

Elektrostatik

- Coulombkraft: $F_c = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$

- Elektrisches Feld allgemein

↳ $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$ (Kraft auf Ladung: $\vec{F} = q \cdot \vec{E}$) $[E] = \frac{N}{C} = \frac{V}{m}$

↳ Satz von Gauß: $\Phi_e = \underbrace{\vec{E} \cdot \vec{A}}_{\text{elektr. Fluss}} = \underbrace{|\vec{E}| \cdot A \cdot \cos(\varphi)}_{\text{falls } E = \text{const.}} = \frac{Q}{\epsilon_0}$ ($\vec{E} \perp A$)

→ beschreibt den Zusammenhang zwischen Ladung und elektrischem Fluss

↳ Ladung $Q = \underbrace{N}_{\text{Elektronenzahl}} \cdot \underbrace{(-e)}_{\text{Elementarladung}}$ $[Q] = C = As$

↳ Das E-Feld ist proportional zu Q

↳ Feldlinien gehen von $\oplus$ zu $\ominus$

↳ Das E-Feld ist eine Eigenschaft des Raumes

↳ Das E-Feld ist unabhängig von der Testladung

- Besondere E-Felder

↳ Punktladung: $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2}$

↳ langer, gerader Draht: $E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\lambda}{r}$

→ Linienladungsdichte: $\lambda = \frac{Q}{l}$

↳ gerade, unendlich ausgedehnte Platte: $E = \frac{\sigma}{2\pi\epsilon_0}$

→ Flächenladungsdichte: $\sigma = \frac{Q}{A}$

→ E-Feld nimmt nicht mit r ab!

- Plattenkondensator

↳ E-Feld: $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0 \cdot A} = \frac{|U|}{d}$ (nur innerhalb der Platten!)
 $d \leftarrow$ Plattenabstand

↳ Kapazität: $C = \frac{|Q|}{|U|} = \frac{\epsilon_0 \cdot A}{d}$ $[C] = \frac{C}{V} = \frac{As}{V} = F$

↳ Energie: $W_{\text{pot}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2$

↳ Die elektrischen Felder der beiden Platten heben sich außerhalb der Platten auf. ($E_{\text{außen}} = 0$)

↳ Das elektrische Feld innerhalb und außerhalb der Platten ist jeweils konstant.

↳ Die elektrischen Felder der beiden Platten addieren sich innerhalb der Platten zum doppelten Wert der einzelnen Platte.

↳ Das elektrische Feld ist innerhalb der Platten vom Abstand d unabhängig.

↳ Während des Aufladens eines Plattenkondensators wird ein Magnetfeld induziert.

- Energie elektrischer Felder

↳ Energie eines Kondensators: $E = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2$

↳ Energie einer Spule: $E = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I^2$

↳ Elektrische Energiedichte: $w_{\text{el}} = q \cdot U = \frac{1}{2} \cdot \epsilon_0 \cdot E_0^2 = \frac{1}{2} \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot E_0^2$ $[w_{\text{el}}] = \frac{J}{m^3}$

→ $E_{\text{pot}} = w_{\text{el}} \cdot V$

→ $U = E \cdot d$ (für Plattenkondensator)

- Elektrischer Strom

↳ Stromdichte: $\vec{j} = \frac{I}{A} \cdot \hat{n} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \cdot \vec{E}$ $[j] = \frac{A}{m^2}$
 $\hat{n}$ Eigenvektor, $\frac{\sigma}{\epsilon_0}$ Leitfähigkeit

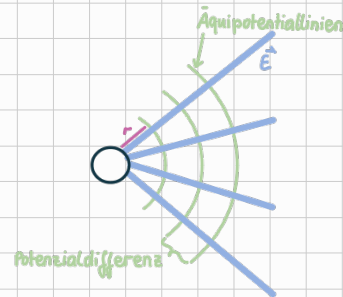
↳ Strom: $I = \frac{dQ}{dt} = \frac{U}{R}$ $[I] = A$

↳ Widerstand: $R = \frac{L}{A \cdot \sigma} = \rho \cdot \frac{L}{A}$ $[R] = \Omega$
 ρ spezifischer Widerstand, σ Leitfähigkeit

↳ Leistung: $P = U \cdot I = R \cdot I^2 = \frac{U^2}{R}$ $[P] = W$

- Potential:

- ↳ Elektrostatisches Potential: $\varphi_{el}(\vec{r}) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} = \frac{W(\vec{r})}{q}$
Punktladung
- ↳ $\vec{E}(\vec{r}) = -\text{grad}[\varphi_{el}(\vec{r})] = -\vec{\nabla}\varphi_{el}(\vec{r})$
→ E-Feld steht senkrecht auf der Äquipotentialfläche
- ↳ Elektrische Spannung: $U = \Delta\varphi_{el} = \varphi_{el}(\vec{r}_2) - \varphi_{el}(\vec{r}_1)$
- ↳ Poisson-Gleichung: $\Delta\varphi = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$



- Beschleunigung von e^-

- ↳ Geschwindigkeit $v = \sqrt{\frac{2 \cdot e \cdot U}{m_e}}$
- ↳ $E_{kin} = E_{pot} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m_e \cdot v^2 = U \cdot e$

- Elektrischer Dipol

- ↳ Elektrisches Dipolmoment: $\vec{p} = q \cdot \vec{d}$
→ Permanente el. Dipole: z.B. H_2O
→ Induzierte Dipole entstehen durch äußeres elektrisches Feld
- ↳ Drehmoment: $\vec{M} = \vec{p} \times \vec{E}$
- ↳ Energie im E-Feld: $U = -\vec{p} \cdot \vec{E}_{ext}$
- ↳ Energie im B-Feld: $U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}_{ext} = I \cdot A \cdot B$ mit $\vec{\mu} = I \cdot \vec{A}$
- ↳ Inhomogenes Feld - Kraft auf Dipol: $\vec{F} = p \cdot \frac{dE}{dx}$

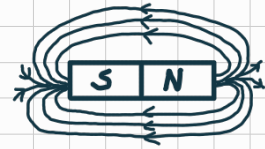
- Dielektrizität

- ↳ Permittivität: $\epsilon = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r$
 ϵ_r : relative Permittivität
 ϵ_0 : el. Feldkonstante
- ↳ Dielektrikum im Kondensator: $E_2 = \frac{D_2}{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r} = \frac{Q}{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot A} = \frac{E_1}{\epsilon_r}$
→ im Plattenkondensator: $C = \epsilon_r \cdot C_0$ mit $C_0 = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{A}{d}$
 C_0 : Kapazität
- ↳ elektrische Flussdichte: $\vec{D} = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \vec{E} = \epsilon_0 \cdot \vec{E} + \vec{P}$
 $\vec{P}$: Polarisation
- ↳ Verschiebungspolarisation: Induktion von Dipolen durch Einbringen eines Dielektrikums in einen Plattenkondensator

Magnetostatik

- Allgemeines

- ↳ Magnete sind Dipole, es gibt keine magnetischen Monopole
- ↳ Unterschiedliche Pole ziehen sich an, gleiche stoßen sich ab
- ↳ Magnetfeldlinien sind in sich geschlossen



- Lorentzkraft: $\vec{F}_L = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$

- ↳ Es gilt die Rechte-Hand-Regel
- ↳ Die Lorentzkraft wirkt auf bewegte Ladungen

↳ Lorentzkraft auf Leiter: $\vec{F} = I \cdot \vec{d} \times \vec{B} \stackrel{\text{wenn Draht senkrecht zu } \vec{B}}{=} I \cdot d \cdot B$

↳ Lorentzkraft auf 2 parallele Leiter: $F_L = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \overset{\text{Magn. Feldkonstante}}{I_1 \cdot I_2 \cdot d} \cdot \overset{\text{Länge d. Leiter}}{l}$
 $r \leftarrow \text{Abstand zw. Leitern}$

- Hall-Spannung: $U_{\text{Hall}} = \frac{I \cdot B}{e \cdot n \cdot d} = \frac{B \cdot b \cdot I}{e \cdot n \cdot A}$

- ↳ Hall-Effekt: Auftreten einer elektrischen Spannung in einem stromdurchflossenen Leiter, der sich in einem stationären Magnetfeld befindet
- ↳ wichtige Begriffe: Stromrichtung, Lorentzkraft, elektr. Feld, Spannung

- Ampèresches Durchflutungsgesetz: $\oint \vec{B}(\vec{r}) d\vec{r} = \mu_0 \cdot I$

↳ vereinfacht für Leiter: $I = \frac{B \cdot L}{\mu_0}$

- Magnetische Flussdichte/B-Feldstärke: $\vec{B} = \frac{\vec{F}}{q \cdot v}$

$$[B] = T \text{ (Tesla)}$$

↳ Erdmagnetfeld $\approx 0,5 \cdot 10^{-4} T = 0,5 G$

↳ Bahnradius geladener Teilchen im B-Feld: $r = \frac{m}{q} \cdot \frac{v}{B}$

↳ Stromdurchflossener gerader Leiter: $B(r) = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I}{r}$

→ B-Feldlinien sind immer geschlossen

↳ Der magnetische Fluss durch eine Fläche ist null, wenn sie parallel zum Magnetfeld liegt.

↳ Der magnetische Fluss durch jede beliebige geschlossene Fläche ist null

↳ Das magnetische Feld ist ein Wirbelfeld

↳ Der magnetische Fluss durch eine Fläche ist maximal, wenn sie senkrecht zum Magnetfeld liegt.

- Magnetfeld lange, dünne Spule

↳ Magnetfeld außen ≈ 0

↳ Magnetfeld innen $\approx$ homogen

↳ $B = \mu_0 \cdot \frac{N \cdot I}{d}$
Windungen
← Länge d. Spule

↳ Induktivität: $L = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \frac{N^2 \cdot A}{d}$

$$[L] = H \text{ (Henry)}$$

- Energie im B-Feld

↳ magnetische Energiedichte: $w_{\text{magn}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{B^2}{\mu_0 \cdot \mu_r}$ ← relative Permeabilität

↳ Magnetische Energie in Spule: $w_{\text{spule}} = \frac{1}{2} \cdot \mu_0 \cdot \frac{N^2 \cdot A}{d} \cdot I^2 = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I^2$

- Magnetismus in Materie

↳ Magnetische Feldstärke: $\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu} - \vec{M}$

↳ Zusammenhang H- und B-Feld: $\vec{B} = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \vec{H}$

↳ Relative Permeabilität = Materialkonstante

→ Diamagnetismus $\mu_r < 1$ $\Rightarrow$ von B-Feld abgestoßen (Bsp. Wasser)

→ Paramagnetismus $\mu_r > 1$ $\Rightarrow$ von B-Feld angezogen

→ Ferromagnetismus $\mu_r \gg 1$ $\Rightarrow$ von B-Feld angezogen

→ Vakuum $\mu_r = 1$

- Hysteresekurve

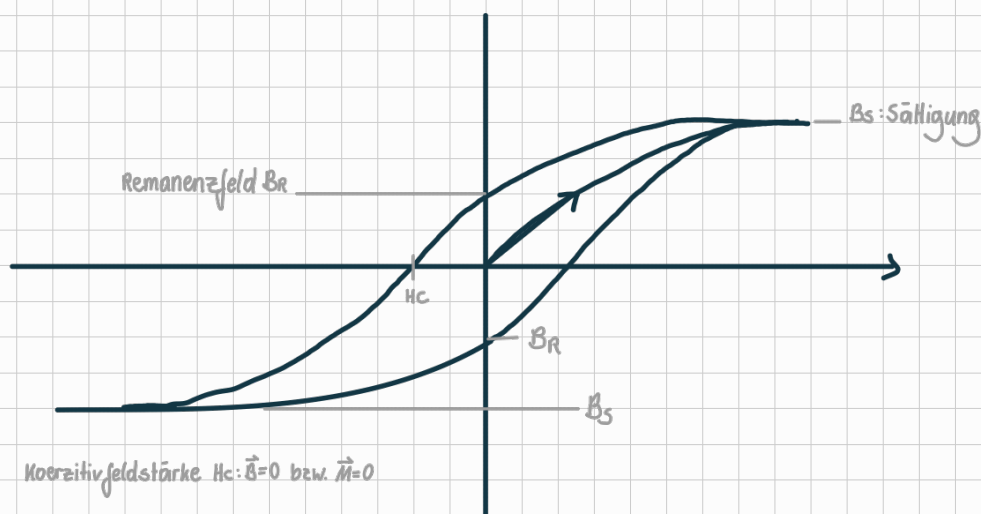
↳ Es lässt sich ableiten:

→ Ob ein Material ferromagnetisch ist, oder nicht

→ Wie groß die Remanenz des Materials ist

→ Wie groß das Sättigungsfeld ist

→ Wie groß ein magn. Gegenfeld sein muss, um die Magnetisierung rückgängig zu machen



Elektrodynamik

- Zeitabhängige Felder

- Zusammenhang zwischen $E(t)$ und $B(t)$

$$\hookrightarrow \vec{E}' = \vec{v}_s \times \vec{B}$$

$$\hookrightarrow \vec{B}' = -\frac{1}{c^2} \cdot \vec{v}_s \times \vec{E}$$

$c^2 \leftarrow$ Lichtgeschw.

für $v_s \ll c$

- Induktionsgesetze

↳ für Magnetfelder: Ampèresches Durchflutungsgesetz

↳ für E-Felder: Faraday'sches Induktionsgesetz: $\oint_k \vec{E} \cdot d\vec{r} = -\frac{d}{dt} \Phi_m$

- Induktionsspannung: $U_{ind} = -\frac{d}{dt} \Phi_m$ ^{magnet. Fluss} $= -\frac{d}{dt} (\vec{A} \cdot \vec{B}) = \frac{\Delta A \cdot B}{dt} = \frac{A \cdot \Delta B}{dt}$

↳ Lenz'sche Regel: Das induzierte Feld ist seiner Ursache entgegengerichtet

→ Induzierter Strom erzeugt B-Feld nach unten (Re-Hand-Regel)

→ Ein sich änderndes Magnetfeld erzeugt in einem Leiter Induktionsspannung

→ Beim Auf- und Entladen eines Plattenkondensators wird ein Magnetfeld induziert

→ Der an eine Spule angelegte Strom wird an- oder ausgeschaltet.

Somit wird ein elektrisches Feld induziert.

↳ Wechselstrom: $U_{ind} = U_0 \cdot \sin(\omega t) = N \cdot B \cdot A \cdot \omega \cdot \sin(\omega t)$ mit $\omega =$

U_0 Spannungsamplitude

↳ Selbstinduktion: $U_{ind} = -L \cdot \frac{dI}{dt}$

- Maxwell-Gleichungen

↳ Satz von Gauß:

$$\Phi_e = \iint_0 \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

↳ Nicht-Existenz magn. Dipole: $\Phi_m = \iint_0 \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$

↳ Faraday'sches Induktionsgesetz: $\oint_c \vec{E} \cdot d\vec{r} = -\frac{d}{dt} \iint_A \vec{B} \cdot d\vec{A}$

↳ Ampèresches Durchflutungsgesetz: $\oint_c \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu_0 \cdot I + \mu_0 \cdot \epsilon_0 \cdot \frac{d}{dt} \iint_A \vec{E} \cdot d\vec{A}$

Elektronik

- Passive Bauteile und Wechselstrom

↳ Komplexe Impedanz z : $z = \frac{U(t)}{I(t)} = \frac{U_0 \cdot e^{i\omega t}}{I_0 \cdot e^{i(\omega t + \varphi)}} = \frac{U_0}{I_0} \cdot e^{-i\varphi}$
reeller Widerstand R Phasenverschiebung zw. Spannung & Strom

→ Spannung: $U(t) = U_0 \cdot e^{i\omega t}$

• $\operatorname{Re}[U(t)] = U_0 \cdot \cos(\omega t)$

• $\operatorname{Im}[U(t)] = U_0 \cdot \sin(\omega t)$

• $U_0 = |U(t)|$

→ Strom: $I(t) = I_0 \cdot e^{i(\omega t + \varphi)}$

↳ Widerstand $R = U/I$

→ Kapazitiver Wechselstromwiderstand: $R_C = \frac{U_0}{I_0} = \frac{1}{\omega C} \Rightarrow z_C = \frac{1}{i\omega C}$

→ Induktiver Wechselstromwiderstand: $R_L = \frac{U_0}{I_0} = \omega L \Rightarrow z_L = i\omega L$

↳ Ohm'sche Leistung: $P = U \cdot I$

→ effektive Leistung: $P_{\text{eff}} = \frac{U_{\text{eff}}^2}{R} = \frac{1}{2} \cdot \frac{U_0^2}{R} = \frac{1}{2} \cdot U_0 \cdot I_0$

→ effektive Spannung: $U_{\text{eff}} = \frac{1}{\sqrt{2}} U_0$

→ effektiver Strom: $I_{\text{eff}} = \frac{1}{\sqrt{2}} I_0$

- Kirchhoff'sche Gesetze

↳ Knotenregel: $\sum_{j=1}^N I_j = 0$

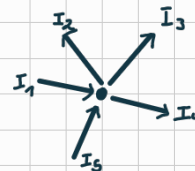
→ Summe der Ströme an einem Knoten ist 0.

→ Ladungserhaltung bzw. Kontinuitätsgleichung

↳ Maschenregel: $\sum_{j=1}^N U_j = 0$

→ Summe der Spannungen in einer Schleife ist 0.

→ Da $\oint \vec{E} \cdot d\vec{r} = 0$



- Parallel- und Reihenschaltungen

↳ Widerstände 

→ Reihe: $R_{\text{ges}} = R_1 + R_2$

→ Parallel: $\frac{1}{R_{\text{ges}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow R_{\text{ges}} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$

↳ Kondensatoren 

→ Reihe: $\frac{1}{C_{\text{ges}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \Rightarrow C_{\text{ges}} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$

→ Parallel: $R_{\text{ges}} = R_1 + R_2$

↳ Spulen 

→ Reihe: $L_{\text{ges}} = L_1 + L_2$

→ Parallel: $\frac{1}{L_{\text{ges}}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} \Rightarrow L_{\text{ges}} = \frac{L_1 \cdot L_2}{L_1 + L_2}$

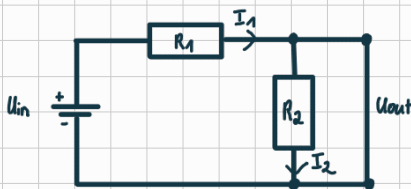
↳ Allgemein mit Impedanzen

→ Reihe: $Z_{\text{ges}} = Z_1 + Z_2$

→ Parallel: $\frac{1}{Z_{\text{ges}}} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} \Rightarrow Z_{\text{ges}} = \frac{Z_1 \cdot Z_2}{Z_1 + Z_2}$

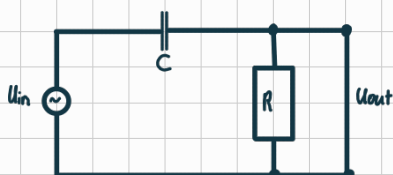
- Spezielle Schaltungen

↳ Spannungsteiler



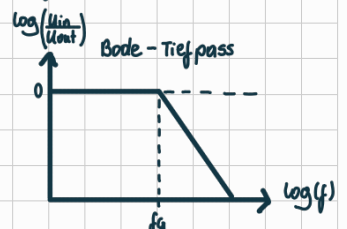
- $U_{\text{in}} = U_1 + U_2$
- $U_{\text{out}} = U_{\text{in}} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} = R_2 \cdot I$

↳ RC-Hochpassfilter

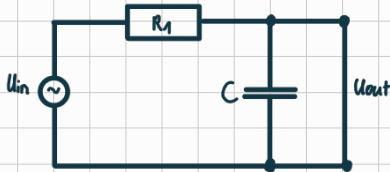


• Lässt nur Signale oberhalb der Grenzfrequenz durch

• $U_{\text{out}} = U_{\text{in}} \cdot \sqrt{\frac{R^2}{R^2 + (\frac{1}{\omega C})^2}} = \begin{cases} \omega \rightarrow 0 \Rightarrow U_{\text{out}} \rightarrow 0 \\ \omega \rightarrow \infty \Rightarrow U_{\text{in}} = U_{\text{out}} \end{cases}$

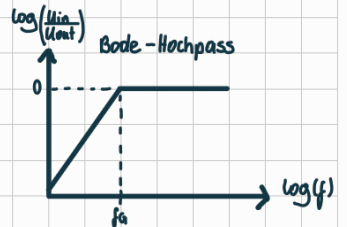


↳ RC-Tiefpassfilter

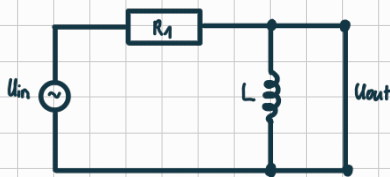


• Lässt nur Signale unterhalb der Grenzfrequenz durch

$$U_{out} = U_{in} \cdot \sqrt{\frac{1}{1 + (\omega RC)^2}} = \begin{cases} \omega \rightarrow 0 \Rightarrow U_{in} = U_{out} \\ \omega \rightarrow \infty \Rightarrow U_{out} \rightarrow 0 \end{cases}$$



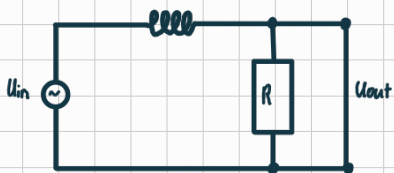
↳ RL-Hochpassfilter



• Lässt nur Signale oberhalb der Grenzfrequenz durch

$$U_{out} = U_{in} \cdot \sqrt{\frac{1}{1 + (\frac{R}{\omega L})^2}} = \begin{cases} \omega \rightarrow 0 \Rightarrow U_{out} \rightarrow 0 \\ \omega \rightarrow \infty \Rightarrow U_{in} = U_{out} \end{cases}$$

↳ RL-Tiefpassfilter



• Lässt nur Signale unterhalb der Grenzfrequenz durch

$$U_{out} = U_{in} \cdot \sqrt{\frac{R^2}{R^2 + (\omega L)^2}} = \begin{cases} \omega \rightarrow 0 \Rightarrow U_{in} = U_{out} \\ \omega \rightarrow \infty \Rightarrow U_{out} \rightarrow 0 \end{cases}$$

↳ Grenzfrequenz

→ Kondensator: $f_{G,C} = \frac{1}{2\pi RC} \left(= \frac{\omega}{2\pi} \right)$

→ Spule: $f_{G,L} = \frac{R}{2\pi L}$

— Transformator: $\frac{I_1}{I_2} = \frac{U_2}{U_1} = \frac{N_2}{N_1}$

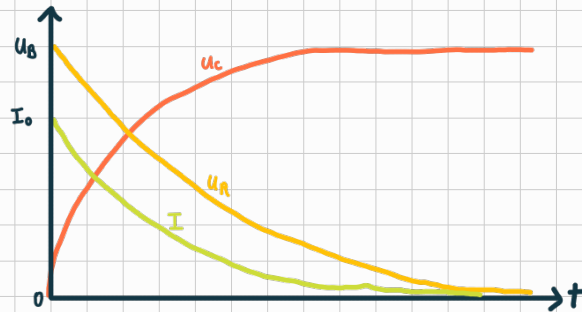
↳ $N_2 > N_1$: große Spannung, kleiner Strom

↳ $N_2 < N_1$: kleine Spannung, großer Strom

- RL-/RC - Kreise beim Ein- und Ausschalten

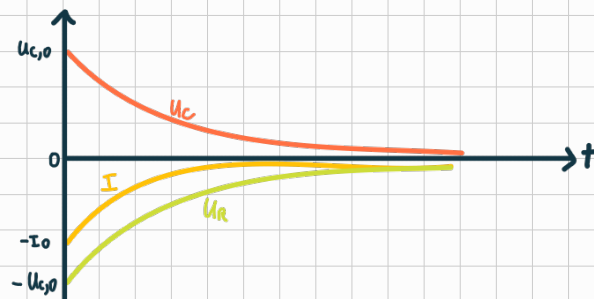
↳ Kondensator - Laden

- $I(t) = I_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = I_0 \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$
- $U_C(t) = U_B \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$
- $U_R(t) = R \cdot I(t) = U_B \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$
- $\tau = R \cdot C$ (Einschaltzeit)
- $I_0 = U_B / R$



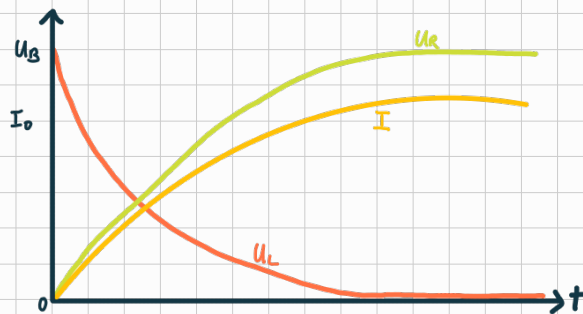
↳ Kondensator - Entladen

- $I(t) = -I_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$
- $U_C(t) = U_{C,0} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$
- $U_R(t) = -U_{C,0} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$
- $\tau = R \cdot C$
- $I_0 = U_C / R$



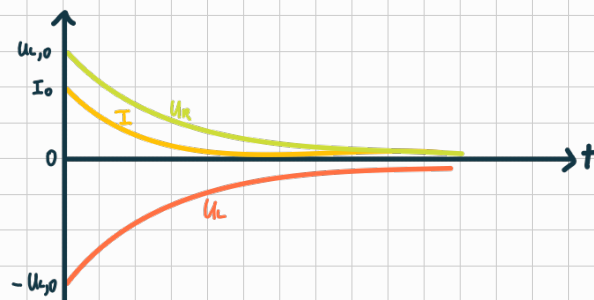
↳ Spule - Laden

- $I(t) = I_0 \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$
- $U_L(t) = U_B \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$
- $U_R(t) = U_B \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$
- $\tau = L / R$
- $I_0 = U_B / R$



↳ Spule - Entladen

- $I(t) = I_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$
- $U_L(t) = -U_B \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$
- $U_R(t) = U_B \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$
- $\tau = L / R$



- Elektrischer Schwingkreis

↳ $I(t) = I_0 \cdot \sin(\omega t)$

↳ $U_L(t) = U_0 \cdot \cos(\omega t)$ mit $U_0 = -L \cdot I_0 \cdot \omega$

↳ Resonanzfrequenz: $\omega = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}}$

↳ Energie: $W = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I_0^2 = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U_0^2 = \text{const.}$

↳ Beim elektrischen Schwingkreis ergeben eine große Kapazität und eine große Induktivität eine große Periode

↳ Ein idealer elektrischer Schwingkreis vollführt eine harmonische Schwingung

↳ Schwingkreis mit Dämpfung

→ $R_{\text{krit}} = 2 \cdot \sqrt{\frac{L}{C}}$

→ Schwingfall: $R < R_{\text{krit}}$

→ Aperiodischer Grenzfall: $R = R_{\text{krit}}$

→ Kriechfall: $R > R_{\text{krit}}$

↳ RCL-Bandpassfilter

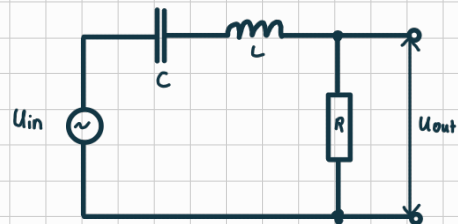
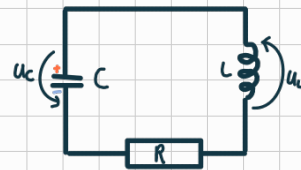
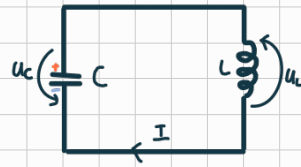
→ Bandbreite: $\Delta\omega = \frac{R}{L}$

→ Resonanzfrequenz: $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{L \cdot C} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}$

↳ Hertz'scher Dipol: (Stabantenne)

→ Wellenlänge: $\lambda = 2\ell$ ← Länge Stab

→ Resonanzfrequenz $f_A = \frac{c}{2\ell} = \frac{c}{\lambda}$



Optik

- Elektromagnetische Wellen

↳ Beispiel für elektromagnetische Wellen

→ Röntgenstrahlen

→ Licht einer Quecksilberdampf Lampe

→ Laser Licht

→ Sonnenlicht

→ Mikrowellen

→ Radiowellen

↳ Wellenzahl: $k = |\vec{k}| = \frac{2\pi}{\lambda}$

↳ Kreisfrequenz: $\omega = \frac{2\pi}{T} = f \cdot 2\pi = \frac{2\pi \cdot c}{\lambda}$

↳ Lichtgeschwindigkeit: $c = \lambda \cdot f = \frac{\omega}{k} = \frac{E_0}{B_0} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \cdot \mu_0}}$

↳ Energie in Wellen - Intensität: $I = \frac{P}{A} = \frac{1}{2} \cdot \overset{\text{Impuls}}{E_0} \cdot c \cdot E_0^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{E_0^2}{\mu_0 \cdot c} \Rightarrow P = I \cdot A$

↳ Impuls

→ absorbiert: $P = \frac{I}{c}$

→ reflektiert: $P = \frac{2I}{c}$

- Wellen in Materie

↳ Gesamtwelle: $\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 \cdot \cos(k \cdot n \cdot x - \omega t)$

↳ Brechungsindex: $n \approx \sqrt{\epsilon_r}$

↳ Lichtgeschwindigkeit: $c_n = \frac{c}{n} = \frac{h \cdot f}{h \cdot f}$

↳ Wellenlänge: $\lambda_n = \frac{\lambda}{n}$

↳ Wellenzahl: $k_n = k \cdot n$

↳ Frequenz bleibt gleich!

↳ Absorption

→ Lambert-Beer-Gesetz: $P(x) = P_0 \cdot e^{-\mu x}$

→ $I(x) = I_0 \cdot e^{-\mu x}$

↳ Halbwertsdicke: $x_H = \frac{-\ln(0.5)}{\mu}$

$$[\mu] = \frac{1}{m}$$

↳ Dispersion: n ist abhängig von der Wellenlänge

- Strahlenoptik

↳ Materialien, die für sichtbares Licht undurchsichtig sind, können für andere elektromagnetische Wellen durchsichtig sein und umgekehrt.

↳ Brechung und Reflexion

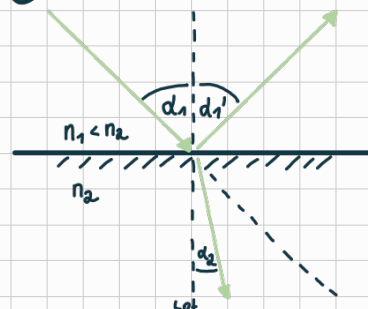
→ Gesetz von Snellius: $n_1 \cdot \sin(\alpha_1) = n_2 \cdot \sin(\alpha_2)$

↳ Totalreflexion

→ Reflektivität: $R = \frac{P_R}{P_{in}} = 1$

→ $\alpha_T = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$

→ Anwendung: z.B. Glasfaserkabel



↳ Brewster-Reflexion

→ Fällt unpolarisiertes Licht im Brewster-Winkel auf die Grenzfläche zweier Medien, so ist das reflektierte Licht senkrecht zur Einfallsebene polarisiert.

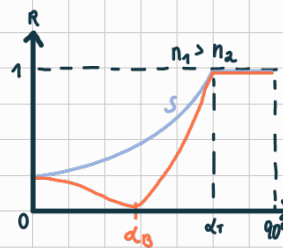
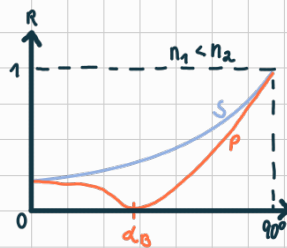
→ Brewster-Winkel: $\alpha_B = \arctan\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$

→ $\frac{P_R}{P_{in}} = 0$

↳ Fresnel-Gleichungen

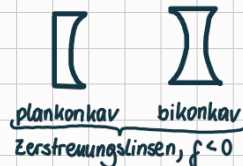
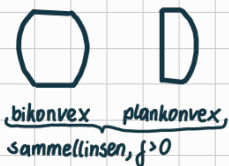
→ $R = \frac{P_R}{P_{in}} \in [0, 1]$

→ $T = \frac{P_T}{P_{in}} = 1 - R$



- Optische Abbildungen

↳ Linsen



↳ Brennweite: $\frac{1}{f} = (n-1) \cdot \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)$

↳ Brechwert: $D = \frac{1}{f}$

$[D] = \frac{1}{m} = \text{dpt (Dioptrie)}$



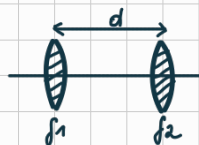
↳ Vorzeichen Radien

→ Konvex: $r > 0$

→ Konkav: $r < 0$

↳ Zusammengesetzte Linsen

→ Brennweite: $\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 \cdot f_2}$



→ Spezialfall $d \ll f_1, f_2$

• $\frac{1}{f} \approx \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$

• $D = D_1 + D_2$

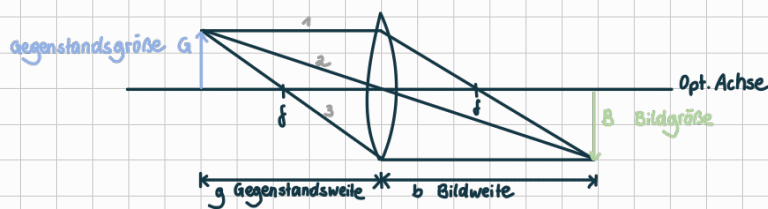
↳ Geometrische Konstruktion der Abbildung

→ Vergrößerung: $V = \frac{B}{G} = \frac{|b|}{g} = \frac{f}{|g-f|}$

→ Abstände: $b = \frac{g \cdot f}{g-f}$ $\frac{1}{f} = \frac{1}{b} + \frac{1}{g}$

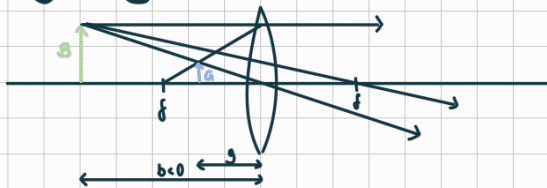
→ Brennweite: $f = \frac{b \cdot g}{b+g}$

→ Abbildung bei $g > f$: reelles Bild



- 1... Parallelstrahl
- 2... Mittelpunktstrahl
- 3... Brennstrahl

→ Abbildung bei $g < f$: virtuelles Bild



Hohlspiegel?

↳ Um den Bildpunkt eines beliebigen Gegenstands zu konstruieren, braucht man min. 2 Strahlen

→ Strahlen durch die Mitte werden von der Linse nicht beeinflusst

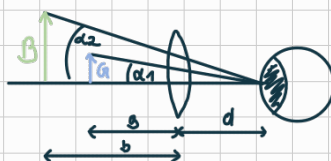
- Optische Instrumente

↳ Auge

→ Winkelvergrößerung: $V' = \frac{\alpha_2}{\alpha_1}$

$$\rightarrow \alpha_2 = \frac{V \cdot G}{|b| + d}$$

$$\rightarrow \alpha_1 = \frac{G}{g + d}$$



→ Akkomodation: f variabel von $f_{\min} = 18 \text{ mm}$ bis $f_{\max} = 25 \text{ mm}$ (56 dpt - 40 dpt)

→ Brille: $D_{\text{ges}} = D_{\text{Auge}} + D_{\text{Brille}}$

↳ Mikroskop

→ Objektiv erzeugt ein vergrößertes reelles Zwischenbild

→ Okular erzeugt ein virtuelles Bild, das man mit dem Auge betrachtet

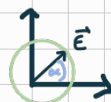
→ Ein Teleskop beruht auf dem gleichen Prinzip, nur dass das Zwischenbild verkleinert ist.

- Polarisierung von Licht

↳ Linear: $\vec{E}(z, t) = E_0 \cdot \begin{pmatrix} \cos(\alpha) \\ \sin(\alpha) \end{pmatrix} \cdot \cos(kz - \omega t)$



↳ Zirkular: $\vec{E}(z, t) = E_0 \cdot \begin{pmatrix} \cos(kz - \omega t) \\ \sin(kz - \omega t) \end{pmatrix}$



↳ Elliptisch: $\vec{E}(z, t) = \begin{pmatrix} E_{0,x} \cdot \cos(kz - \omega t) \\ E_{0,y} \cdot \sin(kz - \omega t) \end{pmatrix}$



↳ Unpolarisiert: enthält alle Polarisationsmöglichkeiten

→ z.B. Glühlampen, Sonnenlicht

- Polarisations-elemente und -effekte

↳ Polarisator (Folien, Würfel, Platten)

→ Gesetz von Malus: $P = P_0 \cdot \cos^2(\alpha)$

(analog für Intensität)

• zirkular: $P = \frac{1}{2} \cdot P_0$



• unpolarisiert: $P = \frac{1}{2} \cdot P_0$

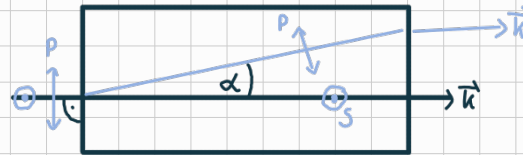
↳ Polarisation durch Rayleigh-Streuung

↳ Brewster-Reflexion

↳ Doppelbrechung

$$\rightarrow n(\theta) = \frac{n_o \cdot n_e}{\sqrt{n_o^2 \cos^2(\theta) + n_e^2 \sin^2(\theta)}}$$

ordentlicher Brechungsindex
außerordentlicher Brechungsindex



↳ Optische Aktivität

→ Drehwinkel in Feststoffen: $\alpha = \alpha_s \cdot l$

spezifische Drehung
← Länge der Probe

→ Drehwinkel in Flüssigkeiten: $\alpha = \alpha_s \cdot l \cdot c$

← Konzentration

- Interferenz

↳ Addition der elektrischen Felder

↳ Ein klassisches Interferenzmuster kann man nur bei kohärentem Licht beobachten

↳ Licht mit sich ständig ändernden Phasenunterschieden ist inkohärent.

↳ konstruktive Interferenz: Wellental auf Wellental oder Wellenberg auf Wellenberg ($\varphi_1 = \varphi_2$)

→ Intensität 4 mal größer als bei Einzelwelle

↳ destruktive Interferenz: Wellental auf Wellenberg ($\varphi_1 = \varphi_2 + \pi$)

↳ Bedingungen für Interferenz:

→ gleiche Polarisation

→ gleiche $\vec{k}$ -Vektoren

→ gleiche Frequenzen: $\omega_1 = \omega_2 \rightarrow$ Schwebung

→ Kohärenz

↳ Frequenzbreite: $\Delta\omega = 2\pi \cdot \Delta f$

↳ Kohärenzzeit: $\tau_c = \frac{1}{\Delta f}$

↳ Kohärenzlänge: $L_c = \tau_c \cdot c$

↳ Mach-Zehnder-Interferometer

$$\rightarrow I_1 = I_0 \cdot \cos\left(\frac{k \cdot \Delta L}{2}\right)^2$$

$$\rightarrow I_2 = I_0 \cdot \sin\left(\frac{k \cdot \Delta L}{2}\right)^2$$

Zeichnung?

↳ Dünnschichtinterferenz:

$$\rightarrow \text{konstruktive Interferenz: } 2d \cdot \sqrt{n^2 - \sin(\alpha_m)^2} = (m - 0,5) \cdot \lambda$$

$$\rightarrow \text{destruktive Interferenz: } 2d \cdot \sqrt{n^2 - \sin(\alpha_m)^2} = m \cdot \lambda$$

$m \in \{1, 2, 3, \dots\}$

- Beugung

↳ Prinzip von Huygens

→ Jeder Punkt einer Welle = Ausgangspunkt einer Elementarwelle (kohärente Kugelwelle)

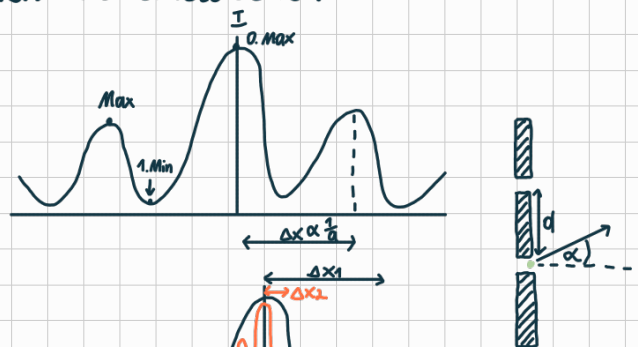
→ Neue Welle = Überlagerung aller Elementarwellen

→ Wellen können sich verstärken, abschwächen oder auslöschen

↳ Einzelspalt:

→ Beugungsminima: $d \cdot \sin(\alpha) = m \cdot \lambda$

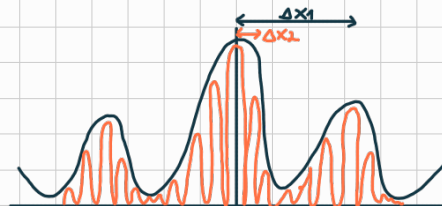
→ Beugungsmaxima: $d \cdot \sin(\alpha) = (m + 0,5) \cdot \lambda$



↳ Doppelspalt:

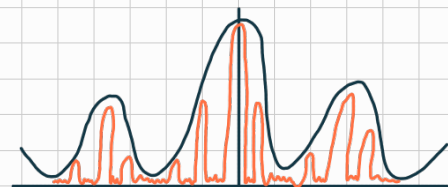
→ Beugungsminima: $\lambda \cdot \sin(\alpha) = (m + 0,5) \cdot \lambda$

→ Beugungsmaxima: $d \cdot \sin(\alpha) = m \cdot \lambda$



↳ Gitter

→ Beugungsmaxima: $d \cdot \sin(\alpha) = m \cdot \lambda$



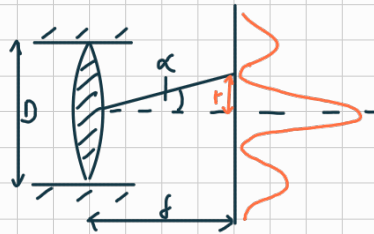
- Auflösung optischer Abbildungen

↳ Beugungslimit = Fundamentales Limit

↳ Linse: wirkt wie ein Spalt (Lochblende)

$$\rightarrow h = \frac{D \cdot \sin(\alpha)}{1,22}$$

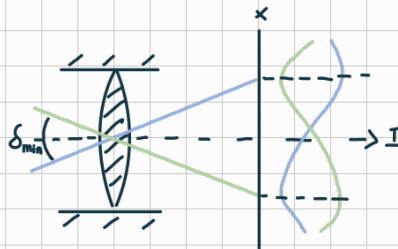
$$\rightarrow r \approx \frac{h}{2}$$



D... Linsenbreite

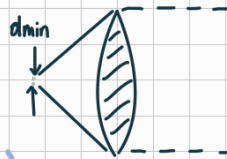
↳ Rayleigh - Kriterium

$$\rightarrow \sin(\delta_{\min}) = 1,22 \cdot \frac{h}{D}$$



↳ Abbe-Kriterium

$$\rightarrow d_{\min} = \frac{h}{n \cdot \sin(\alpha)}$$



→ numerische Apertur: $NA = n \cdot \sin(\alpha)$

- Quantenoptik

↳ Photonenenergie: $E_{\text{photon}} = h \cdot f = \hbar \cdot \omega$

↳ Impuls: $p_{\text{photon}} = \frac{h}{\lambda} = \hbar \cdot k$

↳ Leistung: $P_{\text{photon}} = \overset{\text{Photonenrate } (\frac{N}{t})}{j} \cdot \hbar \cdot \omega$

↳ Wien'sches Verschiebungsgesetz: $\lambda_{\max} = \frac{2897,8}{T} \mu\text{m} \cdot \text{K}$

↳ Abgestrahlte Leistung/Stefan-Boltzmann-Gesetz: $P = \sigma \cdot \overset{\text{Fläche}}{A} \cdot T^4$
 ↳ Stefan-Boltzmann-Konstante

↳ Der Photoelektrische Effekt

→ Austrittsarbeit: $W_A = h \cdot f_{\text{Grenz}}$

↳ Compton-Streuung: $\Delta h = h - h' = h_c (1 - \cos(\phi))$
 ↳ Streuwinkel

↳ Compton-Wellenlänge: $h_c = \frac{h}{m_e \cdot c}$

$$E_d = U \cdot e$$

$$\omega = \frac{2\pi \cdot c}{\lambda} = 2\pi \cdot f$$

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{1}{T}$$

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

Quantenphysik

↳ Quantenobjekte

→ Photonen (Quantenoptik)

→ Atome (Atomphysik)

→ Elementarteilchen (e^- , p^+ , n , ...)

→ Große Quantenobjekte (Makromoleküle, Bose-Einstein-Kondensat)

↳ Welle-Teilchen-Dualismus

→ Teilchen mit Masse m

• Impuls: $p = m \cdot v$

• Kinetische Energie: $E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$

→ Materie-Welle

• Wellenlänge: $\lambda = h/p$ (De Broglie)

• Frequenz: $f = \frac{E_{\text{kin}}}{h}$

↳ Kopenhagener Deutung: $\omega(\vec{r}) = |\psi(\vec{r})|^2$

↳ Heisenberg'sche Unschärferelation

→ Ort: $\Delta x \cdot \Delta p \geq h$

→ Impuls: $\Delta p \geq \frac{h}{a}$
 $a \leftarrow \text{Lochdurchmesser}$

→ $\Delta k \geq \frac{2\pi}{\Delta x}$

Atomphysik

- Bohr'sches Atommodell

- ↳ Quantisierte Bahnen: $r_n = a_{\text{Bohr}} \cdot \frac{n^2}{Z}$ ← Schale
← Ordnungszahl

↳ Bohrradius: $a_B = \frac{\epsilon_0 \cdot h^2}{\pi \cdot m_e \cdot e^2}$

↳ Quantisierte Energien: $E_n = -E_R \cdot \frac{Z^2}{n^2}$

↳ Absorption und Emission von Photonen

$$\rightarrow \Delta E = E_n - E_m = h \cdot f = \frac{h \cdot c}{\lambda} = E_R \cdot Z^2 \cdot \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

- H-Atom nach Schrödinger

$$\hookrightarrow E \psi(\vec{r}) = -\frac{\hbar^2}{2m} \cdot \Delta \psi(\vec{r}) - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \psi(\vec{r}) \quad (= \text{partielle DGL})$$

↳ Lösungen mit quantisierten Parametern: $\psi(\vec{r}) = \psi_{nem}(\vec{r})$

- ↳ Hauptquantenzahl $n = 1, 2, 3, \dots$ $\hat{=}$ Bohr'schen Schalen

→ Elektronenaufnahme je Hauptquantenzahl: $N = 2n^2$

↳ Drehimpulsquantenzahl $\ell \in \{0, 1, \dots, (n-1)\} \stackrel{!}{=} \text{Bahndrehimpuls des } e^-$

→ Bahnimpuls des e^- : $|L_e| = \hbar \cdot \sqrt{\ell \cdot (\ell + 1)}$

↳ Magnetische Quantenzahl $m \in \{0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm \ell\}$

$$\rightarrow L_{zm} = m \cdot \hbar$$

↳ Spin Quantenzahl: $m_s = \pm \frac{1}{2}$

→ Möglichkeit Spin-up und Spin-down

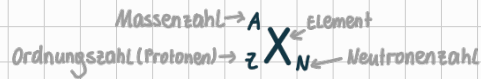
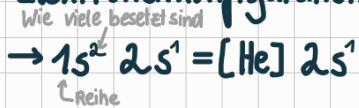
- Pauli-Prinzip:

- ↳ Zwei Fermionen dürfen niemals den gleichen q.m. Zustand besetzen
- ↳ Max. zwei Elektronen für jede Kombination von m, l, n

- Periodensystem



↳ Elektronenkonfiguration Bsp.



↳ Atomsorten (Nuklide)

- isotoop: gleiche Anzahl Protonen
- isobar: gleiche Massenzahl
- isoton: gleiche Neutronenzahl

Kernphysik

- Aufbau Atomkern:

↳ Kerndurchmesser: ca. 10^{-14} m ($\varnothing$ Atom ca. 10^{-10} m)

↳ Nukleonen: Z Protonen

→ 2 · up-Quarks: Ladung $2 \cdot \frac{2}{3}e = \frac{4}{3}e$
→ 1 · down-Quark: Ladung $1 \cdot \frac{-1}{3}e = -\frac{1}{3}e$ } Gesamtladung $+e$

↳ N Neutronen

→ 1 · up-Quarks: Ladung $1 \cdot \frac{2}{3}e = \frac{2}{3}e$
→ 2 · down-Quark: Ladung $2 \cdot \frac{-1}{3}e = -\frac{2}{3}e$ } Gesamtladung 0

↳ Bindungsenergie der Nukleonen im Kern: $E_{\text{bind}} = \Delta m_k \cdot c^2$ ↖ nuklearer Massendefekt

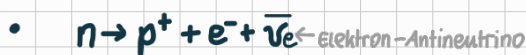
↳ Gesamtladung des Kerns: $Q_{\text{kern}} = Z \cdot e^+$

↳ Gesamtmasse des Kerns: $m_{\text{kern}} = Z \cdot m_p + N \cdot m_n - \Delta m_k$

→ Vereinfachte Formel: $m_{\text{kern}} = A \cdot u$ ↖ A Massenzahl, u atomare Masseneinheit

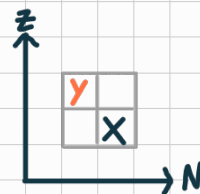
- Kernzerfälle/Radioaktivität

↳ β^- -Zerfall

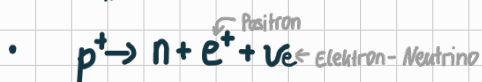


• Kerne mit Neutronenüberschuss

• e^- wird abgegeben

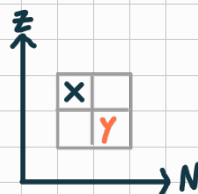


↳ β^+ -Zerfall



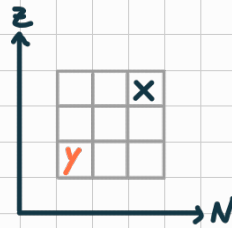
• Kerne mit Protonenüberschuss

• e^+ wird abgegeben



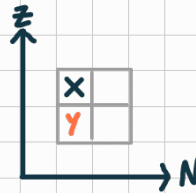
↳ α -Zerfall

- ${}_Z^AX_N \rightarrow {}_{Z-2}^{A-4}Y_{N-2} + {}_2^4\text{He}_2$
- Emission eines ${}^4\text{He}$ -Kerns



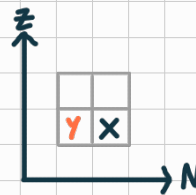
↳ Protonenemission

- ${}_Z^AX_N \rightarrow {}_{Z-1}^{A-1}Y_N + p^+$
- Emission eines Protons



↳ Neutronenemission

- ${}_Z^AX_N \rightarrow {}_Z^{A-1}Y_{N-1} + n$
- Emission eines Neutrons



↳ γ -Zerfall

- Kern nach Zerfall in angeregtem Zustand
 - Die Kennzahlen des Kerns ändern sich nicht
 - Gammaübergang: überschüssige Energie wird in Form eines Gammaquant abgegeben
- $${}_Z^AX_N^* \rightarrow {}_Z^AY_N + \gamma$$

- Zerfallsgesetz

- ↳ Anzahl der noch nicht zerfallenen Kerne: $N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t} = \underbrace{N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}}}_{\text{nach 1 Halbwertszeit}}$

- ↳ Halbwertszeit: $T_{1/2} = \tau \cdot \ln(2)$

- ↳ Aktivität: $A(t) = -\frac{dN}{dt} = \frac{N_0}{\tau} \cdot e^{-\lambda t} = A_0 \cdot e^{-\lambda t}$ $[A] = \text{Bq}$ (Bequerel)

$$\rightarrow N_0 = \frac{m}{m_k}$$

$$\rightarrow A = \lambda \cdot N(t)$$

- ↳ Zerfallskonstante: $\lambda = \frac{\ln(2)}{T_{1/2}} = \frac{1}{\tau}$

- ↳ Absorption von β - und γ -Strahlen: $I = I_0 \cdot e^{-\mu \cdot d}$
↖ Intensität ↖ Schwächungskoeffizient
Absorberdicke

- ↳ Halbwertsdicke: $D = \frac{\ln(2)}{\mu}$

- ↳ Dosis: $D = \Delta E / m$ $[D] = \text{Gy}$ (Gray)

- ↳ Äquivalentdosis: $H = D \cdot Q$ ↖ Qualitätsfaktor $[H] = \text{Sv}$ (Sievert)

Allgemeines

- Einheiten umrechnen

↳ Newton: $N = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}$ (Kraft)

↳ Coulomb: $C = \text{As}$ (el. Ladung)

↳ Volt: $V = \frac{W}{A} = \frac{J}{C} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{A} \cdot \text{s}^3} = \frac{\text{Vs}}{C}$ (Spannung)

↳ Watt: $W = \frac{J}{s} = V \cdot A = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^3}$ (Leistung)

↳ Joule: $J = \text{Nm} = \text{Ws} = V \cdot \text{As} = V \cdot C = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}$ (Energie)

↳ Ampere: $A = \frac{C}{s} = \frac{W}{V}$ (Stromstärke)

↳ Ohm: $\Omega = \frac{V}{A} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{A}^2 \cdot \text{s}^3}$ (Widerstand)

↳ Tesla: $T = \frac{Vs}{\text{m}^2} = \frac{\text{kg}}{\text{A} \cdot \text{s}^2}$ (magn. Flussdichte)

↳ Gauss: $G = 10^{-4} T$

↳ Henry: $H = \frac{Vs}{A} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{A}^2 \cdot \text{s}^2} = \Omega \cdot s$ (Induktivität)

↳ Farad: $F = \frac{C}{V} = \frac{s}{\Omega} = \frac{\text{A}^2 \cdot \text{s}^4}{\text{kg} \cdot \text{m}^2}$ (el. Kapazität)

↳ Becquerel: $\text{Bq} = \frac{1}{s}$ (Aktivität)

↳ Gray: $\text{Gy} = \frac{J}{\text{kg}}$ (Energiedosis, Kerma)

↳ Elektronenvolt: $\text{eV} = 1,602 \cdot 10^{-19} J$ (Energie)

↳ Pascal: $\text{Pa} = \frac{N}{\text{m}^2} = \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}^2}$ (Druck)

↳ Bar: $\text{bar} = 10^5 \text{ Pa}$ (Druck)

↳ Kelvin: $K = -273,15^\circ \text{C}$

- Präfixe und Multiplikatoren

Peta	P	10^{15}
Tera	T	10^{12}
Giga	G	10^9
Mega	M	10^6
Kilo	k	10^3
Hekto	h	10^2
Deka	da	10^1
Dezi	d	10^{-1}
Zenti	c	10^{-2}
Milli	m	10^{-3}
Mikro	μ	10^{-6}
Nano	n	10^{-9}
Piko	p	10^{-12}
Femto	f	10^{-15}

- Formen

↳ Kugel

- $U = 2\pi r$
- $V = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3$
- $O = 4\pi r^2$

↳ Würfel

- $V = a^3$
- $A_M = 4a^2$
- $A = 6a^2$
- $d_K = a \cdot \sqrt{3}$

↳ Zylinder

- $V = \pi \cdot r^2 \cdot h$
- $M = 2\pi r \cdot h$
- $O = 2\pi r^2 + 2\pi r h$

↳ Kreis

- $A = \pi \cdot r^2$
- $U = 2\pi r = \pi \cdot d$

- Komplexe Zahlen

↳ Imaginäre Einheit: $i = \sqrt{-1} / i^2 = -1 / i^3 = -i / i^4 = 1$

↳ $z = a + i \cdot b = r \cdot (\cos(\varphi) + i \cdot \sin(\varphi))$

$$r = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\varphi = \arctan\left(\frac{b}{a}\right)$$

- Vektoren

↳ Skalarprodukt

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} d \\ e \\ f \end{pmatrix} = a \cdot d + b \cdot e + c \cdot f$$

↳ Kreuzprodukt

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} d \\ e \\ f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b \cdot f - c \cdot e \\ c \cdot d - a \cdot f \\ a \cdot e - b \cdot d \end{pmatrix}$$

↳ Laplace

$$\vec{\Delta} = \vec{\nabla}^2$$

↳ Divergenz

$$\vec{\nabla} \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \partial_x a + \partial_y b + \partial_z c$$

↳ Rotation

$$\vec{\nabla} \times \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \partial_y c - \partial_z b \\ \partial_z a - \partial_x c \\ \partial_x b - \partial_y a \end{pmatrix}$$

↳ Gradient

$$\vec{\nabla} \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \partial_x a \\ \partial_y b \\ \partial_z c \end{pmatrix}$$

- Produktregel: $f'(x) = u(x) \cdot v'(x) + u'(x) \cdot v(x)$

- Partielle Integration: $\int f'(x) \cdot g(x) dx = f(x) \cdot g(x) - \int f(x) \cdot g'(x) dx$