

Methodik nach VDI 2221

1. Aufbereiten
2. Konzipieren
3. Entwerfen
4. Ausarbeiten

Nutzwertanalyse

1. Kriterien $\rightarrow W_1 \dots W_n$
2. Beurteilung $\rightarrow W_i = 1-10 \quad 10-4$
3. Wichtigung $\rightarrow q_i \quad \sum q_i = 1 \quad \Rightarrow \text{gewichteter Wert } q_i W_i$
4. Gesamtwert $\rightarrow G_w = \sum q_i W_i$
5. Wertigkeit / relativer Gesamtwert $\rightarrow W = \frac{G_w}{\sum q_i W_{\max}}$
auf Gesamtwert bezogen

ausgedachtes Beispiel

$W_1 = \text{Kosten}$ $W_2 = \text{Haltbarkeit}$ $W_3 = \text{Ergonomie}$

$$\begin{array}{ccc} W_1 = 10 & W_2 = 5 & W_3 = 2 \\ W_1 = 4 & W_2 = 9 & W_3 = 7 \end{array}$$

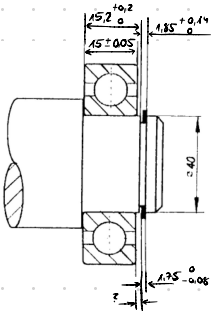
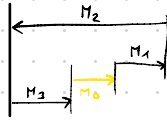
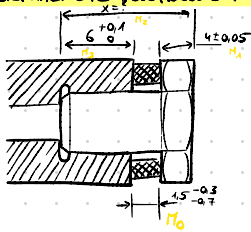
$$q_1 = 0,5 \quad q_2 = 0,2 \quad q_3 = 0,3$$

$$G_w = 0,5 \cdot 10 + 0,2 \cdot 5 + 0,3 \cdot 2 = 6,6 \rightarrow \text{Variante 1}$$
$$G_w = 0,5 \cdot 4 + 0,2 \cdot 9 + 0,3 \cdot 7 = 5,9 \quad \text{besser}$$

$$W = \frac{6,6}{0,5 \cdot 10 + 0,2 \cdot 10 + 0,3 \cdot 10} = \frac{6,6}{10} = 66\%$$

Arithmetische Toleranzrechnung

1. Toleranzkette aufbauen & Schließmaß suchen



2.2. Tabellenmethode zur Bestimmung unbekanntes Maß

Index-Nr.	Einzelmaß	Nennmaß	Toleranz-mittenabmaß	Toleranz	Richtungs-koeffizient	Verteilungs-art	Faktor	Faktor	Toleranz
i	M _i	N _i	E _{ci}	T _{i, arith}	k _i		c _i	h _i	T _{i, stat}
0	1,5 ^{-0,3} _{-0,7}	1,5	-0,5	0,4	+1				
1	4 ± 0,05	4	0	0,1	+1				
2	11,5 ^{-0,35} _{-0,5}	11,5	-0,45	0,2	-1				
3	6 ^{+0,1} ₋₀	6	+0,05	0,1	+1				

Nennmaß

$$N_0 = -\frac{1}{k_0} \cdot \sum_{i=1}^m k_i \cdot N_i$$

$$\Leftrightarrow N_n = -\frac{1}{k_0} \left(\sum_{i=0}^{n-1} k_i \cdot N_i + \sum_{i=n+1}^m k_i \cdot N_i \right)$$

$$N_2 = -\frac{1}{1} (+1 \cdot 1,5 + 1 \cdot 4 + 1 \cdot 6) = 11,5$$

Toleranzmittenabmaß

$$E_{c0} = -\frac{1}{k_0} \sum_{i=1}^m k_i \cdot E_{ci}$$

$$\Leftrightarrow E_{cn} = -\frac{1}{k_0} \left(\sum_{i=0}^{n-1} k_i \cdot E_{ci} + \sum_{i=n+1}^m k_i \cdot E_{ci} \right)$$

$$E_{c2} = -\frac{1}{1} (+1 \cdot (-0,5) + 1 \cdot 0 + 1 \cdot 0,05) = -0,45$$

Toleranz

$$T_0 = \sum_{i=1}^m T_i$$

$$\Leftrightarrow T_n = T_0 - \sum_{i=1}^{n-1} T_i - \sum_{i=n+1}^m T_i$$

$$T_2 = 0,4 - 0,1 - 0,1 = 0,2$$

=> Probe machen!

2.1. Streuwertmethode anwenden

IMMER $M_0 = M_1 \pm \dots M_n$ aufstellen

danach Größt- oder Kleinmaß bestimmen

$$G_0 = G_1 \pm \dots G_n$$

$$\Leftrightarrow G_1 = G_0 \mp \dots G_n$$

$$\rightarrow T_1 = G_1 - M_1$$

Grundgleichungen:

Ausgangsbeziehung $\sum k_i M_i = 0$ (Kette durch M_0 geschlossen)

Grundaufgabe 1

Schließmaß M_0 , T_0 gesucht

$$N_0 = -\frac{1}{k_0} \sum_{i=1}^m k_i N_i$$

m = Anzahl der Einzelmaße
k_i = Richtungskoeffizienten
N_i = Nennmaße

$$T_0 = \sum_{i=1}^m T_i$$

! Wichtig: Schließtoleranz = $\sum$ der Einzeltoleranzen

$$E_{c0} = -\frac{1}{k_0} \sum_{i=1}^m k_i E_{ci}$$

$$M_0 = N_0 + E_{c0} \pm T_0 / 2$$

$$((= C_0 \pm T_0 / 2))$$

Grundaufgabe 2

Schließmaß M_0 , T_0 gegeben, beliebiges Maß M_0 , T_0 der Kette gesucht

$$N_n = -\frac{1}{k_n} \left[\sum_{i=0}^{n-1} k_i N_i + \sum_{i=n+1}^m k_i N_i \right]$$

n = gesuchtes Einzelmaß

$$T_n = T_0 - \sum_{i=1}^{n-1} T_i - \sum_{i=n+1}^m T_i$$

$$E_{cn} = -\frac{1}{k_n} \left[\sum_{i=0}^{n-1} k_i E_{ci} + \sum_{i=n+1}^m k_i E_{ci} \right]$$

$$M_n = N_n + E_{cn} \pm T_n / 2$$

$$((= C_n \pm T_n / 2))$$

Statistische Toleranzrechnung

1. Verteilungsart bestimmen und Parameter auswählen

Verteilung	h	a	Reduktionsfaktor	Statistische Schließ-Toleranz für $t=3$
Rechteckverteilung	1,7321	0,5774	$r_{\text{rec}} = \frac{t}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{n}}$	$T_s = 1,7321 \sqrt{\frac{T^2}{n}}$
Trapezverteilung 1	2,1909	0,4564	$r_{\text{tr1}} = \frac{\sqrt{10} \cdot t}{\sqrt{48} \cdot \sqrt{n}}$	$T_s = 1,3694 \sqrt{\frac{T^2}{n}}$
Trapezverteilung 2	2,3238	0,4303	$r_{\text{tr2}} = \frac{\sqrt{5} \cdot t}{\sqrt{27} \cdot \sqrt{n}}$	$T_s = 1,2910 \sqrt{\frac{T^2}{n}}$
Trapezverteilung 3	2,4019	0,4163	$r_{\text{tr3}} = \frac{\sqrt{13} \cdot t}{\sqrt{75} \cdot \sqrt{n}}$	$T_s = 1,2490 \sqrt{\frac{T^2}{n}}$
Dreieckverteilung	2,4495	0,4082	$r_{\text{dr}} = \frac{2 \cdot t}{2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{n}}$	$T_s = 1,2247 \sqrt{\frac{T^2}{n}}$
Normalverteilung	3,0000	0,3333	$r_{\text{nor}} = \frac{t}{3 \cdot \sqrt{n}}$	$T_s = 1,0000 \sqrt{\frac{T^2}{n}}$

$$\rightarrow T_{0,\text{stat}} = t \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^m \left(\frac{T_i}{h_i}\right)^2} = t \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^m (c_i \cdot T_i)^2} \quad \boxed{c_i = \frac{1}{h_i}}$$

Index-Nr.	Einzelmaß	Nennmaß	Toleranz-mitten-abmaß	Toleranz	Richtungs-koeffizient	Verteilungs-art	Faktor	Faktor	Toleranz
i	M _i	N _i	E _{ci}	T _{i,arith}	k _i		c _i	h _i	T _{i,stat}
0	1,5 $\begin{smallmatrix} -0,3 \\ -0,7 \end{smallmatrix}$	1,5	-0,5	0,4	+1	normal	0,3	3	
1	4 ± 0,05	4	0	0,1	+1	Dreieck	0,4082	2,4495	
2	11,5 $\begin{smallmatrix} -0,35 \\ -0,55 \end{smallmatrix}$	11,5	-0,45	0,2	-1	Dreieck	0,4082	2,4495	
3	6 $\begin{smallmatrix} +0,1 \\ -0 \end{smallmatrix}$	6	+0,05	0,1	+1	Dreieck	0,4082	2,4495	

$t = \text{Risikofaktor / Spannweite der Normalverteilung}$ (meist 3)

2. Statistisch die Toleranz ermitteln

$$T_{0,\text{stat}} = t \cdot \sqrt{(c_1 \cdot T_1)^2 + (c_2 \cdot T_2)^2 + (c_3 \cdot T_3)^2} = 3 \cdot \sqrt{(0,4082 \cdot 0,1)^2 + (0,4082 \cdot 0,2)^2 + (0,4082 \cdot 0,1)^2} = 0,29996 \approx 0,3 < T_{0,\text{arith}} = 0,4$$

3. Reduktionsfaktor r + Erweiterungsfaktor e ermitteln

$$r = \frac{T_{0,\text{stat}}}{T_{0,\text{arith}}} = \frac{0,3}{0,4} = 0,75$$

$$e = \frac{1}{r} = 1,3$$

↳ $M_1 - M_3$ können um Faktor 1,3 erhöht werden

4. Neue Toleranzen ermitteln

$$T_{\text{new}} = T_{\text{alt}} \cdot e$$

$$T_{1,\text{new}} = 0,1 \cdot 1,3 = 0,13$$

Schließmaßtoleranz $T_0 = 0,4$ bleibt erhalten

$$T_{2,\text{new}} = 0,2 \cdot 1,3 = 0,26$$

$$T_{3,\text{new}} = 0,1 \cdot 1,3 = 0,13$$

ODER nur 1 Maß soll erweitert werden:

$$T_{0,\text{stat}} = t \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^m c_i \cdot T_i} \Rightarrow \left(\frac{T_0}{t}\right)^2 = (c_1 \cdot T_1)^2 + (c_2 \cdot T_2)^2 + (c_3 \cdot T_3)^2$$

$$\Rightarrow T_{2,\text{new}} = \frac{1}{c_2} \sqrt{\left(\frac{T_0}{t}\right)^2 - (c_1 \cdot T_1)^2 - (c_3 \cdot T_3)^2} = \frac{1}{0,4082} \sqrt{\left(\frac{0,4}{3}\right)^2 - (0,4082 \cdot 0,1)^2 - (0,4082 \cdot 0,1)^2}$$

$$= 0,29 > 0,2 = T_{2,\text{alt}}$$

$$\text{Erweiterungsfaktor } e = \frac{0,29}{0,2} = 1,45$$

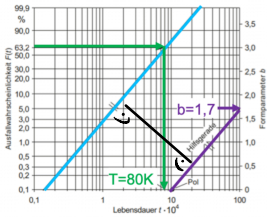
nicht bei Norm-/Zukaufteilen
→ Erweiterungsfaktor kann erhöht werden z.B. 2,36 ⇒ 2,4/2,5
→ Probe $T_{0,\text{stat,new}} < T_{0,\text{arith}}$

Nennmaß in mm	arithmetisch (vollständige Austauschbarkeit)	statistisch (Überschreitung von T_0 in 0,27% der Fälle)	
		Variante 1 alle Maße	Variante 2 nur Maß 2
$N_1 = 4$	0,1	0,13	0,1
$N_2 = 11$	0,2	0,26	0,29
$N_3 = 6$	0,1	0,13	0,1

Anwendung:
z.B. kritisch zu fertigendes Maß

Weibull-Diagramm

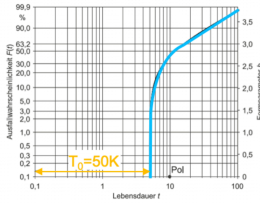
1. Informationen die man aus einem Weibull-Diagramm lesen kann



■ = Ausfallwahrscheinlichkeit $F(t)$ der 2-parametrischen Weibull-Verteilung

■ = charakteristische Lebensdauer $F(t) = 63,2\%$

■ = Formparameter b



■ = $F(t)$ von 3-parametrischer Weibull-Verteilung

■ = Ausfallfreie Zeit = 50 K

2. Weibulldiagramm erstellen

2.1 Datenerhebung

(Lebensdaueruntersuchung Zahnräder)

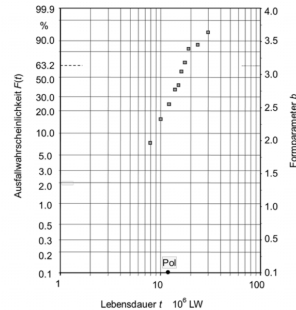
15,1 12,2 17,3 14,3 7,9 18,2 24,6 13,5
10 30,5 Millionen LW

2.2 Ordnen der Daten

t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7	t_8	t_9	t_{10}
7,9	10,0	12,2	13,5	14,3	15,1	17,3	18,2	24,6	30,5

2.3 Ermittlung Ausfallwahrscheinlichkeiten Medianwert durch Tabelle

$n=1$	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$i=1$ 50,0000	29,2893	20,6299	15,9104	12,9449	10,9101	9,4276	8,2996	7,4125	6,6967
2	70,7107	50,0000	38,5728	31,3810	26,4450	22,8490	20,1131	17,9620	16,2263
3	79,3700	61,4272	50,0000	42,1407	36,4116	32,0519	28,6237	25,8575	23,5100
4		84,0896	68,6190	57,8593	50,0000	44,0155	39,3085	35,5100	32,2706
5			87,0550	73,5550	63,5884	55,9845	50,0000	45,1694	40,6017
6				89,0899	77,1510	67,9481	60,6915	54,8306	49,3309
7					90,5724	79,8869	71,3763	64,4900	58,2049
8						91,7004	82,0380	74,1425	66,7664
9							92,5875	83,7737	75,5148
10								93,3033	84,3937

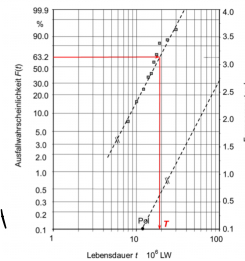


2.4 Weibullgerade einzeichnen + Formparameter bestimmen

Weibullgerade $\rightarrow$ Ausgleichsgerade zeichnen

Parameter $T \rightarrow$ an Weibullgerade ablesen

Parameter $b \rightarrow$ Weibullgerade parallel verschieben auf Pol und rechts ablesen



2.5 Vertrauensbereiche einzeichnen und Minimal- /Maximalwerte ablesen

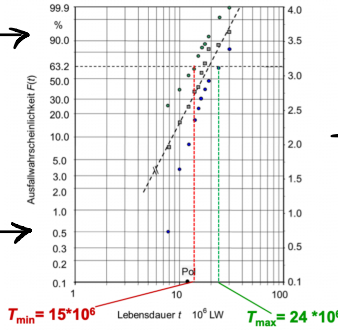
5% - Vertrauensbereich

i=1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
5.0000	2.5321	1.6952	1.2742	1.0206	0.8512	0.7301	0.6391	0.5693	0.5116
2	22.307	13.5350	9.7611	7.6441	6.2850	5.3376	4.6389	4.1023	3.6771
3	36.8403	24.8604	18.2556	15.3161	12.8757	11.1113	9.7747	8.7264	
4	47.2871	34.2592	27.1338	22.5321	19.2903	16.8750	15.0028		
5	54.9281	41.8197	34.1261	28.9241	25.1367	22.2441			
6	60.8962	47.9296	40.0311	34.4941	30.3537				
7	65.1536	52.9321	45.0359	39.3376					
8	68.7656	57.0864	48.3099						
9	71.6871	60.5836							
10	74.1134								

95% - Vertrauensbereich

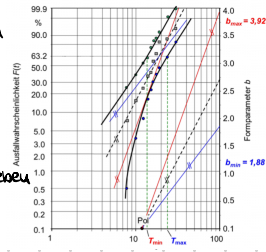
i=1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
95.0000	77.6393	63.1587	52.7129	45.0720	39.3038	34.8164	31.2344	28.3129	25.8866
2	97.4679	86.4650	75.1395	65.7408	58.1803	52.0703	47.0679	42.9136	39.4163
3	98.3047	90.2389	81.0744	72.8662	65.8738	59.9689	54.9642	50.6901	
4	98.7259	92.3560	84.6839	77.4679	71.0760	65.5058	60.8624		
5	98.9794	93.7150	87.1244	80.7097	74.8633	69.8463			
6	99.1488	94.6524	88.8887	83.1250	77.7559				
7	99.2699	95.3611	90.2253	84.9972					
8	99.3609	95.8977	91.2736						
9	99.4317	96.3229							
10	99.4884								

werte
eintragen



Geraden
zeichnen

parallel
verschieben
für b



Wahrscheinlichkeiten umrechnen / skizzieren

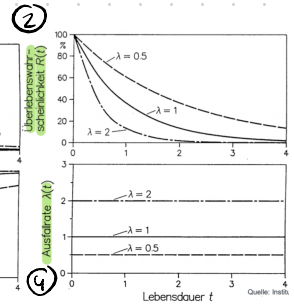
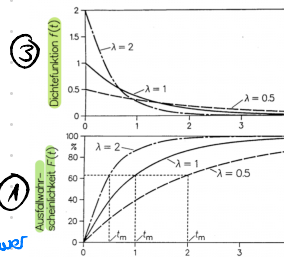
1. Begriffe definieren

- Ausfallwahrscheinlichkeit $F(t) = \frac{N_a(t)}{n_0}$
 n_0 = ausgefallene Systeme
 n_0 = Anfangsbestand
- Überlebenswahrscheinlichkeit $R(t) = \frac{n_0 - N_a(t)}{n_0} = 1 - F(t)$
- Ausfallwahrscheinlichkeitsdichte $f(t) = \frac{dF(t)}{dt}$
- Ausfallrate $\lambda = \frac{f(t)}{R(t)}$
(= zeitlicher Verlauf der Ausfälle)

2. Funktionen als Exponentialverteilung angeben + zeichnen

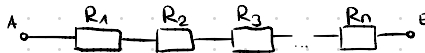
- Ausfallwahrscheinlichkeit $F(t) = 1 - e^{-\lambda t}$
- Überlebenswahrscheinlichkeit $R(t) = e^{-\lambda t}$
- Dichtefunktion $f(t) = \lambda e^{-\lambda t}$
- Ausfallrate $\lambda = \text{const.}$

$\lambda = \frac{1}{t_m}$
mittlere Lebensdauer



Boolesches Modell

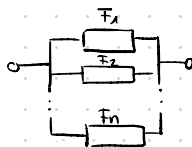
1. Seriensystem:



Überlebenswahrscheinlichkeit: $R_{\text{ges}}(t) = \prod_{i=1}^n R_i(t)$ $R_{\text{ges}} < R_i$

Ausfallrate $\lambda_{\text{ges}}(t) = \sum_{i=1}^n \lambda_i(t)$

2. Parallelsystem:



Ausfallwahrscheinlichkeit: $F_{ges}(t) = \prod_{i=1}^n F_i(t)$

$R_{ges}(t) = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - R_i(t))$

Hüllflächenverfahren

1. Mittelwertbildung

$$\bar{L}'_{pA} = 10 \lg \left(\frac{1}{n} \sum 10^{0,1 L_{pA_i}} \right) \text{ dB(A)}$$

2. Herausrechnung der Fremdgeräusche

$$\bar{L}_{pA} = \bar{L}'_{pA} - \Delta L$$

ΔL = Korrekturwert durch reine Fremdgeräusche

3. Berechnung Schallleistungspegel

$$L_{WA} = \bar{L}_{pA} + L_A = \bar{L}_{pA} + 10 \lg \left(\frac{A}{A_0} \right) \text{ dB(A)}$$

L_A = Messflächenmaß
 A = Hüllflächenmaß
 A_0 = Referenzfläche = 1 m^2

4. Richtige Aufgabe

Messfläche $r_A = 2 \text{ m}$ wird gemittelter Schalldruckpegel gemessen

a) Wie groß ist Schalldruckpegel in 5m Entfernung?

1. Bezugsfläche auf $r_A = 2 \text{ m}$ ändern $\rightarrow L_{WA} = L_{pA} + 10 \lg \left(\frac{A}{A_0} \right) \text{ dB(A)} \quad A = 2\pi r_A^2$
 $\Leftrightarrow L_W = \bar{L}_p + 20 \lg \left(\frac{r_A}{r_0} \right) \text{ dB(A)} + 8 \text{ dB(A)}$

2. Schallleistungspegel ist gleich $\rightarrow L_{WA(2m)} = L_{WA(5m)} = L_{pA(5m)} + 10 \lg \left(\frac{2\pi r_A^2}{A_0} \right) \text{ dB(A)}$
 $L_{pA(2m)} + 10 \lg \left(\frac{2\pi r_A^2}{A_0} \right) \text{ dB(A)} = L_{pA(5m)} + 10 \lg \left(\frac{2\pi r_A^2}{A_0} \right) \text{ dB(A)}$
 $\Leftrightarrow L_{pA(5m)} = L_{pA(2m)} + 20 \lg \left(\frac{r_A}{r_0} \right) \text{ dB(A)}$
 $= 85 \text{ dB(A)} - 8 \text{ dB(A)}$
 $= 77 \text{ dB(A)}$

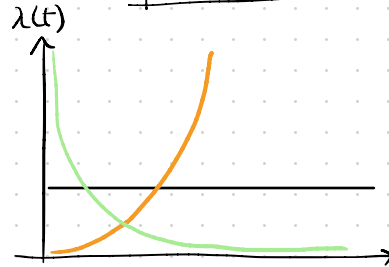
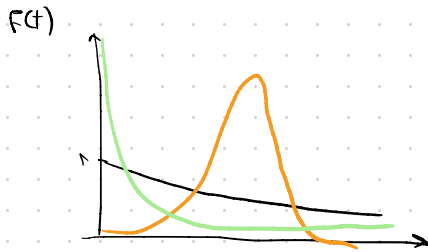
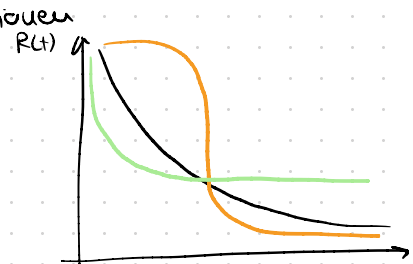
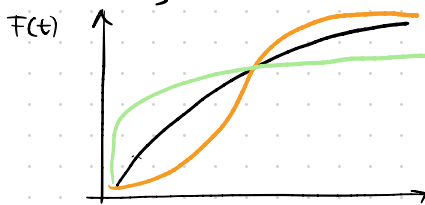
b) berechne Schallleistung

1. benutze normale Schallleistungsformel

$$L_{WA(2m)} = L_{pA(2m)} + 10 \lg \left(\frac{2\pi r_A^2}{A_0} \right) \text{ dB(A)} = 85 \text{ dB(A)} + 10 \lg \left(\frac{2\pi \cdot 4 \text{ m}^2}{1 \text{ m}^2} \right) \text{ dB(A)}$$

$$= 99 \text{ dB(A)}$$

Auswirkung Formfaktor auf Weibullfunktion
 $b > 1$
 $b = 1$
 $b < 1$



Formeln - Schall

Schallleistungspegel $L_W = 10 \lg\left(\frac{P}{P_0}\right) \text{ dB}$

Schallleistungspegel Hüllkugel $L_W = \bar{L}_p + 20 \lg\left(\frac{r}{r_0}\right) \text{ dB} + 8 \text{ dB}$

r = Abstand zur Quelle

$L_{WA} = \bar{L}_{pA} + 10 \lg\left(\frac{A}{A_0}\right) \text{ dB (A)}$

Schallintensität $I = \frac{P}{A} = p \cdot v$

Schallintensitätspegel $L_I = 10 \lg\left(\frac{I}{I_0}\right) \text{ dB}$

Mittelwertbildung Pegel $L_{pm} = 10 \lg\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{p_i^2}{p_0^2}\right) \text{ dB} = 10 \lg\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n 10^{\frac{L_{pi}}{10}}\right) \text{ dB}$