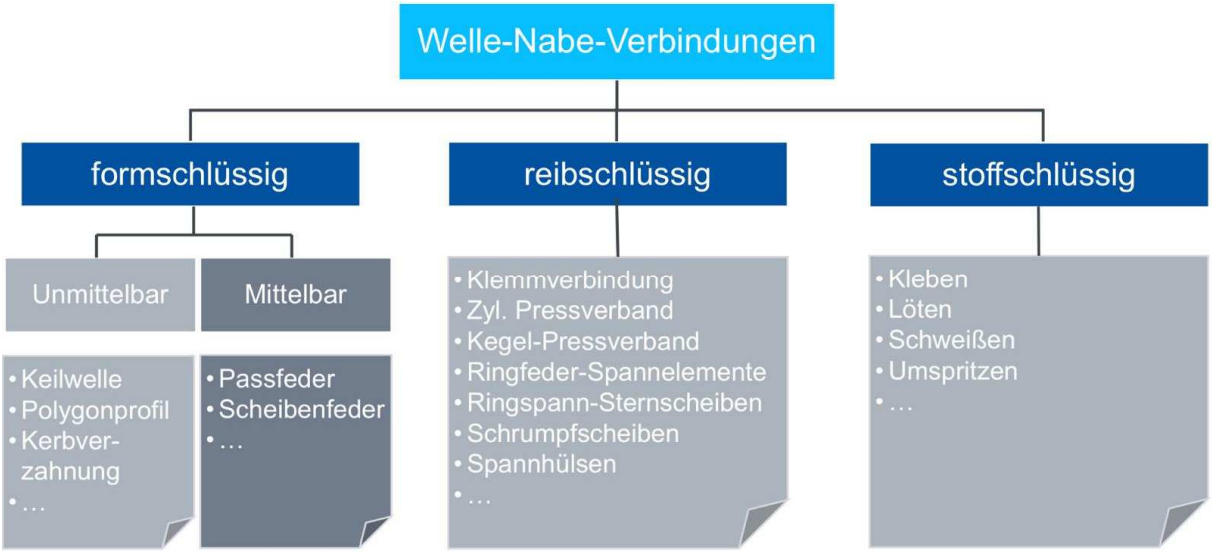
Kontrollfragen:

- Wie können dynamische Beanspruchungen unterteilt werden?
  schwellend, wechselnd
  bzw. über Mittel- & Amplitudenspannung beschrieben
- Wovon hängt die Größe des Wellendurchmessers ab?
  von auftretenden Kräften/Momenten & Beanspruchungsarten
  Werkstoff/zulässige Spannung
  Festigkeitsanforderung
  Verformungsanforderung
  ggf. kritischer Drehzahl
- Welcher Drehzahlbereich bezüglich der kritischen Drehzahl muss als Betriebsbereich ausgeschlossen werden?
  der Bereich um die kritische Drehzahl/Eigenfrequenz, weil dort Resonanz und sehr große Schwingungsamplituden auftreten
- Was bedeutet Resonanz?
  Erregerfrequenz liegt nahe/gleich der Eigenfrequenz --> Schwingungsamplitude steigt stark an

9. Wellen-Naben-Verbindungen

- Welle-Nabe-Verbindungen werden benötigt um Rotationsbewegung, Kräfte & Momente von einer Welle auf ein Rad/Bauteil zu übertragen





- MedTech Beispiel: Pumpen, Endoprothesen, Exoprothesen, chirurgische Antriebe, Zahnimplantate, Zentrifugen, Robotik
- Formschlüssige Verbindungen:
  - Kräfte werden durch Flächenpressung übertragen
  - Unmittelbar: Welle besitzt selbst bereits die Form zur Kraftübertragung; zB: Polygonprofil, Keilwelle
  - Mittelbar: zusätzliches Verbindungselement wird auf die Welle eingebracht zB: Passfeder
- Reibschlüssige Verbindungen:
  - Verbindung zwischen Welle & Nabe durch Reibung (Kraftübertragung so)
  - Dafür müssen Bauteile aneinander gepresst werden
  - Ausnutzung Coulombsches Reibungsgesetz: $F \leq F_R = \mu \cdot F_N$
  - Bsp: Klemmverbindung, zylindrischer Pressverband
- Stoffschlüssige Verbindungen:
  - Kraft wird über Stoffschluss wie Kleber, Löten oder Schweißen übertragen

Formschlüssige Verbindungen:

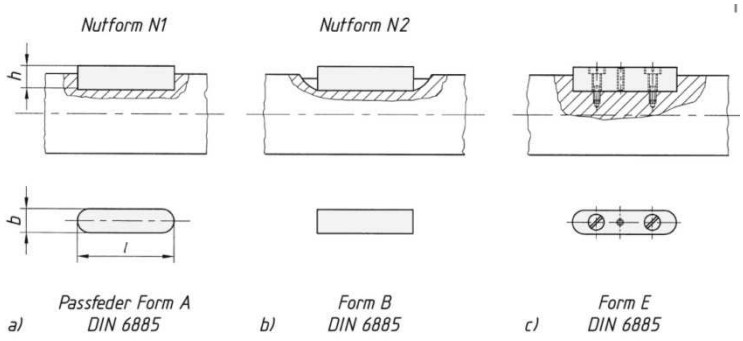
- Kraftübertragung durch Flächenpressung:
  - Zentrale Beanspruchung formschlüssiger Welle-Nabe-Verbindungen

Vorteile	Nachteile
Leicht montierbar	Eingeschränkte dynamische Belastbarkeit
Werden auf einer Spiel- & Übermaßpassung gefügt --> im montierten Zustand weitgehend spannungsfrei	Können ohne zusätzliche konstruktive Maßnahme (axiale Sicherungselemente) nur Drehmomente aufnehmen
Gut lösbar	

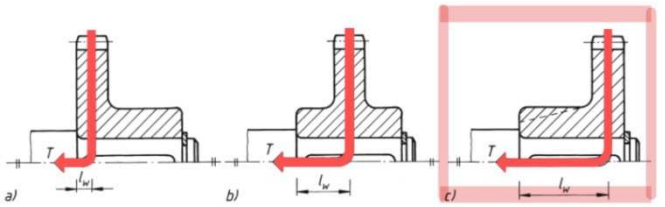
- Passfeder:
  - Häufigste Welle-Nabe-Verbindung

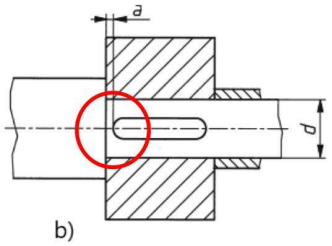
Vorteile	Nachteile
Leicht de- & montierbar	Nicht bei stoßartigen und wechselnden Drehmomenten
Einfache Herstellung	Hohe Kerbwirkung
Geringe Formänderung der Nabe unter Last	Begrenzte Belastbarkeit
	Keine axiale Festlegung

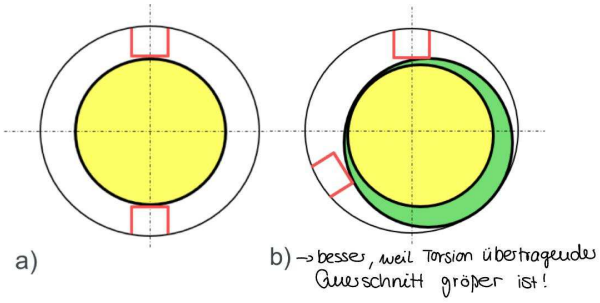
- Formen & Werkstoff:
  Formen/Abmessungen abhängig vom Wellendurchmesser nach DIN 6885
  meist verwendete hohe Form mit runden Stirnflächen: Form A
  Gleitfeder: Passfeder bei längsbeweglichen Naben mit Gleitsitz



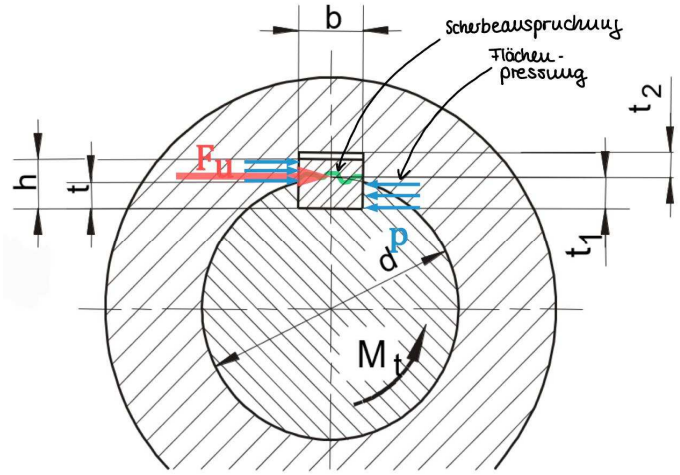
- Gestaltung:
  - Kraftverteilung hängt von Nabengeometrie & wirksamer Pressfederlänge l_w ab
  - Größere wirksame Länge
    --> günstigere Kraftübertragung (c)
  - Aber: größere Auskragung/Nabenlänge kann Biegemoment am Wellenabsatz erhöhen
    --> Konstruktiver Kompromiss
  - Gestaltung Wellennut hängt von Belastungsart ab:
    beim Regelfall (statische Torsion & Umlaufbiegung) sollte Verbindung (b) gewählt werden; Abstand a möglichst groß wählen
    --> nur nicht direkt an kritischen Wellenabsatz legen
  - Mehrere Passfedern: Maximal 2 Passfedern einsetzen







Passfeder: Berechnung:



- Kraftübertragung erfolgt durch Flächenpressung an Passfederverbindung & Scherbeanspruchung
- Umfangskraft F_u ergibt sich aus dem zu übertragenden Drehmoment M_t: $F_u = \frac{2 \cdot M_t}{d}$
- Mittlere Flächenpressung:

$$p \approx \frac{F_u}{(h-t) \cdot l_w \cdot i \cdot \varphi} = \frac{2 \cdot M_t}{d \cdot (h-t) \cdot l_w \cdot i \cdot \varphi} \leq p_{zul}$$

$p\ [\frac{N}{mm^2}]$:	mittlere Flächenpressung → p_{zul}: zulässige Flächenpressung aus Tabelle
$l_w\ [mm]$:	wirkende Länge
$i\ [1]$:	Passfederanzahl ($i \leq 2$)
$\varphi\ [1]$:	Tragfaktor, zur Berücksichtigung des ungleichmäßigen Tragens beim Einsatz mehrerer Passfedern: $i = 1 \rightarrow \varphi = 1$ $i = 2 \rightarrow \varphi = 0{,}75$

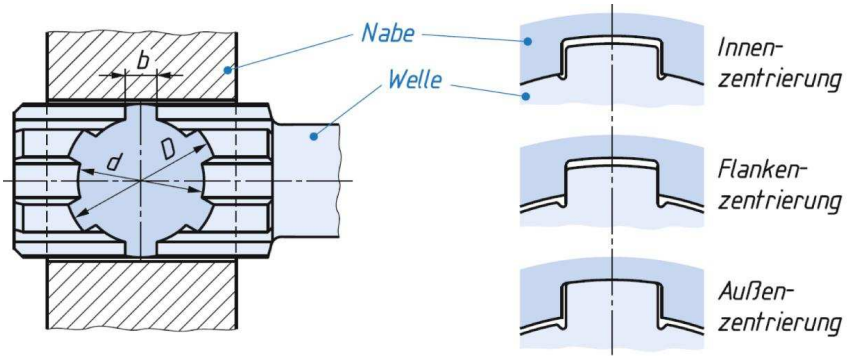
Keilwellenverbindung:

- Einsatz als Drehstarre Verbindungen (zB Antriebswellen von Kraftfahrzeugen), Längsbewegliche Verbindungen (zB: Verschieberädergetriebe von Werkzeugmaschinen)

Vorteile	Nachteile
Geeignet für große Drehmomente	Starke Kerbwirkung bezüglich Torsion
Geeignet für stoßartige & wechselnde Drehmomente	Aufwendige Herstellung
Mäßige Kerbwirkung bezüglich Biegung	Axiale Sicherung notwendig
Axiale Verschieblichkeit der Krafteinleitungsstelle	

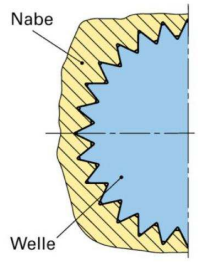
- Zentrierung:

Innenzentrierung	Flankenzentrierung	Außenzentrierung
Genauer Rundlauf	Für stoßartige und wechselnde Drehmomente	Nicht üblich
Einsatz im Wekzeugmaschinenbau	Kleines Verdrehspiel	

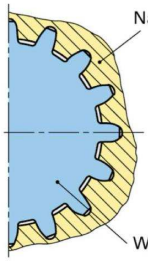


Keilwelle: Zahnwellenverbindung

- Sonderformen der Keilwelle: Kerbzahnverbindung & Zahnwellenverbindung mit Evolventenflanken
- Feine Verzahnung schwächt Welle & Nabe weniger --> dadurch geringere Kerbwirkung als klassische Keilwelle



Kerbzahnverbindung



Evolventenverzahnung

Keilwelle: Berechnung

Die *mittlere Flächenpressung* ergibt sich:

$$p \approx \frac{2 \cdot M_t}{d_m \cdot h' \cdot l_w \cdot i \cdot \varphi} \leq p_{zul}$$

$p\ [\frac{N}{mm^2}]$: mittlere Flächenpressung

$d_m\ [mm]$: mittlerer Profilradius mit $d_m = \frac{1}{2} \cdot (d_2 + d_1)$

$h'\ [mm]$: tragende Keilhöhe unter Berücksichtigung der Fase f

$h' = \frac{d_2 - d_1}{2} - 2 \cdot f \approx 0{,}4 \cdot (d_2 - d_1)$

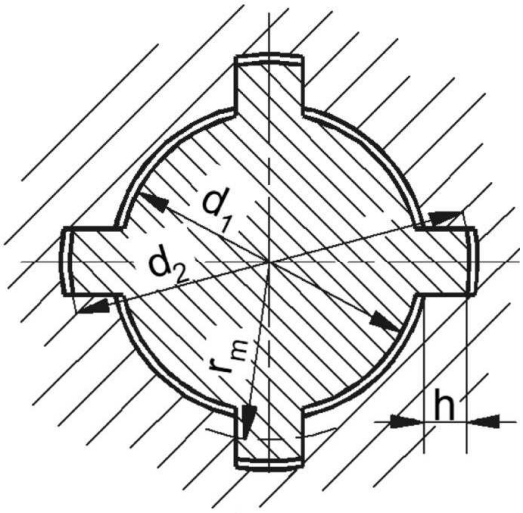
$l_w\ [mm]$: wirkende Länge

$i\ [1]$: Anzahl der Keile

$\varphi\ [1]$: Tragfaktor:

Innenzentrierung: $\varphi = 0{,}75$

Flankenzentrierung: $\varphi = 0{,}9$



Keilwelle: Zahnwelle Berechnung

Die *mittlere Flächenpressung* ergibt sich:

$$p \approx \frac{2 \cdot M_t}{d_m \cdot h' \cdot l_w \cdot i \cdot \varphi} \leq p_{zul}$$

$p\ \left[\frac{N}{mm^2}\right]$: mittlere Flächenpressung

$d_m\ [mm]$: mittlerer Profildurchmesser mit $d_m = d_5 = d$

$h'\ [mm]$: tragende Keilhöhe

Kerbverzahnung: $h' \approx 0{,}5 \cdot (d_3 - d_1)$

Evolventenverzahnung: $h' \approx 0{,}5 \cdot [d_{a1} - (d_{a2} + 0{,}16 \cdot m)]$

mit Modul m aus Tabelle nach DIN 5480

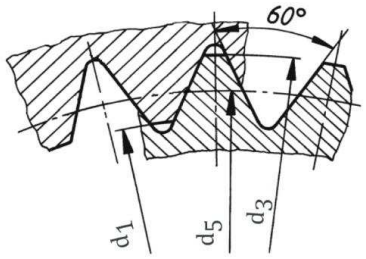
$l_w\ [mm]$: wirkende Länge

$i\ [1]$: Anzahl der Keile

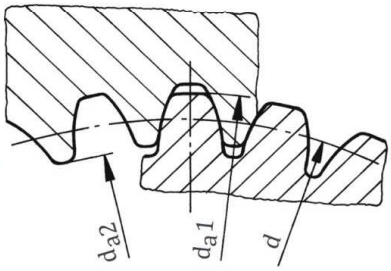
$\varphi\ [1]$: Tragfaktor:

Kerbverzahnung: $\varphi = 0{,}75$

Evolventenverzahnung: $\varphi = 0{,}9$



Zahnwellenprofil mit Kerbverzahnung



Zahnwellenprofil mit Evolventenverzahnung

Quelle: Matek

Polygonprofil:

- Flächenpressung steigt langsam auf Maximum & fällt anschließend gleichmäßig ab

Vorteile	Nachteile
Passgenaue Formschlüssigkeit --> gute Übertragung stoßartiger Belastung	Spezialmaschine für Herstellung erforderlich
Geringe Kerbwirkung	
Selbstständiges Zentrieren -> hohe Laufruhe	

Kontrollfragen:

- Wie können Welle-Nabe-Verbindungen bezüglich der Art der Kraftübertragung eingeteilt werden formschlüssig, reibschlüssig, stoffschlüssig

- Welche formschlüssigen Verbindungen gibt es?
  unmittelbar: Keilwelle, Polygonprofil, Kerb/Zahnwelle
  mittelbar: Passfeder, Scheibenfeder
- Bei welchen Anforderungsmerkmalen sind Passfedern besonders geeignet?
  Wenn einfache Herstellung, gute Lösbarkeit & leichte Montage/Demontage wichtig sind
  vor allem bei gleichmäßigen, nicht stoßartigen Drehmomenten
- Warum sind Passfederverbindungen für stoßartige Belastungen nicht geeignet?
  wegen hoher Kerbwirkung & begrenzter Belastbarkeit
- Welche formschlüssigen Verbindungen weisen keine Kerbwirkung auf und sind zudem selbstzentrierend?
  Polygonprofil/Polygonwelle

Reibschlüssige Verbindungen:

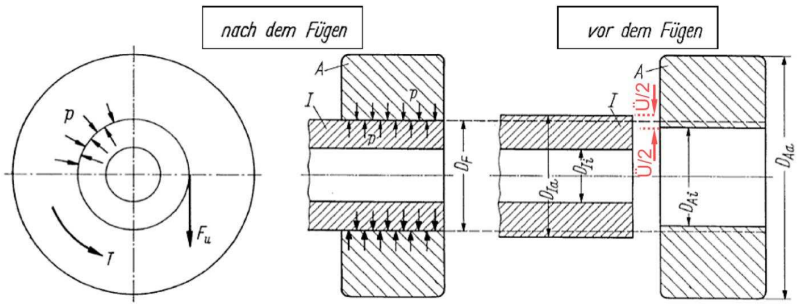
- Kraftübertragung über Reibungskraft $F_R = \mu F_N$
- Normalkraft/Anpresskraft erzeugt notwendige Reibung

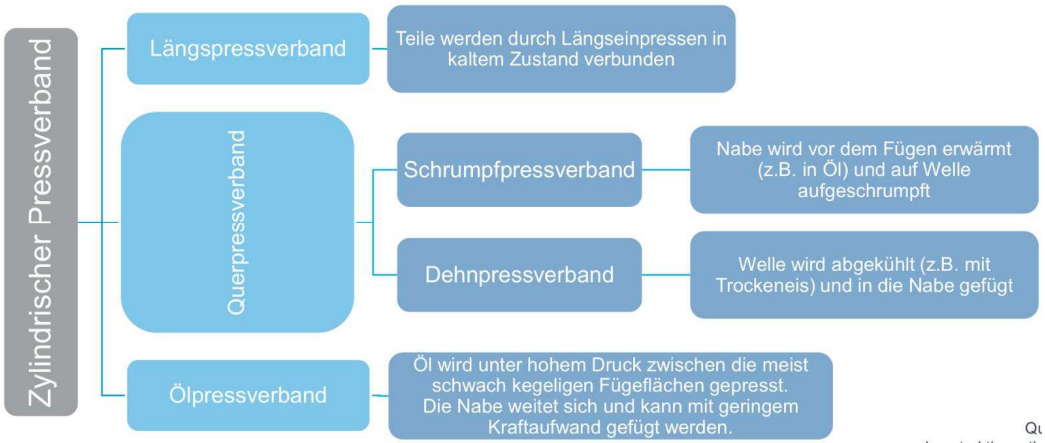
Vorteile	Nachteile
In der Regel lösbar	Übertragung durch Reibfaktor begrenzt
Einstellbar durch Variation der Vorspannung	Hohe Vorspannung --> hohe Eigenspannung
Dynamisch belastbar (kein Spiel in der Verbindung)	

- Anwendung in der MedTech:
  Hüftprothesen, Zahnprothesen, Bohrer etc.

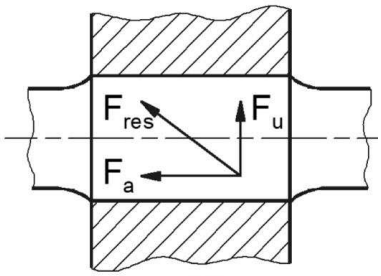
Zylindrischer Pressverband:

- Entstehen durch das Fügen von Teilen die vor dem Zusammenbauen ein Übermaß aufweisen
  $\ddot{U} = D_{Ia} - D_{Ai}$
- Vorteile: Kostengünstig, Einfache Herstellung
- Nachteile: Schlecht lösbar
- Einteilung:





Zylindrischer Pressverband: Berechnung $p_{F,erf}$



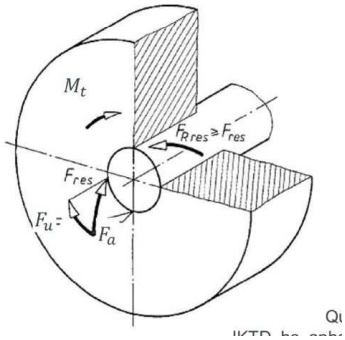
Als Grundlage der Berechnung:

Umfangskraft: $F_u = \frac{2 \cdot M_t}{D_F}$

Axialkraft F_a

Resultierende Kraft F_{res}

$$F_{res} = \sqrt{F_a^2 + F_u^2} = \sqrt{F_a^2 + \left(\frac{2 \cdot M_t}{D_F}\right)^2}$$



Reibkraft

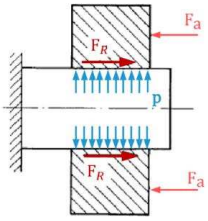
Es muss gelten $F_R \geq F_{res}$

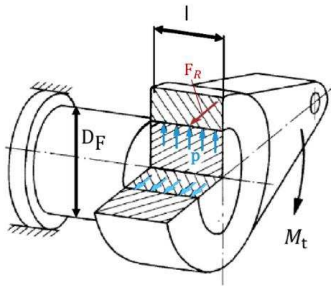
bzw. $F_R \geq F_{res} \cdot S_R$

mit S_R als Sicherheitsbeiwert gegen Rutschen, $S_R = 2 \ldots 4$

Mit $F = p \cdot A = F_N$ gilt:

$$F_R = \mu \cdot F_N = p \cdot A \cdot \mu = p \cdot \underbrace{\pi \cdot D_F \cdot l}_{=A} \cdot \mu$$





Daraus ergibt sich der erforderliche Fugendruck $p_{F,erf}$:

$$p_{F,erf} = \frac{F_{res} \cdot S_R}{\pi \cdot D_F \cdot l \cdot \mu} = \frac{\sqrt{F_a^2 + \frac{4 \cdot M_t^2}{{D_F}^2}} \cdot S_R}{\pi \cdot D_F \cdot l \cdot \mu}$$

F_R $[N]$:	Reibkraft	
p $[\frac{N}{mm^2}]$:	Fugenpressung	
A $[mm^2]$:	wirkende Fläche mit $A = \pi \cdot d \cdot l$	
	l $[mm]$: Fügelänge	
	D_F $[mm]$: Fügedurchmesser	
μ [1]:	Haftbeiwert	Quelle: hs_anhalt.d

Zylindrischer Pressverband: Berechnung $p_{F,zul}$

Festigkeitsbedingung mit der MSH (Schubspannungshypothese)

$$\sigma_v = \sqrt{(\sigma_t - \sigma_r)^2 + 4 \cdot \tau_t} \leq \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \sigma_{zul}$$

→ Fugendruck darf Werkstoff von Welle / Nabe nicht plastisch überlasten

mit
$$\sigma_{zul} = \frac{R_e}{S_F} \; ; \; S_F \geq 1{,}2 \quad \text{(plastisch)}$$
$$\sigma_{zul} = \frac{R_m}{S_B} \; ; \; S_B \geq 2 \quad \text{(spröd)}$$

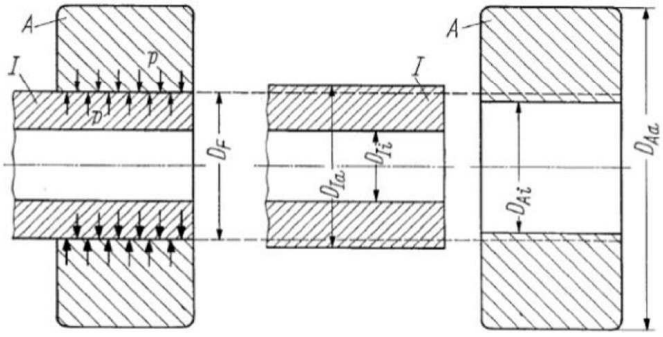
} zulässige Spannung mit Sicherheitsbeiwert

Damit ergeben sich die *maximalen Flächenpressungen*

Nabe: $p_{F,zul} = \frac{1 - Q_A^2}{\sqrt{3}} \cdot \sigma_{zul}$

Hohlwelle: $p_{F,zul} = \frac{1 - Q_I^2}{\sqrt{3}} \cdot \sigma_{zul}$

Vollwelle: $p_{F,zul} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \sigma_{zul}$



Q [1]: Durchmesserverhältnisse:

Nabe: $Q_A = \frac{D_F}{D_{Aa}}$

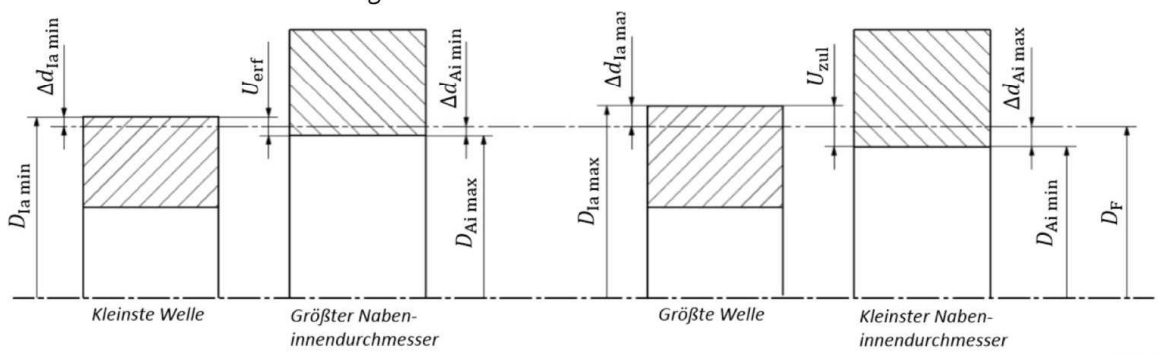
Welle: $Q_I = \frac{D_{Ii}}{D_F}$

Der zur Kraftübertragung notwendige Fugendruck zwischen Welle und Nabe wird durch das Übermaß erzeugt.

Dabei muss gelten: $U_{erf} < U < U_{zul}$ mit $U_{erf} = \Delta D_{Ai,min} - \Delta D_{Ia,max}$

$U_{zul} = \Delta D_{Ai,max} - \Delta D_{Ia,min}$

→ zu wenig Übermaß: Rutschen
→ zu viel: Bauteilüberlastung



hs a

Mit der Dehnung des Außenteils an der Innenseite in tangentiale Richtung gilt:

$$\Delta D_{Ai} = D_F \cdot \epsilon_{Ai} = \frac{p_F}{E_A} \cdot \left(\frac{1+Q_A^2}{1-Q_A^2} + \vartheta_A\right)$$

Analog für das Innenteil:

=> Übermaß führt zu Dehnung Nabe & Stauchung Welle

$$\Delta D_{Ia} = D_F \cdot \epsilon_{Ia} = -\frac{p_F}{E_I} \cdot \left(\frac{1+Q_I^2}{1-Q_I^2} - \vartheta_I\right)$$

Daraus ergibt sich (Fugendruck)

$$U = \Delta D_{Ai} - \Delta D_{Ia} = p_F \cdot D_F \cdot \left[\frac{1}{E_A} \cdot \left(\frac{1+Q_A^2}{1-Q_A^2} + \vartheta_A\right) + \frac{1}{E_I} \cdot \left(\frac{1+Q_I^2}{1-Q_I^2} - \vartheta_I\right)\right]$$

$$U = \frac{p_F \cdot D_F}{E_A} \cdot K \text{ mit } K = \frac{1+Q_A^2}{1-Q_A^2} + \vartheta_A + \frac{E_A}{E_I} \cdot \left(\frac{1+Q_I^2}{1-Q_I^2} - \vartheta_I\right)$$

(K: Korrekturfaktor für Geometrie & Werkstoff)

ϑ [1]: Querdehnzahl aus Tabelle

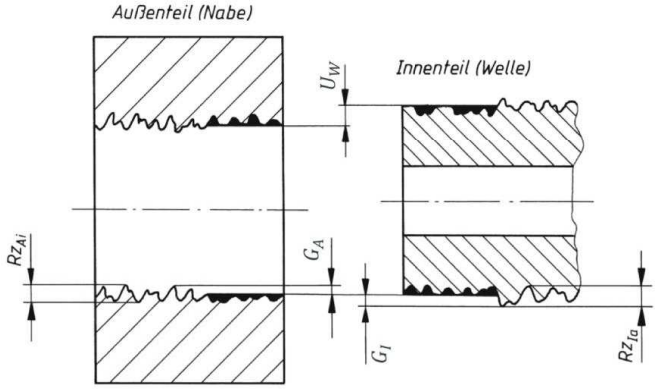
E [$\frac{N}{mm^2}$]: Elastizitätsmodul

Infolge der Einebnung der Oberflächen beim Fügen (Längspress- oder Querpressverband) ist der sogenannte Übermaßverlust U_V zu berücksichtigen: → Rauheiten werden eben

$$U_V \approx 0{,}8 \cdot \left(R_{Z,Ai} + R_{Z,Ia}\right)$$

Damit ergibt sich das wirksame Übermaß (bzw. Haftmaß) U_W zu:

$$U_W = U - U_V$$



Damit ergibt sich das erforderliche Mindestübermaß U_{erf}

$$U_{erf} = \frac{p_{F,erf} \cdot D_F}{E_A} \cdot K + U_V$$

Sowie das zulässige Höchstübermaß U_{zul}:

$$U_{zul} = \frac{p_{F,zul} \cdot D_F}{E_A} \cdot K + U_V$$



Kontrollfragen:

- Welche Arten von Pressverbindungs-Herstellung gibt es?
  Längspressverband, Schrumfpressverband, Dehnpressverband, Ölpressverband
- Welche Vorteile und Nachteile haben Duckhülsen, Spannelemente und Spannbuchse gemeinsam?
  Vorteil: reibschlüssig, lösbar, ohne stark kerbende Nut in der Welle
  Nachteil: zusätzliche Bauteile/Bauraum & hohe Vorspannung nötig
- Der Unterschied zwischen einem Längspressverband und einem Querpressverband ist anzugeben. Es ist zu klären wann diese unterschiedlichen pressverbände vorwiegend zur Anwendung kommen
  Längspressverband: kalt axial einpressen, einfach, aber hohe Presskräfte/Oberflächenbelastung
  --> eher moderate Übermaße/Drehmomente
  Querpressverband: thermisches Fügen durch Erwärmen Nabe oder Kühle Welle --> hohe Vorspannung & hohe Drehmomente möglich
- Durch welche Grenzen ist bei den Spannsätzen das Anziehmoment der Spannschrauben zum Aufbau des erforderlichen Fugendrucks festgelegt?
  nach unten durch den erforderlichen Fugendruck/Reibschluss
  nach oben durch die zulässige Flächenpressung bzw. Belastbarkeit von Schrauben & Bauteilen

Reibschlüssige Verbindungen:

Kegelpressverband:

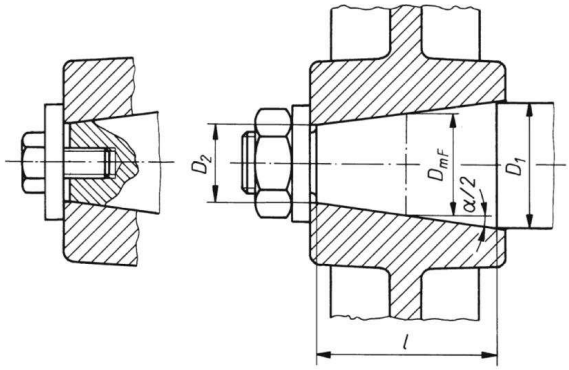
- Entsteht durch axiales Vorspannen von Inne & Außenteil
- Herstellung: mittels Schraube, Mutter oder durch kontrolliertes Aufschieben des erwärmten Außenteils (thermisches Fügen)

Vorteile:	Nachteile:
Genauer zentrischer Sitz --> hohe Laufruhe und Laufgenauigkeit	Nachträgliches axiales Verschieben/Nachstellen nicht möglich
	Aufwändigere Fertigung

Kegelgeometrie:

Kegelverhältnis C:

$$C = \frac{1}{x} = \frac{D_1 - D_2}{l}$$



Kegel-Neigungswinkel (Einstellwinkel) $\frac{\alpha}{2}$:

$$\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{D_1 - D_2}{2 \cdot l}$$

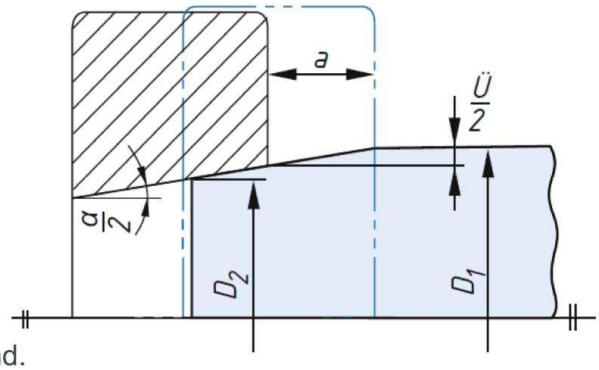
Selbsthemmung: → abhängig von Winkel & Reibung → kleiner Kegelwinkel + ausreichende Reibung → selbsthemmend

$$\alpha < \tan \mu$$

Berechnung des minimalen *Aufschubweg* a: → bestimmt erzeugtes Übermaß

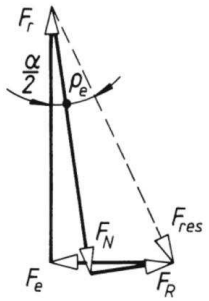
$$a_{min} = \frac{U_{erf}}{2 \cdot \tan\frac{\alpha}{2}}$$

$$a_{max} = \frac{U_{zul}}{2 \cdot \tan\frac{\alpha}{2}}$$



mit $D_F = D_{mF}$ und Berechnung von $U_{erf/zul}$ mit Formeln für den zylindrischen Pressverband.

Kegelpressverband: Berechnung $p_{F,erf}$



Es muss gelten *Reibungsmoment* $M_R \geq$ Drehmoment M_t

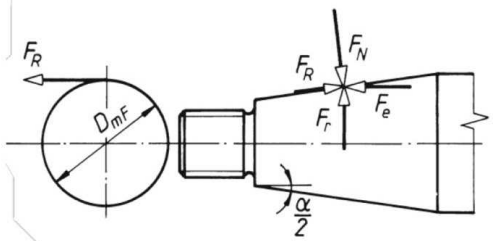
$$M_R = F_R \cdot \frac{D_{mF}}{2} = F_N \cdot \mu \cdot \frac{D_{mF}}{2} \geq M_t$$

Hieraus ergibt sich die *erforderliche Anpresskraft* F_N:

$$F_N \geq 2 \cdot \frac{M_T}{\mu \cdot D_{mF}}$$

Und daraus die *erforderliche Einpresskraft* F_e:

$$F_e \geq \frac{2 \cdot S_R \cdot M_T}{D_{mF} \cdot \mu} \cdot \frac{\sin\left(\rho_e + \frac{\alpha}{2}\right)}{\cos \rho_e}$$



Quelle Matel

S_R [1]: Sicherheitsbeiwert gegen Rutschen, $S_R = 1{,}2 \ldots 1{,}5$

D_{mF} [mm]: mittlerer Kegel-Fugendurchmesser aus $D_{mF} = \frac{D_1 + D_2}{2}$

ρ_e [°]: Reibungswinkel aus $\tan \rho_e = \mu_e$

Die *wirksame Fugenpressung* p_F ergibt sich zu:

$$p_F = \frac{F_e \cdot \cos \rho_e \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{D_{mF} \cdot \pi \cdot l \cdot \sin\left(\rho_e + \frac{\alpha}{2}\right)}$$

mit $p_F = \frac{F_N}{A_F} = \frac{F_N}{D_{mF} \cdot \pi \cdot l_F}$; $F_N = \frac{F_e \cdot \cos \rho_e}{\sin\left(\rho_e + \frac{\alpha}{2}\right)}$;

$l_F = \frac{l}{\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)}$

Mit F_e ergibt sich die *kleinste erforderliche Fugenpressung*:

$$p_{F,erf} = \frac{2 \cdot S_H \cdot M_T \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{D_{mF}^2 \cdot \pi \cdot \mu \cdot l}$$

Und das von der Kegelverbindung *übertragbare Drehmoment* kann ermittelt werden:

$$M_T = \frac{U \cdot E_A \cdot D_{mF} \cdot \pi \cdot \mu \cdot l}{2 \cdot S_H \cdot K}$$

Klemmverbindungen:

- Vorwiegend bei Riemen-/Gurtscheiben und Hebeln die…
- … auf zylindrische, längere Wellen aufzubringen sein sollen
- … bei geteilter Ausführung nachträglich zwischen Lager zu setzen sind
- … in Längs- & Drehrichtung einstellbar sein sollen
- Aufzuklemmende Scheiben sind geteilt, Naben von Hebeln einseitig geschlitzt

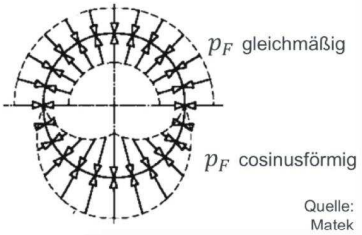
Vorteile	Nachteile
Nachträglich montierbar	Übertragung kleiner bis mittlerer nur gering schwankender Drehmomente

Klemmverbindungen: Berechnung

a) Geteilte Scheibennabe

Analog zu dem Pressverband gilt:

$$p_{Fk} = \frac{F_{Rt}}{A_F \cdot \mu} = \frac{2 \cdot K_A \cdot M_t \cdot S_H}{\pi \cdot D_F^2 \cdot l_F \cdot \mu} \cdot K \leq p_{F,zul}$$



Quelle: Matek

μ [1]:	Haftbeiwert aus Tabelle	
l_F [mm]:	Fugenlänge	
S_H [1]:	Haftsicherheit $1{,}5 \leq S_H \leq 2$	
K_A [1]:	Anwendungsfaktor zur Berücksichtigung der dynamischen Betriebsverhältnisse (aus Tabelle)	
K [1]:	Korrekturfaktor:	$K = \pi$ für gleichmäßige Flächenpressung
		$K = \frac{\pi^2}{8}$ für cosinusförmige Flächenpressung
		$K = \frac{\pi}{2}$ für linienförmige Flächenpressung

Beim Anziehen wird durch die Schraube die Pressung

$p = \frac{F_{Kl} \cdot n}{A_{proj}}$ auf die Welle erzeugt.

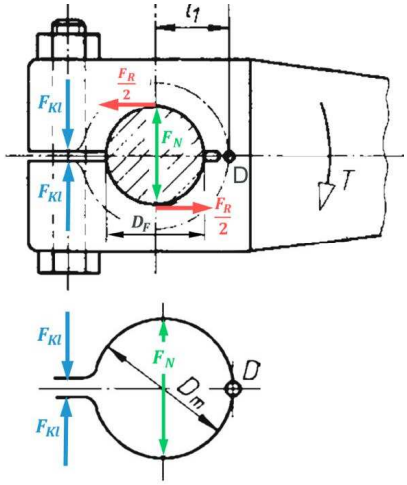
Daraus ergibt sich die von der Schraube aufzubringende Klemmkraft:

$$F_{Kl} \geq \frac{2 \cdot K_A \cdot M_t \cdot S_H \cdot K}{n \cdot \pi \cdot D_F \cdot \mu}$$

Da bei der Montage der Verbindung in der Schraube die Vorspannkraft $F_{VM} > F_{Kl}$ wirkt, ergibt sich für den Montagezustand die tatsächliche Flächenpressung zu:

$$p_F = \frac{n \cdot F_{VM}}{D_F \cdot l_F} \leq p_{F,zul}$$

b) Geschlitzte Hebelnabe



Kann als Schelle mit Gelenk D angesehen werden.
Für den ungünstigen Fall der linienförmigen Pressung ergibt sich aus $M_R = F_{Rt} \cdot \frac{D_F}{2} = F_N \cdot \mu \cdot D_F \geq K_A \cdot M_t$

die erforderliche Anpresskraft je Nabenhälfte $F_N \geq \frac{K_A \cdot M_t}{D_F \cdot \mu}$

und mit $F_N = F_{Kl} \cdot \frac{l_2}{l_1}$ ergibt sich die Klemmkraft

$$F_{Kl} = \frac{K_A \cdot M_t \cdot S_H \cdot l_1}{n \cdot D_F \cdot \mu \cdot l_2}.$$

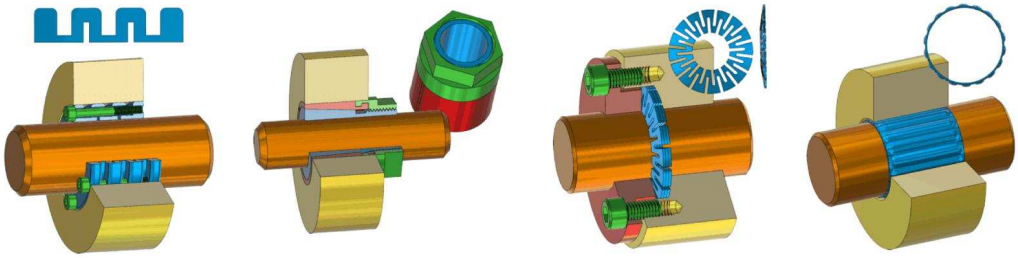
Und damit

$$p_F \geq \frac{n \cdot F_{VM}}{D_F \cdot l_F} \cdot \frac{l_2}{l_1} \leq p_{F,zul}$$

mit $D_m \approx D_F$

Que
Mat

Spann-Element-Verbindungen:



Druckhülse | Konus-Spannelement | Sternscheibe | Toleranzring

Stoffschlüssige Verbindungen:

- Kleben, Löten, Schweißen
- Anwendung nur bei großen Stückzahlen, Einzelanfertigung unüblich
- Kraftübertragung durch Stoffschluss

Vorteile	Nachteile
Kleine Nabenbreite möglich	Schlechte/Unmögliche Lösbarkeit (zu Reparatur und Wartungszwecken)
Schnell, Vielseitig	

- Spritzguss: stoffschlüssige Verbindung durch Umspritzen

Vergleich einzelner Welle-Nabe-Verbindungen

geeignet, wenn ... gefordert	Welle-Nabe-Verbindungen a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v
Übertragung großer einseitiger Drehmomente	4	4	4	3	4	4	2	3	0	0	2	2	4	2	4	4	4	2	1	3	4	4
– wechselnder und stoßhafter Drehmomente	4	4	4	3	4	4	2	3	0	0	2	2	3	2	3	3	4	0	0	1	4	4
Aufnahme hoher Axialkräfte	4	4	4	2	3	3	2	3	1	1	2	2	4	0	0	0	0	0	1	3	4	4
Nabe axial zu verschieben[1)]	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	4	4	2	2	0	0	0	0	0
Nabe axial unter Last zu verschieben[1)]	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	4	2	2	0	0	0	0	0
Nabe in Drehrichtung versetzbar	3	3	4	4	4	4	4	4	4	4	4	0	0	0	2	2	2	0	0	0	0	0
Verbindung nachstellbar	0	0	4	4	4	4	4	0	4	4	4	1	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
geringer Fertigungsaufwand	4	4	2	2	2	2	3	4	4	4	2	2	1	3	1	1	1	2	2	3	3	2
geringer Montageaufwand	2	2	4	4	4	4	4	4	4	4	3	3	4	3	3	3	3	3	4	2	2	2
gute Wiederverwendbarkeit	1	1	4	4	4	4	4	4	4	4	4	2	3	4	4	4	4	2	2	2	2	0
Selbstzentrierung der Verbindung	4	4	4	0	4	4	0	4	0	0	2	0	3	3	4	4	4	4	4	2	2	2
geringe Unwucht	4	4	4	2	3	3	1	3	0	0	0	0	3	2	3	3	4	1	1	3	3	3
geringe Kerbwirkung auf Welle[2)]	1	1	2	2	3	3	2	2	3	4	1	0	1	1	1	1	1	1	0	4	4	1

(4) sehr gut geeignet ... (0) nicht geeignet bzw. entfällt

Reibschlüssige Verbindungen
- a Querpressverband
- b Längspressverband
- c Kegelpressverband
- d Kegelspannring
- e Kegelspannsatz
- f Schrumpfscheibe
- g Sternscheibe
- h Druckhülse
- i hydraulische Spannbuchse
- j Toleranzring
- k Klemmverbindung
- l Keilverbindung
- m Kreiskeilverbindung

Formschlüssige Verbindungen
- n Pass- und Gleitfeder
- o Keilwelle
- p Zahnwelle
- q Polygonprofil
- r Längsstift
- s Querstift

Stoffschlüssige Verbindungen
- t Klebverbindung
- u Lötverbindung
- v Schweißverbindung

bestimmte Eigenschaften eingeschränkt

[1)] bei Spielpassung

[2)] die Kerbwirkung kann durch günstigere Gestaltung z.T. reduziert werden

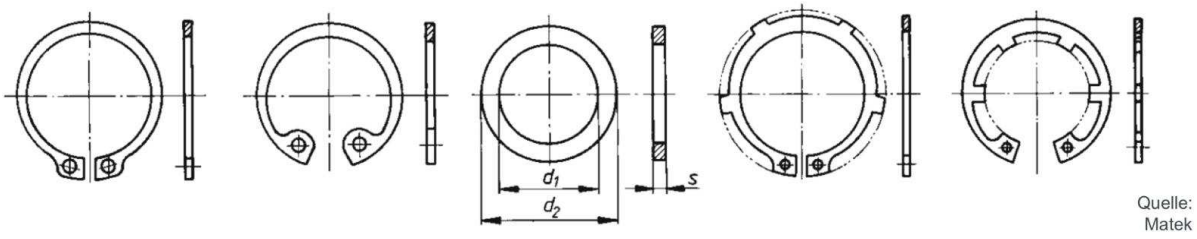
Vergleich

„+“ bedeutet „besser“ (egal, ob das „größer“ oder „kleiner“ meint)

Kriterium / Prinzip	Formschluss			Reibschluss						Stoffschluss		
Bild												
Bezeichnung	Passfeder	Keilwelle	Polygonwelle	Konus-Spann-element	Sternscheibe	Druckhülse	Kegel-Pressverband	Toleranzring	Klemmver-bindung	Klebe-Verbindung	Schweiss-Verbindung	Umspritzung
Kosten (Einzelstück)	+	--	--	--	--	--	--	-	--	++	--	---
Kosten (Massenprodukt)	-	0	+	--	--	--	-	++	--	++	++	+++
Baugröße (relativ zur Passfeder)	1	-	-	+	-	-	--	++	-	++	++	++
Bauaufwand (relativ zur Passfeder)	1	--	--	++	-	++	--	++	+	++	++	++
Längsverstellbarkeit	Nein	Ja	Ja	Ja	Ja	Nein	Nein	Nein	Ja	x	x	x
Rotationsverstellbarkeit	Ja	Ja	Ja	Ja	Ja	Ja	Ja	Nein	Ja	x	x	x
Dynamische Belastbarkeit	--	+	++	+	+	+	+	+	+	+	++	-
Kerbwirkung	--	--	++	++	+	++	++	++	+	++	+	++
3D-Druck Eignung (auf Metallwelle)	+	-	+	++	--	+	--	--	++	++	x	x

Axiale Fixierung:

- Formschlüssige Welle-Naben-Verbindungen müssen meist axial fixiert werden
- Sicherungselemente werden oft auch nur als Führungselemente zur Begrenzung oder zum Ausgleich axialen Spiels verwendet



Quelle: Matek

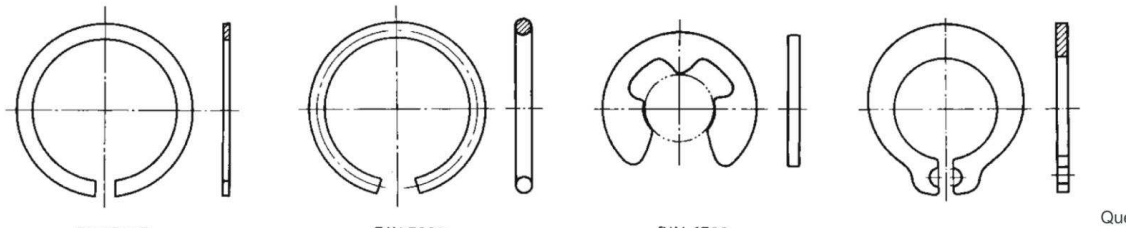
DIN 471 Sicherungsring für Welle

DIN 472 Sicherungsring für Bohrung

DIN 988 Pass bzw. Stützscheibe

DIN 983 Sicherungsring mit Lappen für Welle

DIN 984 Sicherungsring mit Lappen für Bohrung



DIN 5417 Sprengring für Wälzlager mit Ringnut

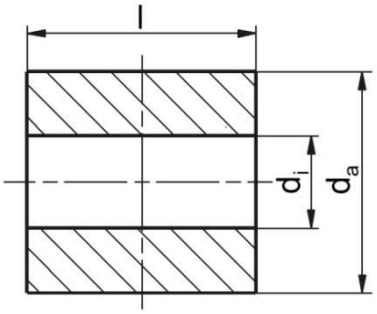
DIN 7993 Runddraht-Sprengring

DIN 6799 Sicherungsscheibe für Welle

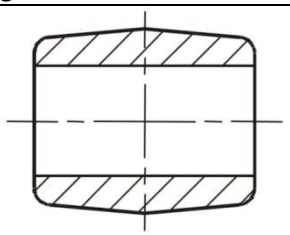
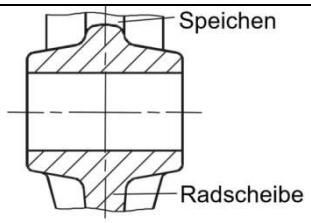
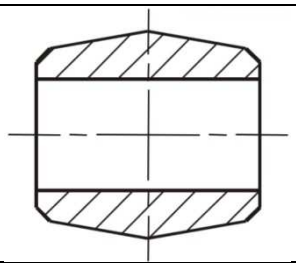
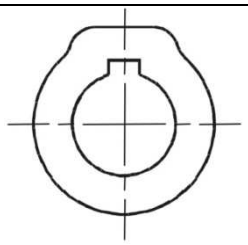
Greifring (selbstsperrend) für Wellen ohne Nut

Gestaltung von Naben:

- Nabe grundsätzlich als dickwandiger Hohlzylinder
- Verhältnis i/d und Wandstärke 0,5 * (da- di) aus den Erfordernissen der Drehmoment- oder Kraftübertragung



- Varianten:

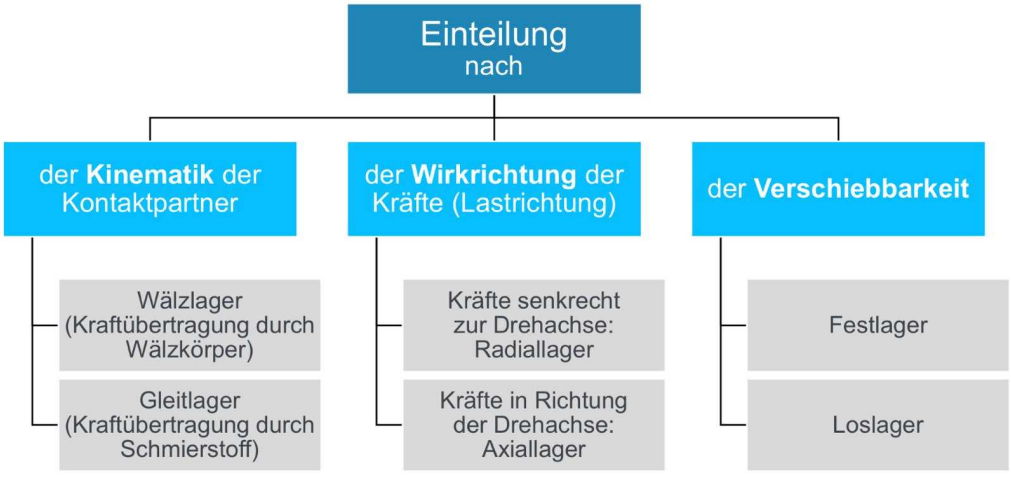
Formschrägen	Verstärkung	Kegelform	Verstärkung
Für Gießen oder Schmieden	Im Bereich der Drehmomentzu- oder –ableitung	Zur Minderung der Kerbwirkung am Nabenende	Mit Rücksicht auf Kontur der Bohrung
Für gebrochenen oder gerundete Kanten			Unwucht beachten
			

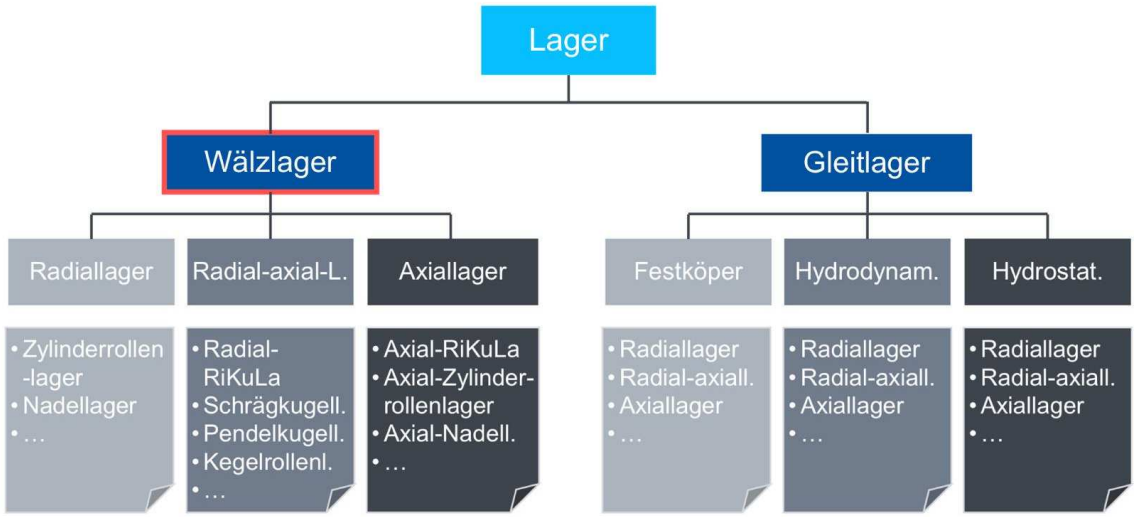
Kontrollfragen:

- Welche stoffschlüssigen Welle-Naben-Verbindungen gibt es?
  Kleben, Löten, Schweißen, Umspritzen
- Warum können Polygonwellen-Verbindungen größere Drehmomente übertragen als Keilwellen-Verbindungen?
  Weil die Kraft über eine große, günstig belastete Kontaktfläche übertragen wird & die Flächenpressung gleichmäßiger verteilt ist; zusätzlich geringere Kerbwirkung
- Welche Eigenschaften haben alle formschlüssigen Welle-Naben-Verbindungen gemeinsam?
  Kraft/Drehmomentübertragung durch geometrischen Formschluss
  außerdem müssen sie meist zusätzlich axial fixiert werden
- Auf welche Weise können Naben gegen axiales Verschieben gesichert werden?
  Sicherungsring, Sprengring, Stütz/Passscheibe, Sicherungsscheibe, Greifring

10. Lager

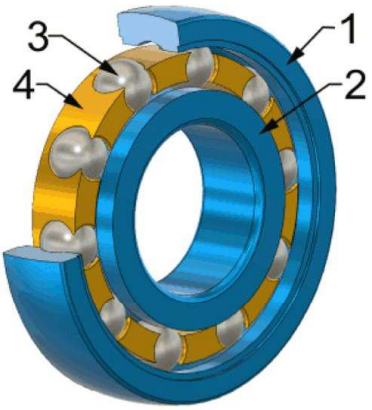
- Lager haben zwei Hauptaufgaben:
  Führung drehender Maschinenelemente
  Kraftübertragung zwischen drehenden & ruhenden Bauteilen
- MedTech: Lager ermöglichen Bewegung, Präzision & Wiederholbarkeit, Langlebigkeit & Belastung





Wälzlager

Aufbau



Die Hauptbestandteile eines Wälzlagers sind

1. Außenring (Axiallager: Außenscheibe)
2. Innenring (Axiallager: Innenscheibe)
3. Wälzkörper
4. Wälzkäfig



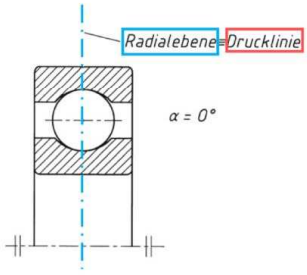
a) Kugel b) Nadel c) Zylinder d) Tonne e) Kegel

Druck- und Lastwinkel

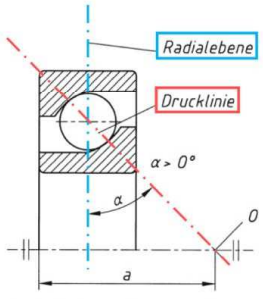
In den meisten Fällen liegt keine reine Axial- oder Radialbelastung vor. → wirken gleichzeitig
Zur Beurteilung der anteilig wirkenden Radial- und Axialkräfte werden der **Druckwinkel α** und der **Lastwinkel β** genutzt.

a) Druckwinkel α

- Kleinster Winkel der Drucklinie gegenüber der Radialebene. (Eigenschaft des Lagers)
- Die Drucklinie entsteht aus theoretischer Betrachtung, dass der einzelne Wälzkörper die Laufbahn am Innen- und Außenring an je genau einem Punkt berührt.
  Verbindet man diese Punkte erhält man die Drucklinie.
- Radiallager: $0° \leq \alpha \leq 45°$
- Axiallager: $45° \leq \alpha \leq 90°$



Radial-Rillenkugellager unter reiner Radialbelastung

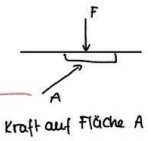


Schrägkugellager unter kombinierter radialer und axialer Kraft

b) Lastwinkel β

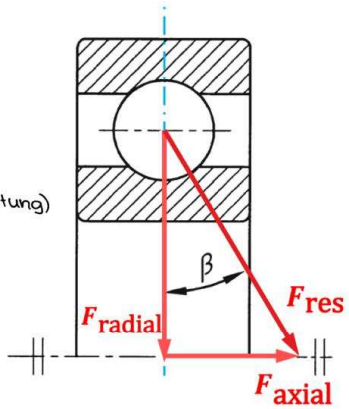
Winkel zwischen Radialebene und Wirkungslinie der resultierenden Kraft der einwirkenden Lasten. (Eigenschaft der Belastung)

$$F_{res} = \sqrt{F_{radial}^2 + F_{axial}^2}$$



Flächenpressung:
$p = F/A$
$p > p_{zul} \rightarrow$ Ausfall

Lager
↳ nur ein Punkt: infinitesimal kleine Fläche: $A = 0 \rightarrow p \rightarrow \infty$



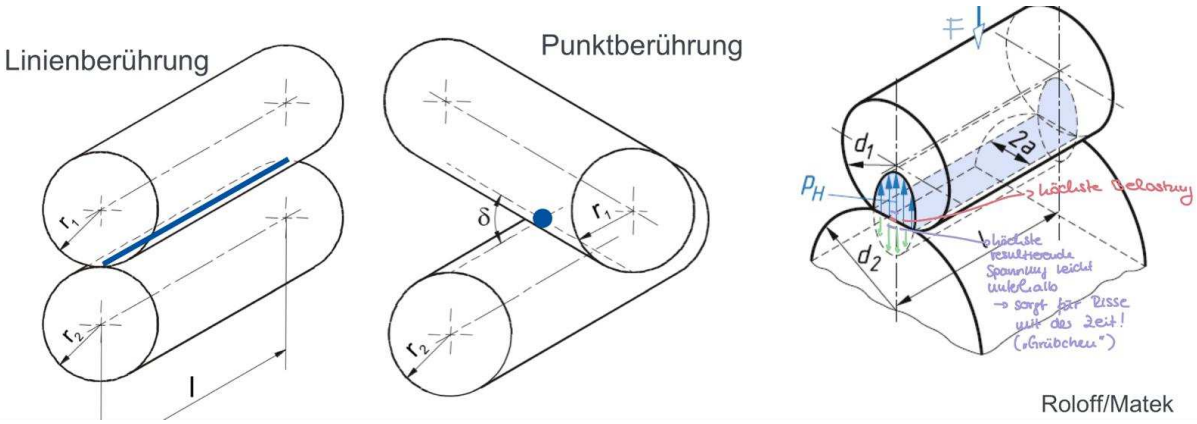
Druckwinkel und Lastwinkel sind im Rahmen der Lebensdauerberechnung von besonderer Bedeutung.
Für maximale Lebensdauer und Ausnutzung der vollen Tragfähigkeit sollte eine Lagerbauform gewählt werden, bei der gilt:

Druckwinkel $\alpha \approx$ Lastwinkel β

↳ Eigenschaften des Lagers ↳ Eigenschaften der Belastung

Hertzsche Flächenpressung:

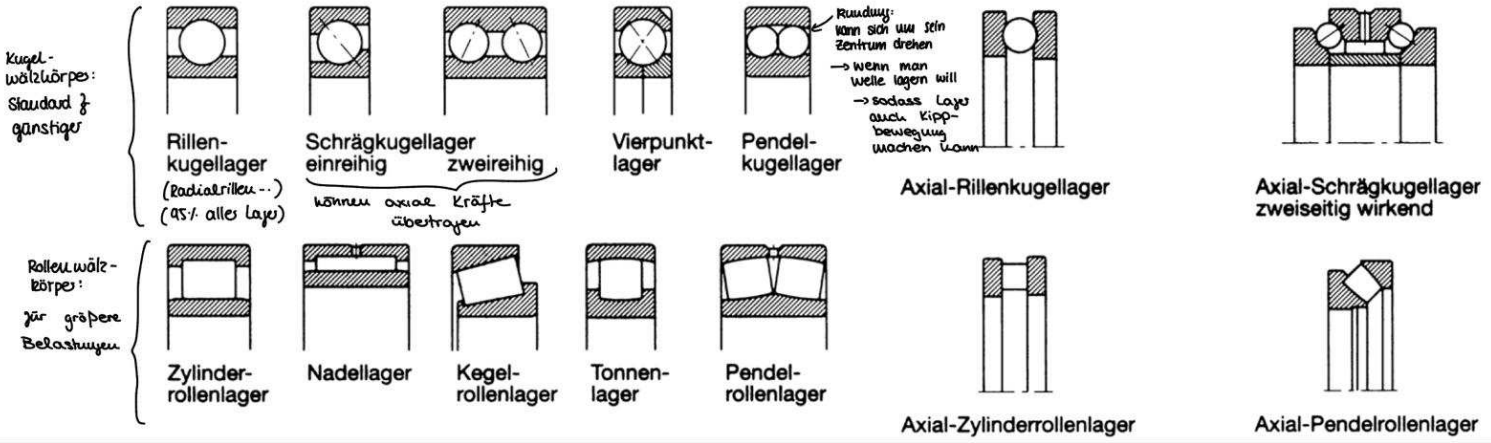
- Wälzkörper und Laufbahn besitzen theoretisch Punktkontakt oder Linienkontakt
- Ohne Verformung wäre Kontaktfläche $A \rightarrow 0$
  $p = \frac{F}{A} \rightarrow \infty$
- Tatsächlich verformen sich die Kontaktpartner elastisch --> reale Kontaktfläche entsteht
- Dadurch entsteht eine Hertzsche Spannungsverteilung
- Höchste resultierende Beanspruchung liegt leicht unterhalb der Oberfläche



- Pitting/ „Grübchen“: hohe Hertzsche Flächenpressung kann zu Materialermüden führen
  --> Teile brechen aus der Oberfläche heraus
  typischer Wälzlagerschaden

Arten und Bauformen:

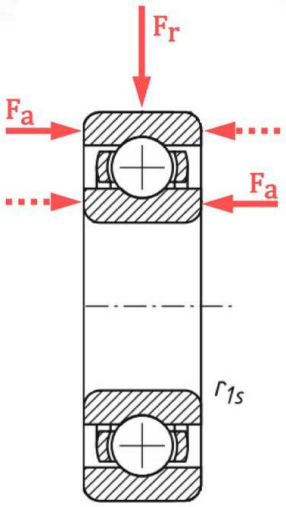
- Einteilung nach bevorzugter Lastrichtung: Radiallager, Axiallager
- Die meisten Radiallager können zusätzlich geringe Axialkräfte aufnehme
- Axiallager können meist nicht/nur bestimmte Bauformen zusätzlich Radialkräfte aufnehmen
- Baubedingte Unterscheidung noch zwischen Kugel und Rollenlager
  Rollenlager: aufgrund Linienkontakt generell hohe Tragfähigkeit



Radialkugellager:

a) Rillenkugellager

- F_r gut belastbar
- F_a gut belastbar
- hohe Drehzahlen
- geringe Winkeleinstellbarkeit
- nicht zerlegbar
- kostengünstig

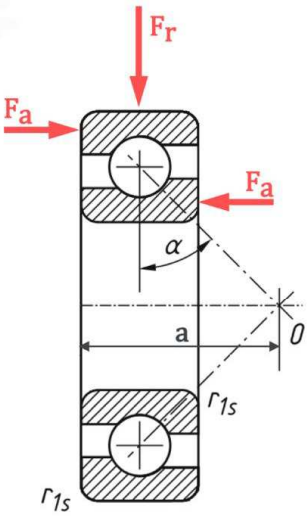




Quelle
Matek. schaeffler.de

b) Schrägkugellager-einreihig

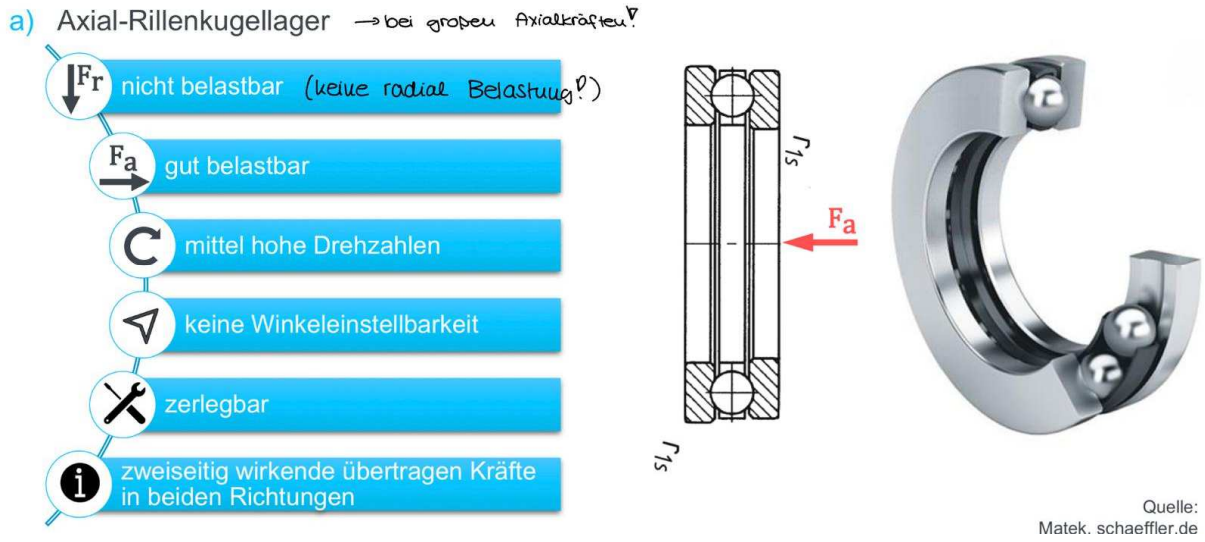
- F_r gut belastbar
- F_a sehr gut belastbar für große einseitige Axialkräfte (zweireihig: in beide Richtungen)
- hohe Drehzahlen
- sehr geringe Winkeleinstellbarkeit
- nicht zerlegbar / zweireihig: zerlegbar, falls Innenring geteilt
- werden meist paarweise eingebaut (Tandem-, O- oder X-Anordnung)
  zweireihig: in O-Anordnung



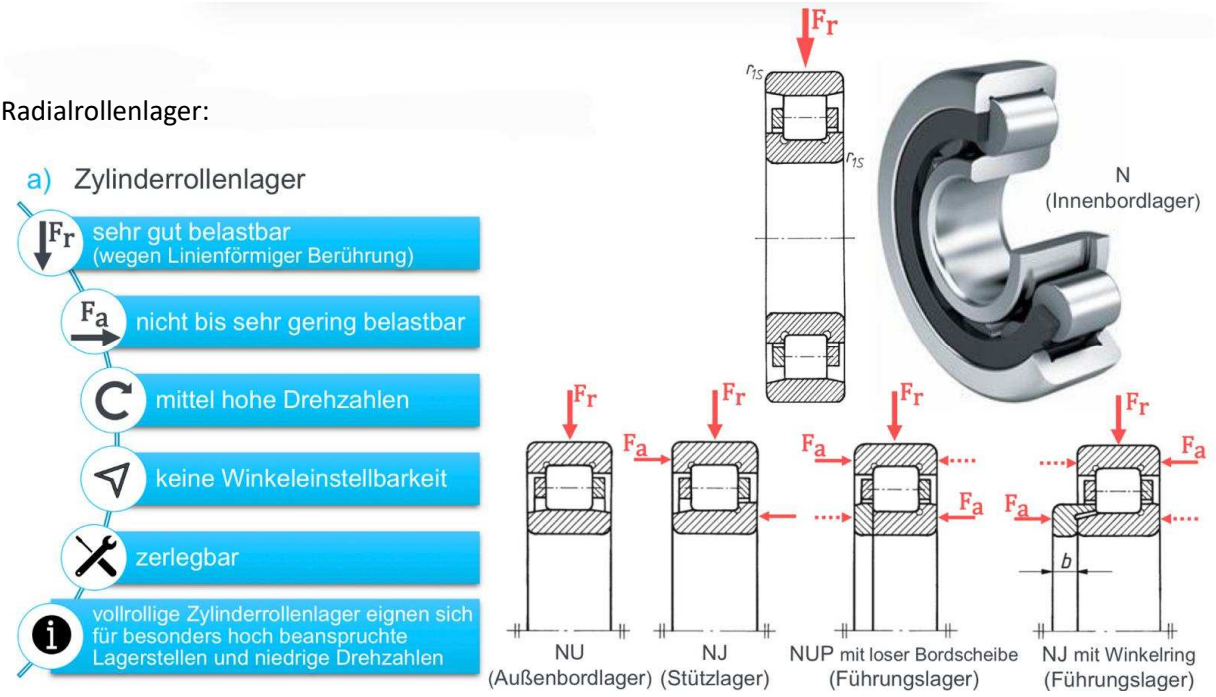


Quelle:
Matek, schaeffler.de

Axialkugellager:



Radialrollenlager:



Kontrollfragen:

- Wie lassen sich Wälzlager bezüglich der Bauform der Wälzkörper einteilen?
  Kugellager & Rollenlager
  Rollen zB: Zylinderrollen, Nadeln, Kegelrollen
- Wie lassen sich Wälzlager nach Funktion (Kräfteaufnahme) einteilen?
  Radiallager, Radial-Axiallager, Axiallager
- Nenne Eigenschaften des Radial-Rillenkugellagers
  radial & axial gut belastbar, hohe Drehzahlen, geringe Winkeleinstellbarkeit, günstig, nicht zerlegbar
- Eigenschaften des Zylinderrollenlagers
  gut belastbar Radial, nicht bis geringe Axial Belastung (nicht dafür gedacht), mittel hohe Drehzahlen, keine Winkeleinstellbarkeit, zerlegbar

➢ Eigenschaften Schrägkugellager
radial belastbar, besonders gut für große einseitige Axialkräfte, hohe Drehzahlen, meist paarweise in O/X / Tandemanordnung

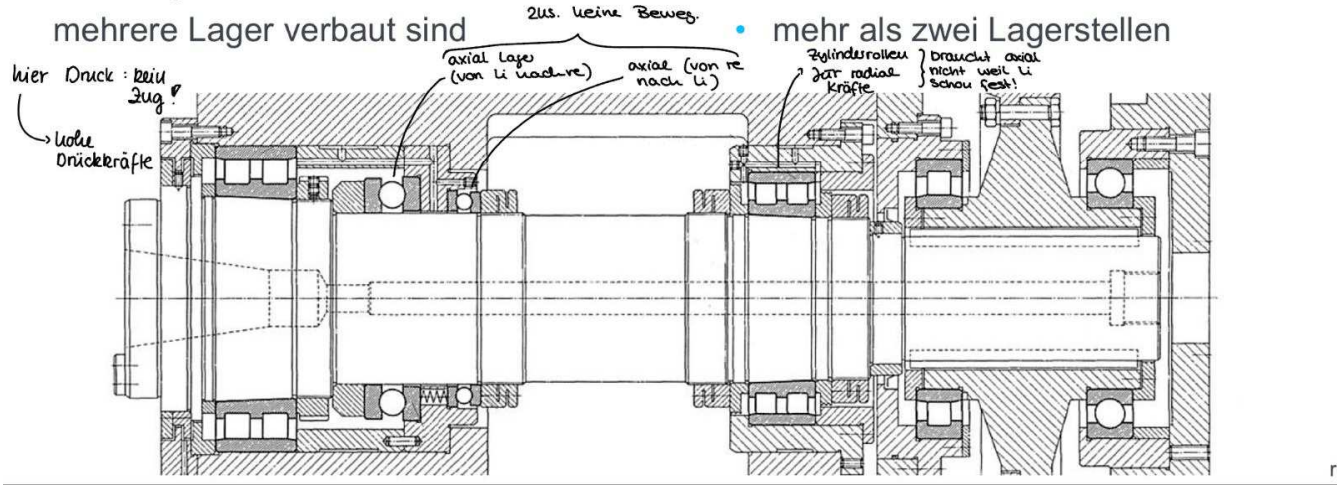
Gestaltung von Wälzlagerungen:

Konstruktive Ausführung **statisch bestimmter Lagerung** (Regelfall):

- zwei Lagerstellen, an denen ein oder mehrere Lager verbaut sind

Statisch überbestimmte Lagerung zur Vermeidung großer Verformungen (z.B. Durchbiegung bei langen Wellen):

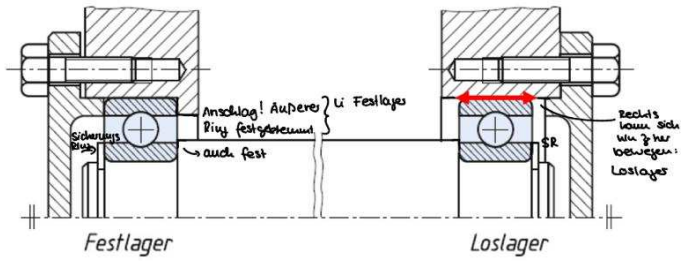
- mehr als zwei Lagerstellen



(1) Fest-Los-Lagerung (identifizieren in Skizze)

Festlager:

- führt die Welle axial in beide Richtungen
- nimmt Radial- und Axialkräfte auf



Merke:

Festlager =	axial fest + radial befestigt
Loslager =	axial beweglich + radial belastbar

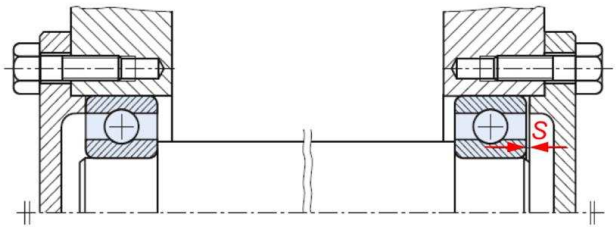
Loslager:

- Keine Führungsaufgabe in axiale Richtung
- ermöglicht axiale Bewegung durch Gleitbewegung der Lagerringe oder durch axiale Relativbewegung innerhalb der Zylinderrollenlager bzw. Nadellager
- nimmt Radialkräfte auf

Quelle:

Wälzlager
Gestaltung von Wälzlagerungen – Anordnung und Kombination

(2) Stützlagerung – schwimmende Lagerung

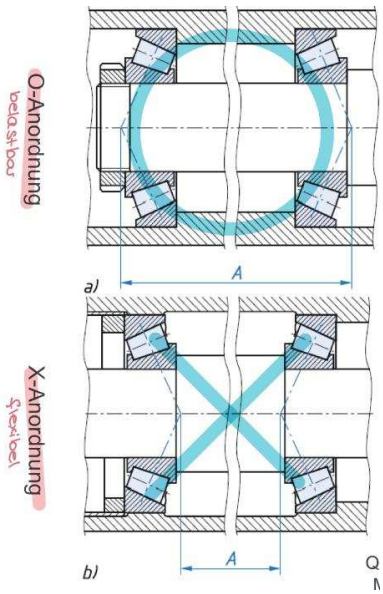


- Fertigungsgünstig
- Falls keine enge axiale Führung der Welle erforderlich
- Einfache Montage
- Welle kann sich um Axialspiel S verschieben

(2) Stützlagerung – Angestellte Lagerung

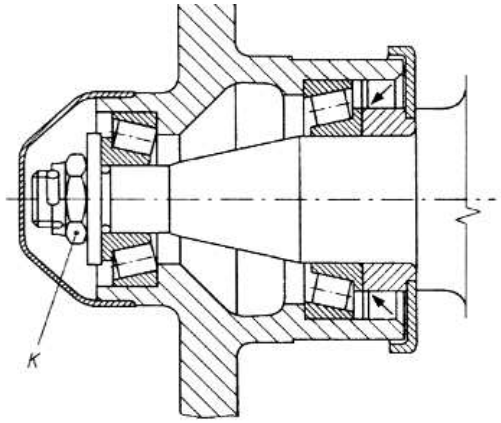
Stützlager:

- Führt die Welle axial in eine Richtung
- Nimmt gegebenenfalls Kräfte auf
- Bei angestellter Lagerung sind stets zwei Stützlager mit entgegengesetzter Stützrichtung und Stützabstand A vorgesehen.
- Achtung: axiale Verschiebung bei z.B. Erwärmung oder Abkühlung ist nicht möglich
  ↳ Auf Temp. achten!



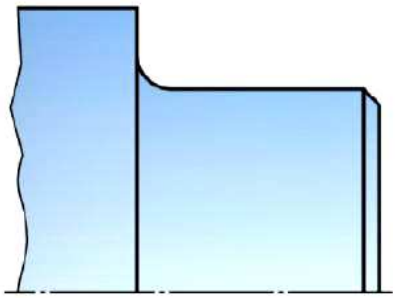
Anwendungsbeispiel: Radnabenlagerung

- zwei zueinander spiegelbildlich eingebaute Kegelrollenlager, die mittels Kronenmutter K an- bzw. nachgestellt werden.



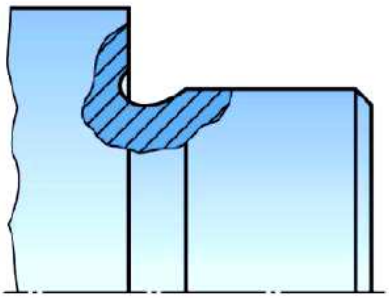
Radlagerung einer Baumaschine

Wann wird ein Freistich benötigt?



Ausrundung

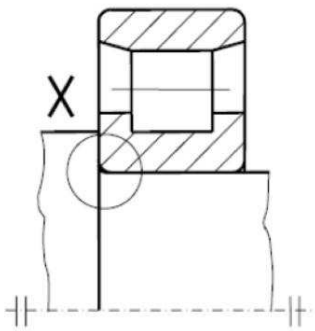
Aufgestecktes Teil hat größeren Radius → OK

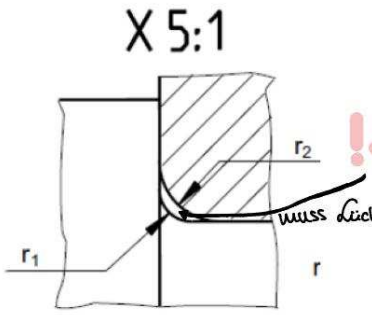


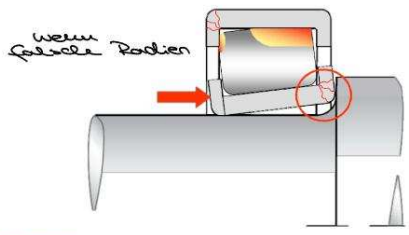
Freistich

Aufgestecktes Teil ist scharfkantig → Freistich notwendig

Wellenabsatz zur Aufnahme eines Wälzlagers







$r_1 < r_2$

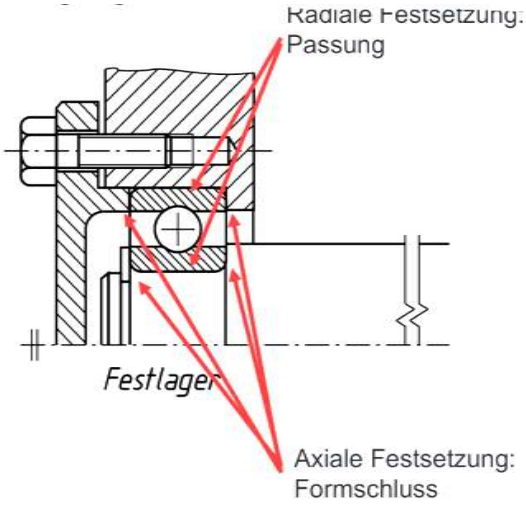
Andernfalls keine definierte Anlage gegeben
↳ sonst liegt Lager nicht sauber an

r_1 möglichst groß

wegen Kerbwirkung
↳ ist dann möglichst gering

Festsetzung der Lagerringe:

- Radial und tangential durch Passung
- Axial durch Formschluss



Kriterien zur Passungswahl:

- Größe und Art der Wälzlager
- Belastung
- Axiale Verschiebemöglichkeit von Loslagern
- Umlaufverhältnisse

Umlaufverhältnisse

- Umfangslast:
  bei einer Umdrehung des Lagers wird jeder Punkt der Laufringbahn einmal belastet.
- Punktlast:
  Belastung der ist immer auf die gleiche Stelle der Laufringbahn gerichtet.

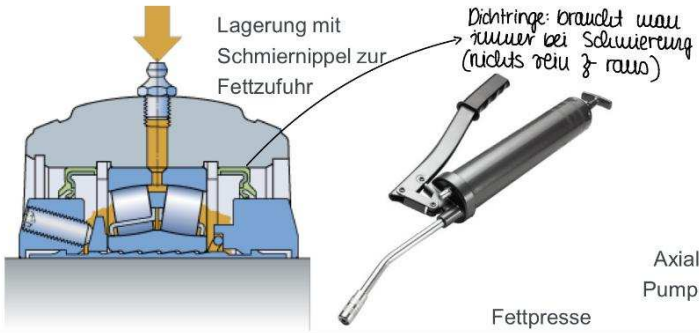
Belastungsart	Erforderlicher Sitz	Bewegungsverhältnis
 Umfangslast am Innenring	**Innenring:** Feste Passung notwendig **Außenring:** Lose Passung zulässig	Innenring rotiert, Außenring steht still, Lastrichtung unveränderlich
 Punktlast am Außenring		Innenring steht still, Außenring rotiert, Lastrichtung rotiert mit dem Außenring
 Punktlast am Innenring	**Innenring:** Lose Passung zulässig **Außenring:** Feste Passung notwendig	Innenring steht still, Außenring rotiert, Lastrichtung unveränderlich
 Umfangslast am Außenring		Innenring rotiert, Außenring steht still, Lastrichtung rotiert mit dem Innenring

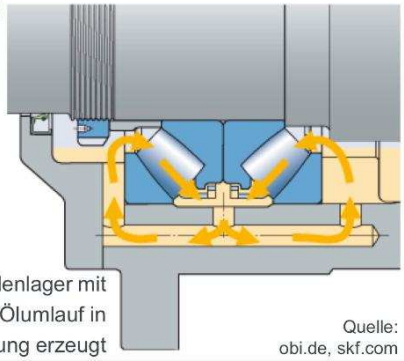
Gestaltung von Wälzlagerungen - Schmierung

Funktion:

- Verhinderung unmittelbare metallische Berührung zwischen Wälzkörpern, Lagerringen
- Schutz derer Oberflächen vor Verschleiß und Korrosion

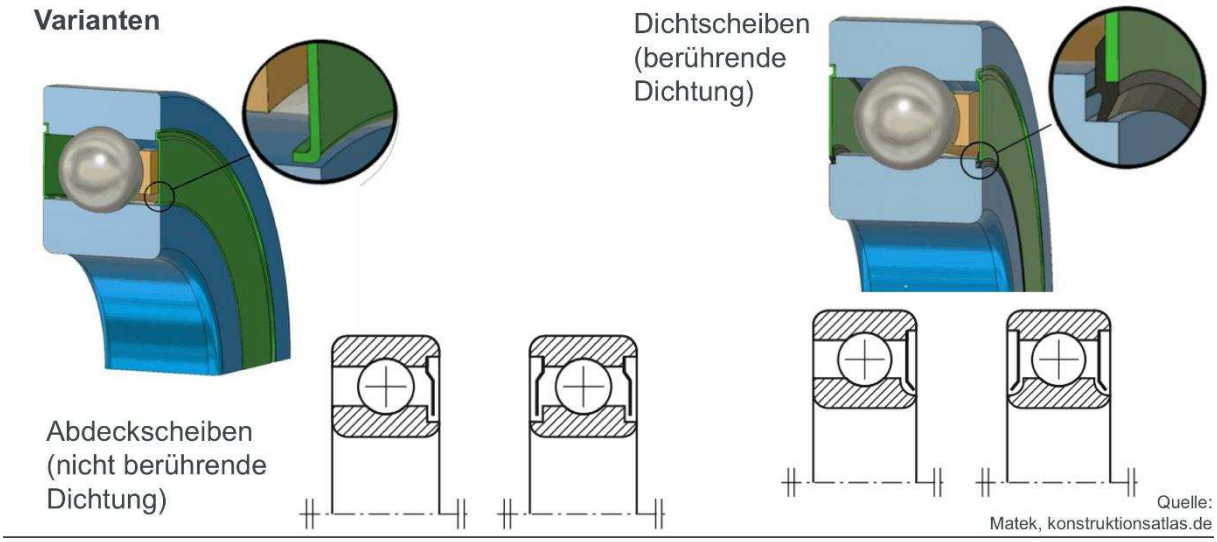
Schmierstoffe: Fett, Öl und Festschmierstoff (in Sonderfällen)





Abdichtung:

- Funktion: Schutz vor dem Eindringen von Schmutz & Feuchtigkeit; Schutz vor Verlust des Schmiermittels
- ACHTUNG: Dicht- & Deckscheiben dichten nicht gegen Druck ab!!!



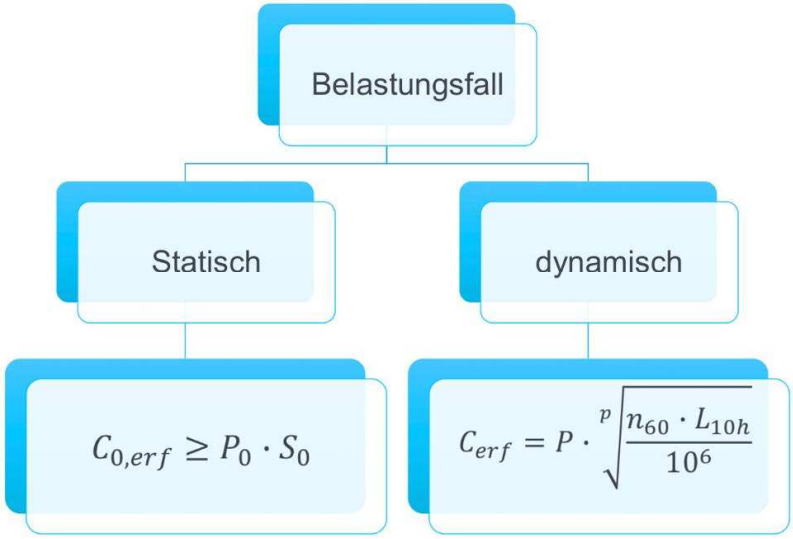
Lebensdauerberechnung Wälzlager:

- Erforderliche Lagerart/größe richtet sich nach:
  Tragfähigkeit, Lebensdauer, Betriebssicherheit
- Unterschieden wird nach Betriebsverhalten:
  statische Tragfähigkeit vs. Dynamische Tragfähigkeit

(1) Belastungsfall

Dynamisch oder Statisch

(2) Vorauswahl der Lagergröße



L_{10h} $[h]$: angestrebte nominelle Lebensdauer

n_{60} $[\frac{1}{min}]$: Drehzahl

P $[N]$: Lagerbelastung P kann überschlägig gewählt werden.

p $[1]$: Kugellager $p = 3$
Rollenlager $p = 10/3$

S_0 $[1]$: statische Tragsicherheit

Statische Tragfähigkeit:

Ein Wälzlager gilt als statisch beansprucht bei

- Stillstand
- Kleine Pendelbewegungen
- Drehzahl $n_{60} \leq 10$

Statische Tragsicherheit: $S_0 = \frac{C_0}{P_0}$

S_0 $[1]$: statische Tragsicherheit (je nach Lagerart $0{,}4 \leq S_0$

C_0 $[\frac{N}{mm^2}]$: statische Tragzahl (aus Katalog)

P_0 $[\frac{N}{mm^2}]$: statisch äquivalente Lagerbelastung mit $P_0 = X_0 \cdot F_{r0} + Y_0 \cdot F_{a0}$

F_{r_0}, F_{a0} $[N]$: statische radial/axial Lagerkräfte

X_0, Y_0 $[1]$: statische radial/axial Faktoren

Dynamische Tragfähigkeit:

(3) Äußere Kräfte

$F_a = 0 \rightarrow P = F_r$

$F_r = 0 \rightarrow P = F_a$

(4) Dynamische äquivalente Lagerbelastung

P wird in folgenden Fällen beeinflusst:

- Bei einreihigen Radiallagern falls $\frac{F_a}{F_r} \geq e$ (mit Faktor e aus Katalog)
- Bei zweireihigen Radiallagern falls $\frac{F_a}{F_r} \leq e$

Berechnung von P

$$P = X \cdot F_r + Y \cdot F_a$$

F_r, F_a $[N]$: dynamische radiale/axiale Lagerkräfte
X, Y $[1]$: radial/axial Faktoren (aus Katalog)

(5) Nominelle Lebensdauer in Stunden:

$$L_{10h} = \frac{10^6 \cdot L_{10}}{60 \cdot n_{60}} \text{ mit } L_{10} = \left(\frac{C}{P}\right)^p$$

$$L_{10h} = \frac{10^6}{60 \cdot n_{60}} \cdot \left(\frac{C}{P}\right)^p$$

L_h, L_{10h} $[h]$:	nominelle Lebensdauer
L_{10} $[10^6$ Umdr.$]$:	nominelle Lebensdauer
n_{60} $[\frac{1}{min}]$:	Drehzahl
C $[\frac{N}{mm^2}]$:	dynamische Tragzahl (aus Katalog) mithilfe errechnetem C_{erf} auswählbar
P $[N]$:	dynamische äquivalente Lagerbelastung
p $[1]$:	Kugellager p = 3 Rollenlager p = 10/3

Nice-to-know:

- Der Quotient $\frac{C}{P}$ wird als *dynamische Tragfähigkeit* bezeichnet
- Drehzahlfaktor $f_n = \sqrt[p]{\frac{33\frac{1}{3}}{n_{60}}}$
- Lebensdauerfaktor $f_L = \sqrt[p]{\frac{L_{10h}}{500}}$

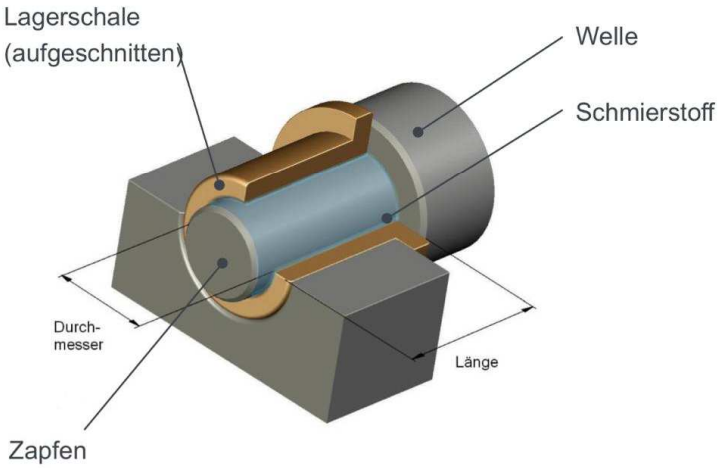
Kontrollfragen:

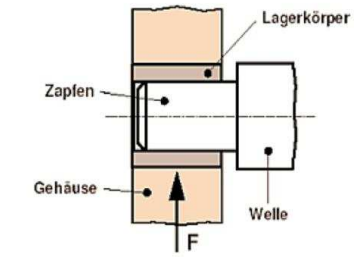
- Nennen Sie die Aufgaben, die ein Festlager bzw. ein Loslager zu erfüllen haben
  Festlager: führt Welle axial in beide Richtungen & nimmt Radial & Axialkräfte auf
  Loslager: Nimmt Radialkräfte auf, ermöglicht axiale Verschiebung, zB durch Wärmeausdehnung
- Der Begriff äquivalente Lagerbeanspruchung ist zu erklären
  rechnerische Ersatzbelastung, die kombinierte Radial und Axialkräfte in eine vergleichbare Lagerbelastung P umwandelt
  $P = XF_r + YF_a$
- Was wird unter den Begriffen Punktbelastung und Umfangsbelastung verstanden? Wann treten diese Belastungen bei Wälzlagern auf?
  Punktbelastung: Belastungsrichtung bleibt relativ zum Lagerring an derselben Stelle
  Umfangsbelastung: Belastungszone wandert über den gesamten Umfang des Lagerrings entscheidend für die Wahl der Passung des Lagerrings

- Was versteht man unter statischer und was unter dynamischer Tragzahl eines Wälzlagers?
  C_0 = statische Tragzahl: Tragfähigkeit bei Stillstand/ sehr geringer Bewegung
  C = dynamische Tragzahl: Kennwert für Lager unter Drehbewegung & Lebensdauerberechnung
- Nenne die Formel zur Ermittlung der nominellen Lebensdauer in Stunden für Lager
  $L_{10h} = \frac{10^6}{60n} \left(\frac{C}{P}\right)^p$
  p = 3 bei Kugellager
  p = 10/3 bei Rollenlager
  L10h ist die Lebensdauer, die 90% einer ausreichend großen Gruppe gleicher Lager erreichen oder überschreiten --> 10% aller Lager sind ausgefallen

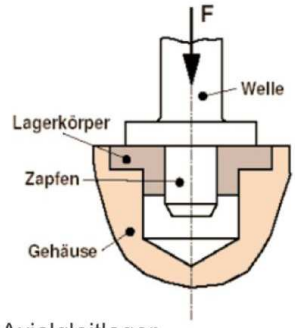
Gleitlager:

Aufbau:





Radialgleitlager



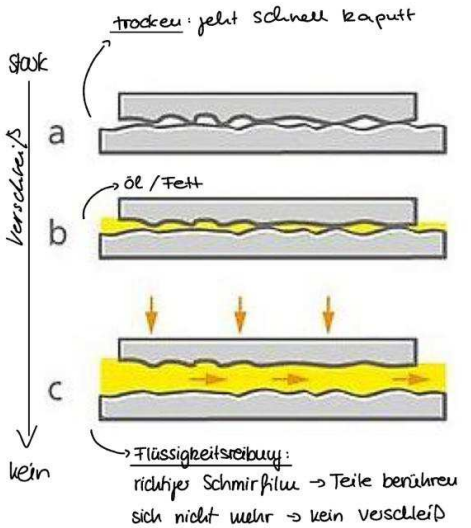
Axialgleitlager Que

- MedTech Bsp.: Prothesenkniegelenke, Reha/Mobilität, Medizinische Geräte, Dentalgeräte

Reibungszustände → Bewegung zweier Teile: führt zu Reibung → Verschleiß!

Lagerkraft F soll möglichst gleichmäßig über die gesamte Gleitfläche verteilt sein. Reibungskraft F_R wirkt entgegen.

- Reibungskoeffizient: $\mu = \frac{F_R}{F}$
- Festkörperreibung: (a)
  μ > 0,3 abhängig von Rauigkeit der Oberfläche, neigt zum Fressen (a) → ohne Schmierfilm (z.B. Stahl auf Stahl μ=0,18)
- Flüssigkeitsreibung: (c)
  die Reibung findet im Flüssigkeitsspalt statt. An den Grenzflächen ist die Relativbewegung zum jeweiligen Partner 0. μ = typ. 0,005 … 0,01 (c)



Quelle

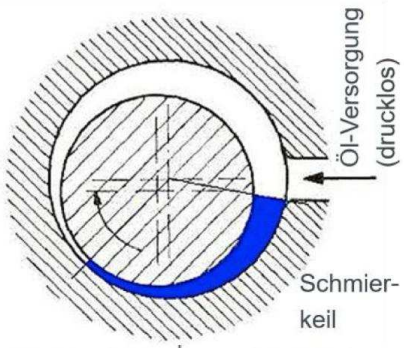
Festkörperlager:

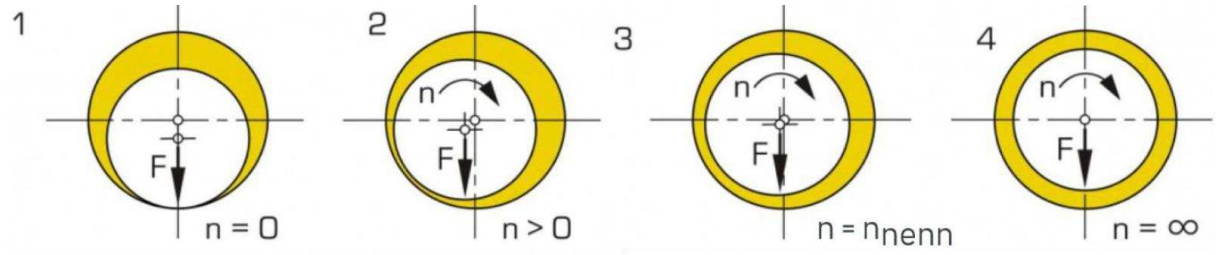
- Trocken laufende Lager werden bei niedrigen Lasten und Geschwindigkeiten eingesetzt
- Im Betrieb: Festkörperreibung
- Herstellung aus Metall, Kunststoff, Keramik

Vorteile	Nachteile
Geringe Kosten	Nur bei niedrigen lasten und Geschwindigkeiten einsetzbar
Wartungsfreiheit	

Hydrodynamisches Gleitlager = Flüssigkeitslager:

- Drehbewegung zieht Schmierstoff in den Lagerspalt
- Es bildet sich ein Schmierkeil
- Dadurch entsteht Flüssigkeitsdruck:
  Welle wird von Lagerfläche abgehoben
  Gleitpartner werden voneinander getrennt
- Betriebszustand: Flüssigkeitsreibung/Vollschmierung
- Druck entsteht durch die Bewegung selbst





- Stribeck-Diagramm:
  stellt den Übergang von Festkörper-reibung zur Flüssigkeitsreibung bei hydrodynamischen Lagern dar:
- Als sicherer Betriebszustand gilt

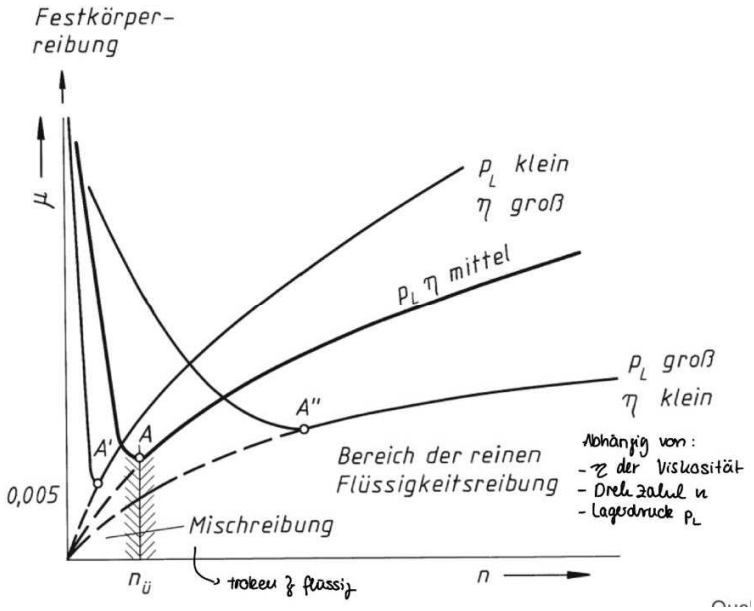
$$n > n_{ü}$$

$A, A', ..$: Ausklinkpunkte

$\eta\ [\frac{Ns}{m^2}]$: Viskosität des Schmiermittels

$n\ [\frac{1}{s}]$: Drehzahl

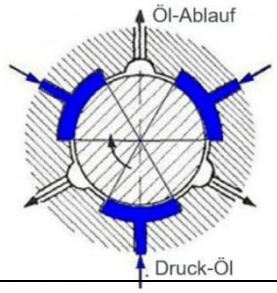
$p_L\ [\frac{N}{m^2}]$: Lagerdruck



- Anwendungsbereich: Kurbelwellenlager im Auto, Große Getriebe, Schnell drehende Teile

Vorteile	Nachteile
Ideale Schmierbedingungen bei jeder Drehzahl	Aufwendige und teure Konstruktion
Hält hohen Belastungen stand	Ölförderung nötig
Lange Lebensdauer	
Leise	

Hydrostatisches Gleitlager:



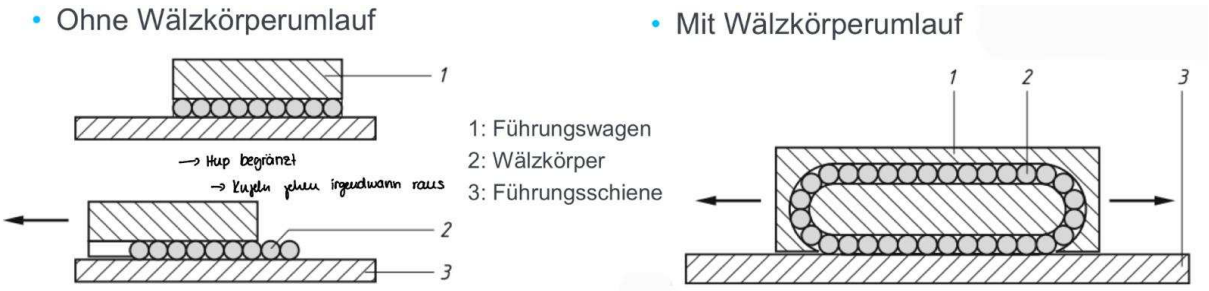
- Schmierstoff wird durch externe Pumpe unter Druck in Lagerraum gepresst
- Flüssigkeitsfilm besteht deshalb auch im Stillstand

Vorteile	Nachteile
Sehr verschleißarm, da stets im Bereich der Flüssigkeitsreibung	Mehraufwand durch Pumpeninstallation

Lineare Lagerung:

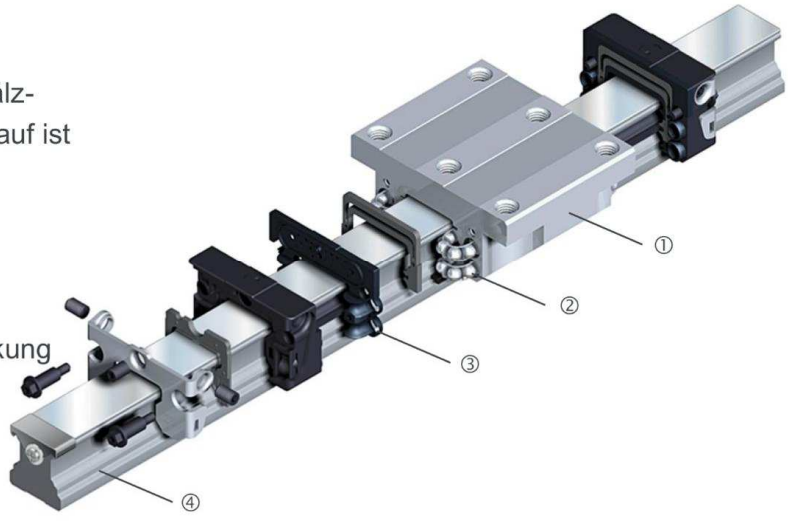
- Auch lineare Führungen werden unterteilt in Wälzführung und Gleitführung
- Bsp.: Kugelführung, Kreuzrollenführung, Kugelumlaufführung, Nadelführung
- MedTech Bsp.: Reha-Geräte, medizinische Geräte/Mobiliar; zB Patientenstuhl. Trainingsgerät

Wälzkörperführung:

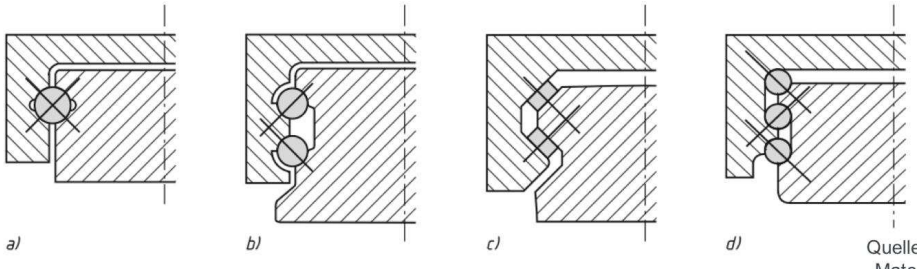


Vorteile mit Umlauf	Nachteile mit Umlauf
Verschiebeweg nur durch Länge der Schiene begrenzt, nicht durch Verschiebung der Kraftübertragungselemente	Abrupte Richtungsänderung der Wälzkörper ➔ Stoßartige Belastungen • Geräuschentwicklung • Begrenzte Geschwindigkeit

wichtigste Ausführung von Wälzführungen mit Wälzkörperumlauf ist die **Profilschienenführung**.



- Typische Wälzkörperanordnung in Profilschienenführungen:
  a. Zweireihig
  b. Vierreihig,O-Anordnung
  c. Vierreihig, X-Anordnung
  d. Sechsreihig



Gleitführung:

- Für Gleitführungen sind drei Grundformen möglich: Rechteck, Dreieck, Kreis --> hieraus andere Führungsgeometrien abgeleitet
- MedTech Bsp: Medizinisches Assistenzsystem für Cochlea Implantate

Vorteile	Nachteile
Große Kontaktoberfläche: geringe Flächenpressung als bei Wälzkörperführung	Hohe Reibungsverluste
Wartungsfrei	Hoher Anlaufwiderstand
Trockenlauf (keine Verschmutzung durch Schmierstoffe)	Schlechterer Wirkungsgrad als Wälzkörperführungen
Unempfindlich gegenüber Wasser, Schmutz, Sand, Chemikalien	Fertigung mit geringem Übermaß --> Verlust an Steifigkeit

Gegenüberstellung:

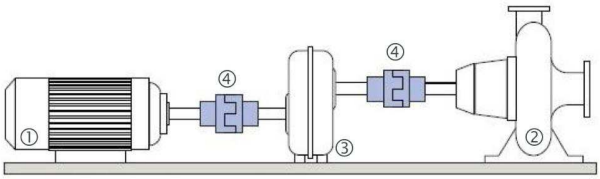
Wälzlager	Gleitlager
Präziser Rundlauf	Nicht wirklich exakt
Beschränkte Drehzahl	Drehzahlfest
Beschränkte Lebensdauer (Kugellager gehen immer kaputt)	Halten fast ewig
Laut	Leise
Stoßempfindlich	Robust
Lager teuer, Konstruktion günstig	Lager günstig, Konstruktion manchmal aufwändig

Kontrollfragen:

- Was ist die Aufgabe eines Gleitlagers
  Welle/Zapfen führen & Lagerkräfte über eine Gleitfläche bzw. einen Schmierfilm übertragen
- Welche Reibungszustände gibt es und welcher wird angestrebt während des Betriebs
  Festkörperreibung, Mischreibung, Flüssigkeitsreibung
  Im normalen Betrieb wird Flüssigkeitsreibung angestrebt --> Gleitpartner sind durch Schmierfilm getrennt --> geringer Verschleiß
- Wie beeinflusst die Viskosität des Schmieröls den Reibungskoeffizienten?
  Höhere Viskosität erleichtert den Aufbau eines tragenden Schmierfilm
  Im Stribeck-Diagramm beeinflusst die Viskosität damit den Übergang zur Flüssigkeitsreibung
  Viskosität muss passend gewählt werden, damit sicherer Flüssigkeitsreibungsbetrieb erreicht

- Unterschied zw. Hydrostatik und Hydrodynamik
  Hydrostatik: externe Pumpe erzeugt Schmierdruck Flüssigkeitsfilm existiert auch im Stillstand
  Hydrodynamik: Schmierdruck entsteht durch Relativbewegung & Schmierkeil, ausreichende Drehzahl erforderlich

11. Kupplungen

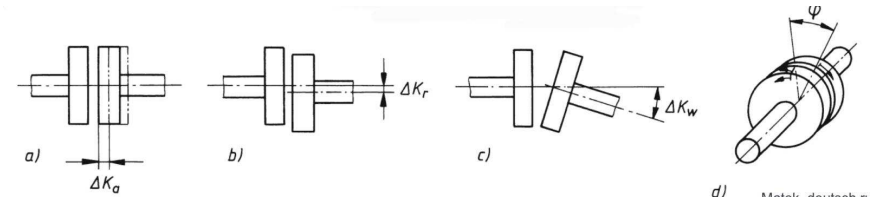


① Kraftmaschine (Motor)
② Arbeitsmaschine
③ Getriebe
④ Kupplung

- Hauptfunktion: Übertragung von Rotationsenergie (Drehmoment, Drehbewegung):zwischen zwei Wellen, Zwischen einer Welle und einem auf ihr brehbeweglich sitzenden Bauteil (zB Zahnrad im Schaltgetriebe)
- Nebenfunktionen: Ausgleich von Wellenverlagerungen (Toleranzen ausgleichen), Dämpfung, Schaltung
- MedTech Bsp.: ECMO, OP-Roboter, Laborzentrifugen, Infusions/Spritzenpumpen,…
- MedTech Anforderungen: Sicherheit, Hygiene, kompakte Bauweise, Präzision, Leise, Langlebigkeit, Montagefreundlichkeit, geeignete Materialwahl

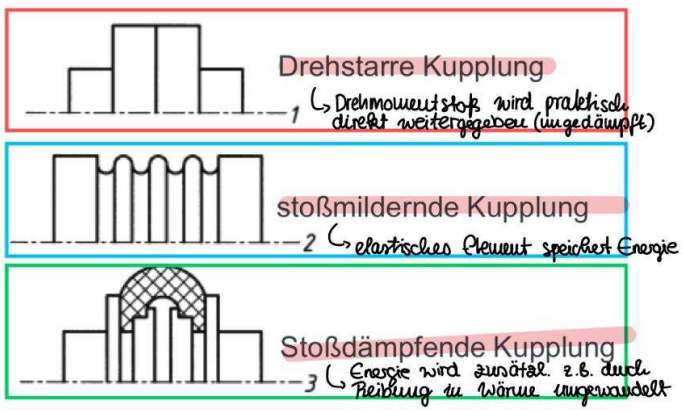
Ausgleichsfunktion:

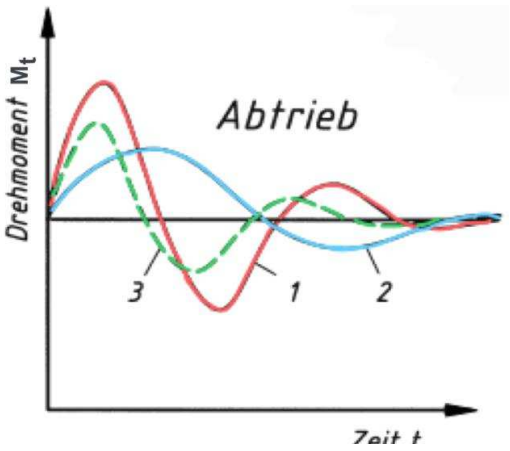
- Nachgiebige Kupplungen können verschiedene Wellenverlagerungen ausgleichen
  a. Axiale Nachgiebigkeit ΔK_a
  b. Radiale Nachgiebigkeit ΔK_r
  c. Winkelige Nachgiebigkeit ΔK_w
  d. Drehnachgiebigkeit (Verdrehwinkel $\varphi = \frac{Drehmoment\ M_t}{Drehfedersteife\ C_T}$)



Dämpfungsfunktion:

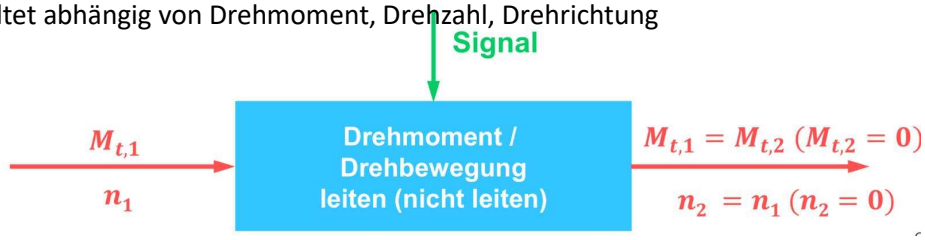
- Elastische Kupplungen beeinflussen Drehmomentstöße
- Elastische Kupplungen reduzieren damit: Drehmomentstöße, Schwingungen, Drehmomentspitzen





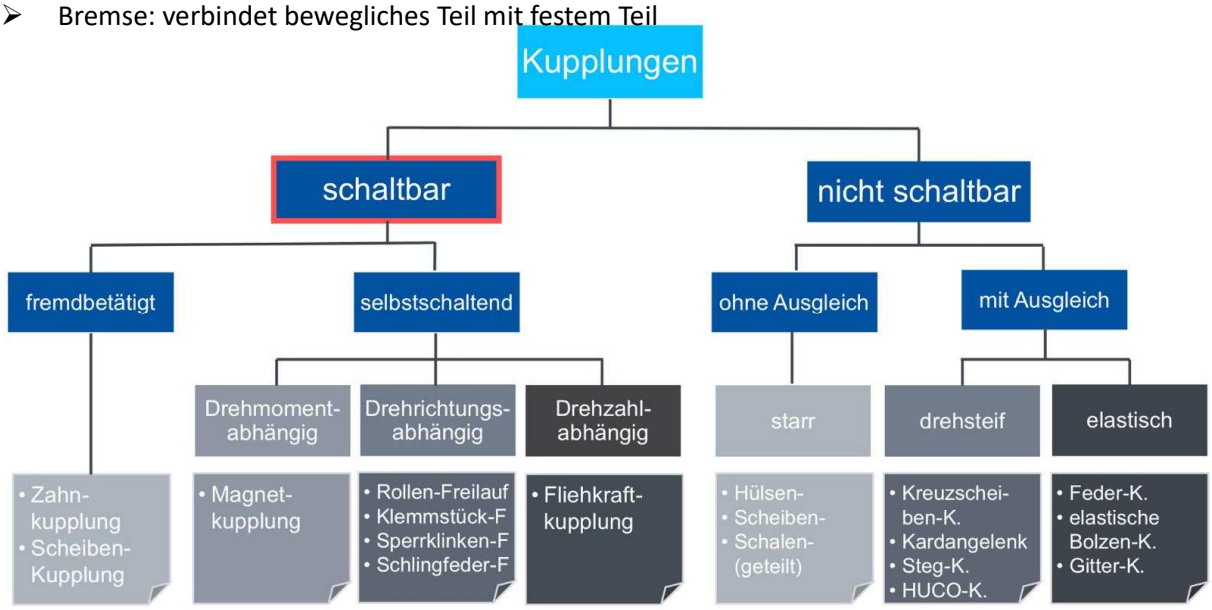
Schaltfunktion:

- Kupplung kann Drehmoment-/Drehbewegungsfluss verbinden/unterbrechen
- Schaltbare Kupplungen werden unterschieden in:
  - Fremdbetätigt: Schaltung durch äußeres Signal
  - Selbstschaltend: schaltet abhängig von Drehmoment, Drehzahl, Drehrichtung



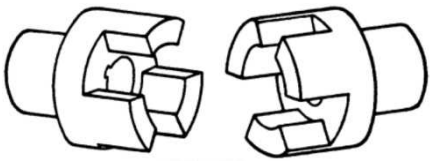
Kupplung vs. Bremse:

- Technisch sehr ähnlich
- Eine Bremse kann als kraftschlüssige schaltbare Kupplung angesehen werden, bei der ein Kupplungsteil festgehalten wird
- Kupplung: Verbindet zwei bewegliche Teile
- Bremse: verbindet bewegliches Teil mit festem Teil



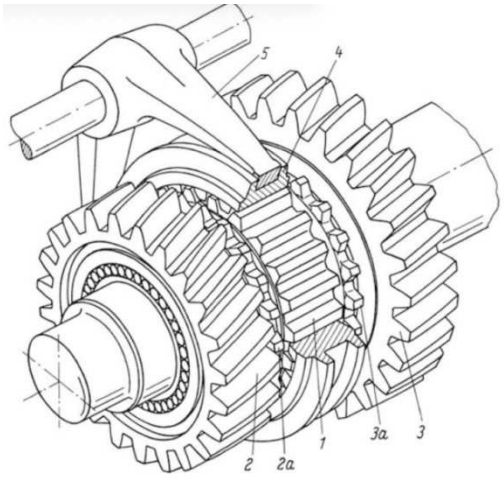


Klauenkupplung:



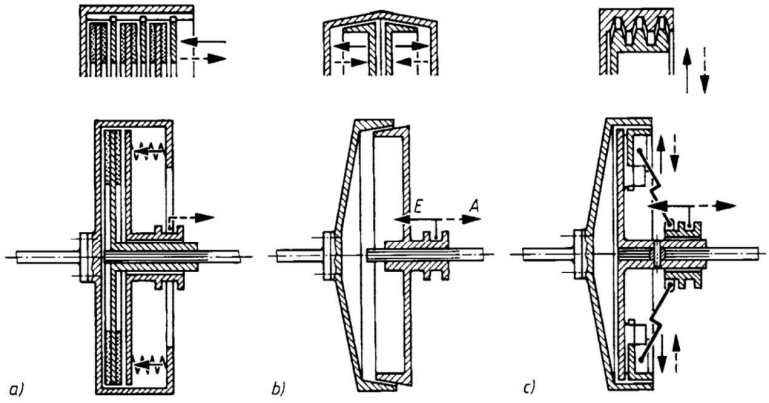
- Einfachste formschlüssige Schaltkupplung
- Kupplungshälften mit 3-5 stirnseitigen Klauen
  --> greifen wechselseitig in entsprechende Lücken der anderen Kupplungshälfte
- Ein und Auskuppeln durch axiales Verschieben einer Kupplungshälfte

Zahnkupplung:



- Einsatz zB in Kraftfahrzeuggetrieben
- Lose Zahnräder sitzen drehbar auf Wellen
- Durch axiales Verschieben einer innenverzahnten Muffe wird das gewünschte Zahnrad mit der Welle gekoppelt
  --> formschlüssige Drehmomentübertragung
  1. Kupplungszahnrad fest mit Welle verbunden
  2. & 3. Zu kuppelnde Zahnräder
  3. A & 2a Kupplungszahnkränze
  4. Kupplungsmuffe
  5. Schaltgabel

Reibschlüssige Schaltkupplung:

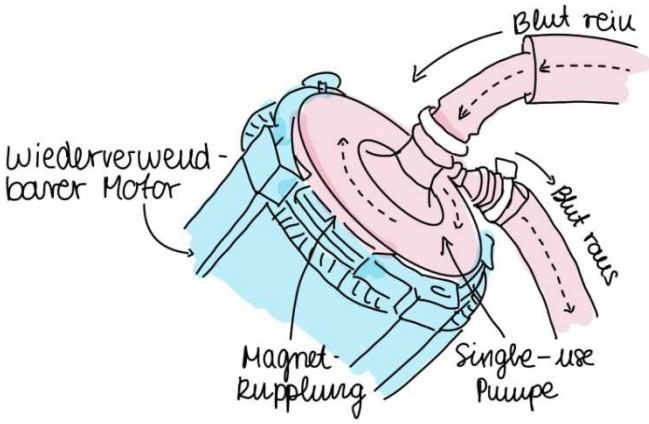


E: Einschalten (Kuppeln),
A: Ausschalten (Entkuppeln).

- Einteilung nach Form der Reibflächen:
  a) Seibenkupplung (am häufigsten verwendet): Ein, Zwei oder Mehrflächenkupplung
  b) Kegelkupplung
  c) Zylinder (Backen) Kupplung

Selbstschaltende Kupplungen:
Drehmomentsabhängig (Sicherheitskupplung)

Magnetkupplung



- Dauermagnete auf beiden Kupplungsteilen
- Drehmomentübertragung durch magnetische Anziehung
- Keine direkte mechanische Verbindung nötig
  --> besonders interessant für berührungslose/sterile Schnittstellen
- MedTech: Magnetkupplung zwischen wiederverwendbarem Motor & Single use Pumpe ermöglicht sterile Trennung ohne Wellendurchführung

Sperrkörper-Sicherheitskopplung

- Sperrkörper (meist Kugeln) sitzen in Vertiefungen
- Bei Überschreiten eines einstellbaren Grenzdrehmoments rutschen sie aus den Vertiefungen & unterbrechen Drehmomentfluss!
- Schützt Antrieb & Maschine vor Überlastung

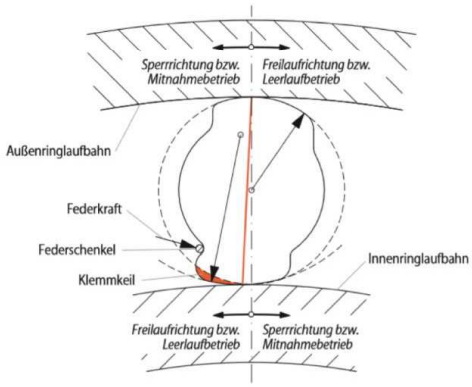
Selbstschaltende Kupplung: Drehrichtungsabhängig (Freilauf)

↳ freilauf : Fahrrad (das was klickt am Hinterrad ohne Treten)

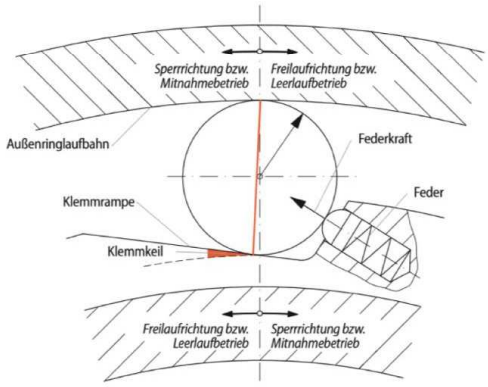
An- und Abtriebsteil sind in einer Drehrichtung gegeneinander frei beweglich (Leerlaufrichtung) und in der anderen gekoppelt (Sperrrichtung).

Man unterscheidet:

a) Klemmstückfreilauf (reibschlüssig) ↳ hört man nicht

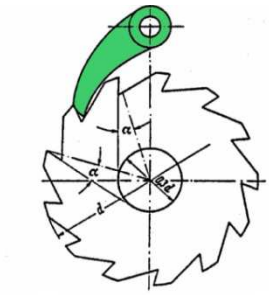


b) Rollenfreilauf (reibschlüssig)

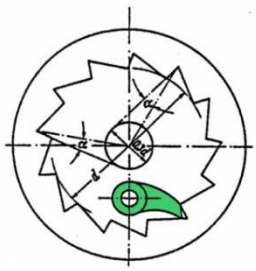


Sperrklinkenfreilauf (formschlüssig)

- Sperrklinke greift in Sperrad ein

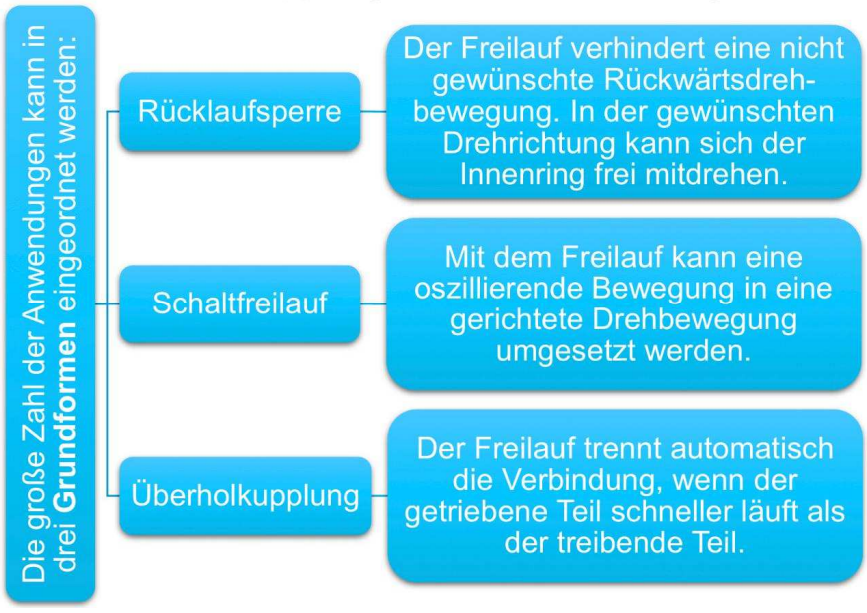


Sperrrad mit Außenverzahnung

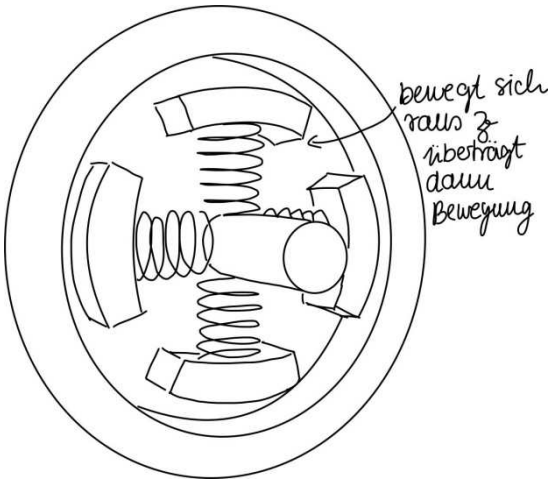


Sperrrad mit Innenverzahnung

Anwendung:



Drehzahlabhängig: Fliehkraftkupplung:



- Drehzahlabhängig & selbstschaltend
- Bei steigender Drehzahl bewegen sich Fliehgewichte nach außen
  --> Kupplung greift ein & übertragt Drehmoment
- Unterhalb einer bestimmten Drehzahl wieder getrennt

Kontrollfragen:

- In welche beiden Hauptgruppen werden Kupplungen eingeteilt?
  schaltbar & nicht schaltbar
- Wie teilt man schaltbare Kupplungen nach der Art der Kraftübertragung ein?
  Formschlüssig & reibschlüssig
- Wie können schaltbare Kupplungen betätigt werden?
  fremdbetätigt durch äußeres Signal und selbstschaltend abhängig von Drehmoment, Drehzahl oder Drehrichtung
- Der Begriff Sicherheitskupplung ist zu erläutern. Die zwei grundsätzlichen Ausführungsformen sind zu beschreiben
  Schützt Bauteile vor Überlastung, indem der Drehmomentfluss bei Überschreiten eines Grenzdrehmoments unterbrochen/begrenzt wird
- Welche großen Nachteile haben formschlüssige, schaltbare Kupplungen
  Sie können meist nur im Stillstand bzw. bei Drehzahlgleichheit eingeschaltet werden

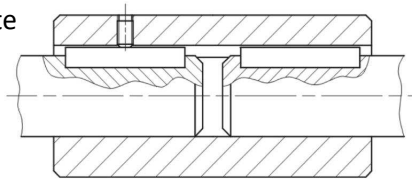
Starre Kupplung:

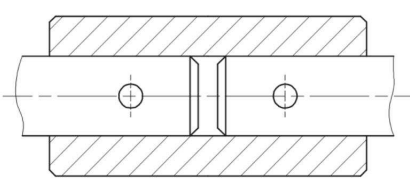
- Wellen werden drehstarr und biegesteif miteinander verbunden

Vorteile	Nachteile
Verschleißfrei	Drehmomentstöße und Schwingungen werden ungedämpft übertragen
Wartungsfrei	Nicht für fluchtende Wellen geeignet
Für beide Drehrichtungen geeignet	

Hülsenkupplung:

- Prinzip: zwei hintereinandergeschaltete Wellen-Nabe-Verbindungen
- Fixiert durch: Passfeder, Kegel/Kerbstifte
- Einfach und Kompakt


Hülsenkupplung mit Passfedern

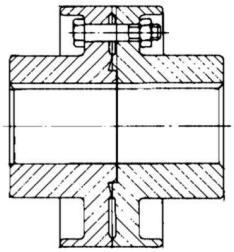

Hülsenkupplung mit Stiften

Schalenkupplung:

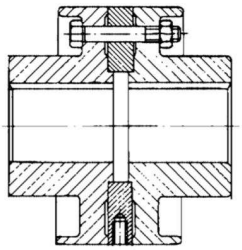
- Hülse ist in zwei Halbschalen geteilt
- Vorteil: radiale Montage; Wellen müssen bei Montage nicht axial auseinander geschoben werden

Scheibenkupplung:

- Am häufigsten eingesetzte feste Kupplung
- Die beiden Kupplungshälften besitzen eine Zentrierung oder müssen mittels Passschrauben bzw. Zentrierstifte verbunden werden



Form A



Form B
mit zweiteiliger Zwischenscheibe (Zentrierring) für Ein- und Ausbau der zu kuppelnden Bauteile ohne axiales Verschieben derselben.

Ausgleichskupplungen:

- Aufgabe: Ausgleich von Flucht-- und Lagefehlern der zu kuppelnden Wellen
- Zulässiger axialer, radialer, winkliger Versatz der Kupplungshälften $\Delta K_a, \Delta K_r, \Delta K_w$ werden vom Hersteller angegeben
- Gelenke/elastische Elemente zwischen drehfest befestigten Naben übertragen Umfangskräfte & ermöglichen Relativbewegungen der Wellen zueinander

Drehsteife Ausgleichskupplung:

- Bauformen: Oldham-Kupplung, Federstegkupplung, Kardangelenk

Vorteile	Nachteile
Geringe oder keine Rückstellkräfte	Keine trennung der Verbindung während des Betriebes
Größere Achswinkel und größerer Achsversatz möglich	Starre Kupplungen dürfen keinen Wellenversatz haben
Elastische Kupplungen nehmen Stöße und Schwingungen auf bzw. dämpfen Drehmomentsspitzen	Kardangelenk: Schmierung der Gelenke und Wartung notwendig

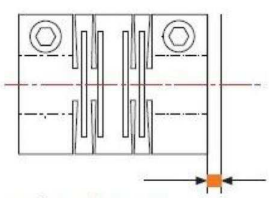
- MedTech Bsp.: Höhenverstellung von Patiententischen/C-Bogen MRT…
  Anforderungen: Präzision, Sicherheit, Geräuscharmut

Kreuzscheibenkupplung (Oldham-Kupplung):

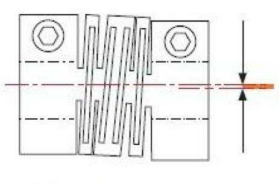
- Zwischen zwei Naben liegt bewegliche Scheibe
- Scheibe besitzt auf beiden Seiten um 90° versetzte Nut
- Schreibe ist frei beweglich
- Kann radialen Achsversatz ausgleichen aber kann keine Axialkräfte übertragen

Federstegkupplung:

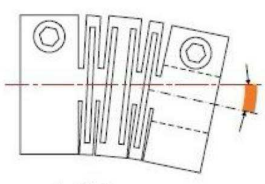
- Metallelastische Kupplung
- Zylindrischer Grundkörper mit
  - Radial eingefrästen Nuten:
    Federstegkupplung



Axialer Wellenversatz

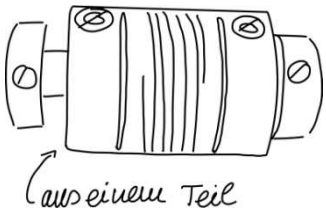


Radialer Wellenversatz

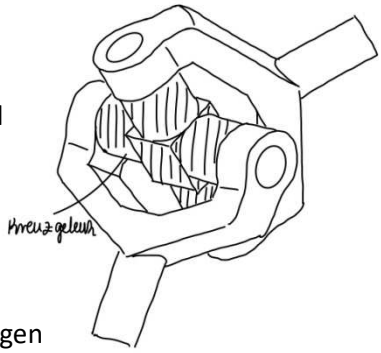


Winkelfehler

- Spiralförmig eingefrästen Nuten: Wendelkupplung



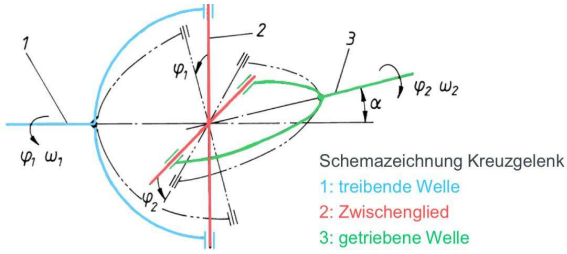
Kardangelenk (Kreuzgelenk)



- Teuer!
- Besteht aus zwei u-förmigen Hälften die ineinander greifen und durch ein Kreuzgelenk verbunden sind
- Ermöglicht Übertragung bei Winkelversatz

Kardanfehler:

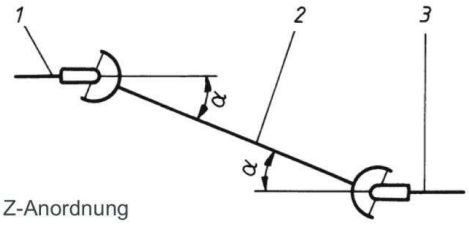
- Bei Winkelversatz ist Drehbewegung nicht gleichförmig übertragen
- Antriebsgeschwindigkeit schwankt sinusförmig --> Kardanfehler mal schneller, mal langsamer --> gleicht sich am Ende wieder aus
- Abtrieb läuft während der Umdrehung abwechselnd vor & nach



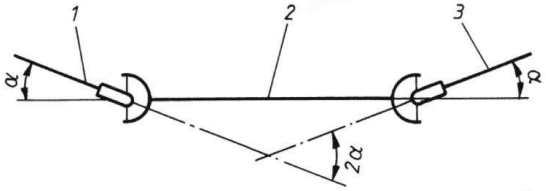
Kardanfehler ausgleichen:

- Durch zweite Gelenkwelle und Zwischenwelle möglich
- Bedingungen:
  - Alle Wellenteile (1,2,3) müssen in einer Ebene liegen
  - Die Ablenkwinkel α der beiden Gelenke müssen gleich groß sein
  - Die inneren Gelenkgabeln müssen in einer Ebene liegen

1: Antriebswelle, 2: Zwischenwelle, 3: Abtriebswelle



Z-Anordnung



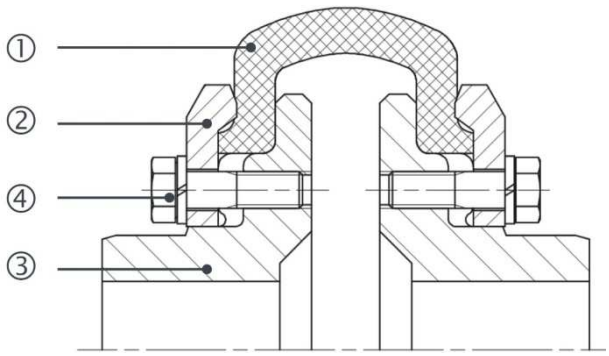
W-Anordnung

Qu
Matek. konstruktionsatla

Elastische Ausgleichskopplung:

- Elastische Elemente zwischen Naben
- Ermöglichen Ausgleich & erzeugen dabei Rückstellkräfte
- Bauformen:
  - Gummielastisch: Wulstkupplung, elastische Klauenkupplung, Bolzenkupplung
  - Federelastisch: Federkupplung
- MedTech Bsp.: Hochgeschwindigkeits-Laborzentrifuge: Saubere Trennung der Bestandteile der Probe, Vermeidung Schäden an Probe --> hohe Laufruhe erforderlich

Wulstkupplung:

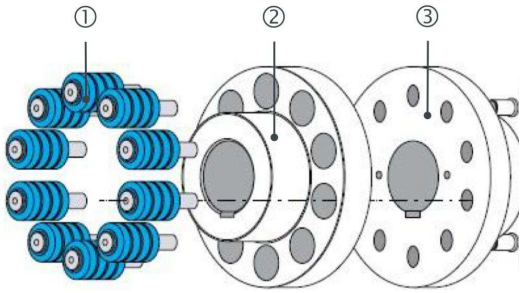


- Elastisches Element: Gummihalbreifen (1)
- Weitere Bauteile: (2) Druckscheibe, (3) Kupplungsnabe, (4) Spannschraube
- Hochelastische Kupplung
- Geeignet für raue Umgebung (wegen geschlossener Bauweise), allerdings ist Einsatz unter Hitze durch physikalische Eigenschaften des Gummis begrenzt

Elastische Klauenkupplung:

- Elastisches Element: Zahnkranz mit Ballenprofil
- Die elastischen Zähne sind nur druckbelastet--> hohe Belastung der einzelnen Zähne möglich

Bolzenkupplung:



- Elastisches Element: Gummielement auf Bolzen (1)
- Axial steckbar mit wenig Platzaufwand

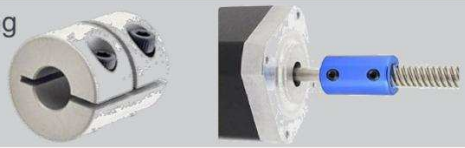
Federkupplung:

- Elastisches Element: Feder
- Gegenläufige Schraubenfedern in Naben eingelötet
- Bei Drehmomentübertragung können sich immer zwei Federlagen aufeinander abstützen --> für beide Drehrichtungen verwendbar

Gitterkupplung:

- Metall oder elastomerelastische Kupplung
- Zylindrischer Grundkörper mit
  - Radial eingefräste Nuten
  - In die Nuten eingelegtes Gitter erlaubt geringen Radial, Axial und Winkelversatz
  - Je nach Gittermaterial mehr oder weniger Dämpfung von Torsionsschwingungen

Verwendung MedTech:!!!

Anwendungs-fall	Anforderung	Mögliche Kupplungen
Motor mit Gewinde-spindel verbinden	geringe Drehzahl, hohes Drehmoment, statisch bestimmt	Hülsenkupplung 
Motor mit Pumpe verbinden	geringe Drehzahl, hohes Drehmoment, Winkel- und Radialversatz, statisch überbestimmt	Elastische Klauenkupplung, Wendelkupplung, Federstegkupplung, Gitterkuppung 
Hochdreh-ende Zentrifuge antreiben	hohe Drehzahl, geringes Drehmoment, Winkel- und Radialversatz	Elastische Ausgleichkupplung 
Drehbewe-gung „um die Ecke leiten“	geringe Drehzahl, hohes Drehmoment, großer Winkelversatz	Kardangelenk 

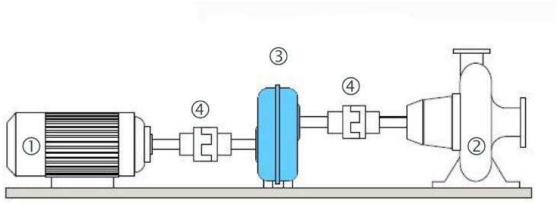
Kontrollfragen:

- Welche Aufgaben können Kupplungen übernehmen?
  Drehmoment & Drehbewegung übertragen
  Wellenversatz ausgleichen
  Schwingungen/Stöße dämpfen
  Kraftfluss schalten/unterbrechen
- In welche 3 Gruppen werden die nicht schaltbaren Kupplungen eingeteilt?
  starre Kupplungen
  drehsteife Ausgleichskupplungen
  elastische Ausgleichskupplungen
- Nenne 3 starre (feste) Kupplungen und deren Eigenschaften
  Hülsenkupplung: einfache Hülse über beide Wellen, kompakt und einfach
  Schalenkupplung: zweiteilig, radial montierbar
  Scheibenkupplung: sehr verbreitet, hohe Steifigkeit & gute Zentrierung
- Warum ist ein kleines Massenträgheitsmoment bei Kupplungen erwünscht?
  weniger Energie wird zum Beschleunigen/Abbremsen der Kupplung benötigt
  geringere dynamische Belastungen & schnellere Ansprechverhalten

12. Getriebe 2

- **Hauptfunktion:**





① Kraftmaschine
② Arbeitsmaschine
③ Getriebe
④ Kupplung

- **Nebenfunktionen:**



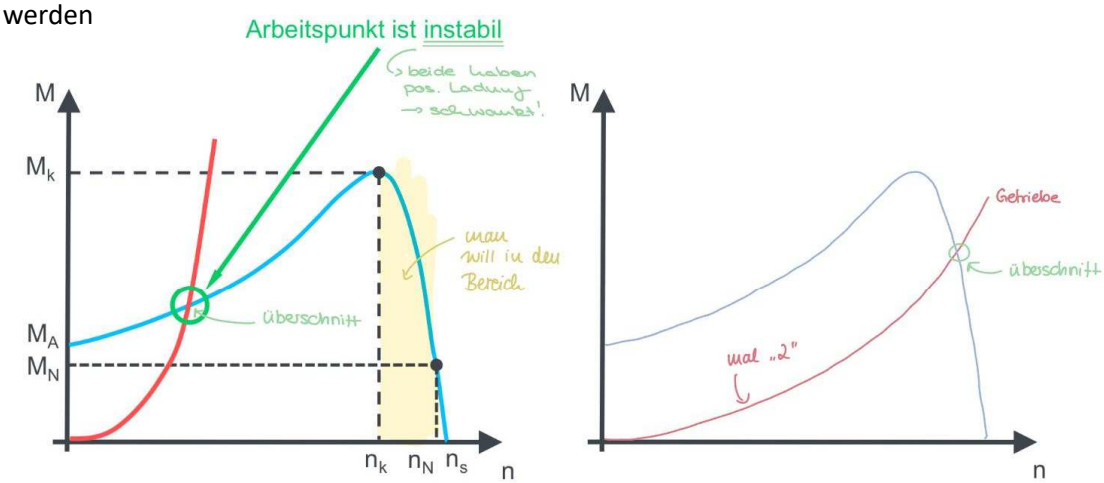
- Getriebe benötigt für: Kraft-/Drehmomentanpassung, Miniaturisierung bei hoher Leistung, hohe Positionsgenauigkeit, unterschiedliche Bewegungsprofile, Sicherheit/Kontrolle
- Typische Anforderungen:

Anforderung	Bedeutung
Hohe Präzision	Exakte Positionierung, z. B. bei Robotern oder Dosiereinheiten
Kompakte Bauweise	Integration in enge Geräte oder Katheter, z. B. in Endoskopen
Geräuscharmut	Patientenumgebung erfordert leise Mechanik
Sterilisierbarkeit ↳ nicht immer, aber oft für OP's.	Besonders bei chirurgischen Anwendungen (autoklavierbare Komponenten)
Selbsthemmung / Sicherheit → von Eingangsseite kann man drehen, aber von Ausgangsseite nicht → Bewegen sich nicht von selbst ohne Eingangsbewegung	Schutz vor ungewollter Bewegung bei Stromausfall oder Fehlfunktion (z.B. OP-Tisch fährt durch Pat. gewicht nicht selbst runter.
Langlebigkeit / Zuverlässigkeit	Wartungsarme Funktion über viele Zyklen

Aufgabe: Asynchronmotor (1), DC-Motor (2)

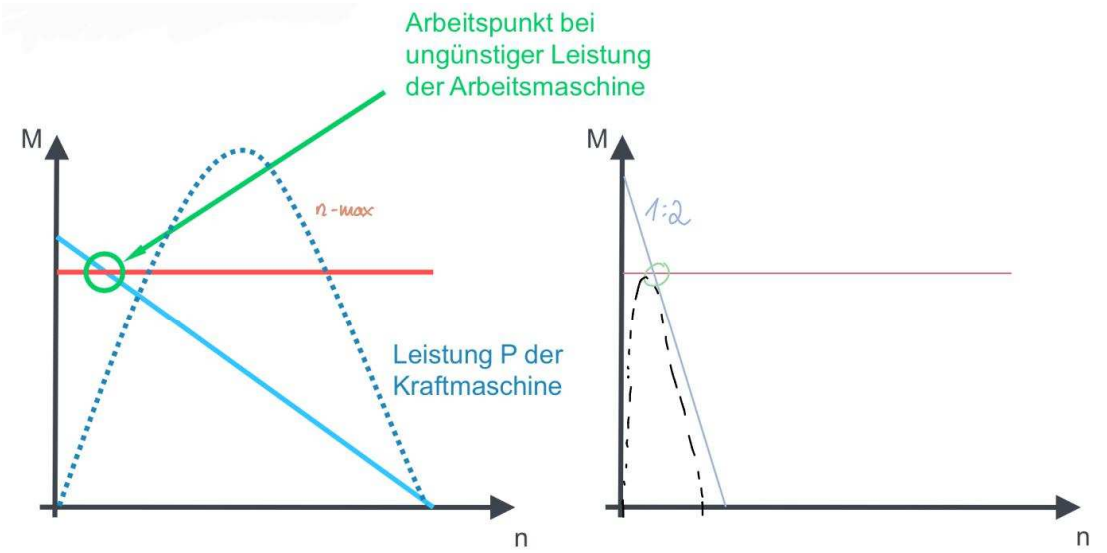
- Kennlinie von Kraftmaschine & Arbeitsmaschine bestimmen gemeinsamen Arbeitspunkt
- Ohne Getriebe kann der Arbeitspunkt: instabil sein, bei ungünstiger Drehzahl/Drehmoment liegen, schlechte Leistungsausnutzung ergeben
- Getriebe verändert Drehzahl/Drehmomentverhältnisse --> günstiger Arbeitspunkt kann erreicht werden

(1)



Kennlinie Kraftmaschine: blau (Asynchronmotor)
Kennlinie Arbeitsmaschine: rot

(2)



Kennlinie Kraftmaschine: **blau** (DC-Motor)
Kennlinie Arbeitsmaschine: **rot** (Kran)

Zahnradgetriebe

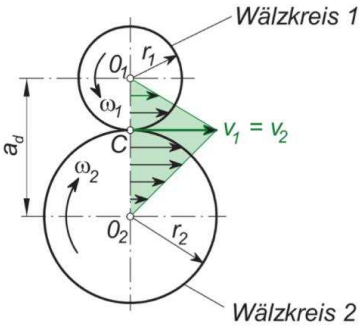
Grundlagen

Es gilt für i:

$$i = \frac{\omega_{an}}{\omega_{ab}} = \frac{n_{an}}{n_{ab}}$$

(Übersetzungsverhältnis)

- Zahnräder: $i = \frac{n_{an}}{n_{ab}} = \frac{\omega_{an}}{\omega_{ab}}$
- Zähnezahl: $i = \frac{z_{ab}}{z_{an}}$
- Durchmesser: $|i| = \frac{d_{ab}}{d_{an}}$

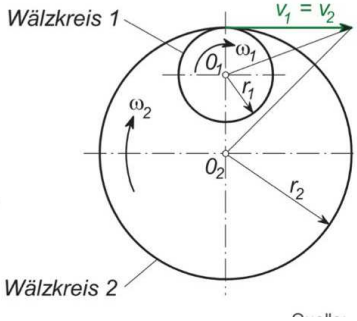


Mit $v = r \cdot \omega = r \cdot 2 \cdot \pi \cdot n$ gilt (Zahnräder haben keinen Schlupf (Drehzahlverluste):

$$v_1 = v_2$$

$$r_1 \cdot 2 \cdot \pi \cdot n_1 = r_2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot n_2$$

$$i = \frac{n_{an}}{n_{ab}} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = -\frac{d_2}{d_1} = \frac{z_2}{z_1}$$



Es gilt außerdem:
$|i| > 1$: Übersetzung ins „Langsame“
$|i| < 1$: Übersetzung ins „Schnelle“

(2) Leistung P

i. Ohne Verluste: $P = M_{an} \cdot \omega_{an} = M_{ab} \cdot \omega_{ab}$

ii. Mit Verlusten: $P_{an} = M_{an} \cdot \omega_{an} \cdot \boldsymbol{\eta} \neq P_{ab} = M_{ab} \cdot \omega_{ab}$

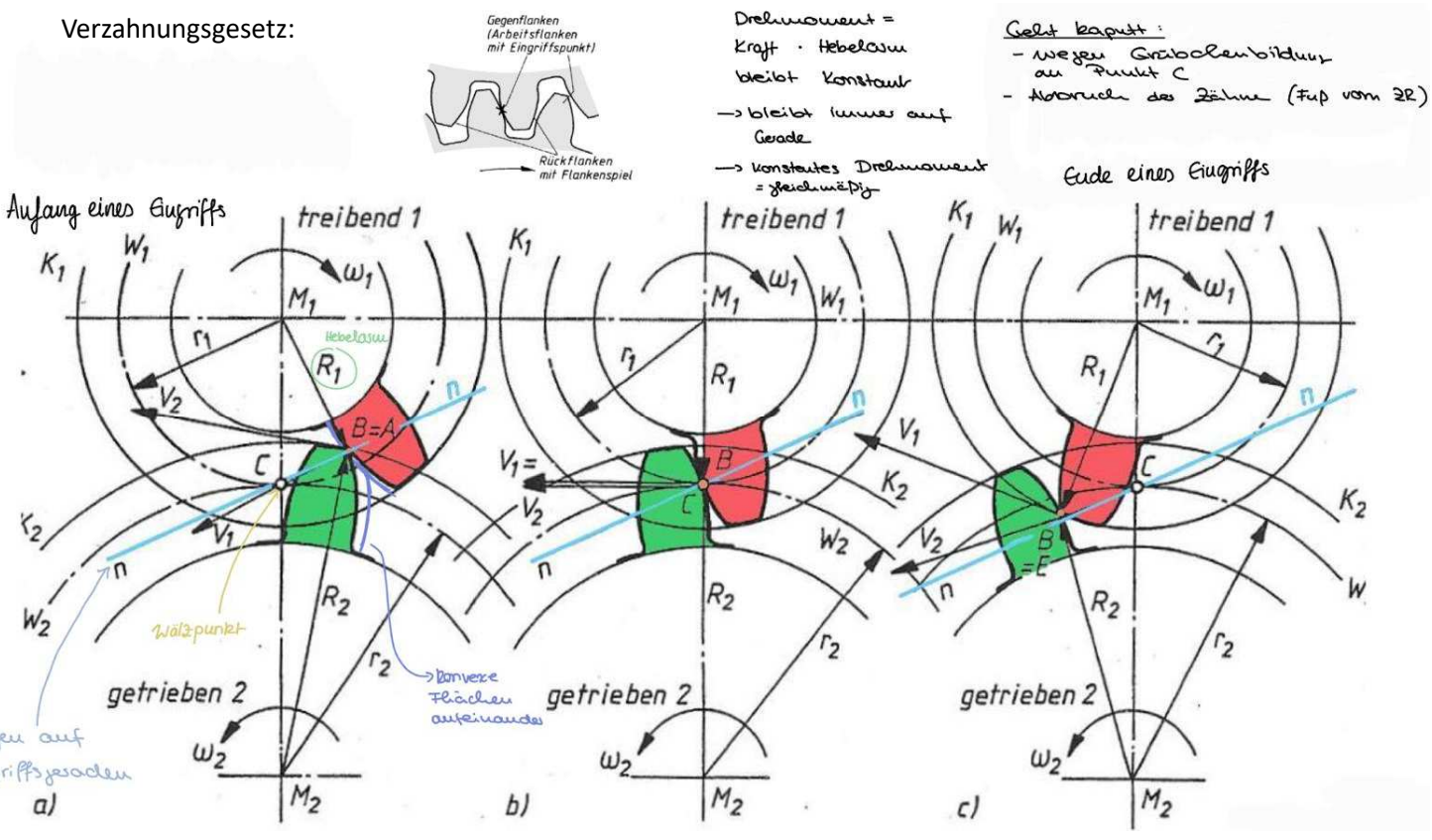
(3) Wirkungsgrad η: $\eta = \frac{P_{ab}}{P_{an}}$

Gesamtwirkungsgrad ergibt sich als Produkt aus Einzelwirkungsgraden $\eta = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot \cdots$

Bauformen:

	Vorteile	Nachteile
Stirnrad – Geradverzahnt	• Einfach herstellbar	• Flanken greifen auf voller Breite gleichzeitig ineinander: Geräuschentwicklung
Stirnrad – Schrägverzahnt	• Geräuschentwicklung reduziert • Übertragung von höherem Drehmoment	• höherer Lagerverschleiß wegen Axialkräften
Stirnrad – Pfeilverzahnt / Doppelschrägverzahnung	• Hohe Beanspruchbarkeit • Geringe Geräuschentwicklung • geringer Verschleiß	• Aufwendige Fertigung • Sehr teuer
Hohlräder	• bauen kleiner als Außenverzahnungen • fliegend gelagertes Ritzel möglich	• teurer als Außenverzahnung • eingeschränkte Herstellmöglichkeiten
Kegelräder	• schneidende Achsen realisierbar	• Hohe Sorgfalt bei Fertigung, Einbau und Lagerung notwendig
Schraubgetriebe - Schraubradgetriebe	• Große Achsversetzung möglich	• Nur für kleine Kräfte • Schlechter Wirkungsgrad
Schraubgetriebe - Schneckengetriebe	• Große Übersetzung • Selbsthemmung bei Umkehr des Kraftflusses möglich	• Schlechter Wirkungsgrad

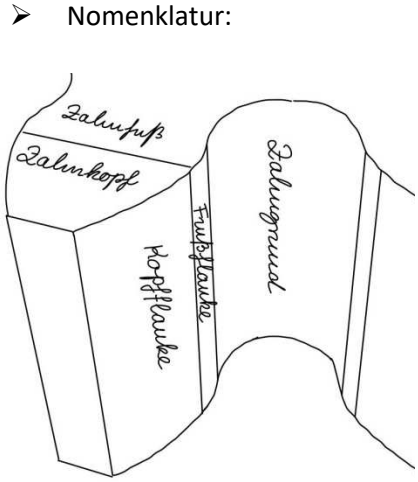
Verzahnungsgesetz:

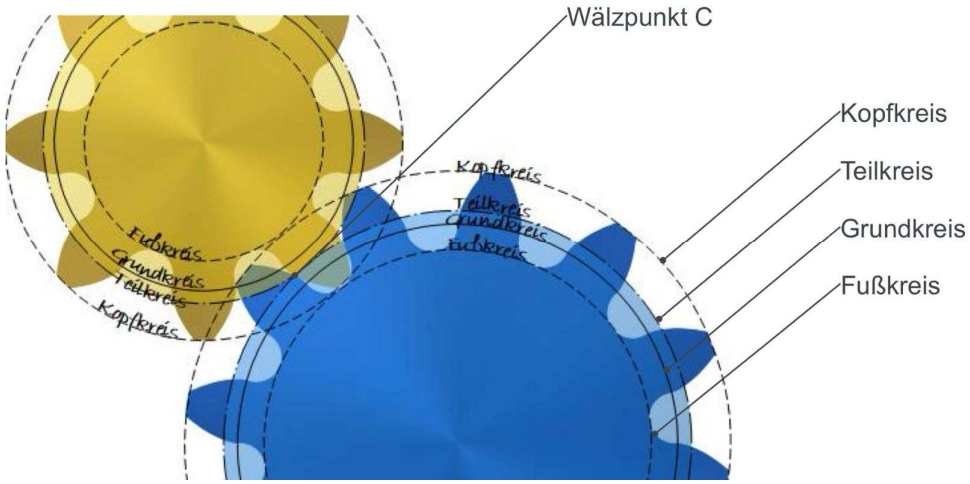


- Voraussetzung: konstant bleibende Übersetzung $i = \frac{w_1}{w_2}$
- $w = \frac{v}{r} = i = \frac{v_1}{r_1} \cdot \frac{r_2}{v_2}$

  Im Wälzpunkt C gilt: $v_1 = v_2 \rightarrow i = \frac{r_2}{r_1}$
- Die Zahnnormale eines Eingriffspunktes muss stets durch den Wälzpunkt C gehen

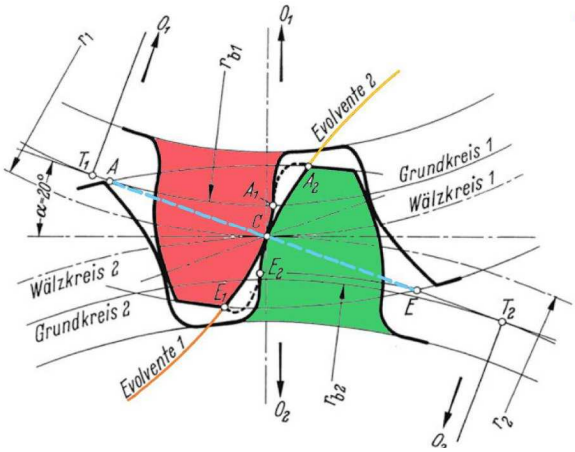
- Merke: Mit Hilfe des Verzahnungsgesetzes kann zu jeder beliebigen Zahnflanke eine Gegenflanke bestimmt werden
- Nomenklatur:





Geometrische Zusammenhänge:

- Teilung p: Kreisbogenlänge zwischen zwei gleichartigen aufeinanderfolgenden Zahnflanken
- Teilkreis d_0: teilt Zahn ungefähr auf halber Zahnhöhe
- Modul m: Maß für die Zahngröße eines Zahnrades
- **Wichtig: Zahnräder müssen für den Eingriff denselben Modul besitzen**



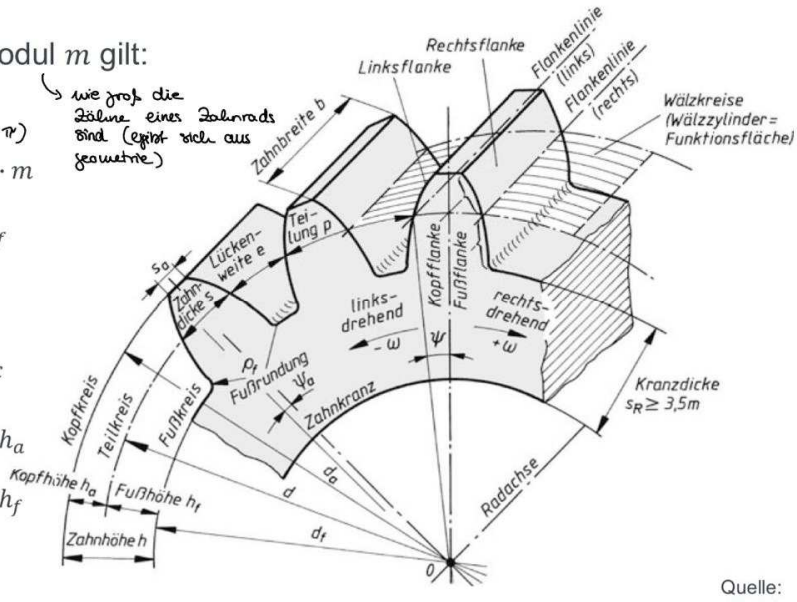
- Eingriffslinie
  - Berührungspunkte B wandern von A über C zu E.
    AE: Eingriffsgerade unter Winkel α
  - $\cos\alpha = \frac{r_b}{r} = \frac{\text{Grundkreis}}{\text{Wälzkreis}}$
  - Nullverzahnung: $\alpha = 20°$ (links im Bild)

Quelle

- Ausgehend von Zähnezahl z und Modul m gilt:

Teilung ↳ Abstand der Zähne (weil x Zähne im Kreis π)	$p = \pi \cdot m$
Teilkreisdurchmesser	$d = z \cdot \frac{p}{\pi} = z \cdot m$
Zahnhöhe	$h = h_a + h_f$
Kopfhöhe → Kopfflanke (außerhalb d)	$h_a = m$
Fußhöhe → Fußflanke (innerhalb d, mit Kopfspiel c)	$h_f = m + c$
Kopfkreisdurchmesser	$d_a = d + 2 \cdot h_a$
Fußkreisdurchmesser	$d_f = d - 2 \cdot h_f$
Zahndicke s und Zahnlücke e am Teilkreis	$p = s + e$

↳ wie groß die Zähne eines Zahnrads sind (ergibt sich aus Geometrie)



Quelle:

- Achsabstand:

wenn man Achsabstand anpassen will

$$a = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{m}{2}(z_1 + z_2)$$

- Profilverschiebung V

$$V = x \cdot m$$

Profilverschiebungsfaktor x

- Profilverschiebung

Zur Vermeidung eines Unterschnitts bei kleinen Zähnezahlen.

Verschiebung des Werkzeugs:

$$V = x \cdot m$$

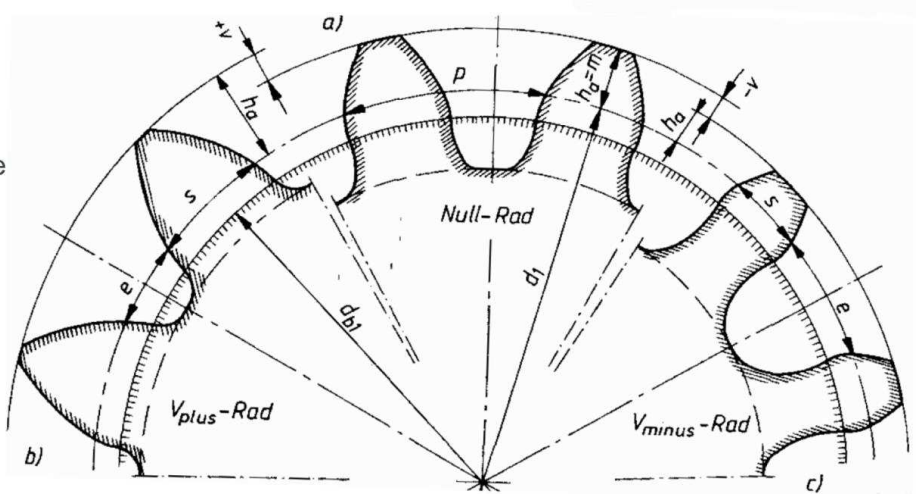
$x > 0$ bei Verschiebung nach außen
$x < 0$ bei Verschiebung nach innen

- Zahnräder
  - mit Profilverschiebung: *V-Räder*
  - ohne Profilverschiebung: *Nullräder*

a. Nullrad: Keine Profilverschiebung

b. V_{plus}-Rad: positive Profilverschiebung

c. V_{minus}-Rad: negative Profilverschiebung



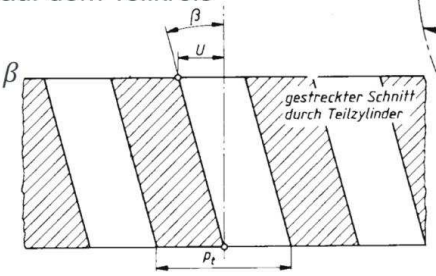
Schrägverzahnung

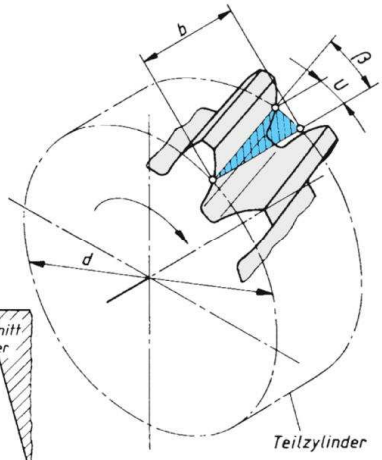
Die Zähne sind auf dem Radzylinder schraubenförmig gewunden. Der Flankenlinienverlauf ist durch den Schrägungswinkel β bestimmt.

Das Maß für die Schrägstellung der Zähne bezogen auf die Radbreite b ist der als Bogen auf dem Teilkreis gemessene Sprung U.

$$U = b \cdot \tan\beta$$

Schrägverzahnung → ruhiger/leiser + höhere Belastbarkeit, aber **Axialkraft entsteht.** → mehr Leistung, aber teuer



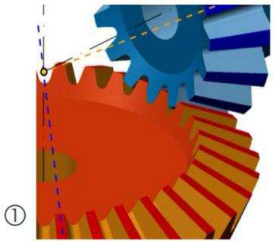


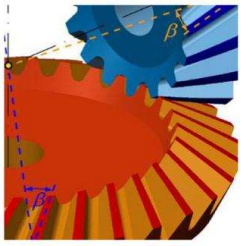
Quelle: IKTD

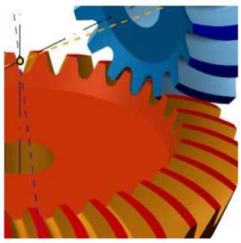
Kegelrad- & Hypoidradgetriebe:

- Kegelräder: Übertragung von Drehzahl und Drehmoment zwischen Achsen, die sich schneiden
- Hypoidräder: Übertragung von Drehzahl und Drehmoment zwischen Achsen, die sich bei kleinem Achsversatz kreuzen

Kegelradgetriebe


①


②

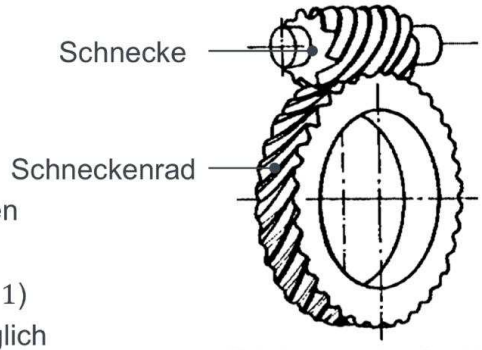

③

- Geradverzahnte Kegelräder ①
  - Verwendung bei kleinen Drehzahlen
  - $v_t = 6 - 20 \frac{m}{s}$
- Schrägverzahnte Kegelräder ②
  - Laufen ruhiger und geräuschärmer als geradverzahnte Kegelräder
  - Einsatz bei höheren Leistungen und Drehzahlen
  - $v_t = 40 - 60 \frac{m}{s}$
- Bogenverzahnte Kegelräder ③
  - Einsatz bei besonders hohen Anforderungen an Zahnfußtragfähigkeit und Laufruhe
  - $v_t = 30 - 60 \frac{m}{s}$

Que
ahoefler

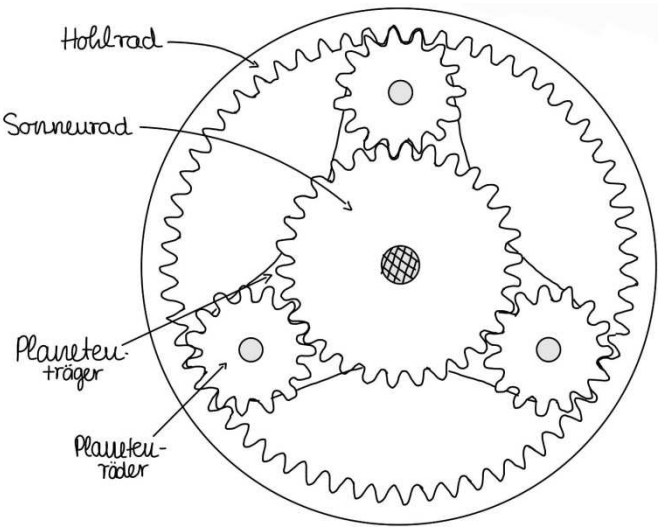
Schneckengetriebe: Funktionsweise

- Sonderfall eines schrägverzahnten Stirnrads
- „Zähnezahl“ = Gangzahl
- Übersetzungsverhältnis → viel Übersetzung möglich auf wenig Raum
  - $i = \frac{z_{Schneckenrad}}{z_{Schnecke}}$
  - Die Schnecke wird mit sehr kleinen Zähnezahlen ausgeführt: $z_{Schnecke} = 1 \dots 4$
    (Üblich sind eingängige Schnecken $z_{Schnecke} = 1$)
    → Übersetzungsverhältnisse von über 100 möglich



Zylinderschnecken-Getrieberad

Planetengetriebe: Bestandteile



- Standgetriebe

1. Getriebestufe: $i_1 = \frac{z_{Zw}}{z_{An}}$.

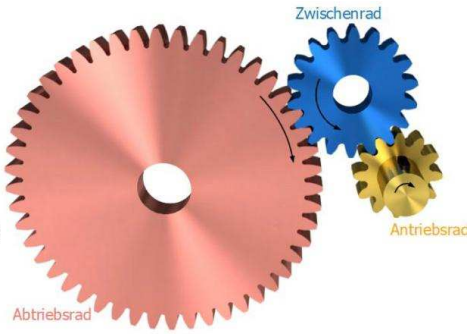
2. Getriebestufe: $i_2 = \frac{z_{Ab}}{z_{Zw}}$.

$$i_{ges} = i_1 \cdot i_2 = \frac{z_{Zw}}{z_{An}} \cdot \frac{z_{Ab}}{z_{Zw}} = \frac{z_{Ab}}{z_{An}}$$

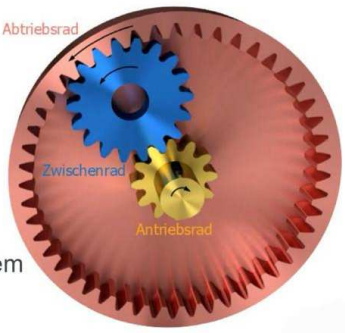
- Hohlrad als Abtriebsrad

Abtriebs- und Antriebswelle auf gemeinsamer Drehachse

2-stufiges Standgetriebe mit drei Zahnrädern



Standgetriebe mit innenverzahntem Abtriebsrad



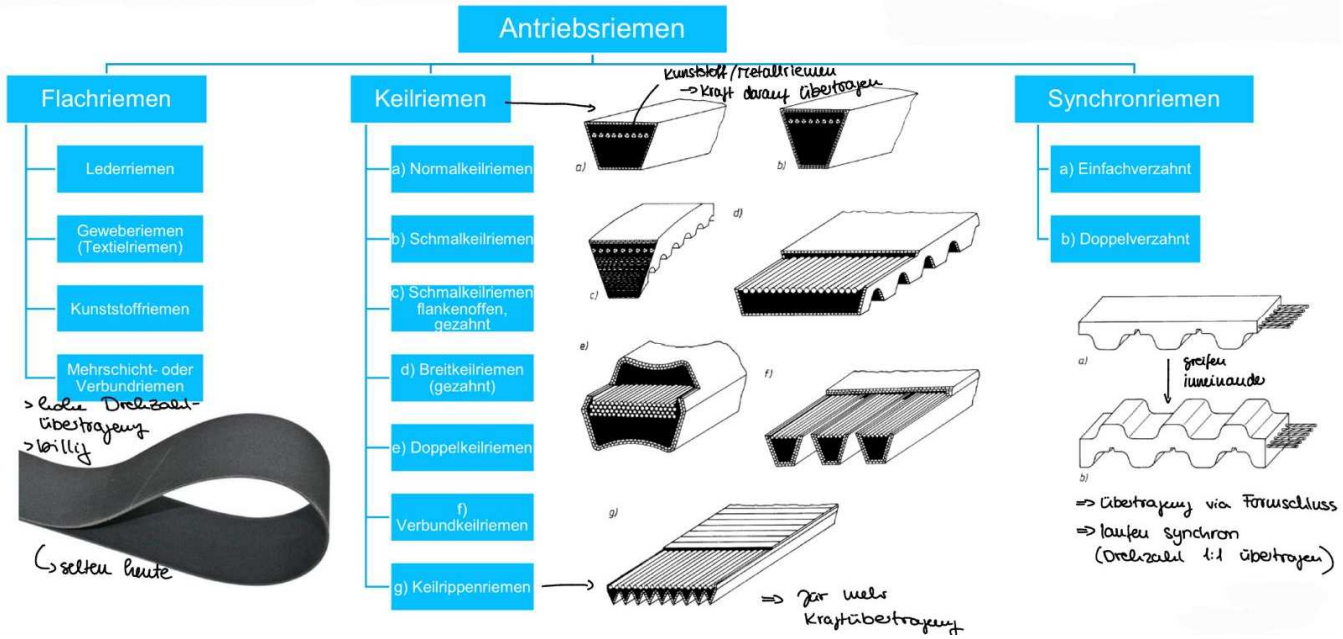
- Je nachdem an welchen Wellen der An- und Abtrieb erfolgt können verschiedene Übersetzungsverhältnisse realisiert werden:

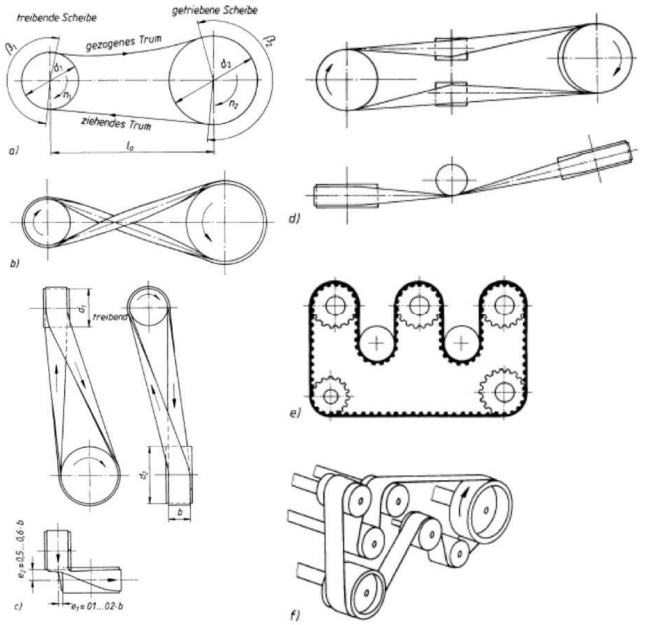
Variante	1	2	3
Antrieb	Sonnenrad	Sonnenrad	Hohlrad
Abtrieb	Planetenträger	Hohlrad	Planetenträger
Übersetzungs-verhältnis	$i = 1 + \frac{z_H}{z_S}$	$i = -\frac{z_H}{z_S}$	$i = 1 + \frac{z_S}{z_H}$
Übersetzungs-verhältnis am Beispiel	3,0	-2,0	1,5

→ In Schaltgetrieben kann zwischen verschiedenen Übersetzungsverhältnissen gewechselt werden

Riemengetriebe:

- Riemen sollen besitzen:
  - Hohe Zerreißfestigkeit
  - Gutes Reibverhalten
  - Unempfindlichkeit gegenüber Umwelteinflüssen
- Vorteile: große Wellenabstände möglich; günstig





Riemenführung:

a) offenes Riemengetriebe

b) gekreuztes Riemengetriebe

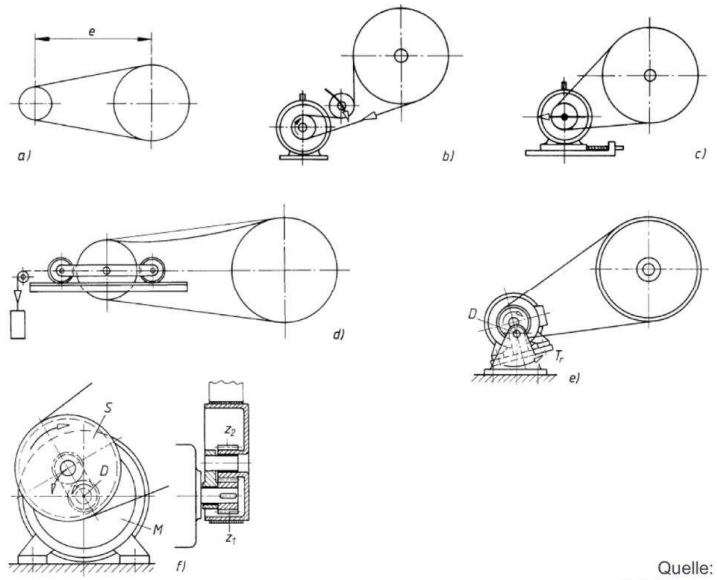
c) halbgekreuztes (geschränktes) Riemengetriebe

d) Winkelgetreibe

e) Mehrfachantriebe

f) Mehrfachantriebe

Quelle:



Vorspannmöglichkeiten bei Riemengetriebe:

a) Dehnungsspannung

b) Spannrollen

c) Motor mit Spannschiene

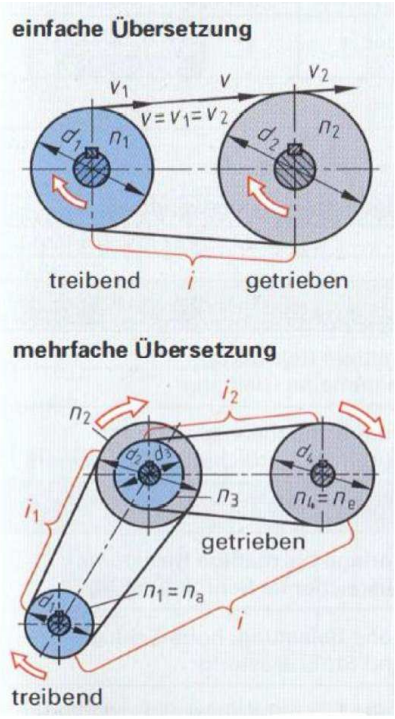
d) Spannschlitten

e) Riemenspannung durch Wippen

f) Riemenspannung durch Schwenkscheibe

Quelle:

Auslegung der Riemengetriebe:



Allgemein:

- Geschwindigkeit: $v = const.$ → egal wo auf Riemen
- Antriebsformel: $n_1 \cdot d_1 = n_2 \cdot d_2$
- Übersetzungsverhältnis: → Drehrichtung ändert sich nicht

$$i = \frac{d_2}{d_1} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{n_a}{n_e}$$

- Gesamtübersetzungsverhältnis:

$$i = \frac{d_2 \cdot d_4 \cdot d_6 \ \ldots}{d_1 \cdot d_3 \cdot d_5 \ \ldots} = i_1 \cdot i_2 \cdot i_3 \ \ldots$$

(Multiplizieren der einzelnen Übersetzungen)

Kräfte am Riemengetriebe

Riemengetriebe können eine Leistung nur dann übertragen, wenn die Reibkraft F_R zwischen Riemen und Scheibe mindestens gleich oder größer ist als die zu übertragende Umfangskraft F_t.

$$F_R = \mu \cdot F_N \geq F_t$$

(Normalkraft · Tangentialkraft; wenn nicht rutscht Riemen einfach raus)

μ → Reibungszahl für den umspannten Scheibenbogen, abhängig von der Riemenart und der Scheibenoberfläche

F_N → notwendige Anpresskraft (Normalkraft)

Wird die treibende Scheibe d_1 durch ein Drehmoment M angetrieben, dann ist die von der Scheibe auf den Riemen zu übertragende Umfangskraft F_t gleich:

$$F_t = F_1 - F_2 = 2 \cdot \frac{M}{d}$$

Theoretische Wellenbelastung:

→ Querkraft

$$F_{w0} = F_w + F_Z = k \cdot F_t + F_z$$

Fliehkraft F_Z: $F_Z = A_S \cdot \rho \cdot v^2$

A_S Riemenquerschnitt
ρ Dichte des Riemenwerkstoffs
v Riemengeschwindigkeit

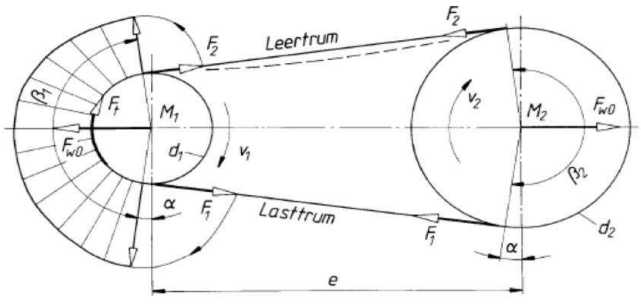
Theoretische Wellenbelastung:

→ Querkraft

$$F_{w0} = F_w + F_Z = k \cdot F_t + F_z$$

Fliehkraft F_Z: $F_Z = A_S \cdot \rho \cdot v^2$

A_S Riemenquerschnitt
ρ Dichte des Riemenwerkstoffs
v Riemengeschwindigkeit

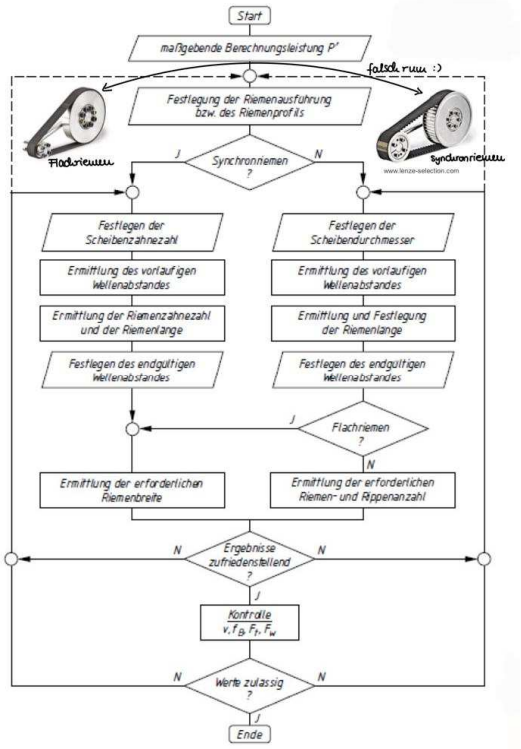


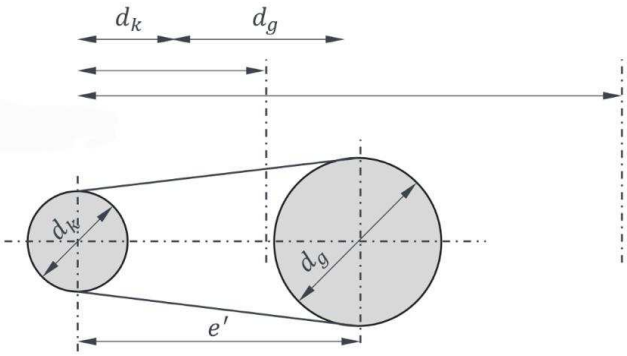
Kräfte am offenen Riemengetriebe

Praktische Berechnung der Riemengetriebe:

Ablaufplan zum Berechnen von Riemengetrieben

1. Riemenwahl
2. Geometrische und kinematische Beziehung
3. Leistungsberechnung
4. Vorspannung; Wellenbelastung
5. Kontrollabfrage





Wellenabstand

Grenzwerte:

- bei Flach-, Keil- und Keilrippenriemen $0{,}7 \cdot (d_g + d_k) \leq e' \leq 2 \cdot (d_g + d_k)$
- bei Zahnriemen $0{,}5 \cdot (d_g + d_k) + 15\ mm \leq e' \leq 2 \cdot (d_g + d_k)$

Nach festgelegten Riemenlänge ergibt sich die endgültige Wellenabstand:

$$e \approx \frac{L_d}{4} - \frac{\pi}{8} \cdot (d_{dg} + d_{dk}) + \sqrt{\left[\frac{L_d}{4} - \frac{\pi}{8} \cdot (d_{dg} + d_{dk})\right]^2 - \frac{(d_{dg} - d_{dk})^2}{8}}$$

Kontrollfragen:

- Wie erfolgt die Kraftübertragung bei Flach/Keilriemen bzw. Zahnriemen
  Flach und Keilriemen --> reibschlüssig $F_R = \mu F_N$
  Zahnriemen --> formschlüssig über die Zähne --> deshalb kein Gleitschlupf & synchrone Übertragung
- Was passiert bei zu geringer Vorspannung eines kraftschlüssigen Riementriebs?
  Anpresskraft F_N ist zu klein
  Übertragbare Reibkraft sinkt
  Riemen beginnt zu rutschen/Gleitschlupf

Drehmoment kann nicht vollständig übertragen werden
Verschleiß steigt

- Wie unterscheiden sich die Wellenbelastungen bei Flach, Keil & Zahnriemen
  kraftschlüssige Flach/Keilriemen benötigen Vorspannung --> dadurch zusätzliche Wellen/Lagerbelastung
  Zahnriemen übertragen formschlüssig & benötigen daher weniger Vorspannung --> tendenziell geringere Wellenbelastung
- Wovon hängt die Kraftübertragung eines Riementriebs wesentlich ab
  bei reibschlüssigem Riemen insbesondere von:
  Reibungszahl μ
  Vorspannung/Normalkraft F_N
  Umschlingungswinkel
  Riemenart/breite bzw. Anzahl der Riemen
  Scheiben/Riemengeometrie
  Grundbedingung: $F_R = \mu F_N \geq F_t$

13. Schraubenverbindungen

- Lösbare Verbindungen: reibschlüssig (Schraube), formschlüssig (Fassschraube)
- am häufigsten verwendete Maschinen/Verbindungselemente
- Schraubenverbindung beruht auf Paarung einer Schraube bzw. eines Gewindestifts mit Außengewinde und Bauteil mit Innengewinde (zB. Mutter)
- Befestigungsschrauben verbinden Bauelemente durch Vorspannkraft
- Die verbundenen Bauteile lassen sich zerstörungsfrei voneinander lösen
- MedTech: Wichtigkeit wegen:
  - Lösbarkeit & Wartbarkeit
  - Hohe mechanische Festigkeit
  - Hygiene & Sterilisation
  - Präzision & Sicherheit
  - Kompatibilität mit Werkstoffen und Bauteildesign
  - Bsp.: Implantate (Zahn, Ortho), Instrumente, Robotik, Prothesen/Orthesen, Gerätegehäuse
- Funktion einer Schraube:
  Allgemein: Umsetzen einer Drehbewegung in eine Längsbewegung (selten auch umgekehrt)
  Speziell: Kraft erzeugen, verstärken, speichern
- Einteilung nach:
  - Gestaltung: Kopfform, Schaftform, Ende, Anziehmöglichkeiten
  - Einsatzmöglichkeiten: Bewegungsschrauben, Befestigungsschrauben, Schrauben ohne Betriebsbelastung
- Einsatzmöglichkeiten:
  - Bewegungsschrauben: setzen Dreh in Längsbewegung um
  - Befestigungsschrauben: verbinden Bauteile über Vorspannung
  - Schrauben ohne Betriebsbelastung: hauptsächlich Fixierungs/Haltefunktion
  - Knochenschrauben: zB Kortikalisschraube (für harte Kortikalis), Spongiosaschraube (für weiche Spongiosa, gröberes/tieferes Gewinde, Pedikelschraube (Wirbelsäule)

Bolzen & Stifte:

- Einfache & billige Verbindung von zwei/mehreren Bauteilen
- Älteste Verbindungen & weitestgehend genormt
- Bolzen: für bewegliche Verbindungen von Bauteilen
- Stiftverbindungen: verbinden Bauteile fest miteinander, meist über Presspassung

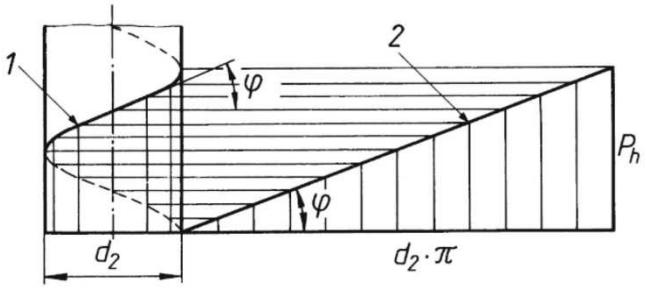
Schraubenlinie:

- Gewinde = profilierte Einkerbung entlang einer Schraubenlinie
- Schraubenlinie: konstante Steigung: Drehwinkel & axialer Fortschritt hängen proportional zusammen
- Steigungswinkel: $tan\varphi = \frac{P_h}{\pi d_2}$

  d_2 Flankendurchmesser

  P_h Steigung des Gewindes/Ganghöhe

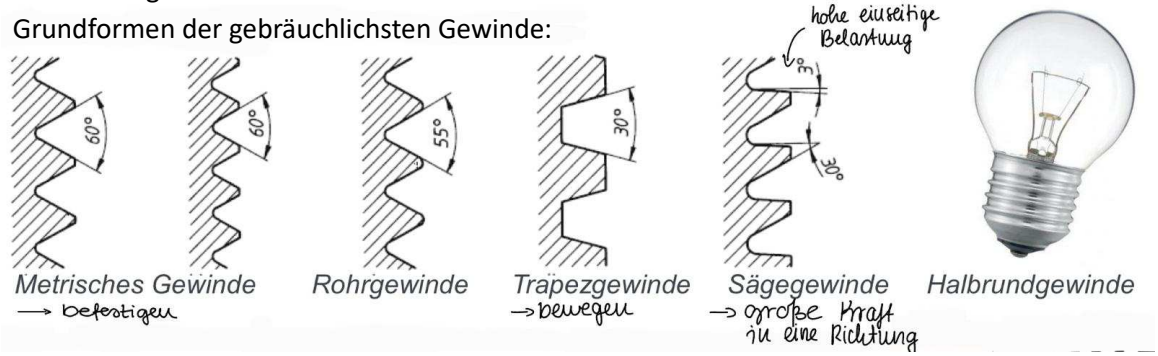
  φ Steigungswinkel



1: Schraubenlinie
2: Abgewickelte Schraubenlinie

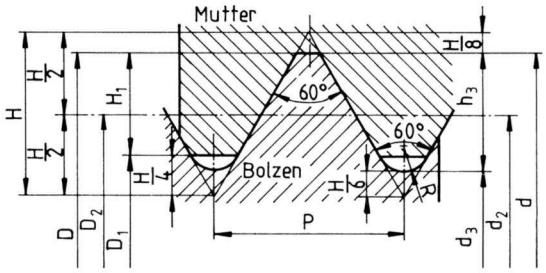
Gewindearten:

- Gewindeart bestimmt nach:
  - Profilform
  - Steigung
  - Gangzahl
  - Windungssinn
- Grundformen der gebräuchlichsten Gewinde:



Metrisches Gewinde (Spitzgewinde):

- Häufigstes Gewinde bei Befestigungsschrauben
- DIN13: Grundprofil und Fertigungsprofil mit Flankenwinkel 60°
- Je nach größe der Steigung: Regel (grobe)- oder Feingewinde (kleine Steigung)

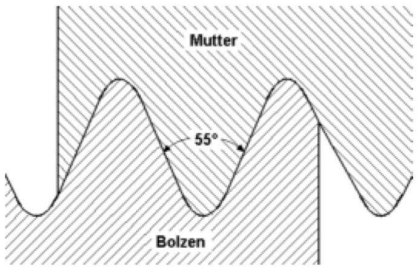


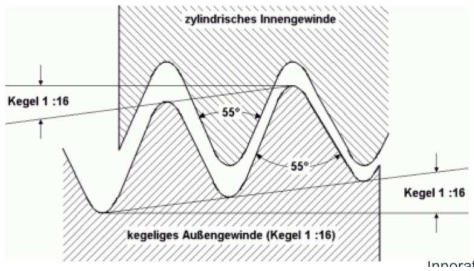
d = D = Gewinde-Nenn-∅
P = Steigung
d_2 = D_2 = Flanken-∅
D_1 = Kern-∅ der Mutter
d_3 = Kern-∅ des Bolzens
H = Höhe Profildreieck
H_1 = Flankenüberdeckung an der Mutter
h_3 = Gewindetiefe am Bolzen

Quell

Rohrgewinde:

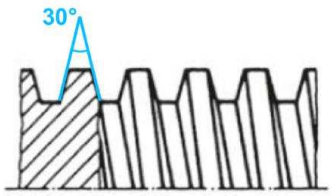
- DIN EN ISO 228: Für nicht im Gewinde dichtende Verbindungen:
  Zylindrisches Innen- und Außengewinde zur mechanischen Verbindung
- DIN EN 10226/DIN 3858: druckdichte Verbindung/im Gewinde dichtend:
  Kegeliges Außengewinde mit zylindischen Innengewinde (mit Dichtmittel)





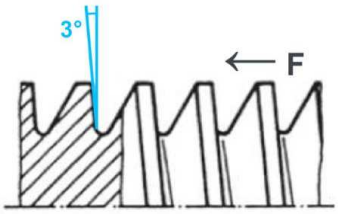
(3) Trapezgewinde (symmetrischer Trapez)

- DIN 103: Öffnungswinkel von 30°
- bevorzugtes Bewegungsgewinde
- Kraftgewinde bei niedriger Beanspruchung oder unbestimmter Kraftrichtung

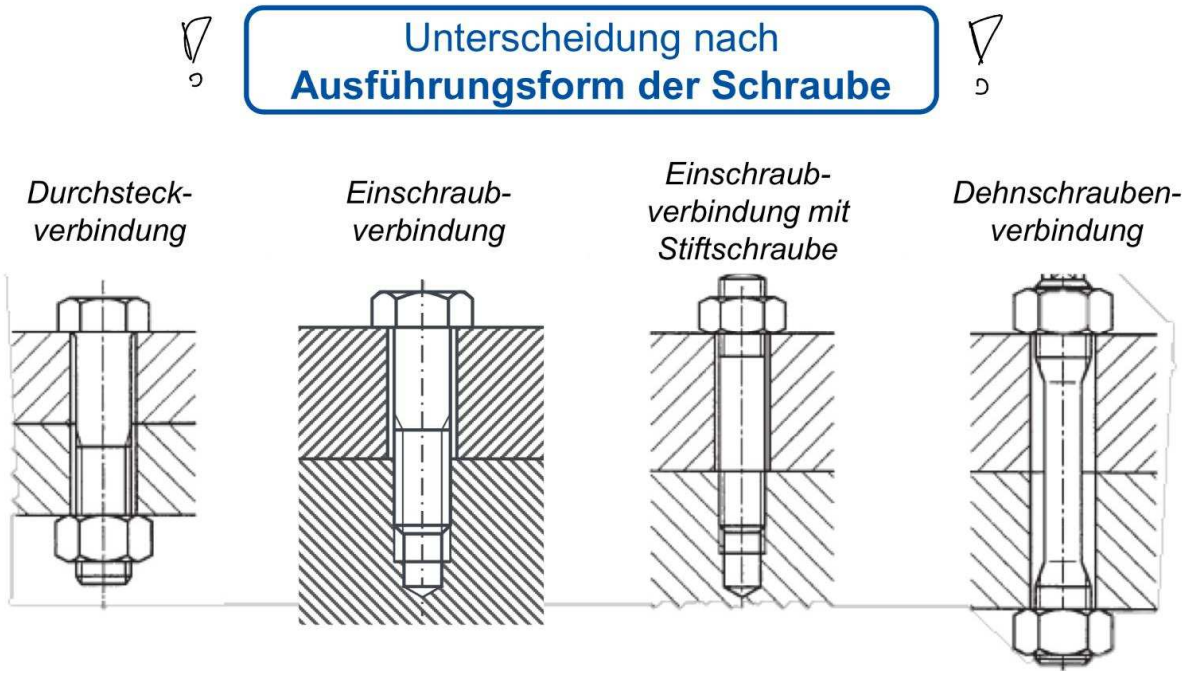


(4) Sägengewinde (unsymmetrischer Trapez)

- DIN 513/DIN 2781: Neigung von 3° gegen Achsnormale
- Kraftgewinde bei hoher einseitiger Belastung



Schraubenarten:

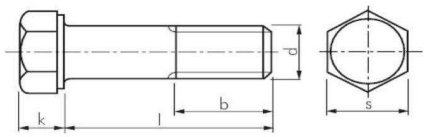




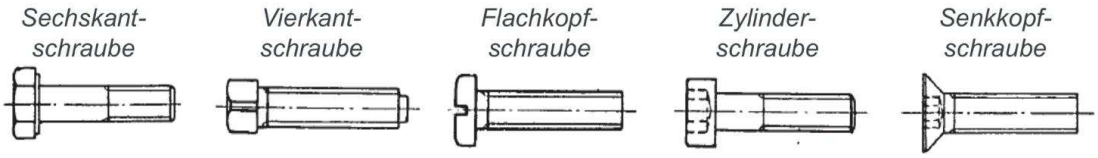
Kopfschraube:

- Häufigste Befestigungsschraube
- Funktion Kopf:
  - Überträgt Schraubenkraft auf Bauteile
  - Dient Aufbringen des Anzugsmoments durch außen und innen angreifende Schlüssel
- Für Durchsteck- oder Einschraubverbindungen: Schrauben mit metrischem Gewinde
- Für hohe dynamische Belastung: Dehnschraube





- Einteilung nach **Kopfform**:

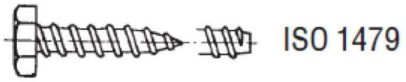


- Einteilung der Senkkopf- und Zylinderschrauben nach **Form der Werkzeugsangriffsfläche:**



Blechschrauben:

- Verbinden Bleche und dünnwandige Profile
- Nicht für stark beanspruchte Verbindungen (Schrauben können sich leicht lösen)



Gewindeschneidende Schrauben:

- Hauptsächlich in Kunststoff oder Leichtmetall (gewindefurchend)
- Aus Kostengründen kein Gewindeschneiden



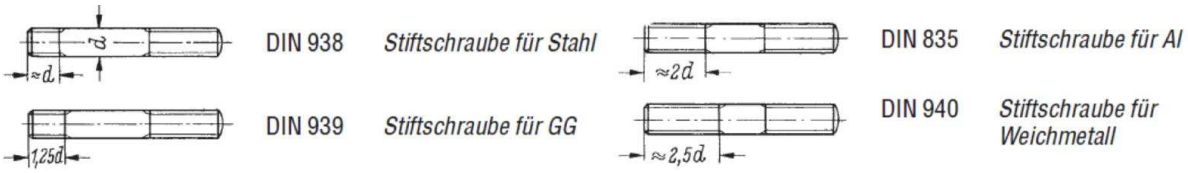
Holzschrauben

- Scharfe, dornartige Spitze; keine Bohrung notwendig



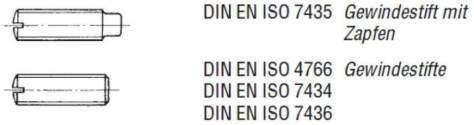
Stiftschrauben:

- Vorwiegend für Gehäuseverschraubungen
- Beim Lösen wird nur die Mutter abgeschraubt: fester Sitz des Einschraubgewindes erforderlich
- Verschiedene Stiftschrauben je nach Metall



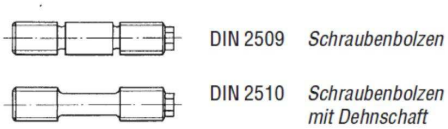
Gewindestifte:

- Gewinde auf ganzer Länge mit Schlitz oder Innensechskant
- Zur Lagersicherung



Schraubenbolzen:

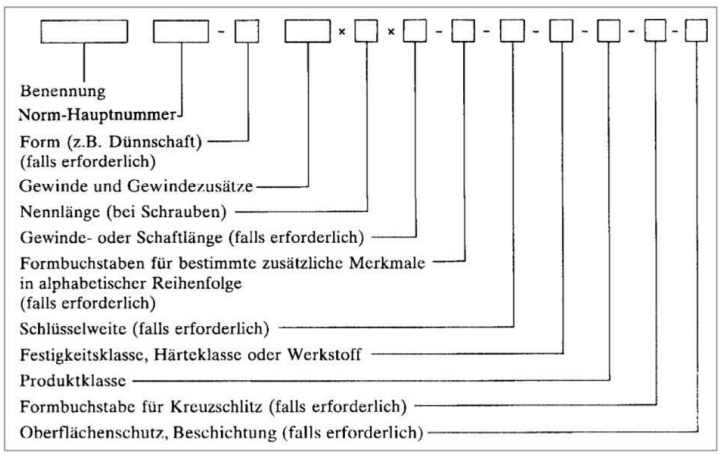
- Glatter Schaft mit beidseitigem Gewindeende
- Verbindung von Teilen, die beidseitig unabhängig voneinander lösbar sein sollen



Dehnschrauben:

- Anwendungsspezifisch, keine Normteile
- Verjüngter Schaft: auch Dünnschaftschrauben genannt
- Dehnschrauben als Kopfschraube oder Schraubenbolzen ausführbar

- Bezeichnung genormter Schrauben:



Bezeichnungsbeispiel:
Sechskantschraube nach DIN EN ISO 4014 mit Gewinde M12, Nennlänge 50mm mit Festigkeitsklasse 8.8

Sechskantschraube ISO 4014 – M12 x 50 – 8.8

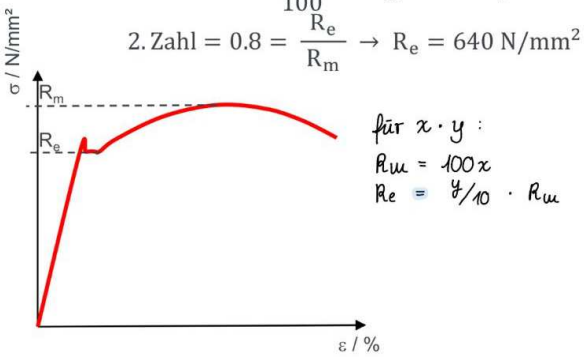
Metrisches Gewinde 12 mm ↑ Nennlänge → Festigkeitsklasse

Sechskantschraube
ISO 4014 – M12 x 50 – 8.8

Festigkeitsklasse

$$1.\,\text{Zahl} = 8 = \frac{R_m}{100} \rightarrow R_m = 800\ \text{N/mm}^2$$

$$2.\,\text{Zahl} = 0.8 = \frac{R_e}{R_m} \rightarrow R_e = 640\ \text{N/mm}^2$$



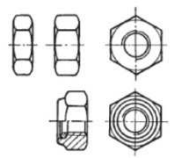
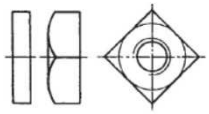
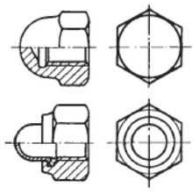
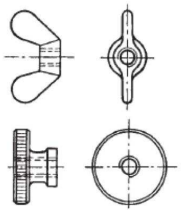
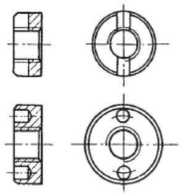
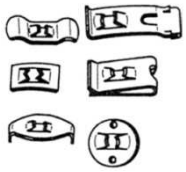
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
DIN EN ISO DIN EN DIN	4014, 4032 u.a.	475, ISO 272	4014	4014	4017	4014	4014	4032	4035	935	1234	7089, 7090	
Gewinde	Schlüsselweite SW	Eckenmaß	Kopfhöhe	Nennlängenbereich	Nennlängenbereich	Gewindelänge für $l \leq 125$mm	Gewindelänge für $l > 125$ bis 200mm	Mutterhöhe Typ I	Mutterhöhe niedrige Form	Kronenmutter	Splint	Scheiben	
d	s	e	k	$l^{1)}$	$l^{1)}$	b	b	$m^{2)}$	m	h	$d_1 \times l_1$	d_2	s_1
M3	5,5	6,01	2	20…30	6…30	12	18	2,4	1,8	-	-	7	0,5
M4	7	7,66	2,8	25…40	8…40	14	20	3,2	2,2	5	1×10	9	0,8
M5	8	8,79	3,5	25…50	10…50	16	22	4,7	2,7	6	1,2×12	10	1
M6	10	11,05	4	30…60	12…60	18	24	5,2	3,2	7,5	1,6×14	12	1,6
M8	13	14,38	5,3	40…80	16…80	22	28	6,8	4	9,5	2×16	16	1,6
M10	16	17,77	6,4	45…100	20…100	26	32	8,4	5	12	2,5×20	20	2
M12	18	20,03	7,5	50…120	25…120	30	36	10,8	6	15	3,2×22	24	2,5
M14	21	23,38	8,8	60…140	30…140	34	40	12,8	7	16	3,2×25	28	2,5
M16	24	26,75	10	65…160	30…200	38	44	14,8	8	19	4×28	30	3
M20	30	33,53	12,5	80…200	40…200	46	52	18	10	22	4×36	37	3
M24	36	39,98	15	90…240	50…200	54	60	21,5	12	27	5×40	44	4
M30	46	51,28	18,7	110…300	60…200	66	72	25,6	15	33	6,3×50	56	4
M36	55	61,31	22,5	140…360	70…200	-	84	31	18	38	6,3×63	66	5

Quelle

Ausführung von Muttern:

- Scheibenförmige Bauteile mit Innengewinde & außenliegenden Angriffsflächen für Anziehwerkzeug
- Für Durchsteckverbindungen
- Werkstoffwahl wichtig: Bei Überbeanspruchung sollte die Schraube versagen
- Festigkeitsmäßige Zuordnung von Schraube und Mutter (Festigkeitsklassen müssen übereinstimmen)
  zB: Schraube 10.9 --> Mutter 10
- Kritische Mutterhöhe genormter, voll belastbarer Muttern: $m \geq 0{,}9 \cdot d$

Mutterarten:

Sechskantmutter	Vierkanntmutter	Hutmutter	Flügelmutter & Rändelmutter	Schlitz, Zweiloch, Kreuzloch & Nutmutter	Blechmutter
Häufigste Verwendung	Nutzung mit Flachrund- oder Sechskantschrauben	Dichte Abschließung der Verschraubung nach außen	Für häufig zu lösende Verbindungen	Einbau bei beschränkten Platzverhältnissen	Muttergewinde: ausgestanztes Loch & zwei hochgebogene Blechklappen
Nutzung mit Sechskantschrauben	Verschraubung von Holzteilen	Schützt vor Beschädigung des Gewindes	Lösbar mit der Hand		Blechklappen stemmen Schraube beim Anziehen in Gewindegrund
					

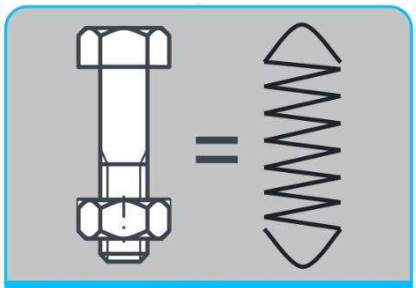
Scheiben und Schraubensicherung:

- Scheiben zwischen Schraubenkopf/Mutter und Auflagefläche
- Benötigt bei großen Druchgangslöchern und Langlöchern, wenn Auflage weich ist oder sie nicht senkrecht zur Schraubenachse steht
- Schutz der Werkstückoberfläche
- Gleichmäßige Verteilung der Auflagekraft der Schraube
- Schraubensicherung für Erhaltung der Funktion unter beliebig lange wirkender Beanspruchung
  - Notwendigkeit abhängig von Art der Ausführung und Belastung der Verbindung
  - Zusammenfassung nach Wirkprinzip:
    (1) Mitverspannte federnde Sicherungselemente zur acialen Federung: Tellerfedern, Spannscheiben
    (2) Formschlüssige Sicherungselemente: legen durch Form/ Verformung
    Schraubenkopf/Mutter fest: Mitverspannt (Sicherungsbleche), Nicht mitverspannt (Kronenmutter mit Splint/Stift)
    (3) Klemmende Sicherungselemente: axiale oder radiale Anpresskraft auf Gewindeflanken
    - Ganzmetallmuttern mit an 3 Punkten nach innen verformten Kragen
    - Sechskantmuttern mit Klemmteil mit nichtmetallischem Einsatz
    - zB. Selbstsichernde Mutter
    (4) Sperrende Sicherungselemente: verhindern Losdrehen durch Verzahnung:
    Sperrverzahnschraube, Federkopfschrauben Keilsicherungsscheiben
    (5) Stoffschlüssige Sicherungselemente: Verkleben der Gewinde

Kontrollfragen:

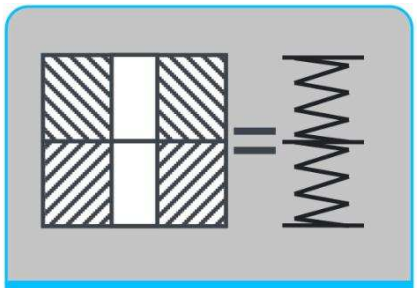
- Was für Verwendungszwecke von Gewinde gibt es?
  Befestigen von Bauteilen, Umwandlung Dreh in Längsbewegung, Erzeugen/Verstärken von Kräften
- Was für Gewindeprofile gibt es?
  metrisches, Rohr, Trapez, Säge, Halbrundgewinde
- Was versteht man unter der Selbsthemmung eines Gewindes?
  Last kann die Schraube nicht selbstständig rückwärts antreiben
  Bewegung nur durch Antrieb möglich
- Welche Gewindearten eignen sich für Befestigungsschrauben bzw. Bewegungsschrauben
  Befestigung: metrisches Spitzgewinde
  Bewegung: vor allem Trapezgewinde, bei einseitig hoher Last Sägegewinde
- Begründen sie warum eine Spongiosaschraube ein größeres Verhältnis von Kern zu Außendurchmesser besitzt als eine Kortikalisschraube
  Spongiosa ist weicher --> gröberes/tieferes Gewinde nötig, damit genug Knochenmaterial erfasst wird
- Was sind Drehschrauben & Bsp.:
  Schrauben mit verjüngtem Schaft für hohe dynamische Belastungen
- Wann werden Linksgewinde eingesetzt
  Wenn Betriebsbewegung ein Rechtsgewinde selbst lösen würde

Berechnung von Befestigungsschrauben:



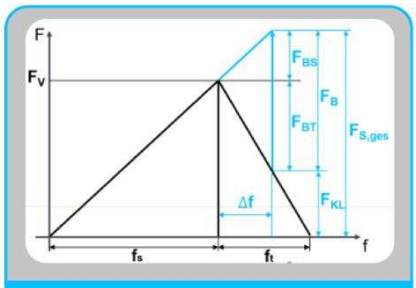
Schraube = sehr steife Feder; Anziehen spannt Feder Schraube längt sich beim Festziehen

Verhält sich wie Zugfeder

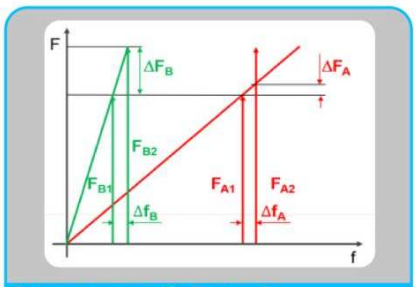


Teil = Feder. Teil wird kürzer beim Festziehen

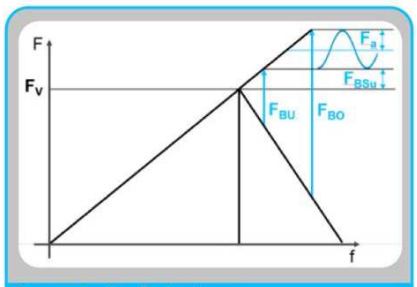
verspannte Bauteile verhalten sich wie Druckfeder



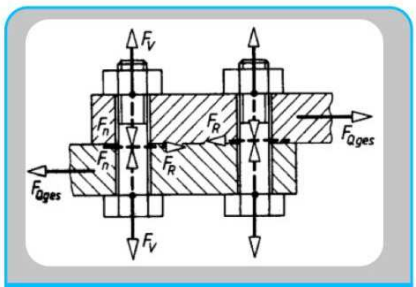
Verschraubungsdiagramm visualisiert Schraube und Teil als Federn.



Schraube = steife Feder → empfindlich gegenüber kleinen Längenänderungen (Setzen). Das führt zu Vorspannungsverlust.

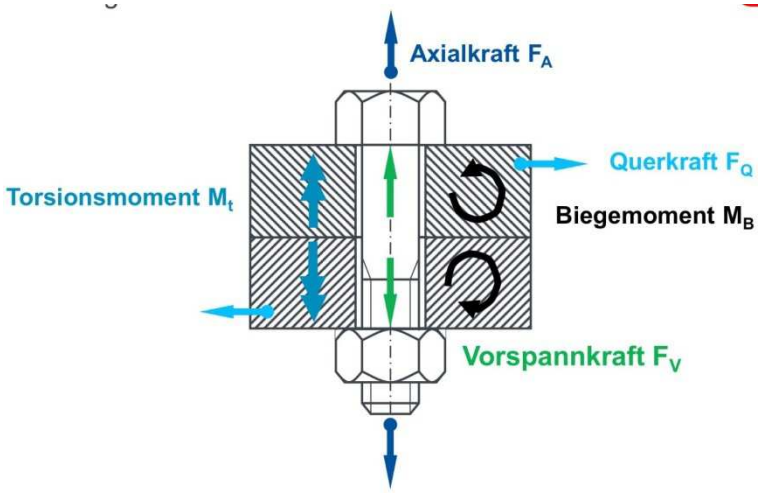


Dynamische Belastung kann zu einem Lösen der Schraube führen – weil die Vorspannung zu 0 werden kann.

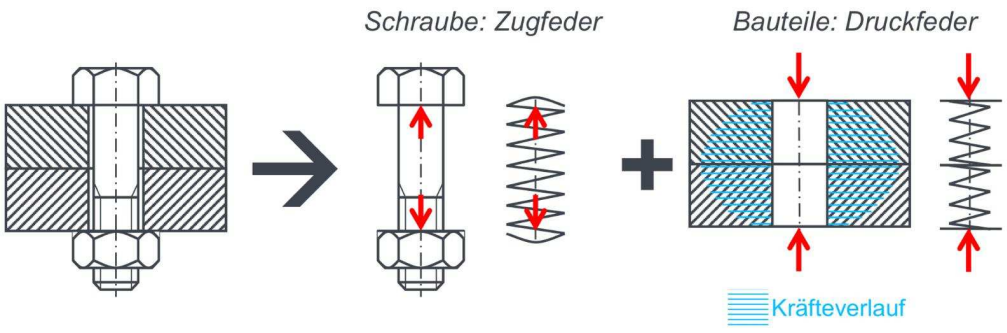


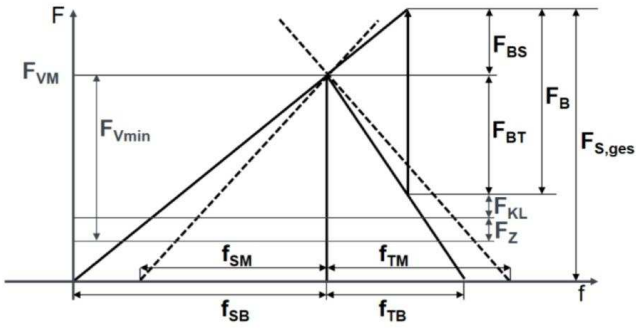
Schrauben werden auf Zug belastet – niemals auf Scherung → Schraubenverbindung muss so fest sein, dass Querkraft allein durch Reibung übertragen wird.

Modellbildung:



- Berechnung hochbelasteter Schrauben nach VDI 2230
- Weitere Richtlinien für spezielle Anwendungsfelder
- Berechnung einer zylindrischen Einschraubverbindung: Nur zentrisch vorgespannt und belastet
- Viele aufwändig Mehrschraubenverbindungen können wie eine einzelne Schraubenverbindung berechnet werden
- Federmodell: elastische Verformung unter Krafteinwirkung
- Federn verspanntes System aus Schrauben und Hülse



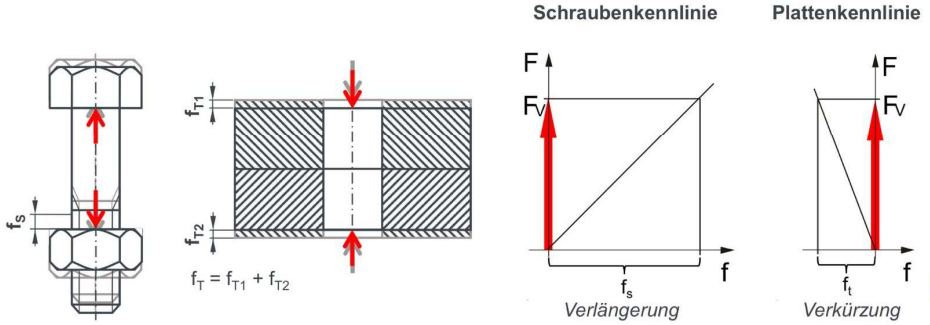


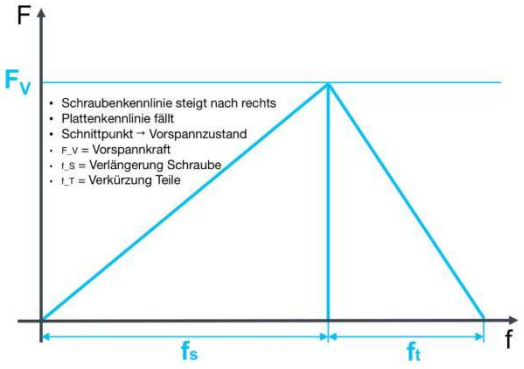
Vorgespannte Einschraubverbindung:

- Verspannugnsschaubild:
  - Kräfte-Verlängerungs-Diagramm
  - Darstellung von Federkennlinien von Schrauben und Teilen im verspannten Zustand
  - Ergänzung vieler verschiedener Faktoren möglich

→ **Schrittweise Berechnung und Ergänzung**

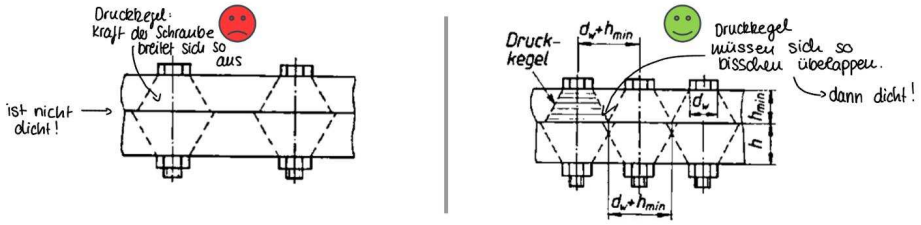
- *Verspannungsschaubild I – Federkennlinie der Verschraubung*



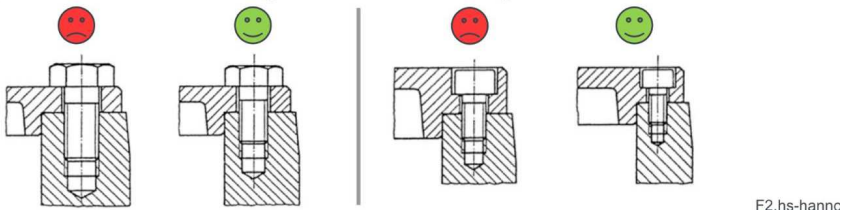


Konstruktive Hinweise: Anforderung von Schraubverbindungen !!!

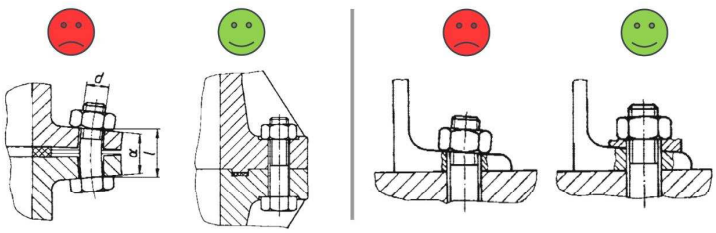
(b) Möglichst gleichmäßiger Kraftfluss; Druckkegel sollten sich überlappen



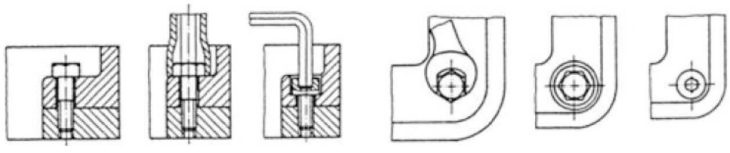
(c) Reduzierung der Bauteilabmessung durch Verwendung hochfester Schrauben



(d) Senkrechte Auflagefläche von Schraubenköpfen/Muttern erzeugen



(e) Platz für Schraubenschlüssel oder Schraubwerkzeug vorsehen

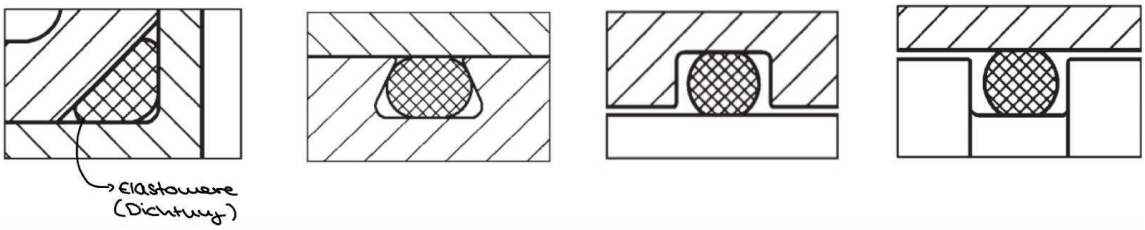


14. Dichtungen

- Verhindern oder begrenzen Stoffaustausch (fest, flüssig oder gasförmig) zwischen zwei Räumen
- Aufgaben:
  - Verhindert den Verlust an Brennstoffen
  - Vermeiden des Eindringens von Fremdkörpern und Schmutz
  - Trennung verschiedener Betriebsstoffe
  - Trennung unterschiedlicher Mediumszustände
- Unterschieden werden statische & dynamische Dichtungen

Statische Dichtungen	Dynamische Dichtungen
Dichtung ohne Relativbewegung	Dichtung mit Relativbewegung
Räume vollkommen getrennt	Räume sind verbunden
Immer Berührungsdichtungen	Berührungsdichtung oder berührungslos

- MedTech Anforderungen: Biokompatibilität, Sterilisierbarkeit, chemische Beständigkeit, Dichtheit, Druck/Temperaturbeständigkeit, mechanische Belastbarkeit, Alterungsbeständigkeit, Mikroben/Partikelfreiheit, Wechselbarkeit/Austauschbarkeit
- Technische Dichtheit:
  - Bei ruhenden Bauteilen praktisch verlustlose Dichtheit für Flüssigkeiten/Gase (außer Diffusionsverluste)
  - Bei bewegten Bauteilen auch geringe Leckverluste
- Hermetische Dichtheit: jeglicher Stoffffluss unterbunden
- Dichtung:
  - Besteht immer aus dem Dichtelement und der Bauteil-Geometrie, in die es eingebettet ist
  - Dasselbe Dichtelement kann sehr unterschiedliche Eigenschaften haben, je nach Einbau



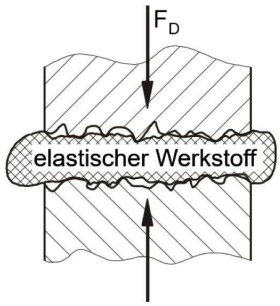
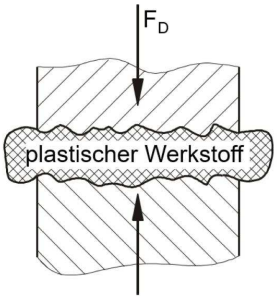
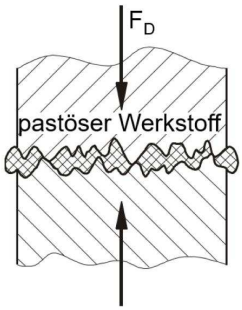
Dichtungsauswahl:

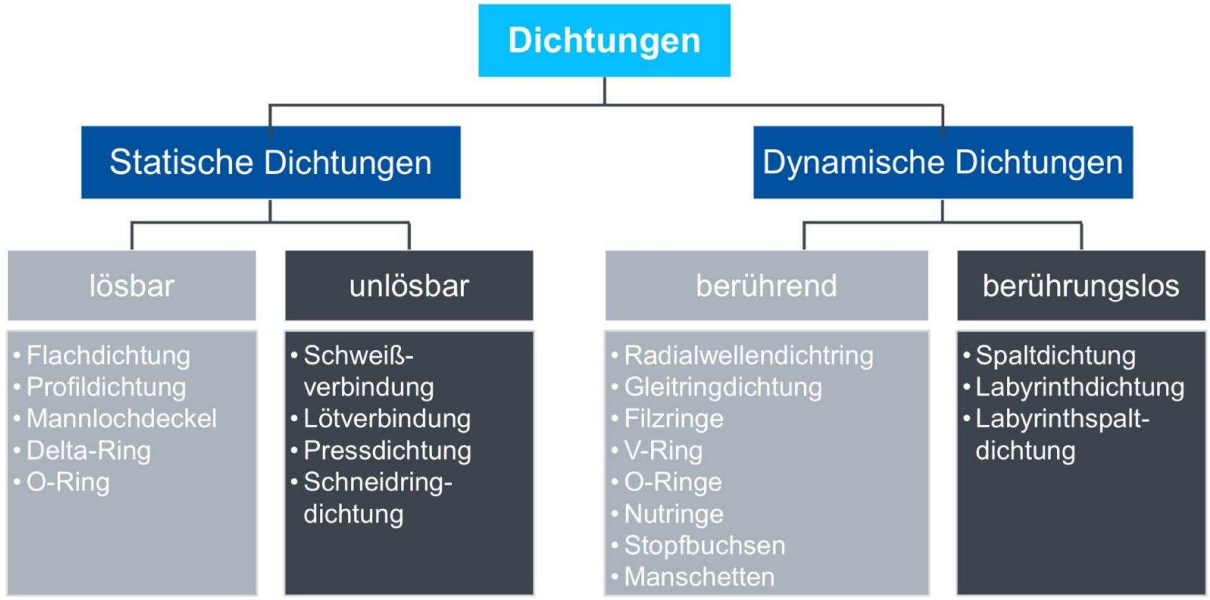
- Form & Werkstoff:

Konstruktive Vorgaben	Chemische und physikalische Belastung	Wirtschaftlichkeit und Montage
Art der Abdichtung	Druck und Temperatur	Stückzahlen, Preis
Größe des EInbauraums	Geschwindigkeit	Aufwendung für Gestaltung
	Reibung	Wartungsaufwand
	Medium und Umwelt	

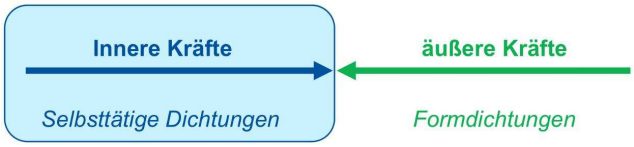
- Material: Metalle, Gewebe, Gummi, Papier/Pappe, Filz, Kunststoff

➢ Art:

		
Lösbare Dichtungen	Gute Anschmiegung	Nur Hohlvolumen ausgefüllt
Schlechte Anschmiegung	Absolute Dichtheit	Rauheitsspitzen liegen aufeinander
Oberflächenbeschädigung möglich	Nur bedingt wieder verwendbar	Für drucklose Abdichtungen



Lösbare Dichtungen:



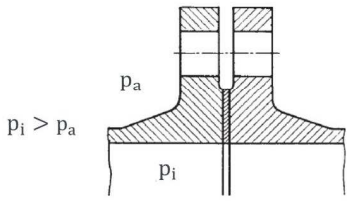
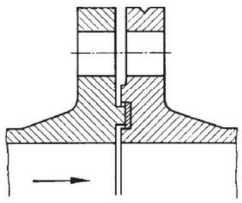
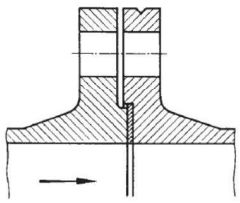
➢ Einteilung hinsichtlich Dichtungskraft:
(1) Dichtpressung durch äußere Kräfte: Formdichtungen
(2) Dichtpressung durch innere Kräfte (Betriebsdruck): selbsttätige Dichtungen

➢ Dichtung auch ohne Dichtelement möglich:
- Hohe Oberflächenqualität und hohe Anpresskräfte notwendig
- Plastische Anpassung der Oberflächen
- Für Anwendungen mit geringen Dichtheitsanforderungen

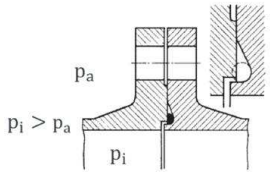
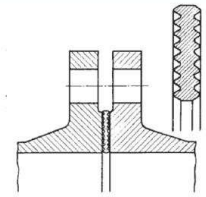
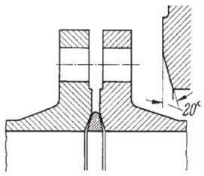
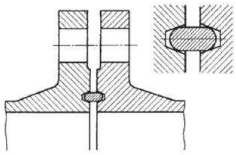
➢ **Formdichtungen:**
- Weichstoffdichtungen am gebräuchlichsten (Papier, Pappe, Kork, Gummi, Faserstoffe)
- Hartstoffdichtungen für sehr hohe Belastungen (Metall: Al, Cu)
- Niedriger E-Modul: Gute Dichtwirkung bei niedrigen Anpressdrücken und hoher Bruchdehnung (plastische Verformbarkeit)

Flachdichtungen	Profildichtungen
Zentrierung durch andere Mittel	Häufig bei Hartstoffdichtungen
Belastung der Dichtung durch Innendruck	

Genormte Flachdichtungen: → günstig, aber schwer unterzubringen

a) Mit glatter Arbeitsleiste	b) Mit Nut und Feder	c) Mit Vor- und Rücksprung
		
• Bevorzugt, auch für höhere Drücke • Möglichst geringe Dicke	• Keine Gefahr des Herausdrückens	• Keine Gefahr des Herausdrückens

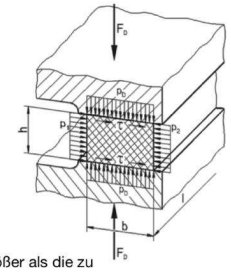
Genormte Profildichtungen:

a) Mit Eindrehung (O-Ring)	b) Mit glatter Arbeitsleiste (Kammprofilierte Dichtung)	c) Mit Eindrehung und Linsendichtung	d) Mit Eindrehung und Ring-Joint-Dichtung
			
• Rechteckige- oder V-förmige Nuten	• Örtlich erhöhte Pressungen • Dichtkämme passen sich Unebenheiten an	• Kugelige Oberfläche • Kegelige Eindrehungen der Flansche	• Zweiflankige Berührung • Trapezförmige Nuten

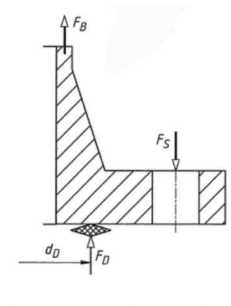
➢ Allgemeiner Berechnungsansatz für notwendige Dichtwirkung: $p_D > \Delta p = p_2 - p_1$

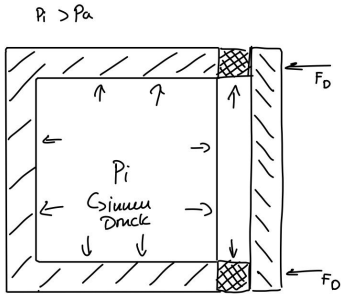
p_1: *Innendruck*
p_2: *Außendruck*
p_D: *Flächenpressung an den Dichtflächen*
F_D: *erforderliche Dichtkraft*

- Weitere wirkende Kräfte am Flansch:
  F_B: *Entlastungskraft*
  F_S: *Schraubenkraft*



Die Dichtpressung muss größer als die zu überwindende Druckdifferenz sein.



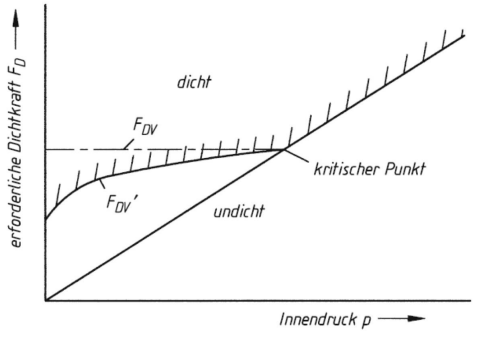


Dichtverhalten:

➢ Volle Wirksamkeit erst bei genügend hoher Vorverformungskraft F_{DV}'
➢ Unterhalb des kritischen Punkts kann vereinfacht F_{DV} verwendet werden

$F_{DV} = \pi \cdot d_D \cdot k_0 \cdot K_D$

d_D : mittlerer Durchmesser der Dichtung
k_0 : Dichtungskennwert (aus Tabelle)
K_D : Werkstoffkennwert (aus Tabelle)



- Mindestschraubenkraft im Betriebszustand:

$$F_{SB} = F_B + F_{DB}$$

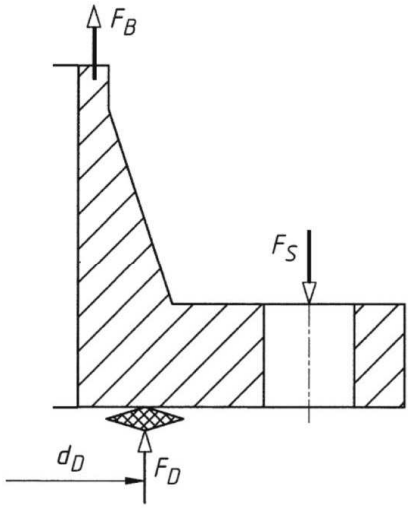
  - Betriebskraft:

$$F_B = p_1 \cdot \pi \cdot \frac{d_D^2}{4}$$

  - Dichtungskraft im Betrieb:

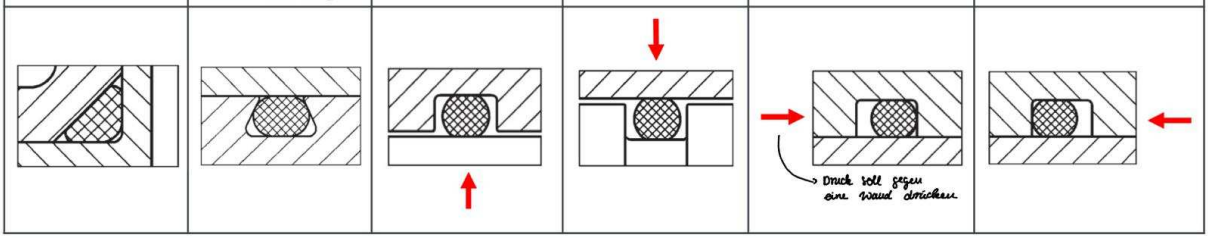
$$F_{DB} = p_1 \cdot \pi \cdot \mathrm{d_D} \cdot k_1 \cdot S_D$$

k_1: *Dichtungskennwert (aus Tabelle)*
S_D: *Dichtungssicherheitsbeiwert*
- *Für Weichdichtungen:* $S_D = 1{,}5$ (Kunststoff)
- *Für Metalldichtungen:* $S_D = 1{,}3$



Selbsttätige Dichtungen:

- Geringe äußere Kräfte zur Montage, Dichtungskraft durch Betriebsdruck
- Dichtungskraft und Dichtwirkung steigen mit Betriebsdruck
- Bsp.:
  Mannlockdeckel
  Delta-Ring für Hochdruck-Deckelverschlüsse(Metall, kein Kunststoff)
  Selbstaktivierende Profildichtung (Autoklav)
  Rundgummidichtungen (O-Ring, Quadringe):
  - Am vielseitigsten eingesetzte statische Dichtungen (DIN ISO 3601)
  - Sichern gegen Herausquetschen

Dreiecknut	Trapeznut → zum Festhalten vom Ring	Rechtecknut			
nicht empfehlens-wert	*Zum Festhalten des O-Rings*	Radialer Einbau		Axialer Einbau	
		Innendichtend	Außendichtend	Druck von Innen	Druck von außen
					

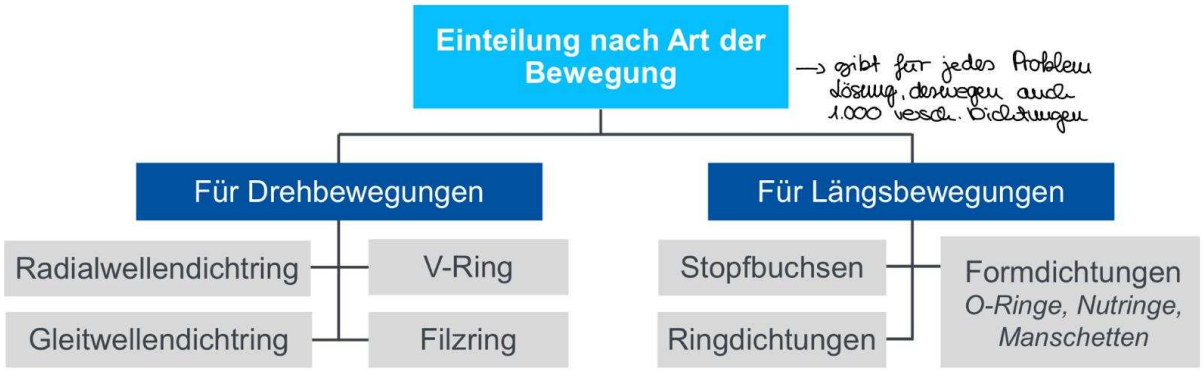
Rechtecknuten: Nutquerschnitt = 1,25 · Ringquerschnitt

Unlösbare Dichtungen:

- Völlig hermetische Dichtheit erreichbar
- Häufig Einsatz bei unter Druck stehenden Bauteilen
- Bsp.: Schweißung, Lötung, Pressdichtungen, Schneidringdichtungen
- Bedingt lösbare Dichtungen:
  - Schweißnähte als reine Dichtschweißung
  - Kräfte werden von anderen Elementen aufgenommen (Schrauben, Klammern…)

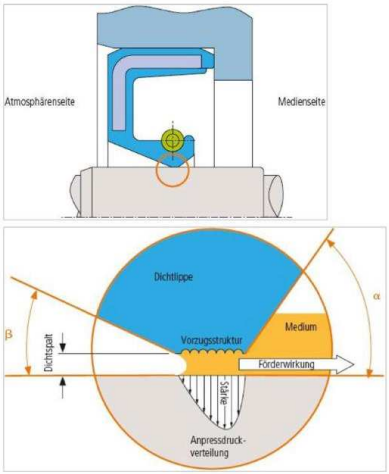
Berührungsdichtungen:

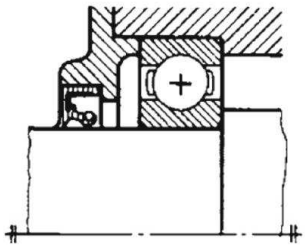
- Bewegte Dichtflächen: Reibung, Verschleiß und Erwärmung
- Hermetische Abdichtung nicht möglich



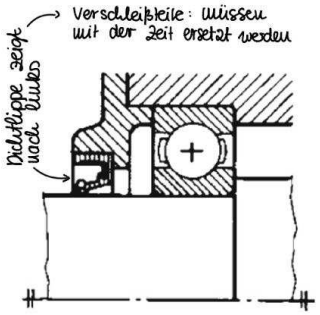
Radialwellendichtring

- Dichtlippe soll zum abzudichtenden Medium zeigen



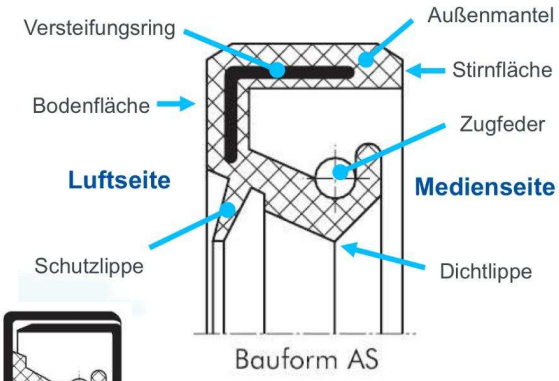


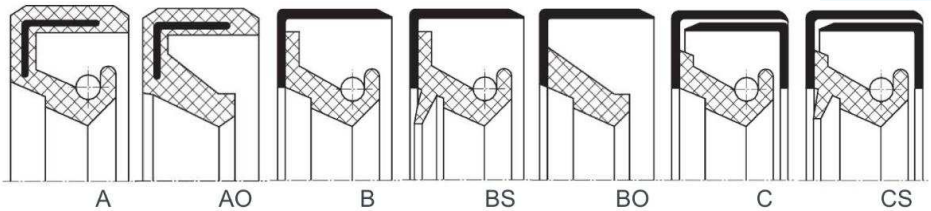
Einbau gegen Schmiermittelaustritt



Einbau gegen (vorzugsweise) Spritzwasser

- Häufigste Dichtung bei fett und ölgeschmierten Wälzlagern
- Hohe Dichtwirkung und Lebensdauer
- Abdichtung gegen Gehäuse: Versteifungsring
- Abdichtung gegen Welle: Dichtlippe
- Verschiedene Bauformen:





Gleitringdichtungen:

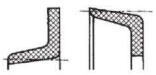
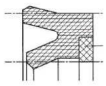
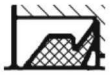
- Vorwiegend für Flüssigkeiten (& Gase) --> bei hohen Temperaturen möglich (bis 200°C)
- Stahl oder andere harte, verschleißfeste Werkstoffe

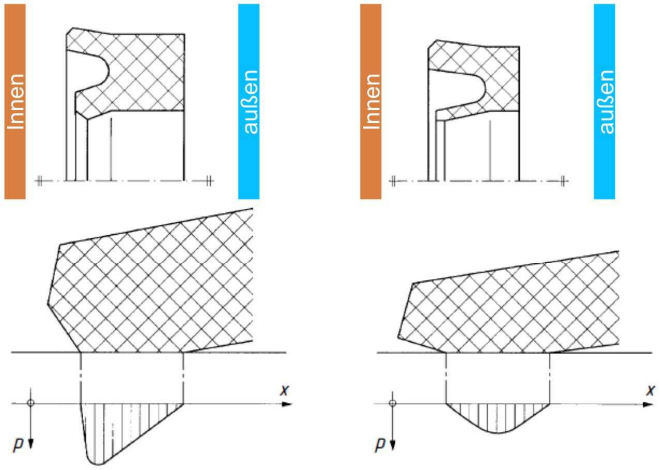
Vorteile	Nachteile
Geringe Leckverluste	Große Baulängen
Keine Wartung	Komplizierter und teurer Aufbau
	Plötzlicher Schadensfall

Weitere Berührungsdichtungen:

V-Ring	Filzring	Stopfbuchsen	O-Ringe	Nutringe
Gummidichtung	Quadratischer Weichpackungsring	Aus Weichstoffpackung oder einzelnen elastischen Packungsringen	Auch bei dynamischer Belastung einsetzbar	Einbau ohne axiale Vorspannung
Dichtet axial	Konisch auszuführende Nut mit 7° Seitenwinkel	Meist quadratischer Querschnitt	Einfach, platzsparend, gute Dichtwirkung	Mittlere bis hohe Drücke
Dichtlippe drückt gegen Gehäusefläche	Wärmeausnehmung am Ringgrund möglich	Axiale Verspannung drückt Packung gegen Dichtflächen		Einsatz von Stützringen und Gewebeverstärkung bei hohen Drücken
Bauform mit Metallgehäuse (Gamma-Ring)	Gute Anpassung bei Unrundheit und Schiefstellung	Stärker anziehen --> dichter, aber höhere Reibung/Betätigungskraft		

Vergleich

Bauform		Überdruck [bar]	$V_{längs}$ [m/s]	V_u [m/s]
Manschetten		< 40	< 0,5 .. 1	< 4
Nutringe bei z.B. Patientenliege		> 200	< 0,3	-
Radialwellen-dichtring		0 0,5	< 0,2 <0,1	< 12 … 25 < 2,8
V-Ring		< 1,5 *(mit Stützring)*	*Kleine zulässig*	< 19

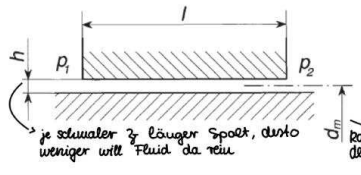
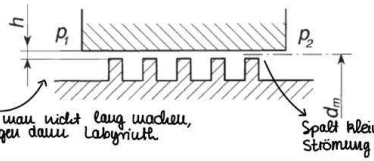
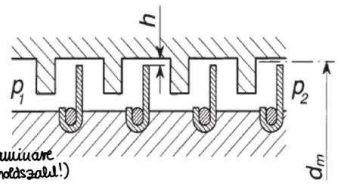


für Hydraulik für Pneumatik

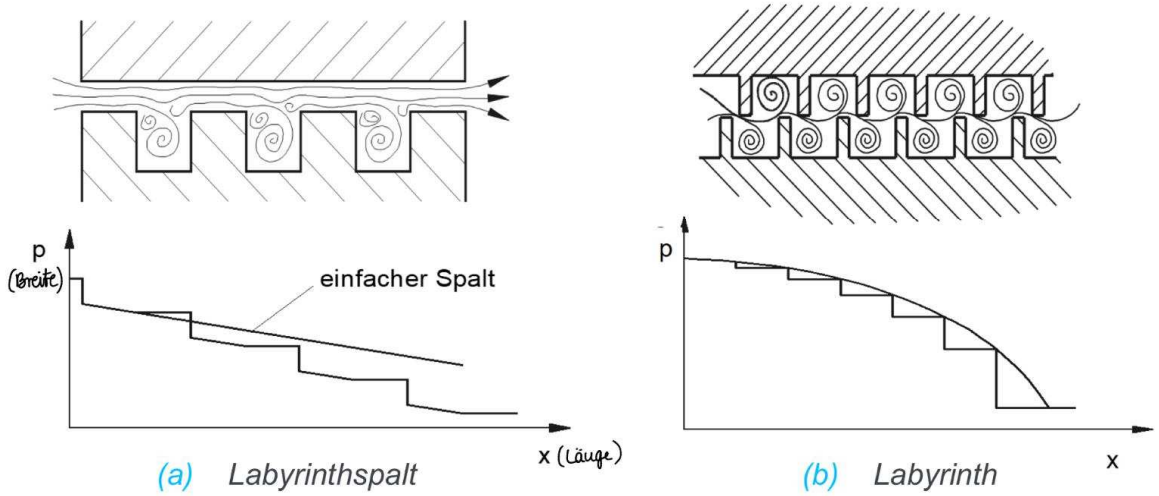
Berührungslose Dichtungen:

- Können nicht hermetisch dicht sein, höhere Leckverluste
- Einsatz bei hohen Relativgeschwindigkeiten, wo Berührungsdichtungen nicht einsetzbar
- Verschleiß- und reibungsfreie Arbeit: Unbegrenzte Lebensdauer

• Wichtigste Bauformen:

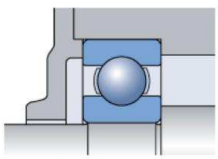
Spalt	Labyrinthspalt	Labyrinth
		

• Strömung und Druckabfall:

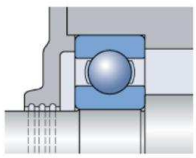


(a) Labyrinthspalt (b) Labyrinth

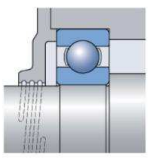
Ausführungsbeispiele:



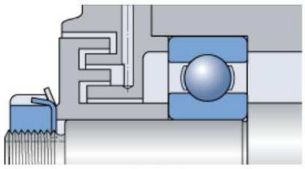
Einfache Spaltdichtung



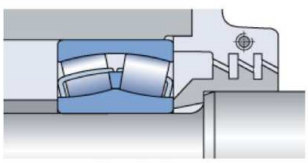
Spaltdichtung mit konzentrischen Nuten



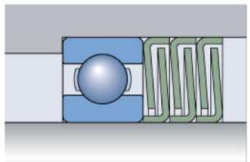
Spaltdichtung mit schraubenförmigen Nuten



Axiale Labyrinthdichtung



Radiale Labyrinthdichtung



Labyrinth mit Dichtungslamellen

Kontrollfragen:

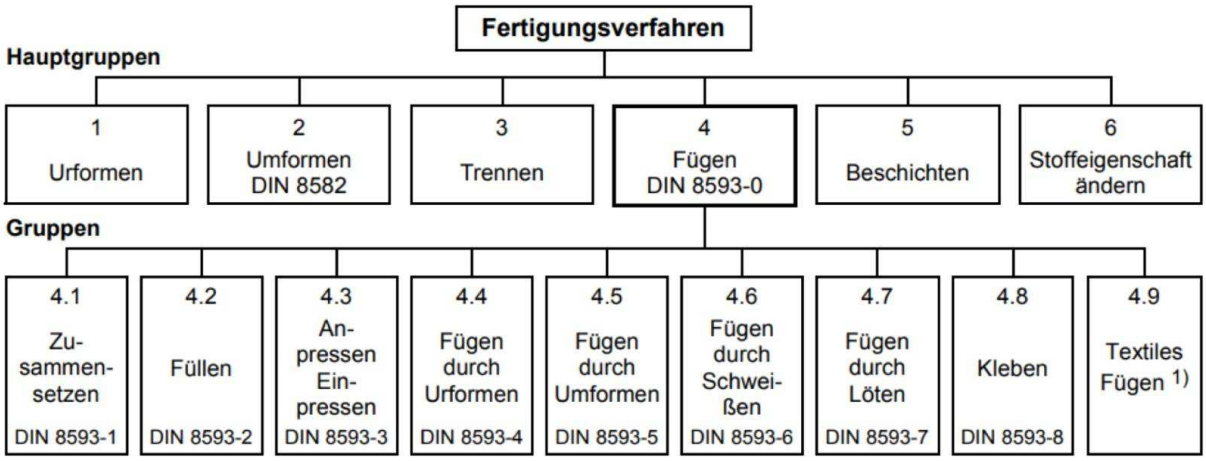
- Welche Funktionen haben Dichtungen
  Verhinder/begrenzen den Stoffaustausch zwischen zwei Räumen
  verhindern Betriebsstoffverlust, Eindringen von Schmutz & Vermischung verschiedener Medien
- Unterschied zwischen statischer und dynamischer Dichtung
  Statisch: keine Relativbewegung der Dichtfläche
  Dynamisch: Relativbewegung vorhanden
- Welche Eigenschaften müssen Dichtwerkstoffe besitzen
  je nach Anwendung zB:
  gute Anpassungsfähigkeit, Druck/Temperaturbeständigkeit, chemische Beständigkeit,
  mechanische Belastbarkeit, Altersbeschtändigkeit, Biokompatibilität/Sterilisierbarkeit
- Wofür braucht man Riadialwellendichtringe
  zum Abdichten rotierender Wellen, besonders bei fett/ölgeschmierten Wälzlagern
- Wie ist eine Gleitringdichtung aufgebaut
  aus gegeneinander gleitenden, harten Dichtflächen/Ringen
  eine Seite dreht, die andere steht
  die aufeinander gepressten Gleitflächen erzeugen die Dichtwirkung
- Wie wirkt eine berührungslose Dichtung
  Durch enge Spalte/Labyrinthe wird dem Medium ein hoher Strömungswiderstand
  entgegengesetzt
  Druck wird stufenweise abgebaut
  dadurch wird Leckstrom stark reduziert, ohne dass Dichtflächen sich berühren

15. Klebeverbindungen

- Einsatzmöglichkeiten MedTech: Einwegprodukte (Windeln), Implantate (Zahnspange, Femurkopf), Diagnostik & Labortechnik, Wearables & Sensorik (Pflaster), OP-Bereich & Wundversorgung (Hautkleber)
- Anforderungen: Mechanische Festigkeit, Sterilisierbarkeit, Biokompatibilität, Alterungs- & Medienbeständig, Nachverfolgbarkeit & Validierbarkeit,
  Verarbeitungstechnische Anforderungen: Dosierbarkeit, Aushärtung, Automatisierbarkeit & Applikation

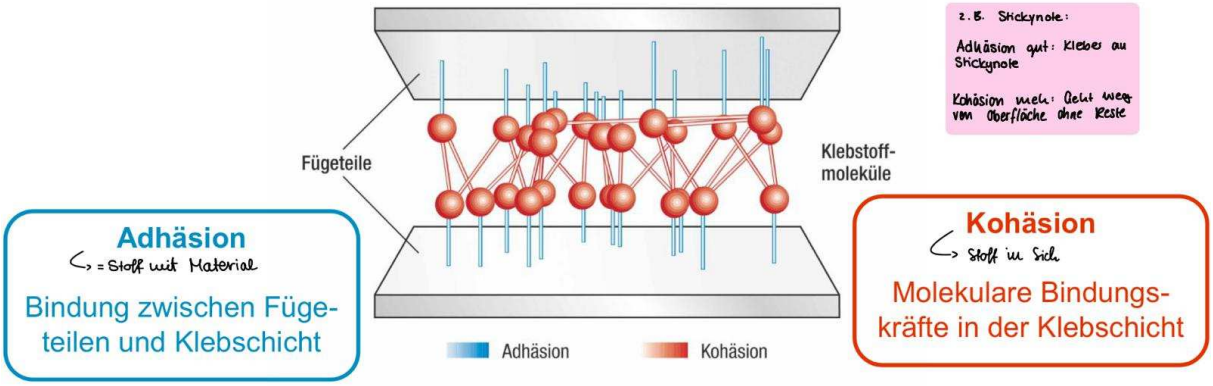
Fügeprozesse:

- Fügeprozess = dauerhaftes Verbinden von zwei oder mehr Werkstücken geometrisch bestimmter Form, Einsatz von einem weiterem formlosen Stoff möglich (DIN 8593)
  - Lösbar: Lösen der Teile ohne Beschädigung möglich
  - Unlösbar: Lösen nur Beschädigung/Zerstörung der gefügten teile möglich

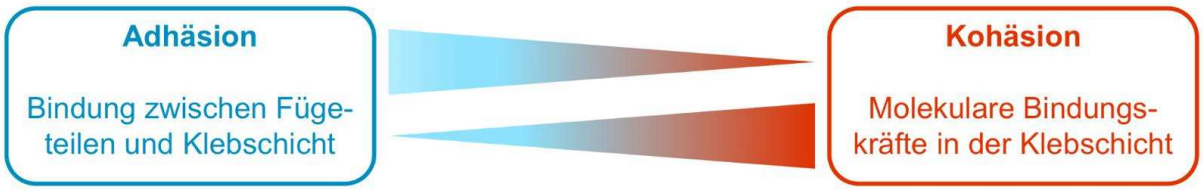


Definition:

- Verbinden von Werkstoffen mit Hilfe von (nichtmetallischen) Klebwerkstoffen
- Stoffschluss durch Adhäsion- und Kohäsionskräften



Adhäsion >> Kohäsion
Versagen innerhalb der Klebfuge

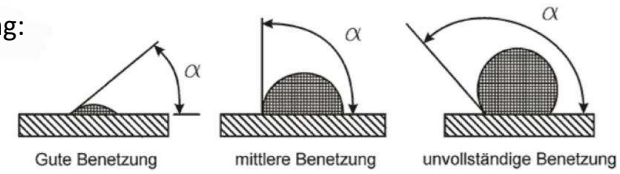


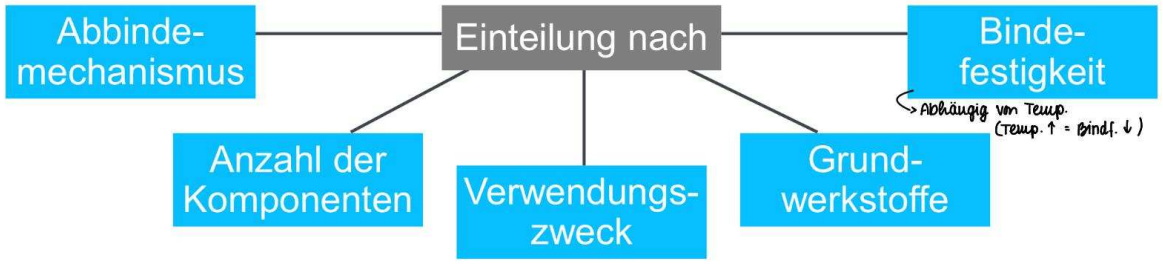
Adhäsion << Kohäsion
Klebstoff lässt sich leicht von Klebfläche lösen

➔ Gilt nur, wenn die Festigkeit des Grundwerkstoffes größer als die des Klebstoffes ist!

Klebstoffe:

- Übergang von flüssigen in festen Zustand (außer Haftklebstoffe)
- Viskose Eigenschaft zur Ausbildung von adhäsiven Nahkräften
- Klebstoff & Klebeteile müssen chemisch aufeinander abgestimmt sein
- Fähigkeit zur Benetzung:





- Klebstoff muss im geklebten Bauteil Kräfte übertragen
- Deutlich andere Eigenschaften hinsichtlich Festigkeit, Verformungseigenschaften und Temperaturbeständigkeit als Bauteile
- Hat meist geringeres E-Modul als andere Bauteile

Art des Abbindemechanismus:

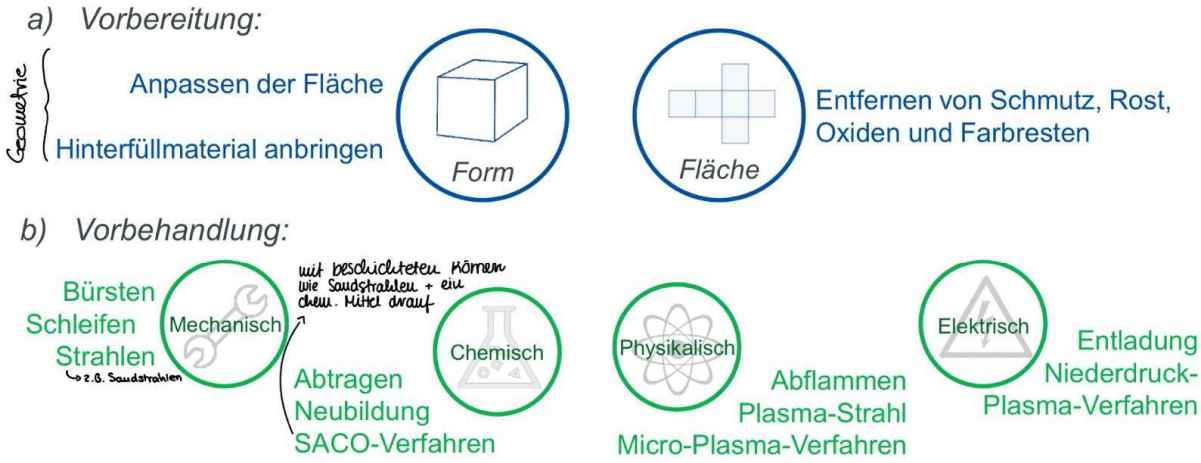
- Physikalisch:
  - Lösungsmittel- und Dispersionsklebstoffe
  - Entstehen der Klebschicht durch: Verdampfung, Erstarrung aus Schmelzen, Diffusionsvorgang
- Chemisch:
  - Reaktionswerkstoffe
  - Hochmolekulare, härtbare Kunstharze
  - Hohe Haftfestigkeit & innere Festigkeit

Anzahl der Komponenten:

- Einkomponenten-Klebstoffe
  - Muss vor Kleben nicht angemischt werden
  - Härtungsreaktion wird nach Klebstoffauftrag und Zusammenfügen ausgelöst
  - Lange Härtezeiten
- Zweikomponenten-Klebstoff:
  - Trennung von Harz und Härtekomponenten
  - Lagerstabil
  - Verschiedene Aushärtungsmechanismen
  - Längere Härtezeiten (bis zu 24h)

Herstellen der Klebverbindungen:

- Vorbehandlung der Oberfläche



→ **Hohe Oberflächenenergien und gute Adhäsionseigenschaften**

- Klebevorgang

a) *Lösungsmittelklebstoffe*



b) *Reaktionsklebstoffe*



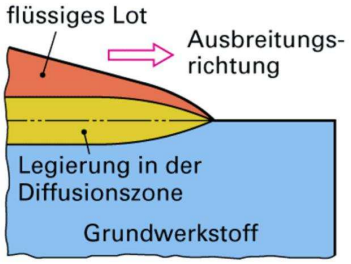
wie lang es dauert bis er im Rührtopf hart wird.

- Beachtung der **Topfzeit** (Zeitspanne der Verarbeitungsfähigkeit): nur so viel Klebstoff mischen, wie verarbeitet werden kann

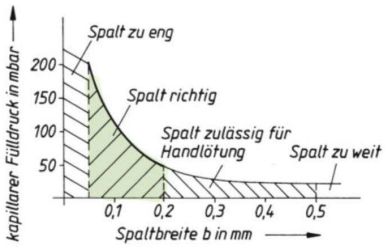
Löten:

- Thermisches Verfahren zum stoffschlüssigen Fügen und Beschichten von Werkstoffen
- Bildung einer flüssiger Phase
- Solidustemperatur der Grundwerkstoffe wird nicht erreicht
- Funktion Lötverbindungen:

1) Legierungsbildung



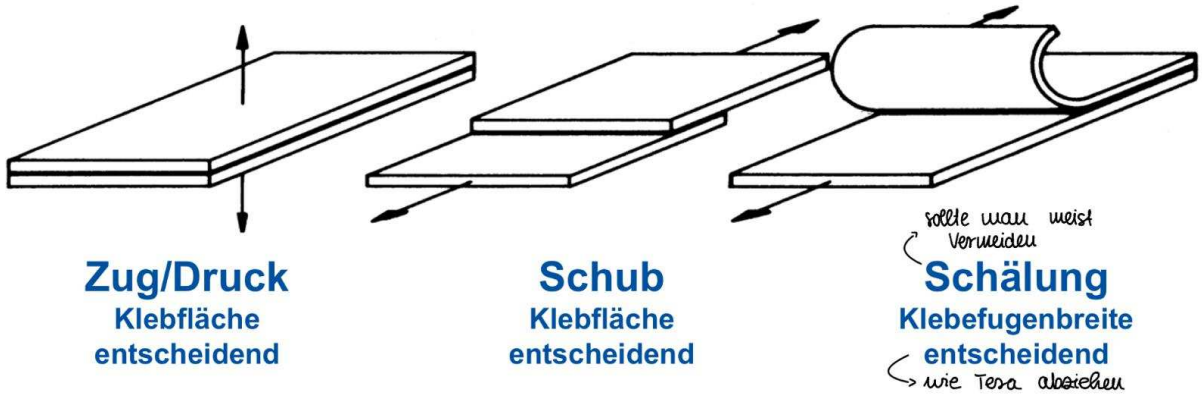
2) Kapillarwirkung



Schweißen:

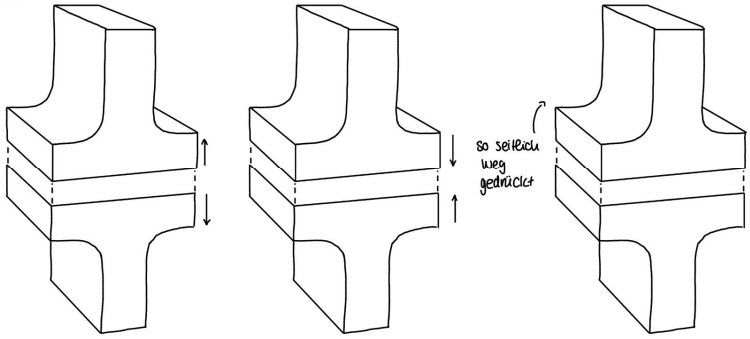
- DIN 1910: Vereinigen oder Beschichten von Werkstoffen in Schweißzone durch: Wärme und/oder Kraft mit/ohne Schweißzusatz
- Einsatz wenn unlösbare und starre Verbindungen zulässig bzw. notwendig sind
  --> Viele Vorteile gegenüber Nieten, Schrauben und Gießen
- Häufigstes Fügeverfahren für unlösbare Verbindungen
- Aufbau von großen und komplizierten Teilen möglich
- Schweißen auch am Montageort möglich (geht auch Unterwasser)
- Einteilung nach Grundwerkstoff, Fertigungsart, Zweck und physikalischem Ablauf

Beanspruchung von Klebeverbindungen:

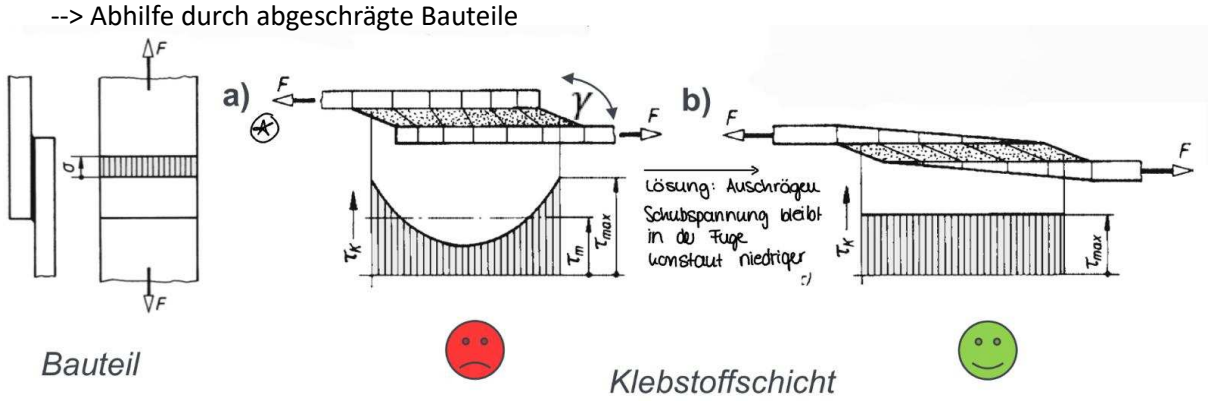


➔ Klebeverbindungen möglichst nur auf Schub beanspruchen
➔ Große Klebeflächen für ausreichende Tragfähigkeit vorsehen

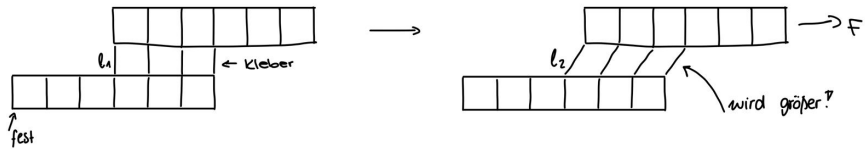
Zugbelastung	Druckbelastung	Spaltbelastung
Tritt auf wenn eine Zugkraft gleichmäßig über gesamte Verbindung ausgeübt wird	Druck ist Kraft, die gerade und in einer Ebene auf Klebeverbindung wirkt	Auf eine Kante der Verbindung konzentriert und wirkt wie ein Hebel auf Klebeverbindung
Zugrichtung ist gradlinig, auf gleicher Ebene und von Klebeverbindung weg Kraft über gesamte Klebefläche verteilt	Kraft wirkt hier auf Klebstoff Kraft auf gesamte Klebefläche verteilt	An einem Ende der Klebeverbindung wirkt konzentrierte Kraft auf Vorderkante --> anderes Ende theoretisch unbelastet



- Gleichmäßige Spannungsverteilung im Bauteil
- In Klebstoffschicht: Schubspannungsspitzen durch ungleiches elastisches Verhalten
  --> Abhilfe durch abgeschrägte Bauteile



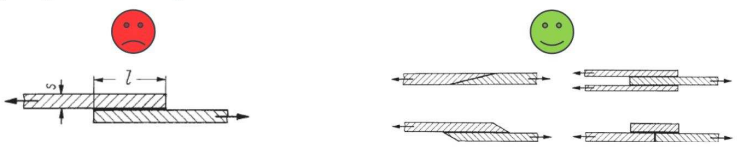
Schubspannung an den Rändern größer!



Gestaltungsregeln:

1. **Erreichen genügend großer Klebflächen**

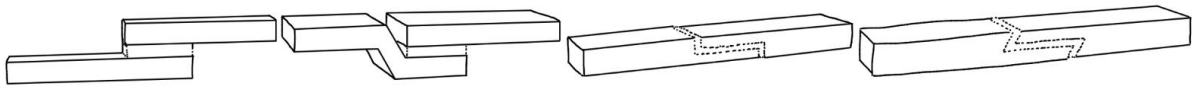
Überlappungsverbindung



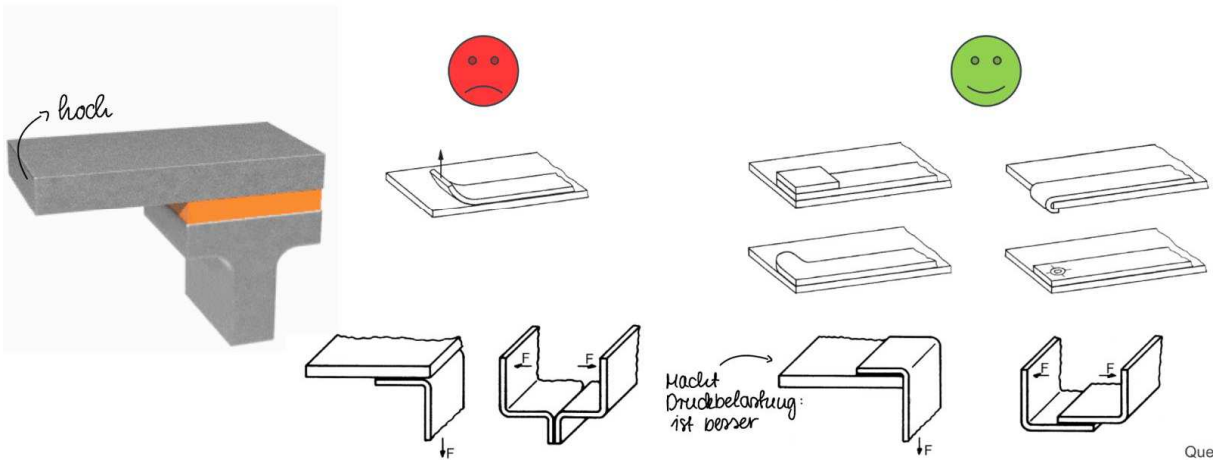
Stumpfstöße



Überlappungsverbindung bei Scherbelastung und Spaltbelastung	Eine gewalzte Überlappungsverbindung vermindert die Spaltbelastug	Gerberstoß-Verbindung reduziert Spaltbelastung weiter	Schräger Gerberstoß für optimale Festigkeit
Einzelne Überlappungsverbindung oft Scherkräften ausgesetzt	zur Verbesserung der Verbindung gefalzte Überlappungsverbindung	Verbindung mit Doppelüberlappung Beide Substrate so konstruiert/geformt dass sie sich gegenseitig überlappen	+ Überblattung Dadurch Belastung wie beim Gerberstoß in einer Ebene gehalten
Wenn sich Verbindung ausdehnt wirken Scherkräfte nicht mehr völlig in einer Ebene & wandeln sich zu einer Spaltbelastung	Belastung wird in einer Ebene gehalten --> nur verstärkte Scherkräfte wirken auf den Klebstoff	Belastung und Klebstoff bei wirken von Scherkräften in einer Ebene	Überblattung sorgt für zusätzliche Festigkeit beim Auftreten der Spaltbelastung
Teil der Belastung konzentriert sich auf Vorderkante der Überlappungsverbindung	Klebstoff einwenig außerhalb der Ebene in der Belastung auftritt --> kann bei Ausdehnung der Verbindung noch teils als konzentrierte Spaltbelastung wirken	Jedoch durch Spaltbruchkräfte auf Hebelarm der Konstruktion kann es zu Belastungskonzentration kommen	

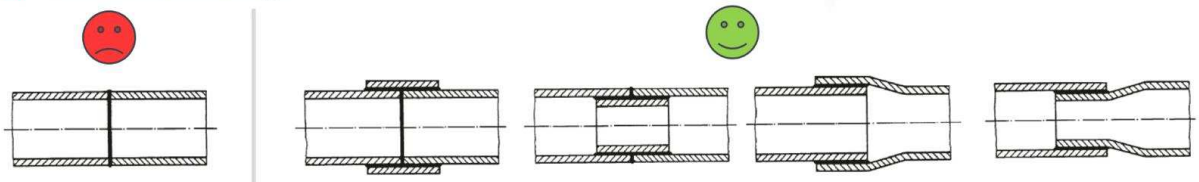


2. Schälbeanspruchung vermeiden



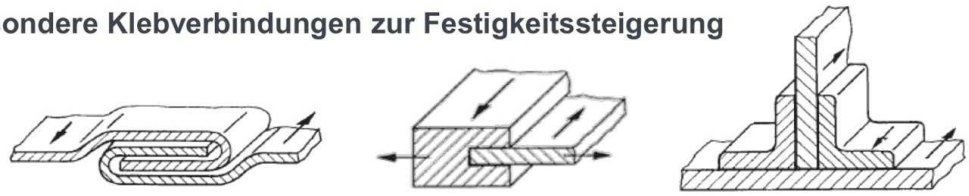


3. Rohrverbindungen



Stumpfstoß | *Überlappstoß mit Außenmuffe* | *mit Innenmuffe* | *mit ausgeweitetem Rohr* | *Mit eingezogenen Rohr*

4. Besondere Klebverbindungen zur Festigkeitssteigerung



Gefalzt | *Genutet* | *mit Winkeln*

Berechnung

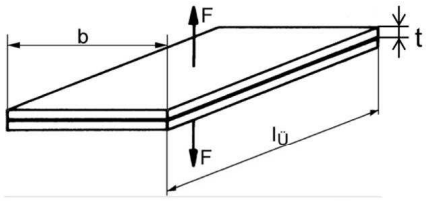
Zug- und Druckbeanspruchung

- **Flächige Klebeverbindung:**

$$\sigma_K = \frac{F}{b \cdot l_Ü} \leq \sigma_{K\,zul} = \frac{R_m}{S_K}$$

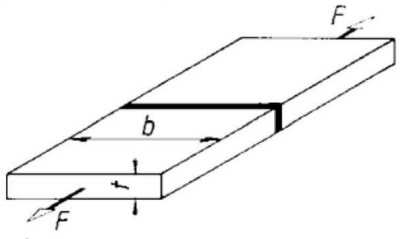
- *Optimale Überlappungslänge:*

$$l_Ü \approx 0{,}1 \cdot R_{p0,2} \cdot t \quad \text{bzw.} \quad (10 \ldots 20) \cdot t$$



- **Stumpfstoß:**

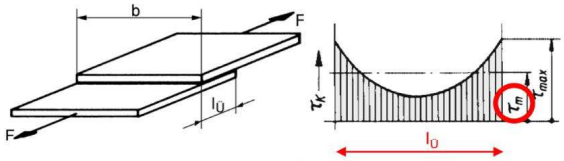
$$\sigma_K = \frac{F}{b \cdot t} \leq \sigma_{K\,zul} = \frac{\sigma_{KB}}{S_K}$$



Schubbeanspruchung

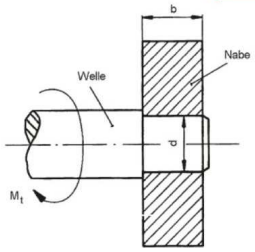
- **Überlappstoß**
- Für überschlägige Berechnung wird gemittelte Spannung genutzt:

$$\tau_K = \frac{F}{b \cdot l_Ü} \leq \tau_{K\,zul} = \frac{\tau_{KB}}{S_K}$$



- **Rundklebung**

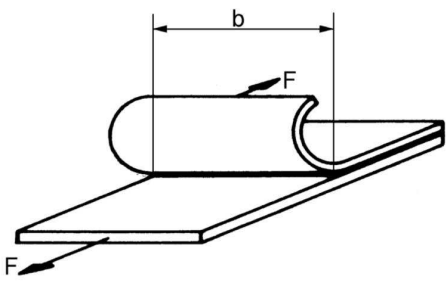
$$\tau_K = \frac{2 \cdot M_T}{\pi \cdot d^2 \cdot b} \leq \tau_{K\,zul} = \frac{\tau_{KB}}{S_K}$$



- **Schälbeanspruchung**

$$\sigma'_K = \frac{F}{b \cdot EH} \leq \sigma'_{K\,zul} = \frac{\sigma'_{abs}}{S_K}$$

EH: Einheitslänge



Vorteile	Nachteile
Kostengünstig, Geringe Anzahl von Bauteilen	Stumpfstöße sind zu vermeiden
Gewichtseinsparung	Zug- Druck- und Schälbeanspruchung sind zu vermeiden
Keine Kontaktkorrosion	Geringe Festigkeit & Warmfestigkeit
Können Dichtfunktion übernehmen	Eingeschränkte chemische Beständigkeit
Verbinden unterschiedlicher Werkstoffe möglich	Aufwendige Oberflächenbehandlung
Keine Querschnittsschwächung durch Kerben	Aufwendige Dosierung bei Mehrkomponenten-Klebstoffen
Gleichmäßige Kraft- & Spannungsverteilung	z.T. lange Abbindezeiten

Kontrollfragen:

- Welche 3 Aufgaben übernehmen Klebeverbindungen vorwiegend
  Bauteile dauerhaft verbinden, Kräfte übertragen, häufig zusätzlich abdichten
- Was bedeutet Kohäsion
  Bindungskräfte innerhalb der Klebstoffschicht
- Was bedeutet Adhäsion
  Bindung zwischen Klebstoff und Fügeteiloberfläche
- Haftmechanismus beim Kleben
  Klebstoff benetzt die Oberfläche
  zwischen Klebstoff & Bauteil wirken Adhäsionskräfte
  im Klebstoff wirken Kohäsionskräfte
  Zusammen entsteht stoffschlüssige Verbindung
- Was reißt Klebstoff vorwiegend von der Bauteiloberfläche ab
  Wenn Adhäsion < Kohäsion
  Haftung an Oberfläche schwächer als innere Klebstofffestigkeit
- Welche Belastungen sind bei Klebeverbindungen zulässig
  Bevorzugt Schubbeanspruchung
  Zug/Druck nur möglichst gleichmäßig
  Schäl/Spaltbelastung möglichst vermeiden
- Begründen sie die Alterungsunbeständigkeit bei Klebeverbindungen
  Klebstoffeigenschaften ändern sich durch: Temperatur, Medien/Feuchtigkeit, chemische Einflüsse, Zeit
  dadurch können Festigkeit und Haftung sinken
- Wie wirkt der Reaktionsklebstoff
  Klebstoff härtet durch chemische Reaktion aus
  Reaktion wird zB durch Härter/Katalysator ausgelöst
  daraus entsteht feste Klebeschicht