



Prüfung im Fach **Regelungstechnik für Medizin- und Verfahrenstechnik (RTMV)**

Prof. Dr.-Ing. C. Tarín Sauer

Probeklausur

am , Uhr

Bitte tragen Sie auf diesem Doppelblatt Ihren Namen, Ihre Fachrichtung und Ihre Matrikelnummer ein. Versehen Sie alle Lösungsblätter mit Ihrem Namen und legen Sie diese Blätter in das Doppelblatt ein.

Name, Vorname: _____

Studiengang: _____ Matr.-Nr: _____

Zugelassen ist die vom Institut für Systemdynamik (ISYS) bereitgestellte Formelsammlung für die RTMV, eine selbst erstellte zweiseitige Formelsammlung im DIN-A4-Format sowie ein nicht-vernetzbarer nicht-grafikfähiger Taschenrechner. Zugelassene Taschenrechner sind in einer Liste vermerkt, die vorab vom ISYS zur Verfügung gestellt wurde.

Markieren Sie die von Ihnen gewählte Antwort bei Multiple-Choice Aufgaben eindeutig. Bitte beachten Sie, dass mehrere Antworten richtig sein können. Falschantworten führen nicht zu Punktabzug bei anderen Aufgabenteilen. Sind Lösungskästchen vorgegeben, so werden keine Rechenwege bepunktet.

Zur Kenntnis genommen: _____ (Unterschrift)

Aufgabe	Punkte	erreicht
1	29	
2	8	
3	9.5	
4	14	
5	11	
6	5	
7	5	
8	7.5	
9	13	
10	13	
insgesamt	115	

Korrektur: _____

Prüfer: _____

Einsicht: _____

Note: _____

Name, Vorname: _____

Matrikelnummer: _____

Aufgabe 1. (29 Punkte)

Markieren Sie die von Ihnen gewählte Antwort eindeutig. Bitte beachten Sie, dass mehrere Antworten richtig sein können. Falschantworten führen nicht zu Punktabzug bei anderen Aufgabenteilen. In dieser Aufgabe werden keine Rechenwege bepunktet.

- a) Ein System wird mit dem Eingangssignal $u(t) = a \sin(\omega t)$ angeregt. Es wird das Ausgangssignal $y(t) = b \cos(\omega t + c)e^{-dt}$ gemessen. Dabei sind $\omega, a, b, c, d \in \mathbb{R}$ konstant. Das System kann linear sein. (1 Punkt)
- ☐ Wahr
- ☐ Falsch
- b) Eine Linearisierung gilt nur in der Umgebung eines Arbeitspunktes. (1 Punkt)
- ☐ Wahr
- ☐ Falsch
- c) Sprungantworten asymptotisch stabiler linearer Systeme konvergieren für $t \rightarrow \infty$ gegen Null. (1 Punkt)
- ☐ Wahr
- ☐ Falsch
- d) Wenn ein Blockschaltbild einen Block mit einer instabilen Übertragungsfunktion enthält, dann ist das Gesamtsystem ebenfalls instabil. (1 Punkt)
- ☐ Wahr
- ☐ Falsch
- e) Die Anzahl der Pole der vollständig gekürzten Übertragungsfunktion eines Systems kann geringer sein als die Anzahl der Eigenwerte einer Systemmatrix $\underline{A}$ des gleichen Systems. (1 Punkt)
- ☐ Wahr
- ☐ Falsch

f) Es gibt zu jeder Übertragungsfunktion unendlich viele Zustandsraumdarstellungen. (1 Punkt)

☐ Wahr

☐ Falsch

g) Wenn ein lineares, zeitinvariantes System mit dem Eingangssignal $u_1(t)$ aus Abbildung 1 angeregt wird, konvergiert der Systemausgang y_1 gegen den Grenzwert $\lim_{t \rightarrow \infty} y_1(t) = 3$. Gegen welchen Grenzwert konvergiert der Systemausgang $y_2(t)$ für das Eingangssignal $u_2(t)$ aus Abbildung 1? (2 Punkte)

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y_2(t) = \boxed{}$$

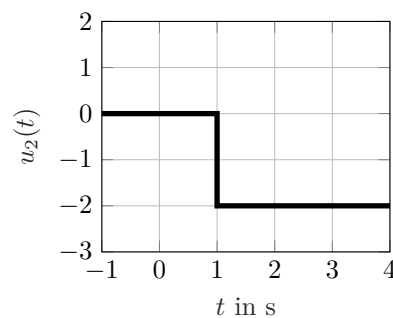
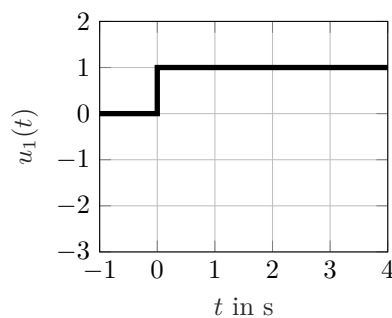


Abbildung 1: Eingangssignale $u_i(t)$, $i = 1, 2$

h) Gegeben sei die Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{s - 9}{s^2 + \frac{1}{10}s + 3}$.

(i) Welche Aussagen über das System treffen zu? (2 Punkte)

☐ Für die Sprungantwort gilt $\lim_{t \rightarrow \infty} h(t) = -3$

☐ Für die Sprungantwort gilt $\lim_{t \rightarrow 0} h(t) = -3$

☐ Das System zeigt Integratorverhalten

☐ Alle Pole des Systems sind konjugiert komplex

(ii) Wie viele Zustände besitzt das System?

- $$G(s) = \frac{s - 100}{23s^3 + 12s^2 + 10s + 4}$$

$$G(s) = \frac{3}{8s(Ts+1)}e^{-\tau s}, \quad T, \tau > 0 \qquad \lim_{\omega \rightarrow \infty} \frac{dA(\omega)}{d\omega} = \boxed{}$$

$$G(s) = \frac{2s}{(4s-1)^4} \qquad \lim_{\omega \rightarrow \infty} \varphi(\omega) = \boxed{}$$

$$\ddot{y}(t) + \frac{1}{2}\dot{y}(t) + \frac{1}{4}y(t) = \frac{3}{4}u(t)$$

n) Gegeben sei das System Σ mit den Gleichungen

$$\begin{aligned}\Sigma: \quad \dot{x}_1 &= x_2, & x_1(0) &= 3, \\ 2\dot{x}_2 &= 4u - 8x_1 - 8x_2, & x_2(0) &= 1, \\ y &= 4x_2.\end{aligned}$$

(i) Wie lautet eine Zustandsraumdarstellung des Systems? (1 Punkt)

☐ $\dot{\underline{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -8 & -8 \end{bmatrix} \underline{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix} u, \quad y = \begin{bmatrix} 0 & 4 \end{bmatrix} \underline{x}, \quad \underline{x}_0 = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}$
☐ $\dot{\underline{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -4 & -4 \end{bmatrix} \underline{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} u, \quad y = \begin{bmatrix} 0 & 4 \end{bmatrix} \underline{x}, \quad \underline{x}_0 = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}$
☐ $\dot{\underline{x}} = \begin{bmatrix} -4 & -4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \underline{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} u, \quad y = \begin{bmatrix} 0 & 4 \end{bmatrix} \underline{x}, \quad \underline{x}_0 = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}$

(ii) Welchen Wert hat die Durchgriffsmatrix D des Systems? (1 Punkt)

☐ $D = 0$ ☐ $D = 1$ ☐ $D = 2$

(iii) Befindet sich die im Aufgabenteil (i) angekreuzte Zustandsraumdarstellung in einer Normalform? Wenn ja, welche? (1 Punkt)

☐ Regelungsnormalform ☐ Kanonische Normalform ☐ keine Normalform

o) Gegeben sei die Zustandsraumdarstellung eines Systems Σ . Wenn daraus eine transformierte Zustandsraumdarstellung durch Ähnlichkeitstransformation mit einer regulären Transformationsmatrix $\underline{T}$ berechnet wird, ändern sich ... (1 Punkt)

(i) ... die Eigenwerte der $\underline{A}$ -Matrix

☐ Wahr ☐ Falsch

(ii) ... die Eigenvektoren der $\underline{A}$ -Matrix

☐ Wahr ☐ Falsch

- p) Ordnen Sie die folgenden Übertragungsfunktionen ihren Impulsantworten (Abbildung 2) sowie Bode-Diagrammen (Abbildung 3) zu. (4 Punkte)

Übertragungsfunktion	Impulsantwort	Bode-Diagramm
$G_1(s) = \frac{1}{s^2 - \frac{3}{5}s}$		
$G_2(s) = 2 \frac{(s^2 + 20)}{s^2 + 2s + 20}$		
$G_3(s) = \frac{10}{s^2 + 2s + 20}$		
$G_4(s) = 2 \frac{(s - 1)}{(s + 1)}$		

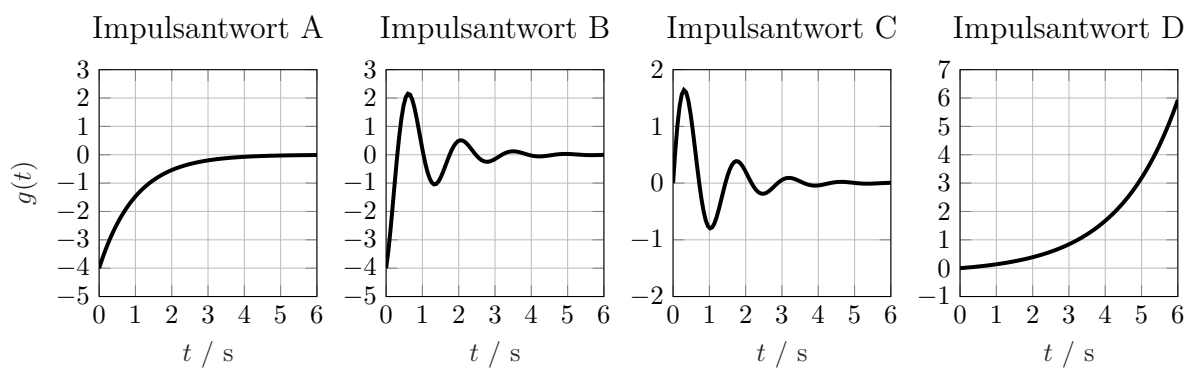


Abbildung 2: Impulsantwort A - D der Übertragungsfunktionen $G_i(s)$, $i = 1 \dots 4$

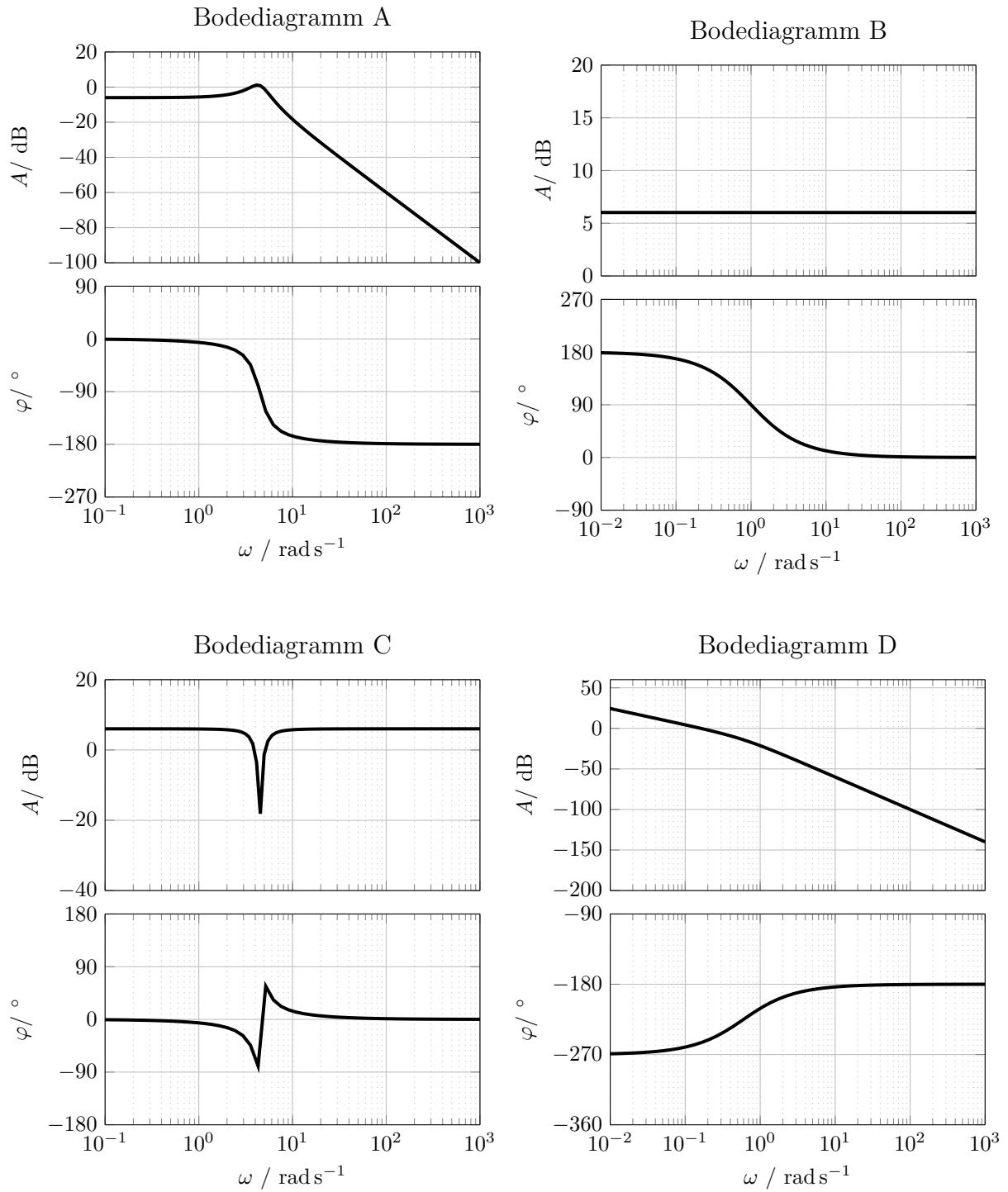


Abbildung 3: Bode-Diagramme A - D der Übertragungsfunktionen $G_i(s)$, $i = 1 \dots 4$

Aufgabe 2. (8 Punkte)

Das folgende Blockschaltbild zeigt ein lineares System mit Eingang $U(s)$, Ausgang $Y(s)$ und den beiden Zwischengrößen $X_1(s)$ und $X_2(s)$.

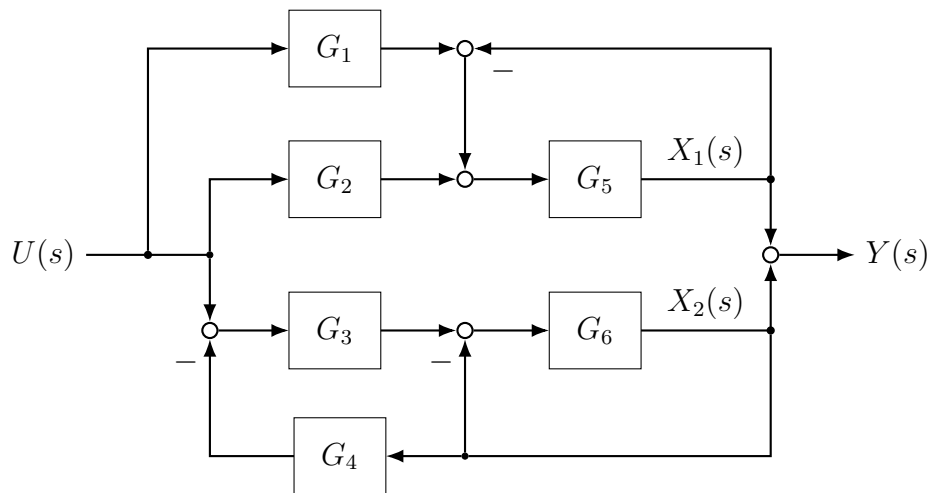


Abbildung 4: Blockschaltbild

Hinweis: Aufgabenteile b), c) und d) können unabhängig von vorherigen Aufgabenteilen bearbeitet werden.

- Begründen Sie ohne zu rechnen: Wird entweder $G_1(s)$ oder $G_4(s)$ im Nenner der vollständig gekürzten Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)}$ des Gesamtsystems stehen und warum? (1 Punkt)
- Bestimmen Sie die Übertragungsfunktionen $G_{X_1}(s) = \frac{X_1(s)}{U(s)}$ und $G_{X_2}(s) = \frac{X_2(s)}{U(s)}$. Lösen Sie dabei alle entstehenden Doppelbrüche auf. (4 Punkte)
- Geben Sie $Y(s)$ in Abhängigkeit von $G_{X_1}(s)$, $G_{X_2}(s)$ und $U(s)$ an. Sie brauchen die Terme der Übertragungsfunktionen nicht einzusetzen. (1 Punkt)

Die Gesamtübertragungsfunktion eines leicht abgewandelten Systems ist gegeben durch

$$G(s) = \frac{(G_1 + G_2)G_5}{1 + G_1 + G_2 + G_5} + \frac{G_3G_6 + G_4}{1 + G_6(1 + G_3G_4)}.$$

Im Folgenden gilt

$$G_1(s) = -2, \quad G_2(s) = 2, \quad G_3(s) = 3, \quad G_4(s) = 0, \quad G_5(s) = G_6(s) = \frac{-1}{-2s^2 + (5-a)s - a^2},$$

mit dem unbekannten Parameter $a \in \mathbb{R}$.

- d) Setzen Sie die Übertragungsfunktionen der Teilsysteme in die Gleichung für $G(s)$ ein und vereinfachen Sie hierbei die Brüche so weit es geht. (1 Punkt)

- e) Welche Bedingung muss der Parameter $a \in \mathbb{R}$ erfüllen, damit das System asympmtotisch stabil ist? (1 Punkt)

Aufgabe 3. (9.5 Punkte)

Hinweis: Alle Teilaufgaben sind unabhängig voneinander lösbar.

Betrachtet wird ein lineares, zeitinvariantes System, dessen Verhalten mit

$$\begin{aligned} 3\ddot{y} - 25\ddot{y} + 2\dot{y} &= 5\ddot{u} + 3u \\ y(0^-) = 0, \dot{y}(0^-) &= 3, \ddot{y}(0^-) = 0 \\ \dot{u}(0^-) = 0, u(0^-) &= 0 \end{aligned}$$

beschrieben werden kann.

- a) Geben Sie eine Zustandsraumdarstellung des Systems ohne Anfangsbedingungen an. (1.5 Punkte)
- b) Bestimmen Sie die Laplace-Transformierte der Differentialgleichung. (2 Punkte)

Falls Sie Aufgabenteil b) nicht lösen können, verwenden Sie ab hier $3s^3Y(s) + 4s^2Y(s) - Y(s) = 5s^2U(s) + 9U(s)$ als Laplace-Transformierte der Differentialgleichung.

- c) Wie lautet die Übertragungsfunktion des Systems? (1 Punkt)
- d) Geben Sie an, ob das System asymptotisch stabil, grenzstabil oder instabil ist. Begründen Sie Ihre Antwort. (2 Punkte)

Im Folgenden wird ein anderes System betrachtet, dessen Sprungantwort die Laplace-Transformierte

$$H(s) = \frac{2s + 5}{s^3 - 7s^2 - 8s}$$

hat.

- e) Berechnen Sie die Impulsantwort des Systems. (3 Punkte)
Hinweis: Der Nenner von $H(s)$ hat die Nullstellen $s_1 = 0$, $s_2 = -1$ und $s_3 = 8$.

Aufgabe 4. (14 Punkte)

Die Impulsantwort eines linearen, zeitinvarianten Systems ist durch

$$g(t) = 2 \sin(3t) + \cos(t)$$

gegeben.

Hinweis: Die Aufgabenteile b), c), e), f), g) und h) können unabhängig von den jeweils vorherigen bearbeitet werden.

- a) Beurteilen Sie anhand der Impulsantwort $g(t)$ die Stabilität des Systems. Begründen Sie Ihre Antwort. (1 Punkt)
- b) Das System wird mit dem Eingangssignal $u(t) = \sigma(t)$ angeregt. Berechnen Sie die Systemantwort $y(t)$ mithilfe des Faltungsintegrals. (2 Punkte)
- c) Berechnen Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$ des Systems. Geben Sie das Ergebnis ohne Doppelbrüche, auf einen Hauptnenner gebracht und vollständig ausmultipliziert an. (2 Punkte)
- d) Geben Sie eine Zustandsraumdarstellung des Systems an. Die Anfangsbedingungen müssen nicht angegeben werden. (1.5 Punkte)

Im Folgenden wird ein anderes lineares, zeitinvariantes System mit dem Eingang $u(t)$, dem Ausgang $y(t)$ und dem Zustandsvektor $\underline{x}(t)$ betrachtet. Die Übertragungsfunktion des Systems hat den Ausdruck

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{2}{s+7} + 13 \frac{1}{s+1}.$$

Um für dieses System eine Zustandsraumdarstellung herzuleiten, werden die Zustände

$$X_1(s) = \frac{2}{s+7}U(s) \text{ und } X_2(s) = \frac{1}{s+1}U(s)$$

im Bildbereich gewählt.

- e) Stellen Sie die Differentialgleichungen der Zustände $X_1(s)$ und $X_2(s)$ im Zeitbereich auf. Geben Sie dabei auch eine beliebig gewählte Anfangsbedingung für jeden Zustand an. (2 Punkte)
- f) Geben Sie die Ausgangsgleichung des Systems in Abhängigkeit des Zustandsvektors $\underline{x}(t)$ und des Eingangs $u(t)$ an. (1 Punkt)

Nun werden beide Systeme abgewandelt und entsprechend Abbildung 5 in Reihe geschaltet.

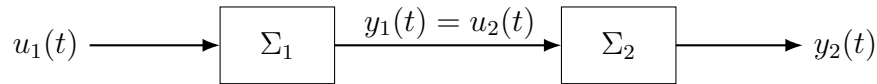


Abbildung 5: Verschaltung der Teilsysteme

Die Zustandsraumdarstellung des ersten Systems ist nun gegeben durch

$$\Sigma_1 : \quad \begin{aligned} \dot{x}_1 &= u_1, \\ y_1 &= x_1 \end{aligned}$$

und die Zustandsraumdarstellung des zweiten Systems ist gegeben durch

$$\Sigma_2 : \quad \begin{aligned} \dot{x}_2 &= -x_2 + u_2, \\ y_2 &= x_2. \end{aligned}$$

- g) Geben Sie eine Zustandsraumdarstellung des Gesamtsystems an, welches den Eingang $u_1(t)$ und Ausgang $y_2(t)$ besitzt. Vernachlässigen Sie dabei sämtliche Anfangsbedingungen. (2.5 Punkte)

Hinweis: Falls Sie Aufgabenteil g) nicht lösen konnten, rechnen Sie bitte mit folgender Zustandsraumdarstellung des Gesamtsystems weiter:

$$\begin{aligned} \dot{\underline{x}} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \underline{x} + \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ 0 \end{bmatrix} u, \quad \underline{x}(0) = \underline{x}_0 \\ y &= \begin{bmatrix} 0 & 2 \end{bmatrix} \underline{x} \end{aligned}$$

- h) Berechnen Sie die Übertragungsfunktion des Gesamtsystems aus der Zustandsraumdarstellung. Kürzen Sie dabei so weit es geht. (2 Punkte)

Aufgabe 5. (11 Punkte)

Hinweis: Die Aufgabenteile a), b) und c) sind unabhängig voneinander lösbar.

a) Gegeben sei die Transitionsmatrix

$$e^{\underline{A}t} = \begin{bmatrix} e^t & 0 \\ 0 & e^{-2t} \end{bmatrix}.$$

Bestimmen Sie die zugehörige Systemmatrix $\underline{A}$. (1 Punkt)

b) Gegeben sei das System $\dot{\underline{x}} = \underline{A}\underline{x} + \underline{b}u$ mit der Matrix $\underline{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -4 & -5 \end{bmatrix}$ und dem Vektor

$$\underline{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

(i) Bestimmen Sie die Eigenwerte und Eigenvektoren der Matrix $\underline{A}$. (2 Punkte)

(ii) Bestimmen Sie die Transitionsmatrix $e^{\underline{A}t}$. (2 Punkte)

(iii) Bestimmen Sie die Lösung der Zustandsgleichung $\underline{x}(t)$ für den Anfangszustand

$$\underline{x}(0) = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix} \text{ und den Eingang } u = 3. \text{ (4 Punkte)}$$

c) Gegeben sei die Transitionsmatrix

$$e^{\underline{A}t} = \begin{pmatrix} \frac{e^{3t}}{3} + \frac{2}{3} & \frac{2e^{3t}}{3} - \frac{2}{3} \\ \frac{e^{3t}}{3} - \frac{1}{3} & \frac{2e^{3t}}{3} + \frac{1}{3} \end{pmatrix}.$$

Beschreiben Sie das Verhalten des Systems für $t \rightarrow \infty$ qualitativ. Unterscheidet sich das Verhalten für unterschiedliche Anfangsbedingungen? Begründen Sie. (2 Punkte)

Aufgabe 6. (5 Punkte)

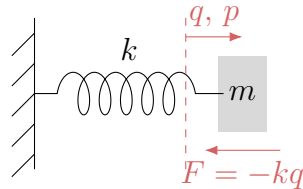


Abbildung: Feder-Masse-Schwinger.

Gegeben ist der Feder-Masse-Schwinger aus der Abbildung. Dieser soll mithilfe der Hamiltonschen Mechanik modelliert werden. Dabei beschreibt q die Position der Masse m ,

$$p = m\dot{q}$$

ihren Impuls und $F = -kq$ die lineare Rückstellkraft der Feder mit Federkonstante k . Die Energie des Systems wird von der Hamilton-Funktion $H = T + V$ beschrieben, wobei die kinetische Energie $T = \frac{p^2}{2m}$ und die potentielle Energie $V = \frac{kq^2}{2}$ ist. Die beiden Zustände $x_1 = q$ und $x_2 = p$ erfüllen die sogenannten fundamentalen Poisson-Klammern $\dot{x}_i = \{x_i, H\}$, wobei

$$\{f, g\} = \frac{\partial f}{\partial q} \frac{\partial g}{\partial p} - \frac{\partial f}{\partial p} \frac{\partial g}{\partial q}$$

gilt. Des Weiteren wird die Position q mit dem Laser-Tracker XYZ9000 gemessen.

- Leiten Sie eine Zustandsraumdarstellung für das beschriebene System her. Die Anfangsbedingungen können beliebig gewählt werden. (4 Punkte)
- Bestimmen Sie die Ruhelage des Systems. (1 Punkt)

Aufgabe 7. (5 Punkte)

Hinweis: Alle Aufgabenteile sind unabhängig voneinander lösbar.

- a) Ist das System $y = mu + c$ mit Eingang u , Ausgang y und den konstanten Parametern $m, c \in \mathbb{R}$ linear? Begründen Sie. (1 Punkt)
- b) Geben Sie die Taylor-Reihenentwicklung einer Funktion $\dot{x} = f(x)$, $x \in \mathbb{R}$, an der Stelle x_s an. (1 Punkt)
- c) Bestimmen Sie die Taylor-Reihenapproximation zweiter Ordnung (quadratisch) der Differentialgleichung

$$\dot{x} = \ln(\cos(x)) + e^{x^2}$$

an der Stelle $x_s = 0$. (3 Punkte)

Aufgabe 8. (7.5 Punkte)

Hinweis: Aufgabenteil d) kann unabhängig von den vorherigen bearbeitet werden.

Gegeben sei die Übertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{20s + 120}{s^2 - 120s + 2000}.$$

- Faktorisieren Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$ in Teilsysteme minimaler Ordnung. (2 Punkte)
- Berechnen Sie Amplituden- und Phasengang von $G(s)$. (2 Punkte)
- Geben Sie den Amplitudengang in dB an. Vereinfachen Sie so weit wie möglich. (1.5 Punkte)

Im Folgenden wird ein anderes, lineares, zeitinvariantes System betrachtet, dessen Bode-Diagramm in Abbildung 6 gegeben ist.

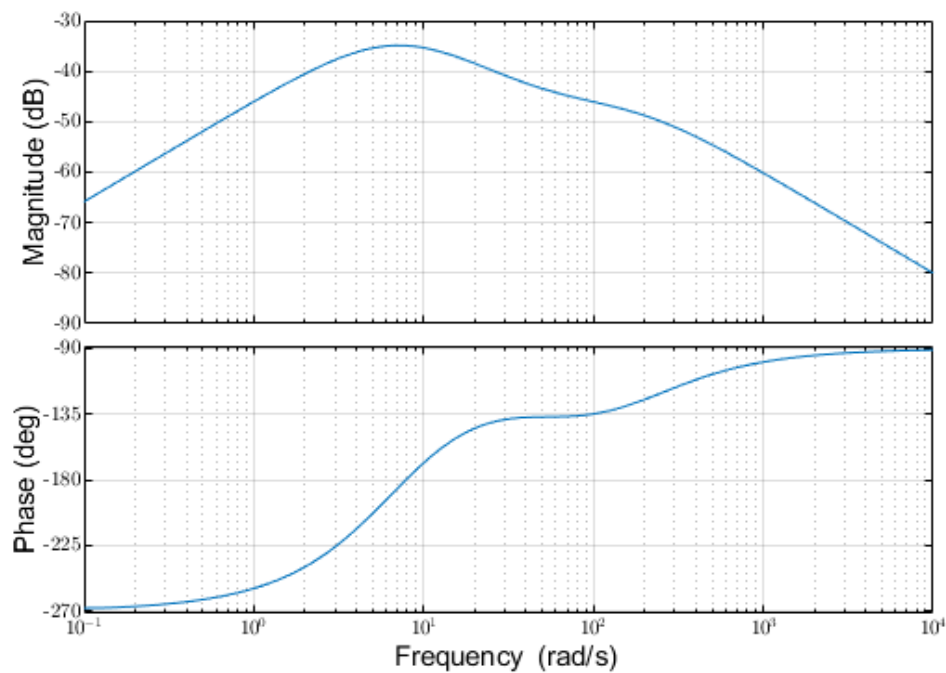


Abbildung 6: Bode-Diagramm Aufgabe 8 d)

- Das System wird nun um einen Integrator ($G_I(s) = \frac{1}{s}$) erweitert. Wie verändert sich das Bode-Diagramm hierdurch? (2 Punkte)

Hinweis: Sie können zu Ihrem eigenen Verständnis den veränderten Amplituden- und Phasengang in das vorhandene Diagramm eintragen. Gewertet wird dies jedoch nicht.

Aufgabe 9. (13 Punkte)

Gegeben ist das folgende dynamische System

$$\Sigma : \begin{cases} \dot{\tilde{\mathbf{x}}}(t) = \overbrace{\begin{pmatrix} \tilde{x}_2(t) \\ -12\tilde{x}_1^3(t) - \tilde{x}_2(t) - \frac{16\tilde{x}_2(t)}{e^{-\tilde{x}_2(t)} + e^{\tilde{x}_2(t)}} + 4u(t) \end{pmatrix}}^{f(\tilde{\mathbf{x}}(t), u(t))}, & t > 0 \\ y(t) = \tilde{x}_1(t), & \text{AB: } \tilde{\mathbf{x}}(0) = \mathbf{0}. \end{cases}$$

Es gilt: $y(t) \in \mathbb{R}$: Systemausgang; $u(t) \in \mathbb{R}$: Systemeingang; $\tilde{\mathbf{x}}(t) = (\tilde{x}_1(t) \ \tilde{x}_2(t))^T \in \mathbb{R}^2$: Systemzustand. Das System Σ soll im Folgenden analysiert und beobachtet werden.

- Linearisieren Sie das System Σ um die Ruhelagen $\tilde{\mathbf{x}}_{s,1} = (0 \ 0)^T$, $u_{s,1} = 0$ und geben Sie die *vollständige* Zustandsraum-Darstellung des linearisierten Systems Σ_{lin} an. (3 Punkte)
- Geben Sie das charakteristische Polynom des Systems Σ_{lin} an. Ist das System Σ_{lin} asymptotisch stabil? ★ (1 Punkt)
- Bestimmen Sie die Beobachtbarkeitsmatrix des Systems Σ_{lin} . Ist das System Σ_{lin} beobachtbar? ★ (1 Punkt)
- Da der Systemzustand $\mathbf{x}(t)$ des linearisierten Systems Σ_{lin} nicht vollständig gemessen werden kann, soll nun ein Luenberger-Beobachter implementiert werden. Legen Sie die Beobachtermatrix $\mathbf{L}$ für das linearisierte System Σ_{lin} mit Hilfe der Ackermann-Formel so aus, dass die Eigenwerte der Fehlerdynamik bei $\lambda_1 = -1$ und $\lambda_2 = -2$ liegen. ★ (4 Punkte)
- Bestimmen Sie die Steuerbarkeitsmatrix des Systems

$$\dot{\underline{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 2 \\ -1 & 3 & 2 \\ 2 & -3 & -4 \end{bmatrix} \underline{x} + \begin{bmatrix} -4 \\ -1 \\ 5 \end{bmatrix} u, \quad (1)$$

$$y = [1133]\underline{x} \quad , \quad \underline{x}_0 = \begin{bmatrix} 123 \end{bmatrix}^T ! \quad (2)$$

Ist das System steuerbar? (4 Punkte)

★ *Hinweis:* Falls Sie Teilaufgabe a) nicht lösen konnten, verwenden Sie in den restlichen Teilaufgaben das folgende lineare System:

$$\Sigma_{\text{lin}} : \begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{11}{2} \end{pmatrix} \mathbf{x}(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} u(t) \\ y(t) = (1 \ 0) \mathbf{x}(t). \end{cases}$$

Aufgabe 10. (13 Punkte)

Gegeben sei die Regelstrecke $G_S(s) = \frac{s+1}{(s-1)(s+2)}$. Für diese Strecke soll entsprechend Abb. 7

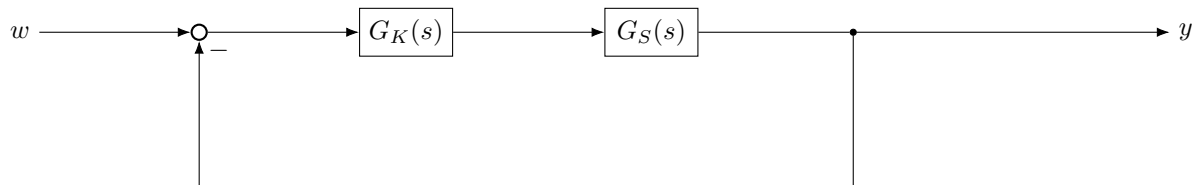


Abbildung 7: Regelkreis.

ein Regler entworfen werden.

- Begründen Sie, ob die Regelstrecke $G_S(s)$ asymptotisch stabil ist. (0.5 Punkte)
- Bestimmen Sie die Gesamt-Übertragungsfunktion $G_{wy}(s)$ des geschlossenen Kreises und verwenden Sie hierfür den allgemeinen Regler $G_K(s) = \frac{Z(G_K)}{N(G_K)}$. (1.5 Punkte)
- Kann die Regelstrecke mit einem Proportionalregler $G_K(s) = K_P$ stabilisiert werden? Im Falle einer Stabilisierbarkeit sei auch die Bedingung für K_P anzugeben; andernfalls eine Begründung, warum sich die Regelstrecke nicht mit einem Proportionalregler stabilisieren lässt. (4 Punkte)
- Nennen Sie allgemein die Vor- und Nachteile eines PI-Reglers. Warum ist für die gegebene Regelstrecke die Verwendung eines PI-Reglers gegenüber eines Proportionalreglers vorteilhaft? Welche Bedingungen für asymptotische Stabilität des Regelkreises unter Verwendung eines PI-Reglers $G_K(s) = \frac{K_P}{s} (1 + T_P s)$ ergeben sich für K_P und T_P aus dem Hurwitzkriterium? Reduzieren Sie auf einen hinreichenden Satz von maximal 3 Bedingungen! (7 Punkte)