

ELEKTROTECHNIK I - ZUSAMMENFASSUNG

$q^- = -1,60218 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
 $q^+ = 1,60218 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
 Coulomb = As

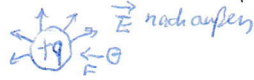
Elektr. Feldstärke $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q}$

Im Kraftfeld (Raum in dem Kräfte auf Körper wirken)

Elektrotechnik:
 Lehre der nutzenden
 Ladung

$\left[\frac{V_0}{m}\right] = \left[\frac{N}{C}\right] = \left[\frac{N}{As}\right]$

z.B. Gravitationsfeld, $\vec{E}$ -Feld, $\vec{B}$ -Feld



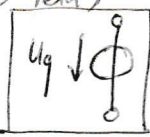
ruhende elektr. Ladungen → bewegte elektr. Ladungen = elektr. Ströme

Feldlinien: $\oplus \rightarrow \ominus$

Elektrische Spannung $U = E \cdot l \Rightarrow$ Ursache d. elektrischen Feldstärke: Spannung U
 (für homogenes Feld) l : Leiterlänge



Spannungsquelle Schaltzeichen



$U_g: \oplus \rightarrow \ominus$

$Q > 0$ Elektronenmangel
 $Q < 0$ Elektronenüberschuss $U = \varphi_1 - \varphi_2 = E \cdot l$

Prinzip: Überschuss an e^- ($\ominus$) und Mangel an e^- ($\oplus$) $\Rightarrow$ halten eine Quellspannung (EMK) aufrecht

→ Spannung nur zwischen 2 Punkten eines elektrischen Kreises auch Potentialdifferenz dieser Punkte

• Spannung gegen einen festen Bezugspunkt

Elektrische Stromstärke $I = \frac{Q}{t}$ bzw. $i = \frac{dq(t)}{dt}$ [A = $\frac{C}{s}$]

Def.: gerichtete Bewegung von Ladungsträger unter Einfluss von Spannung $\Rightarrow$ Kraft auf e^-

Def. 1 Ampere: Strom, bei dem $\sim 6,24 \cdot 10^{18} e^-$ von $\ominus \rightarrow \oplus$ pro Sekunde fließt

Stromausbreitungsgeschwindigkeit $\approx$ Lichtgeschwindigkeit

Elektronengeschw. = Driftgeschwindigkeit v_d sehr klein. $10^{-4} \frac{m}{s}$ für $1 \frac{A}{mm^2}$

$\ominus: \ominus \rightarrow \oplus$

Techn. Stromrichtung: $\oplus \rightarrow \ominus$

Stromdichte $\vec{S} = \frac{\vec{I}}{A}$ [$\frac{A}{m^2}$ oder $\frac{A}{mm^2}$] selbe Richtung wie $\vec{E}$ Maß für die thermische Belastbarkeit

Ohmsches Gesetz $R = \frac{U}{I}$ [Ω] = [$\frac{V}{A}$] gilt für Metalle und Elektrolyte

Elektrischer Widerstand: Ursache: Reibungskraft auf e^- bei ihrer Bewegung $\Rightarrow$ Wärme

Def. Widerstand: Materialeigenschaft + widerstandsbekanntes elektr. Bauelement

$\frac{U}{I} \approx \text{const}$ für konst. Temperatur

Abhängige Faktoren: Temperatur, Form + Ausdehnung d. leitenden Körpers

$\Rightarrow$ temperaturabhängige Größe ρ (spez. Widerstand)

$S = z \cdot E \cdot l \Rightarrow \frac{I}{A} = z \cdot \frac{U}{l} \Rightarrow U = \frac{l}{z \cdot A} \cdot I$

$R = \frac{U}{I} = \frac{E \cdot l}{S \cdot A} = \rho \cdot \frac{l}{A}$

$\rho = \frac{E}{S}$ [Ωm] bzw. $S = \frac{z \cdot E}{l}$ spez. Leitfähigkeit

spezifischer Widerstand $\oplus \circ C \leftrightarrow \oplus \rho$ i.d.R. linear für $^{\circ}C \leq 200^{\circ}C$:
 Temperaturabhängig $\rho = f(T)$ T : Temperatur
 $R = f(T)$ R : Widerstand T : Bezugs-temperatur

$\rho(T) = \rho_{20} \cdot (1 + \alpha_{20} \cdot (T - 20^{\circ}C))$
 $R(T) = R_{20} \cdot (1 + \alpha_{20} \cdot (T - 20^{\circ}C))$
 Temperaturkoeffiz. $\alpha_{20} \approx 0,004 \frac{1}{K}$ (Metall)
 $\alpha_{20} = 0$ (Metalllegierung)

Speziell • Halbleiter: nichtlineares Verhalten des Widerstands

positivtemperaturkoeffizient Kaltleiter/PTC

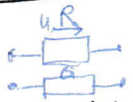
Heißleiter/NTC-Widerstand

Van-Shoven Strom- o. spannungsabhängig

$\oplus \circ C \leftrightarrow \oplus R, \alpha > 0$
 Metalle: Platin, Silizium, Bariumtitanat, -geräuchert $\oplus^{\circ}C \leftrightarrow \oplus R, \alpha < 0$ Kohle: negativer Temperaturkoeffizient $\Rightarrow$

Gute Wärmeleiter = gute elektrische Leiter

Kehrwerte



spezif. Leitfähigkeit $\sigma = \frac{1}{\rho} \left[\frac{A}{m} \right]$

elektrische Leitwert $G = \frac{I}{U} = \frac{1}{R} \left[\text{Siemens} = S \right]$

Elektrische Arbeit und Leistung

Kraft pro Ladung $\Rightarrow$ Bewegung d. Ladung = Arbeit verrichten

Elektrische Arbeit $W = \int \vec{F} \cdot d\vec{s} = Q \cdot \int E \cdot d\vec{s}$

$= 1 \text{ Nm}$
[Joule oder Watt]

für $\odot \rightarrow dx$

$\odot: \cos(\angle F, dx) = 0 \Rightarrow W_{2 \rightarrow 1} = 0$ potentielle Energie (kinet. Energie) $= \int_{1 \rightarrow 2} \vec{F} \cdot d\vec{x} = \int_{1 \rightarrow 2} (qE) \cdot dx = q \cdot U$

Elektrische Arbeit $\Rightarrow$ Bewegung d. e^- am Gitter d. Leiters $\rightarrow$ in Wärme umgewandelt oder KWh = $10^6 \cdot 3,6 \text{ J}$ pro Zeit geleistete elektr. Arbeit

Leistung $P = \frac{W}{t} = \frac{Q}{t} \cdot U = I \cdot U$

$\left[\frac{J}{s} \right] = [VA] = [Watt] = I^2 \cdot R = \frac{U^2}{R}$

für $\odot \rightarrow dx$

$\odot: \cos(\angle F, dx) = -1$
 $\leftarrow dx$
 $W_{1 \rightarrow 2} = -Q \cdot U < 0$: Arbeit nach außen verrichtet. Potenzielle Energie der Ladung steigt.

Gleichstrom $\Rightarrow$ elektr. Schaltungen versorgen KFZ (Bordnetz), Energieübertragung (Hochspannungsgleich-
stromübertragung)

Zählpfeile

$U: \oplus \rightarrow \ominus$
 $I: \ominus \rightarrow \oplus$ (Bewegungsrichtung der e^-)

Verbraucher = Widerstand

techn. I: $\oplus \rightarrow \ominus$

Knoten



mind. 3 Ströme zu- oder abfließen $\Rightarrow$ Verzweigungspunkt

Zweig



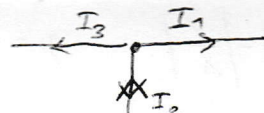
Verbindung zw. 2 Knoten

Masche

geschlossene Pfad - jeder Knoten wird nur einmal durchlaufen, im Netzwerk, das sich beginnt an einem Knoten und endet dort. Umlaufsinn frei wählbar nicht selbst schneidet

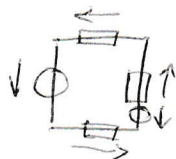
Kirchhoffsche Regeln

Knotenregel $\sum I_k = 0$



vom Knoten weg: $\ominus$
zu: $\oplus$
 $U_{ges} = U_i$

Maschenregel $\sum U_m = 0$



im Umlaufsinn: $\oplus$
gegen " : $\ominus$
 $I_{ges} = I$

Gleichstromnetz berechnen $\rightarrow$ jedem Widerstand liegt auch eine Spannung

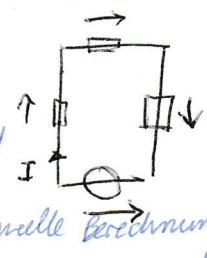
1. Ersatzschaltbild
2. Alle Zählpfeile einzeichnen
3. $(K-1)$ unabhängige Knoten Gleichungen aufstellen Z : Zweige K : Knoten
4. $Z - (K-1)$ Maschengleichungen

Ermittlung von linear unabhängigen Maschengleichungen

1. belieb. Knoten $\Rightarrow K-1$ Knoten
2. belieb. Masche als Anfang wählen $\Rightarrow$ 1. Maschengleichung
3. in diese Masche ein bel. Zweig gedanklich markieren - weglassen
4. nächste bel. Masche wählen $\rightarrow$ belg.: Auf weggelassenen Zweig nicht enthalten
5. usw. bis keine Masche mehr zu finden = keine geschlossene Masche mehr

Schaltung

hohe Spannung $\xrightarrow{RS}$ niedrige Teilspannungen
 $\sum U_i = U_{ges}$
 $\sum R_k = \sum \frac{1}{G} = \text{Ersatzwiderstand}$
 $\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}$ Spannungsteilerregel $\Rightarrow$ schnelle Berechnung von Teilspannung

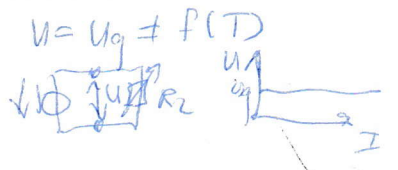


Parallelschaltung

$\rightarrow$ Leistung elektr. Geräte steigern

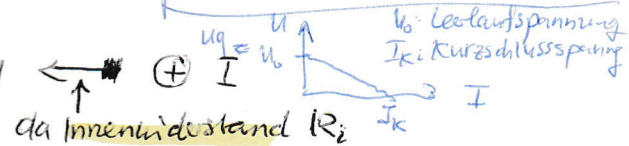
$U_i = U_{ges}$ $\sum I_i = I_{ges}$ $\sum \frac{1}{R_i} = \sum G = \frac{1}{R_E}$
 $\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1} = \frac{G_1}{G_2}$ Stromteilerregel

ideale Klemmspannung unabhängig von Strom I



reale Spannungsquellen

Spannung abh. vom fließenden Strom: $\ominus U \leftarrow \oplus$
 Klemmspannung sinkt mit dem Strom d.h. kein Verbraucher



Innere Widerstand

ermitteln mit U_q (Leerlaufspannung) und I_k (virt. Kurzschlussstrom)
 $R_i = \frac{U_q}{I_k} = \frac{\Delta U}{\Delta I}$
 U_q d.h. $R \rightarrow \infty \Rightarrow U \rightarrow 0$
 I_k d.h. $R \rightarrow 0 \Rightarrow I \rightarrow \max = I_k$
 $U = 0$

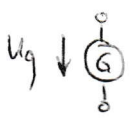
Klemmspannung: $U = U_q - R_i \cdot I$

Symbolik

$U_q \downarrow \oplus$ Allg. Spannungsquelle

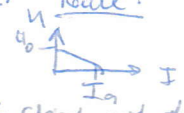


Batterie



Generator

ideale Stromquelle: I_q Real:

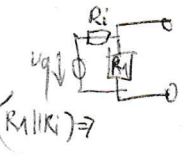


$I = I_q - \frac{U}{R_i}$

Methode der Ersatzspannungsquelle

geeignet wenn nur ein Zweig von Interesse $\Rightarrow$ virtuell herausnehmen
 Ersatzleerlaufspannung U_q' bestimmen

① $U_q' = U_q \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_i}$
 interessanter Zweig enthält R_1
 gesamte Krielauf enthält R_1, R_i



② virtueller Kurzschluss d. Ersatzstromkreises ~~Restnetzwerk~~
 $I_k' = \frac{U_q}{R_i}$ denn I_k' bedeutet $R_1 \rightarrow 0$

③ $(U_q'$ und) R_i' ermitteln
 $R_i' = \frac{U_q'}{I_k'} = \frac{R_i \cdot R_1}{R_i + R_1}$ (R_i' ist parallel geschaltet zu R_1 und R_i)

④ U_q, R_i, R_1 (alle ursprüngl. Widerstände) zu R zusammenfassen (?).
 neue Spannungsquelle U_q' und R_i'

$\Rightarrow$ abgeklemmter Strom: $I' = \frac{U_q'}{R_i' + R}$

⑤ Leistung ∇ Nicht identisch mit ursprünglichem Netzwerk

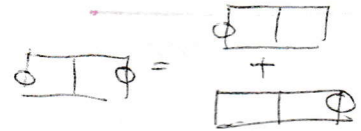
$P_q = U_q \cdot I = \frac{U_q^2}{R_{ges}}$ ursprüngl. Leistung

$P_q' = U_q' \cdot I \neq P_q$

Speziell: Netzwerk mit mehrere Spannungs- o. Stromquellen

→ lineare Überlagerung möglich, d.h.

- Nichtaktive Spannungsquellen $\Rightarrow R_i = 0 \Rightarrow$ durch I_k ersetzen (Kurzschluss)
- Nichtaktive Stromquellen $\Rightarrow R_i \rightarrow +\infty \Rightarrow$ Verbindung im Teilsystem em (Leerlauf)
- Sukzessive herausnehmen d. Quellen bis auf eine $\Rightarrow$ Testsystem lösen
- Ergebnis = Addition aller Teilergebnisse

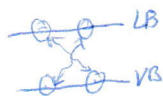


Elektrische Leitfähigkeit

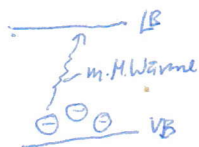
28

Werte

Energie



Leiter
Cu, Al



Halbleiter
Si, Ge



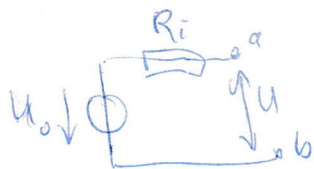
Nichtleiter
Luft, Papier

Praktische Beispiele:

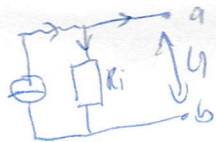
Leiter: Widerstand
Verbraucher: Widerstand
Batterie, Generator, Motor: Quelle + innere Widerstand

reale Spannungsquelle $\Leftrightarrow$ reale Stromquellen

- gleiches R_i
 $\Rightarrow I_g = I_k$



$\hat{=}$



Wechselstrom

$\alpha = \omega \cdot t$
linearer Winkel

periodisch, sinusförmig, Mittelwert = 0, Änderung mit der Zeit

$$u(t) = \hat{u} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_u)$$

$\frac{1}{T} \int_0^T u(t) dt = 0$
Amplitude $\hat{u}$

$$\omega = 2\pi \cdot f = \frac{2\pi}{T} \left[\frac{1}{s} \right]$$

φ_u : Phasenwinkel d. Spannung
 $\hat{u}$: Amplitude

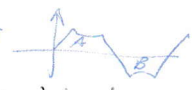
Spannung eilt Strom um φ voraus:
Phasenverschiebung!
 $\varphi = \varphi_u + \varphi_i$
wobei $\varphi_u = -\varphi_i$?

Effektivwert
 $U = \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}}$

Wechselstrom

$$i(t) = \hat{i} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_i)$$

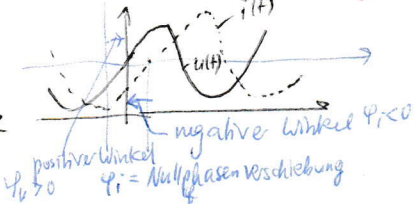
$\frac{1}{T} \int_0^T i(t) dt = 0$
→ zeitl. veränderlich
→ periodisch mit Periode T
→ Fläche A = B



Zeigerdarstellung der Wechselgrößen, da unterschiedliche Phasenwinkel

↳ Bedingung: 1 Frequenz, Harmonische Zeitabhängigkeit

1. Vektortänge = Amplitude Schreibweise $\hat{u}$ oder $\hat{i}$
2. Phasenwinkel $\varphi = \varphi_u - \varphi_i$ entweder zur y- oder x-Achse
3. Vektoraddition



Ohmscher Widerstand: allg. $R = \frac{U}{I}$

$$\Rightarrow u_R(t) = R \cdot i_R(t) \quad \text{oder} \quad \hat{u}_R = R \cdot \hat{i}_R \quad \text{oder} \quad \hat{u}_R = R \cdot \hat{i}_R$$

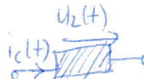
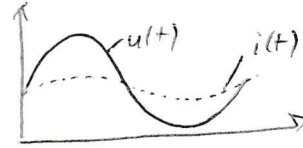
$$i_R(t) = \hat{i}_R \cdot \sin(\omega t + \varphi_i)$$

$$u_R(t) = \hat{u}_R \cdot \sin(\omega t + \varphi_u)$$

$\varphi_u = \varphi_i$

$$\Rightarrow \varphi_L = \Delta \varphi = \varphi_u - \varphi_i = 0^\circ$$

Au ohmsche Widerstand: Strom + Spannung in Phase



Induktivität L

$$u_L(t) = L \cdot \frac{di_L(t)}{dt}$$

Speicher für magnet. Energie

Strom an einer Spule: $i_L(t) = \hat{i}_L \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_i)$

Spannung: $u_L(t) = \omega \cdot L \cdot \hat{i}_L \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_i + \frac{\pi}{2})$

$$\varphi = \varphi_u - \varphi_i = \frac{\pi}{2} = \omega \cdot L \cdot \hat{i}_L$$

$$\text{mit } \varphi_u = \varphi_i + \frac{\pi}{2} \Rightarrow \varphi_L = 90^\circ$$

Spannung eilt Strom um 90° in einer Spule voraus



Grund: magnet. Feld baut sich erst nach einiger Zeit auf $\Rightarrow u_L$ erst nach einiger Zeit $\Rightarrow i_L$ ist bei Vorhandensein von u_L

$X_L = \omega \cdot L \Rightarrow$ indukt. Blindwiderstand
 X_L ist frequenzabhängig

$$Y_L = \frac{1}{\omega \cdot L} = \frac{1}{X_L}$$

indukt. Blindleitwert

$$\hat{u}_L = X_L \cdot \hat{i}_L$$

$$\hat{i}_L = Y_L \cdot \hat{u}_L = \frac{1}{X_L} \cdot \hat{u}_L$$

Kapazität C

$$i_C(t) = C \cdot \frac{du_C(t)}{dt}$$

Speicher für elektrische Energie

Spannung am Kondensator: $u_C(t) = \hat{u}_C \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_u)$

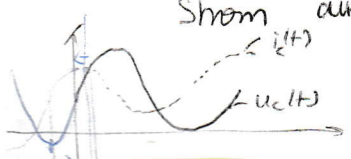
Strom am Kondensator: $i_C(t) = \omega \cdot C \cdot \hat{u}_C \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_u + \frac{\pi}{2})$

$$\Rightarrow \hat{i}_C = \omega \cdot C \cdot \hat{u}_C$$

$$\text{mit } \varphi_u = \varphi_i - \frac{\pi}{2} \Rightarrow \varphi_C = -90^\circ$$

$\Delta \varphi = \varphi_u - \varphi_i = -\frac{\pi}{2}$

Spannung eilt Strom im Kondensator um 90° nach



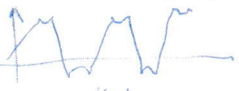
$$\frac{1}{\omega \cdot C} = X_C \Leftrightarrow Y_C = \frac{1}{X_C} = \omega \cdot C$$

kapazitiver Blindwiderstand
 X_C ist frequenzabhängig

$$\hat{u}_C = X_C \cdot \hat{i}_C = \frac{1}{\omega \cdot C} \cdot \hat{i}_C$$

$$\hat{i}_C = Y_C \cdot \hat{u}_C$$

Mischstrom = Überlagerung Gleichstrom mit Wechselstrom



- periodisch
- kein Wechselstrom

Addition: $u_1 = \hat{u}_1 \cdot \sin(\omega t + \varphi_1)$ $u_2 = \hat{u}_2 \cdot \sin(\omega t + \varphi_2)$
 $\Rightarrow u_{ges} = \hat{u}_{ges} \cdot \sin(\omega t + \varphi_{ges})$
 $\hat{u}_{ges} = \sqrt{\hat{u}_1^2 + \hat{u}_2^2 + 2 \cdot \hat{u}_1 \cdot \hat{u}_2 \cdot \cos(\varphi_1 - \varphi_2)}$ Betrag Vektoraddition
 $\tan(\varphi_{ges}) = \frac{\hat{u}_1 \sin(\varphi_1) + \hat{u}_2 \sin(\varphi_2)}{\hat{u}_1 \cos(\varphi_1) + \hat{u}_2 \cos(\varphi_2)}$

Wechselstromschaltungen berechnen

$$U_R = R \cdot \hat{I}_R$$

$$U_L = X_L \cdot \hat{I}_L$$

$$U_C = X_C \cdot \hat{I}_C$$

$$\sum_k i_k(t) = 0$$

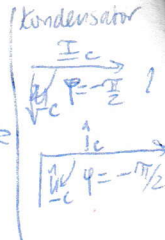
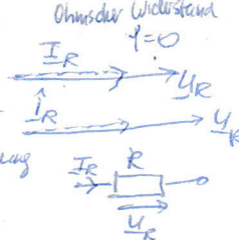
$$\sum_k \hat{I}_k(t) = 0$$

oder

$$\sum_k U_k(t) = 0$$

$$\sum_k \hat{U}_k(t) = 0$$

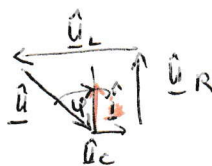
Zeigendarstellung
Effektivwertzeiger:
Amplitudenwertzeiger
komplexe Darstellung
Spule:
effektiv. $\hat{U}_L$ $\hat{I}_L$ $\varphi = \frac{\pi}{2}$
Amplituden $\hat{U}_L$ $\hat{I}_L$ $\varphi = \frac{\pi}{2}$



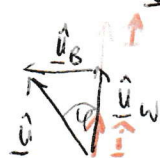
Zunächst nur Spannung und Strom

Reihenschaltung

$$\sum_k U_k(t) = 0$$



$\Rightarrow$



① $\hat{U}_R, \hat{U}_L, \hat{U}_C$ vektoriell addieren $\Rightarrow \hat{U}$ ermitteln (und $\hat{I}$)

② $\hat{U}$ vektoriell zerlegen in $\hat{U}_B$ und $\hat{U}_W$ mit Winkel φ

$\hat{U}_W \parallel$ Strom
 $\hat{U}_B \perp$ Strom

$$\hat{U}_W = \hat{U} \cdot \cos(\varphi)$$

$$\hat{U}_B = \hat{U} \cdot \sin(\varphi)$$

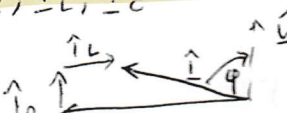
φ Winkel zur y-Achse

φ Winkel zw. $\hat{I}$ und $\hat{U}$
bzw. $\hat{U}_W$ und $\hat{U}$

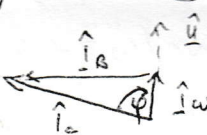
Parallelschaltung

$$\sum_k I_k(t) = 0$$

① $\hat{I}_R, \hat{I}_L, \hat{I}_C$ vektoriell addieren $\Rightarrow \hat{I}$ ermitteln (und $\hat{U}$)



② $\hat{I}$ vektoriell zerlegen in $\hat{I}_W$ ($\parallel \hat{U}$) und $\hat{I}_B$ ($\perp \hat{U}$)



$$\hat{I}_W = \hat{I} \cdot \cos(\varphi)$$

$$\hat{I}_B = \hat{I} \cdot \sin(\varphi)$$

φ Winkel zw. $\hat{I}$ und $\hat{U}$
bzw. $\hat{I}_W$ und $\hat{U}$

Elektrische Leistung und Arbeit in Wechselstrom

Augenblicksleistung

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) = \frac{\hat{U} \cdot \hat{I}}{2} (\cos(\varphi_u - \varphi_i) - \cos(2\omega t + \varphi_u + \varphi_i))$$

Arbeit im Zeitintervall: $W = \int_{t_1}^{t_2} p(t) dt$

mittlere Leistung

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt$$

$$P = \frac{\hat{U} \cdot \hat{I}}{2} \cos(\varphi)$$

Leistungsfaktor

$p(t) > 0$: $i(t) \cdot u(t)$ gleiches Vorzeichen: Leistungsfluss Quelle $\rightarrow$ Verbraucher
 $p(t) < 0$: verschiedene Vorzeichen: Leistungsfluss Verbraucher $\rightarrow$ Quelle

konstant, d. positive u. negative Anteile sich 'ausgleichen'
 $\rightarrow$ doppelfrequente Anteile verschwinden *

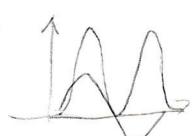
Leistungsfaktor

$\rightarrow 1$ desto besser

für $< 0,9$: Übertragungsverlust

$\Rightarrow$ $\oplus$ Übertragungsverlust $\leftrightarrow$ $\ominus$ Leistungsfaktor
ggf. Blindleistungskompensation

doppelfrequenter Anteil: $P_{2f}(t) = -\frac{\hat{U} \cdot \hat{I}}{2} \cos(2\omega t + \varphi_u + \varphi_i)$



Rein ohmsche Widerstandsbelastung

$$P = P_m = \frac{\hat{I}^2 \cdot R}{2}$$

$$P_{2f}(t) = \frac{\hat{I}^2 \cdot R}{2} \cdot \cos(2\omega t)$$

mit $\varphi_u = -\varphi_i$
 $\Rightarrow \cos(0) = 1$

⇒ Auskunft über Stromwärme → Wirkleistung

Effektivwert: Der Wert I , der die gleiche mittlere Wirkleistung verursacht wie beim gleichgroßen Gleichstrom

Gleichstrom: $P = I^2 \cdot R = \frac{\hat{I}^2}{2} \cdot R$ Wechselstrom

Effektivwert: $I = I_{\text{eff}} = \frac{\hat{I}}{\sqrt{2}}$ (sinusförmiger Strom)

Allg. für auch nichtsinusförmigen Strom:

$$U_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) \cdot dt}$$

$$I_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) \cdot dt}$$

Angabe der Spannung - ihre Bedeutung

Nachrichtentechnik ⇒ Amplitude d. Wechselspannung $\hat{u} = 5 \text{ V}$

Energietechnik ⇒ Effektivwert d. Wechselspannung $U = 230 \text{ V}$

Verwendung Effektivwert, Spitzenwert

Strom, Spannung sinusförmig verlaufende magnetische Größen (B, Φ), bei Materialbelastung ausschlaggebend
Nachrichtentechnik: Effektivwertanzeige

$$\underline{I} = \frac{\hat{I}}{\sqrt{2}} \quad \underline{U} = \frac{\hat{U}}{\sqrt{2}}$$

Leistung bei Spule und Kondensator

Spule: Strom $i(t)$ um 90° nach $+$ 90° $\Rightarrow \varphi = +\frac{\pi}{2}$
Kondensator: Strom $i(t)$ um 90° nach $-$ 90° $\Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{2}$

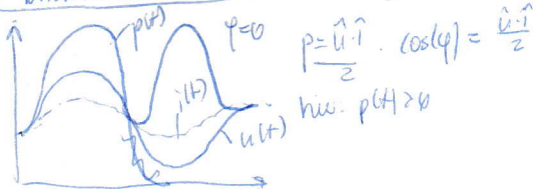
$P_{\text{mittel}} = 0$

aber pulsierende Augenblicksleistung:

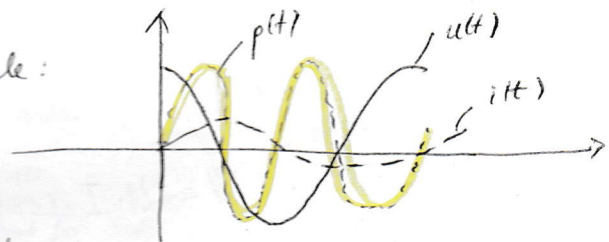
Spule: $P_{\text{zf}}(t) = \frac{1}{2} \cdot \omega \cdot L \cdot \sin(2\omega t + 2\varphi_i)$
 $= -\frac{\hat{U}^2}{2\omega L} \cdot \sin(2\omega t + 2\varphi_u)$

Kondensator: $P_{\text{zf}}(t) = -\frac{\hat{I}^2}{2\omega C} \cdot \sin(2\omega t + 2\varphi_i)$
 $= \frac{\hat{U}^2 \cdot \omega \cdot C}{2} \cdot \sin(2\omega t + 2\varphi_u)$

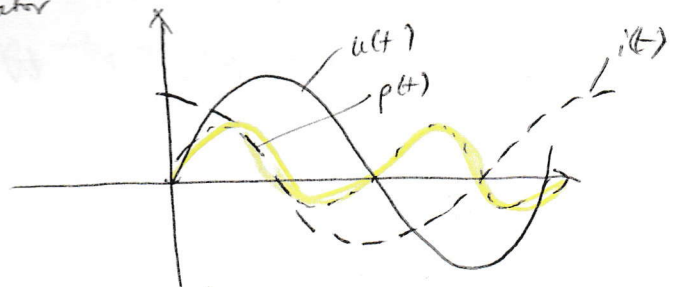
bei ohmschen Widerstand



Spule:



Kondensator

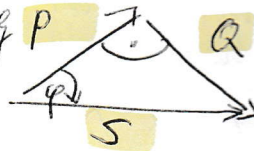


= Blindleistung: Leistung, die hin- und hergeschoben wird

Scheinleistung S

$$S = U_{eff} \cdot I_{eff}$$

und Leistungsdreieck: Wirkleistung P Blindleistung Q



komplexe Scheinleistung

$$\underline{S} = P + jQ = U \cdot I \cdot \cos(\varphi) + j U \cdot I \cdot \sin(\varphi)$$

$$\underline{S} = \underline{U} \cdot \underline{I}^*$$

Unterschied der Leistungen

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{(U_{eff} \cdot I_{eff} \cdot \cos(\varphi))^2 + (U_{eff} \cdot I_{eff} \cdot \sin(\varphi))^2} = U_{eff} \cdot I_{eff}$$

Wirkleistung: $P = U \cdot I \cdot \cos(\varphi)$ Leistung, die wirklich verbraucht wird

nur bei ohmschen Widerstand: $P = U \cdot I$

bei Spule, Kondensator $P = 0$

Einheit [Watt]

$$\varphi = \varphi_U - \varphi_I = \pm 90^\circ - \mp 90^\circ = \pm 180^\circ = \pi$$

Blindleistung: $Q = U \cdot I \cdot \sin(\varphi)$

Leistung, die zwischen Quelle und Verbraucher hin- & hergeschoben wird

bei R: $Q = 0$

L : $Q = U \cdot I$

C : $Q = -U \cdot I$

Einheit [var]

negativ

Scheinleistung: $S = U \cdot I$ für alle Bauelemente Einheit [VA]

keine Wirkleistung bei L, C da $\pm 90^\circ = \varphi_U$

$$\varphi = \pm 90^\circ \Rightarrow \cos(\varphi) = 0 \Rightarrow \cos(\pm 90^\circ) = 0$$

Im Haushalt $\rightarrow$ Augenblicksleistung

Verbrauch d. elektrischen Energie ermitteln: $W(t) = \int_0^t u(\tau) \cdot i(\tau) \cdot d\tau$

$$= \int_0^t \frac{\hat{U} \cdot \hat{I}}{2} (\cos(\varphi) - \cos(2\omega\tau + \varphi_U + \varphi_I)) \cdot d\tau$$

W lange für $t \rightarrow \infty$: $W = U \cdot I \cdot \cos(\varphi) \cdot t = P \cdot t$ (Wirkleistungsanteil!)

Blindleistungsanteil: $W_Q = U \cdot I \cdot \sin(\varphi) \cdot t = Q \cdot t$

Frequenzabhängigkeit von X_L und X_C :

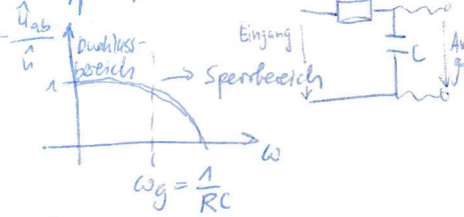
$X_C = \frac{1}{\omega C}$	$\omega \rightarrow 0$	$0 < \omega < \infty$	$\omega \rightarrow \infty$
$X_C \rightarrow \infty$	$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C}$	$X_C \rightarrow 0$	
A $\rightarrow$ B	$i_C(t) \rightarrow 0$	$i_C(t) \rightarrow U_C(t)$	$i_C(t) \rightarrow 0$
"offener Klemmenlauf"	$i_C(t) = C \cdot \frac{dU_C(t)}{dt}$	Kurzschluss	

$$X_L = \omega \cdot L \quad \omega = 2\pi f$$

$\omega \rightarrow 0$	$0 < \omega < \infty$	$\omega \rightarrow \infty$
$X_L \rightarrow 0$	$X_L = \omega L$	$X_L \rightarrow \infty$
A $\rightarrow$ B	$i_L(t) \rightarrow U_L(t)$	$i_L(t) \rightarrow 0$
Kurzschluss	$i_L(t) = L \cdot \frac{dU_L(t)}{dt}$	Leertlauf

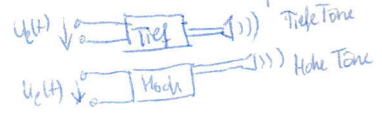
Anwendung

Tiefpassfilter



Hochpassfilter

angewendet bei Lautsprechern mit Frequenzweichen



Stromnutzwerte berechnen - Bedingungs- - sinusförmige Größen $\Rightarrow$ Schaltung im eingeschwungenen Zustand

5

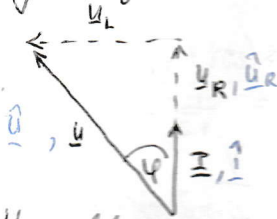
L-C-Kreis

mit reellen Zahlen...

Reihenschaltung R und L

① $\sum U_i = U_{ges}$: $U_{ges} = U_R + U_L$ ~~berechnen~~ gilt $\Rightarrow$ Vektoraddition...

② Zeigerdiagramm:



I senkrechte Achse

U_R parallel zu I $U_R = I \cdot R$

$U_L + 90^\circ$ gegen I (eilt voraus) $U_L = X_L \cdot I$

③ U ablesen, berechnen:

$$U = \sqrt{(U_R)^2 + (U_L)^2} = \sqrt{(R \cdot I)^2 + (X_L \cdot I)^2}$$

④ φ ablesen, berechnen:

$$\varphi = \arctan\left(\frac{U_L}{U_R}\right) = \left(\frac{I \cdot X_L}{I \cdot R}\right) = \left(\frac{X_L}{R}\right)$$

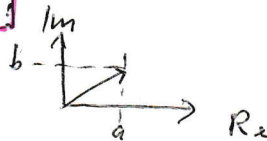
Komplexe Zahlen allgemein

mit komplexen Zahlen...

$$\underline{z} = a + j \cdot b$$

$$\underline{z}^* = a - j \cdot b$$

$\text{Re}(z)$ $\text{Im}(z)$



$$|\underline{z}| = \sqrt{\text{Re}^2 + \text{Im}^2} = \sqrt{a^2 + b^2} = r$$

$$\varphi = \arctan\left(\frac{\text{Im}(\underline{z})}{\text{Re}(\underline{z})}\right) = \arctan\left(\frac{b}{a}\right)$$

$$\begin{aligned} a &= r \cdot \cos(\varphi) \\ b &= r \cdot \sin(\varphi) \end{aligned}$$

φ Winkel zu reellen Achse

$$e^{j\varphi} = \cos(\varphi) + j \sin(\varphi)$$

$$\Rightarrow \underline{z} = r e^{j\varphi}$$

$$\varphi = \arg(\underline{z}) = \begin{cases} a > 0: \arctan\left(\frac{b}{a}\right) \\ a < 0: \arctan\left(\frac{b}{a}\right) + \pi \\ b > 0, a = 0: +\pi/2 \\ b < 0, a = 0: -\pi/2 \\ \text{undefiniert für } a=0, b=0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} b &= \text{Im}(\underline{z}) \\ a &= \text{Re}(\underline{z}) \end{aligned}$$

$$\underline{z} = r \cdot (\cos(\varphi) + j \sin(\varphi))$$

$$\underline{z}_1 \cdot \underline{z}_2 = (a_1 + j b_1)(a_2 + j b_2) = (a_1 a_2 - b_1 b_2) + j (a_1 b_2 + a_2 b_1)$$

$$= (r_1 e^{j\varphi_1}) \cdot (r_2 e^{j\varphi_2}) = r_1 r_2 \cdot e^{j(\varphi_1 + \varphi_2)}$$

Ableitung:

$$\frac{d}{dt} r \cdot e^{j\omega t} = j \cdot \omega \cdot r \cdot e^{j\omega t}$$

$\hat{=}$ Multiplikation mit j
 $\hat{=}$ 90° Drehung gegen Uhrzeigersinn

$$\text{Integral } \int r \cdot e^{j\omega t} dt = \frac{r}{j\omega} \cdot e^{j\omega t}$$

$\hat{=}$ Division durch j / Multiplikation mit $-j$
 $\hat{=}$ 90° Drehung im Uhrzeigersinn

Komplexe Größen stets mit einem Unterstrich kennzeichnen

Komplexe Berechnung von Wechselstromschaltungen

Phasenverschiebung in C und L $\Rightarrow$ Ableitung, Integral nach der Zeit
Zeigerdarstellung

Komplexe Darstellung von Wechselgrößen

$$u(t) = \hat{u} \cdot \sin(\omega t + \varphi_u) \Rightarrow \text{Effektivwertzeiger}$$

$$i(t) = \hat{i} \cdot \sin(\omega t + \varphi_i) \Rightarrow \text{Darstellung}$$

$$\underline{U} = |\underline{U}| e^{j(\omega t + \varphi_u)} = U \cdot [\cos(\omega t + \varphi_u) + j \sin(\omega t + \varphi_u)]$$

$$\text{Im}(\underline{U}) = U \cdot \sin(\omega t + \varphi_u) = \frac{\hat{U}}{\sqrt{2}} \sin(\omega t + \varphi_u) = \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{U} \sin(\omega t + \varphi_u)$$

$$U = |\underline{U}| = U_{\text{eff}} = \frac{\hat{U}}{\sqrt{2}}$$

$$\underline{I} = |\underline{I}| e^{j(\omega t + \varphi_i)} = I \cdot [\cos(\omega t + \varphi_i) + j \sin(\omega t + \varphi_i)]$$

$$\text{Im}(\underline{I}) = I \cdot \sin(\omega t + \varphi_i) = \frac{\hat{I}}{\sqrt{2}} \sin(\omega t + \varphi_i) = \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{I} \sin(\omega t + \varphi_i)$$

bei Mischschaltungen: R, L, C

$\Rightarrow$ komplexe Scheinwiderstand $\underline{Z}$ = „Impedanz“

$$\underline{Z} = |\underline{Z}| e^{j\varphi_z} = Z \cdot e^{j\varphi_z}$$

Admittanz $\underline{Y}$

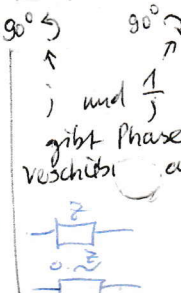
$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}}$$

$$\boxed{R}: \underline{U}_R = R \cdot \underline{I}_R$$

$\underline{Z}$: komplexe Widerstände (Impedanz) $\underline{Z}$: Scheinwiderstand, wobei $\underline{Z} = |\underline{Z}| e^{j\varphi_z}$

$$\boxed{L}: \underline{U}_L = L \frac{d}{dt} (|\underline{I}_L| \cdot e^{j(\omega t + \varphi_i)}) = j\omega L \cdot |\underline{I}_L| \cdot e^{j(\omega t + \varphi_i)} = j\omega L \cdot \underline{I}_L$$

$$\boxed{C}: \underline{U}_C = \frac{1}{C} \int |\underline{I}_C| \cdot e^{j(\omega t + \varphi_i)} dt = \frac{1}{j\omega C} \cdot |\underline{I}_C| \cdot e^{j(\omega t + \varphi_i)} = \frac{1}{j\omega C} \cdot \underline{I}_C$$



Netzwerkanalyse

Allg.: Zusammenfassen zu einer Gesamtimpedanz / -admittanz

~~Reihenschaltung~~

Reihenschaltung - rechnen mit $\underline{I}$

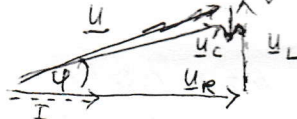
$$\underline{I} \parallel \underline{U}_R$$

$$\underline{U}_C \parallel \underline{U}_L$$

$$\sum \underline{U}_i = \underline{U}_{\text{ges}} \quad \text{Maschenregel}$$

$\underline{I}$ waagrecht

Zeigerdiagramm:



$$\underline{U} = \underline{I} \cdot R + \underline{I} \cdot j\omega L + \frac{\underline{I}}{j\omega C} = \underline{I} \left(R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} \right) = \underline{I} \cdot \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2} \cdot e^{j\varphi}$$

$$\Rightarrow |\underline{U}| = |\underline{I}| \cdot \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2} = |\underline{I}| \cdot |\underline{Z}|$$

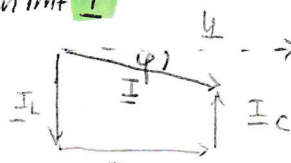
$$\varphi = \arctan \left(\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \right) = \varphi_u - \varphi_i$$

komplexe Impedanz:

$$\underline{Z}_{\text{ges}} = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = R + j \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)$$

Parallelschaltung - rechnen mit $\underline{Y}$

Zeigerdiagramm



$$\sum \underline{I} = \underline{I}_{\text{ges}} \quad \text{und Phasenrichtig}$$

$\underline{U}$ waagrecht

$|\underline{Y}|$ Admittanz

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{j\omega L} + \frac{\underline{U}}{R} + \underline{U} j\omega C = \underline{U} \cdot \left(\frac{1}{j\omega L} + \frac{1}{R} + j\omega C \right) = \underline{U} \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{R} \right)^2 + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L} \right)^2} \cdot e^{j\varphi}$$

$$\varphi = \arctan \left(\frac{\omega C - \frac{1}{\omega L}}{\frac{1}{R}} \right) = \arctan \left(R \left(\omega C - \frac{1}{\omega L} \right) \right) = \varphi_u - \varphi_i$$

$$|\underline{I}| = |\underline{U}| \cdot |\underline{Y}| = |\underline{U}| \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{R} \right)^2 + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L} \right)^2}$$

$$\underline{Y}_{\text{ges}} = \frac{1}{R} + j \left(\omega C - \frac{1}{\omega L} \right)$$

Gesamtadmittanz $\underline{Y}$

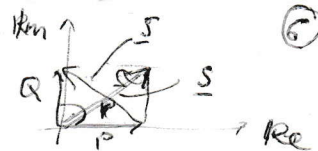
bei komplexer Rechnung:

$$S = P + jQ$$

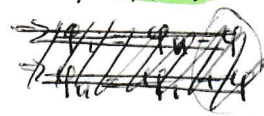
$$= |U| \cdot |I| \cdot (\cos(\varphi) + j \sin(\varphi)) = |U| \cdot |I| \cdot e^{j\varphi}$$

$$S = |U| \cdot |I| \cdot e^{j(\varphi_u - \varphi_i)} = |U| \cdot e^{j\varphi_u} \cdot |I| \cdot e^{-j\varphi_i}$$

$$= U \cdot I^* \text{ komplex konjugierter Strom}$$



$$\varphi = \varphi_u - \varphi_i$$



Schwingkreise

Bedingung: mind. 2. Energiespeicher, Schwingungen = periodische Energieaustausch

Verwendung: Frequenz. ~~Best.~~ (Sender), Filter zur Frequenzselektion, hohe Frequenzen: elektr. + mechan. Energiespeicher -> Quarzkristalle in Computern u. Uhren.

Schwingen nach Anregung im mech. Eigenfrequenz weiter

RL-Reihenschwingkreis:

=> Kombi aus Spule und Kondensator

=> Frequenz variiert <=> Impedanz variiert

$$Z = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}$$

$$Z_{\min} \text{ f\u00fcr } \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \text{ (Resonanzfrequenz)}$$

$\omega_0 = 2\pi \cdot f$
f\u00fcr $\omega = \omega_0$

Resonanzfrequenz
 $Z = R$
 $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

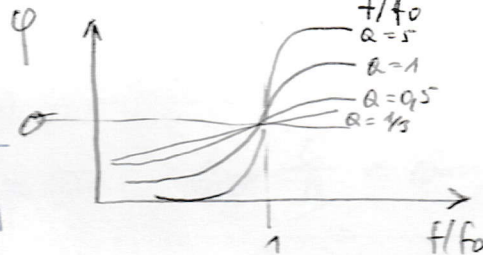
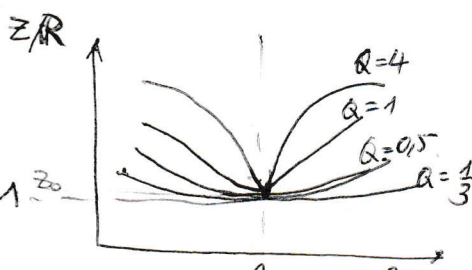
(reelle Gr\u00f6\u00dfe)

Diagramme

Q: G\u00fcte

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{Z_0}{R} \quad 1. Z_0$$

ω	ωL	$1/\omega C$	Z	φ
$\omega \rightarrow 0$	0	∞	∞	$-\pi/2$
$\omega = \omega_0$	$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}$	R	R	0
$\omega \rightarrow \infty$	∞	0	∞	$\pi/2$



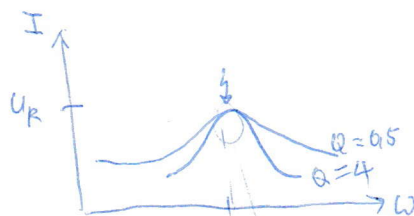
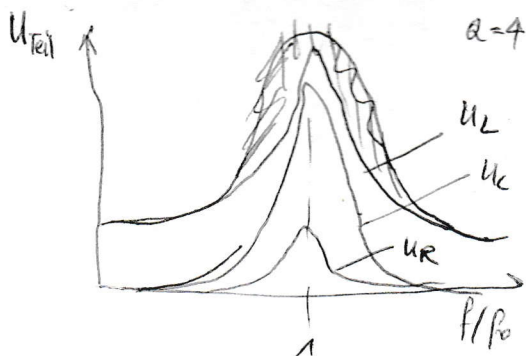
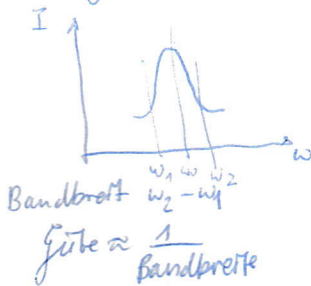
Breite d. Impedanzminimums siehe G\u00fcte

$$Z_0 = \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} = \sqrt{\frac{1}{C}}$$

G\u00fcte <=> Schmalere Frequenzband
 $\oplus \Leftrightarrow \oplus \quad \frac{U_C}{U_L} \Big|_{\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}}$

Effektivwerte der Spannungen
 $U_R = R \cdot I$
 $U_L = \omega L \cdot I$
 $U_C = \frac{1}{\omega C} \cdot I$

Anwendung: Bandpassfilter



ω	Z	I
0	∞	0
ω_0	R	U/R
∞	∞	0

maximalwert bei $\omega = \omega_0$

Naher Resonanzfrequenz:

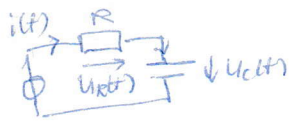
Spannung an Spule und Kondensator deutlich h\u00f6her als Klemmenspannung d. Reihenschaltung

$$U_L = U_C = Z_0 \cdot I = Q \cdot R \cdot I = Q \cdot U_R$$

Reihenschaltung

R-C-Schaltung:

$$\hat{U} = R \cdot \hat{I}_R$$
$$\hat{U}_C = \frac{1}{\omega C} \cdot \hat{I}_C$$



$$\varphi = -\arctan\left(\frac{1}{\omega R C}\right)$$

Spannung eilt nach

Zeigerdiagramm:

$$\underline{\hat{U}} = \underline{\hat{U}}_R + \underline{\hat{U}}_C$$

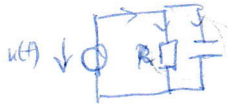


$$\hat{U} = \sqrt{U_R^2 + U_C^2} \quad \text{mit } \hat{I}_R = \hat{I}_C = \hat{I}$$

$\hat{Z}$: Scheinwiderstand
spez. für RC-Schaltung

Parallelschaltung

R-C-Schaltung



$$\hat{Z} = \frac{R}{\sqrt{1 + (\omega R C)^2}}$$
$$\varphi = -\arctan(\omega R \cdot C)$$

Parallel: R-L-Schaltung

$$\hat{Z} = \frac{\omega \cdot L \cdot R}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}$$
$$\varphi = \arctan\left(\frac{R}{\omega L}\right)$$

Reihen: R-L-Schaltung

$$\hat{Z} = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$$
$$\varphi = \arctan\left(\frac{\omega L}{R}\right)$$

SCHNITTWIDERSTAND

KOMPLEXER WIDERSTAND

R-C-Schaltung

$$\underline{\hat{Z}} = R + \frac{1}{j\omega C}$$

Allg. $\underline{\hat{U}} = \underline{\hat{Z}} \cdot \underline{\hat{I}}$

Blind u. Wirkanteil

Wirk

Blind

Reihenschaltung:

$$\hat{U}_W = \hat{U} \cos(\varphi)$$

$$\hat{U}_B = \hat{U} \sin(\varphi)$$

Parallelschaltung:

$$\hat{I}_W = \hat{I} \cos(\varphi)$$

$$\hat{I}_B = \hat{I} \sin(\varphi)$$

Elektrische und magnetische Felder

Das elektrische Feld

- Im ruhenden $\vec{E}$ -Feld wird auf geladene Körper eine Kraft ausgeübt
- gleichnamige Ladungen: Abstoßen mit Kraft F (in Richtung d. Abstands)
- ungleichnamige Ladungen: Anziehen mit Kraft F (")

$\vec{F} = Q \cdot \vec{E}$ mit Ladung als Ursache d. elektr. Feldes

- In E -Feld (Vektorfeld) viele Feldlinien ($\oplus \rightarrow \ominus$), dessen Ursprung unendliche / Quelle und Senke in den elektr. Q
- $\Rightarrow$ elektrostatisches Feld ist ein Quellenfeld

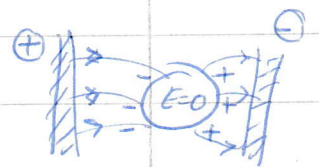


idealer Leiter:

Im Inneren: $\vec{E}\text{-Feld} = 0$

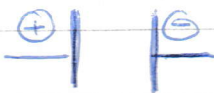
$\Rightarrow$ Faradayscher Käfig (Hohlräume in Leitern)

da Ladung auf den Oberflächen sitzt



Kondensator

Abg



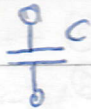
- zwei entgegengesetzt geladene Leiteroberflächen
- voneinander isoliert
- Anlegen einer Spannung $\Rightarrow$ Ladungsträger an Leiteroberfläche gespeichert

$U = E \cdot l$

$Q = Q \cdot U$

Kapazität: $\frac{Q}{U} \approx \text{const} = C$ [Farad = F]

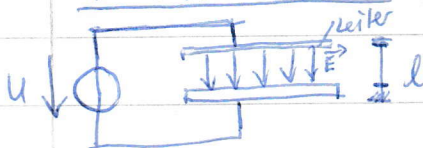
- Schaltzeichen:



$C = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{A}{l} \Rightarrow Q = C \cdot U$
 $\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{A}{l} = C = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{A}{l}$

- C abhängig von Geometrie und Material

Plattenkondensator

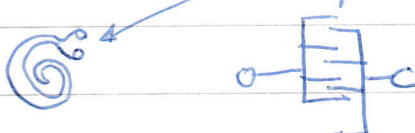


$C = \epsilon \cdot \frac{A}{l}$
 Fläche der Platten
 Plattenabstand
 Dielektrizitätskonstante / Permittivität
 Materialkonstante

$\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm}$

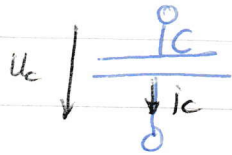
$\epsilon = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r$
 der Umgebung Luft $\epsilon_r = 1$
 Dielektr. im Vakuum

- Bauform: Meist Wickel (zylindrisch) oder Stapel (quaderförmig)



Ströme und Spannungen am Kondensator

Verbraucherzeitpfleßsystem:



$q(t) = C \cdot U(t)$ Änderung d. Ladungszustands abhängig von Änderung d. Spannung

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = C \cdot \frac{dU(t)}{dt}$$

zeitl. Änderung d. Ladungszustands
 $\Rightarrow$ Strom fließt in o. des dem Kondensator und Ladungen sammeln/verloren die Elektrode d. Kondensator.

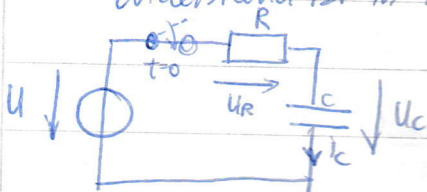
- $\Rightarrow$ Im Dielektrikum selbst fließt kein Strom
- $\Rightarrow$ Spannung ändert sich am Kondensator nicht sprungförmig (sonst gäbe es herrscht ein unendlicher Strom)

Laden und Entladen eines Kondensators

- Aufladen auf Spannung U

$\Rightarrow$ Widerstand ist in Reihe geschaltet

mit Quelle

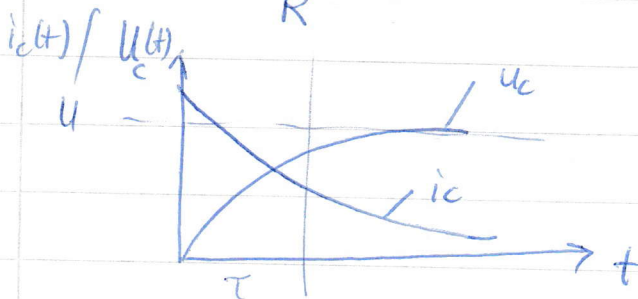


$t=0$: geschlossen = wird aufgeladen

$$U_C(t) = U \cdot (1 - e^{-t/RC})$$

$$i_C(t) = \frac{U}{R} \cdot e^{-t/RC}$$

$R \cdot C = \tau$, Zeitkonstante des Stromkreises



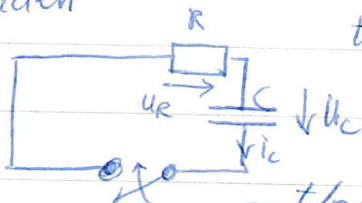
- ① $t=0$: Kondensator wirkt wie Kurzschluss d.h. $U_C(0) = 0$
 $i_C(0) = \frac{U}{R}$

- ② $t=\tau$: normale Gleichungen

- ③ $t \rightarrow \infty$: Leerlauf d.h.
 $U_C(\infty) = U$
 $i_C(\infty) = 0$

- Entladen

ohne Quelle



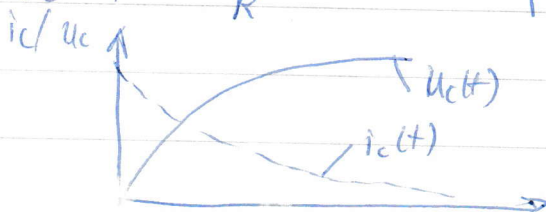
$t=0$: geschlossen $\Rightarrow$ wird entladen

$t < 0$: auf U aufgeladen

$$U_C(t) = U \cdot e^{-t/RC}$$

$$i_C(t) = -\frac{U}{R} \cdot e^{-t/RC}$$

mit $\tau = RC$



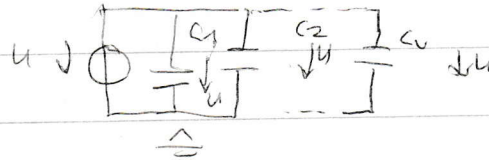
Strom ist negativ!

Parallelschaltung von Kondensatoren

$$U_{C_1} = U_{C_2} = U_{\text{ges}}$$

$$Q_{\text{ges}} = \sum Q_i = \sum C_i \cdot U$$

„Ersatzkapazität“ $C_e = \frac{Q_{\text{ges}}}{U} = \sum C_i$ „Einzelkapazität“



Reihenschaltung von Kondensatoren

$$Q_i = Q_{\text{ges}}$$

$$U_{\text{ges}} = \sum U_i = \sum \frac{Q}{C_i}$$

$$\frac{1}{C_e} = \sum \frac{1}{C_i} = \frac{U}{Q}$$

Das magnetische Feld

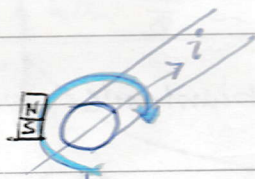
- = Kraft auf bewegte Ladung, aufgrund vom magnetischen Feld
- Magnet. Feld entsteht durch elektr. Ströme, Permanentmagnete...

Erklärung anhand d. Teilchenmodells:

- um Atomkern rotieren e^- → jedes diese e^- ist ein elektrischer Strom
- i.d.R. kompensieren sich die Wirkungen der e^-
- bei Permanentmagnet: Überzahl an e^- rotieren in die gleiche Richtung

Magnetische Feldstärke

Rechte-Hand-Regel: Daumen: Stromrichtung
Finger: $\vec{H}$ Richtung



mit $\vec{H}$: (S) → (N)

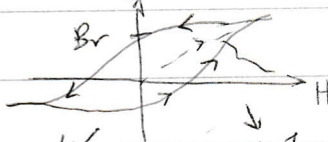
$$|\vec{H}| = \frac{I}{2\pi \cdot r} \quad \text{für Leiter}$$

$$[\frac{A}{m}]$$

Eigenschaften von $\vec{H}$

- lange gerade Leiter: kreisförmig um Leiter
- geschlossene Feldlinien ⇒ „Wirbel“, daher heißt $\vec{H}$ auch „Wirbelfeld“
- Wirbelfeld ist quellenlos

Beziehung $\vec{B}$ und $\vec{H}$: Allg. $\vec{B} = f(\vec{H})$: Magnetisierungskurve



BH-Kurve magnetischer Werkstoffe

Weichmagnet
stark

Hartmagnet / Permanentmagnet
Hc

Weichmagnet vereinfacht:

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H}$$

Luft = 1
Eisen = 1000
allg. 100 bei Magnet.
Permeabilitätszahl
Werkstoff

speziell: Nichtmagnet. Stoffe im Vakuum
 $B = \mu_0 H$ Permeabilität d. Vakuum: μ_0 (aus $c_0 = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$ (Lichtgeschwindigkeit))

Magnetische Flussdichte $\vec{B}$

- Vektor
- parallel zu $\vec{H}$
- $[\frac{Vs}{m^2} = \text{Tesla}]$
- Materialspezifisch: $\vec{B} = \mu \vec{H}$

Materialkonstante/Permeabilität
 $\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$ rel. in der Umgebung
 Luft: $\mu_r = 1$
 absolute Permeabilität im Vakuum

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am}$$

weichmagnet. Materialien
 sehr großes μ_r
 (100 - 100.000)
 Fein und $\vec{B}$
 $\Phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$
 $\Phi = \int |\vec{B}| \cdot |d\vec{A}| \cdot \cos(\angle \vec{B}, d\vec{A})$

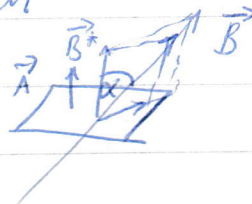
Magnetische Fluss Φ

= Summe d. magnet. Flussdichtelinien

- senkrecht zur Fläche

$$\Phi = B \cdot A \cdot \cos(\angle \vec{B}, \vec{A}) \quad [Vs = \text{Weber}]$$

homogenes Feld: $\Phi = B \cdot A$



Spule

Induktivität

- bei N-stromdurchflossenen Windungen $\Rightarrow$ einzelne magnet. Felder der einzelnen Windungen legen sich zu einem Gesamtfeld
- verketteter Fluss Ψ proport. zu Strom I
 (aus Fluss Φ)

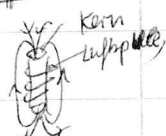
$$\Psi = N \Phi = L I$$

Anzahl Windungen

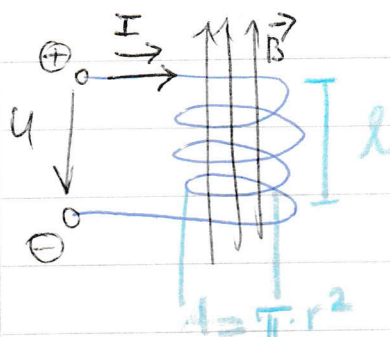
$$\frac{d\Psi}{dI} = \frac{N \cdot d\Phi}{dI} \sim \frac{N \cdot \Phi}{I}$$

Proportionalitätskonstante "Induktivität"

2. griffe



Weichmagnet = Spule mit Kern



B verläuft quasi von $\ominus$ nach $\oplus$, entgegen $\vec{U}$

$$[L] = 1H = 1 \frac{Vs}{A} = \Omega s$$

$\frac{U}{I} = R$

Schaltzeichen:



Induktivität eine Spule:

L ist abhängig von

Geometrie

Material des Kern und der Wicklung
 (= wicklungstragendes Material)

$$L = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot N^2 \cdot \frac{A}{l}$$

N: Anzahl Windungen

l: Spulenlänge

A: Querschnittsfläche Spule

Ströme und Spannungen an der Induktivität/Spule

$$u_L(t) = L \cdot \frac{di_L(t)}{dt}$$

Zähl. Änderung d. Flusses $\Rightarrow$ ~~Strom~~
Spannung entsteht

und Änderung d. Flusses ist gesteuert/abhängig durch Änderung des Stroms

$$N \cdot \Phi(t) = L \cdot i(t)$$

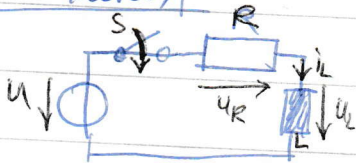
$$\rightarrow u_L(t) = N \cdot \frac{d\Phi(t)}{dt} = L \cdot \frac{di_L(t)}{dt}$$

„Induktionsgesetz“

Ein- und Ausschaltvorgänge an Induktivitäten

- keine sprunghaften Änderungen des Stroms, es sei denn es herrscht plötzlich eine unendlich hohe Spannung $\Leftrightarrow$ unendlich hohe Leistung
- Allg. Schaltkreis mit Spule aus: Spule, ^{ohm.} Widerstand in Reihe

• Einschalten

 $t=0$: ~~stromlos~~ geschlossen $\Rightarrow$ Strom fließt durch L $\Rightarrow$ Selbstinduktion zunächst

$$u_L(t) = L \cdot \frac{di_L(t)}{dt}$$

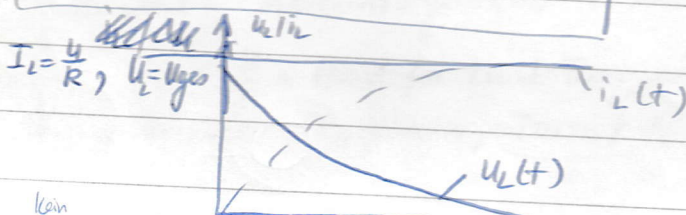
, danach noch $\oplus (u = i_L(t) \cdot R)$

$$i_L(t) = \frac{U}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L} \cdot t} \right)$$

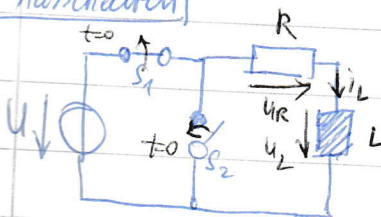
$$u_L(t) = U \cdot e^{-\frac{R}{L} \cdot t}$$

$$\frac{R}{L} = \tau \quad [s]$$

Zeitkonstante

 $t=0$: „Leerlauf“, d.h. $u_L(0) = U$, $i_L(0) = 0$ $t=\tau$: 1. Normale Gleichungen $t \rightarrow \infty$: „Kurzschluss“ d.h. $u_L(\infty) = 0$, $i_L(\infty) = \frac{U}{R}$

• Ausschalten

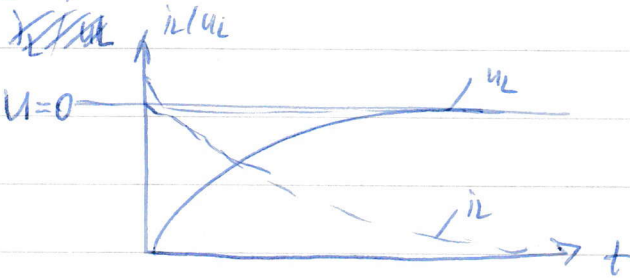
Wenn S_1 geschlossen: stationärer Spulenstrom $i_L(t) = \frac{U}{R}$ fließt ($t \rightarrow \infty$)Abschaltvorgang: S_1 öffnen und gleichzeitig S_2 schließen (verhindert ~~elektr.~~ Ausbildung eines Lichtbogens (= elektr. Durchschlagen d. Spule), der wenn Strom nicht mehr weiter fließen kann $\Rightarrow u_L = \frac{di_L(t)}{dt} \rightarrow \infty$.Wird S_2 geschlossen $\Rightarrow$ „kurzgeschlossener“ Kreis

$$i_L(t) = \frac{U}{R} \cdot e^{-\frac{R}{L} \cdot t}$$

$$U_L(t) = -U \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = -U \cdot e^{-\frac{L}{R} \cdot t}$$

$$\frac{R}{L} = \tau$$

bzw. $I = \frac{U}{R}$, $U=0$



Spannung ist negativ!

Parallel Schaltung

"Ersatzinduktivität" $\frac{1}{L_e} = \sum \frac{1}{L_k}$

~~$U_L = U_{ges}$~~

Reihenschaltung

$L_e = \sum L_k$