

Grundbegriffe

Das Axiom „die Kräfte, die zwei Körper aufeinander ausüben, sind gleich groß, entgegengesetzt gerichtet und liegen auf der gleichen Wirkungslinie“ geht auf **Newton** zurück. Dieses Axiom wird mit **actio est reactio** bezeichnet.

Um Auflagerkräfte / Auflagermomente oder innere Kräfte / Momente eines Systems der Berechnung zugänglich zu machen und um sie graphisch veranschaulichen zu können, muss man das System **freischneiden**.

Die Wirkung einer Kraft auf einen starren Körper ist von der Lage des Angriffspunktes auf der Wirkungslinie **unabhängig**. Die Kräfte an starren Körpern sind **linienflüchtige** Vektoren: Sie können **entlang** der Wirkungslinie beliebig verschoben werden.

Durch welche Eigenschaften ist eine Kraft bestimmt?

- Angriffspunkt
- Betrag d. Kraftvektors
- Richtung

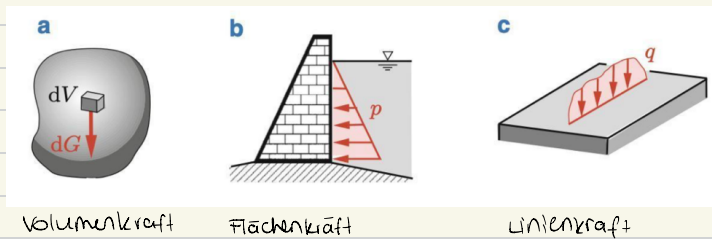
Mit welcher Art von Körpern befasst sich die Statik starrer Körper?

Mit ruhenden, starren Körpern

Ordnen Sie den gegebenen Einheiten die dazugehörige Art der Kraft zu:

- | | | |
|-------------------|----------------|---|
| a) N/m^3 | → Volumenkraft | Bsp: Gewichtskraft auf Körper |
| b) N | → Einzelkraft | Bsp: |
| c) N/m^2 | → Flächenkraft | Bsp: Wasserdruk auf Glasscheibe eines Aquariums |
| d) N/m | → Linienkraft | Bsp: Seilzug entlang eines Seils (??) |

Welche Arten von Kräften sind hier dargestellt?



Wie ist die Kraft mathematisch definiert?

Durch einen gebundenen Vektor

Skalarprodukt

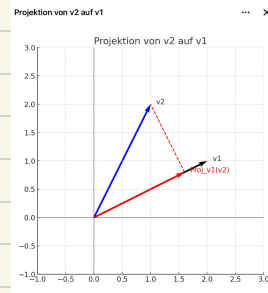
Skalarprodukt zweier Vektoren

Das Skalarprodukt von $\vec{a}$ und $\vec{b}$ ist definiert als

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \|\vec{a}\| \|\vec{b}\| \cos(\theta),$$

wobei θ der Winkel zwischen den Vektoren ist.

- Es misst, wie stark zwei Vektoren in dieselbe Richtung zeigen.
- Orthogonalität: $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow \theta = 90^\circ$.
- Geometrisch entspricht es der Länge von $\vec{a}$ multipliziert mit der Länge der Projektion von $\vec{b}$ auf $\vec{a}$.



in Koordinatenschreibweise

$$s = \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{bmatrix} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

Kreuzprodukt

Kreuzprodukt zweier Vektoren

Das Kreuzprodukt von $\vec{a}$ und $\vec{b}$ ist definiert als

$$\vec{a} \times \vec{b}$$

und ergibt einen Vektor, der senkrecht auf beiden steht.

• Betrag:

$$\|\vec{a} \times \vec{b}\| = \|\vec{a}\| \|\vec{b}\| \sin(\theta)$$

mit dem Winkel θ zwischen $\vec{a}$ und $\vec{b}$.

• Richtung:

Bestimmt durch die Rechte-Hand-Regel (Daumen = $\vec{a}$, Zeigefinger = $\vec{b}$, Mittelfinger = $\vec{a} \times \vec{b}$).

• Bedeutung:

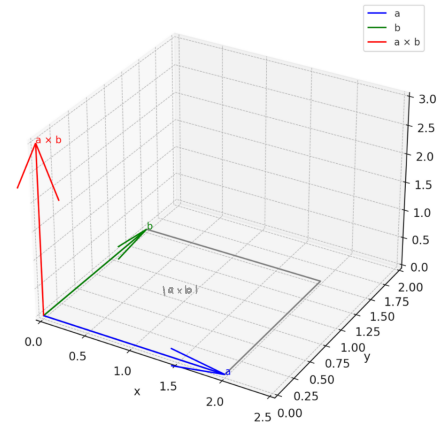
Der Betrag entspricht der Fläche des von $\vec{a}$ und $\vec{b}$ aufgespannten Parallelogramms.

• Eigenschaften:

- $\vec{a} \times \vec{b} = -(\vec{b} \times \vec{a})$
- $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{a}, \vec{b}$ sind parallel

Kreuzprodukt: Richtung und Parallelogrammfläche

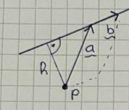
Kreuzprodukt: Richtung und Parallelogrammfläche



Orthonormierte kartesische Basis

- Vektoren stehen paarweise rechtwinklig aufeinander $\rightarrow \langle v_1, v_2 \rangle = 0$
- alle Basisvektoren Länge 1 $\rightarrow \frac{1}{|v_i|} (v_i)$ [Einheitsvektoren]
- Vektoren orthonormal zueinander, siehe kartesisch

Abstand Punkt Gerade



$$A = |\vec{a} \times \vec{b}| = b \cdot |\vec{a}|$$

$$\text{Wenn P Punkt } \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \quad |(\vec{r} - \vec{a}) \times \vec{b}| = b \cdot |\vec{r} - \vec{a}|$$

Vektor- und Kräftesysteme

Vektorrechnung:

- Freie, gebundene, linienflüchtige Vektoren
- Basisvektoren: bilden orthonormiertes Rechtssystem $[\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z]$ (Koordinaten von $\vec{a}$) = Komponenten von $\vec{a}$
- Betragsbildung (Pythagoräischer Lehrsatz):

$$|\vec{a}| = a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

- Skalarprodukt:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\alpha) = (a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z) \cos(\alpha)$$

$$\rightarrow \text{Winkel: } \cos(\alpha) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$$

$$\rightarrow \text{Orthogonalität: } \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$$

- Projektion (= Bestimmung der Komponente $\vec{b}_a$ von $\vec{b}$ in Richtung von $\vec{a}$): $\vec{b}_a = \vec{a} \frac{(\vec{a} \cdot \vec{b})}{|\vec{a}|^2}$

- Vektorprodukt (Kreuzprodukt):

$$\vec{v} = \vec{r} \times \vec{F} = \begin{bmatrix} r_2 F_3 - r_3 F_2 \\ r_3 F_1 - r_1 F_3 \\ r_1 F_2 - r_2 F_1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \vec{v} \perp \vec{r}; \vec{v} \perp \vec{F}; |\vec{v}| = |\vec{r}| \cdot |\vec{F}| \cdot \cos(\alpha) = A; \alpha \angle(r, F)$$

- Spatprodukt:

$$(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c} = (\vec{b} \times \vec{c}) \cdot \vec{a} = (\vec{c} \times \vec{a}) \cdot \vec{b}$$

Systeme gebundener Vektoren & Kraftwinder

- Kräfte...
 - Können nur über Wirkung auf Körper betrachtet/gemessen werden
 - Treten als Volumen- bzw. Flächenkräfte auf (res. Wirkung lässt sich oft als Einzelkraft deuten)
 - Lassen sich als gebundene Vektoren auffassen (Betrag, Richtung (+Orientierung), Angriffspkt)

- Invarianzoperationen für gebundene Vektoren (res. Moment ändert sich nicht)

- (1) Verschieben in Richtung der Wirkungslinie
- (2) Zusammensetzen von Vektoren mit gms Angriffspunkt
- (3) Zerlegen von Vektoren in Komponenten
- (4) Hinzufügen oder Weglassen von Nullvektoren

- Wirkung wird als Moment [Nm] bzgl P beschrieben: $\vec{M}_i^{(P)} = \vec{r}_{Pi} \times \vec{a}_i \quad (\rightarrow \vec{M}_{Res}^{(P)} = \sum \vec{M}_i^{(P)})$

- Äquivalenz: wenn zwei Systeme gebundener Vektoren für jeden (!) beliebigen Bezugspunkt das gleiche Moment ergeben: $\vec{M}_A^{(P)} = \vec{M}_B^{(P)}$ (P beliebig)

- Reduktion: $\vec{M}_A^{(O)} = \vec{M}_A^{(P)} - \vec{r}_{PO} \times \vec{a}$ (mit $\vec{a} = \sum \vec{a}_i$) $\Rightarrow$ Äquivalenz von $\vec{M}_A^{(O)} = \vec{M}_B^{(O)}$ falls $\vec{a} = \vec{b}$

- Transformation: $(\vec{a}, \vec{M}^{(O)}) \sim (\vec{a}, \vec{M}^{(T)})$ mit $\vec{M}^{(T)} = \vec{r}_{TO} \times \vec{a} + \vec{M}^{(O)}$

- Behandlung von Vektorsystemen

- Vektorwinder/Kraftwinder:

- Kräftesysteme lassen sich durch einen äquivalenten Kraftwinder ausdrücken:

$$\vec{F}_{i \in \mathbb{N}} \sim (\vec{F}, \vec{M}^{(0)}) \quad \text{mit } \vec{F} = \sum \vec{F}_i \text{ und } \vec{M}^{(0)} = \sum \vec{r}_i \times \vec{F}_i$$

- Bei Vektorsystem aus Vektorpaaren $(\vec{0}, \vec{M}^{(0)})$ (also $\sum \vec{F}_i = 0; \sum \vec{M}_i \neq 0$)

$$\rightarrow \text{Freie Momente (unabh. Vom Bezugspunkt)} \rightarrow \text{werden addiert: } \vec{M}^{(0)} = \sum \vec{r}_i \times \vec{a}_i + \sum \vec{M}_j$$

- Spezialfall: ebenes Kräftesystem ($z = 0, F_{iz} = 0$)

$$(\vec{F}, \vec{M}^{(0)}) = \left(\begin{bmatrix} \sum F_{ix} \\ \sum F_{iy} \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \sum x_i F_{iy} - y_i F_{ix} \end{bmatrix} \right)$$

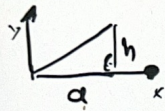
Klassifikation von Kräften

- Innere vs. äußere Kräfte
 - Innere F: Gegenkraft liegt innerhalb der Systemgrenze, Wirkung nach außen hebt sich auf
 - Äußere F: Kraft selbst oder Gegenkraft liegt außerhalb der Systemgrenze
 - innere können durch Verkleinerung der Systemgrenze zu äußeren werden (Freischneiden)

- Eingeprägte Kräfte vs. Reaktionskräfte (Zwangskräfte)

- Eingeprägte F: wirken unabhängig von der konkreten Abgrenzung auf das System, haben ihre Ursache in physikal. Gesetzmäßigkeiten (F_G , Widerstandskräfte, ...)
- Reaktionskräfte: Schnittkräfte beim Freischneiden

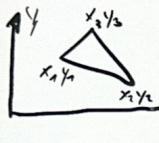
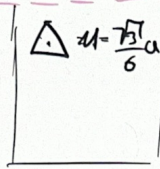
Flächen:



$$A = \frac{1}{2} ah$$

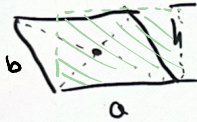
$$x_s = \frac{2}{3} a$$

$$y_s = \frac{h}{3}$$



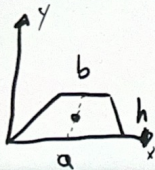
$$A = \frac{1}{2} (x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)$$

$$x_s = \frac{1}{3} (x_1 + x_2 + x_3), y_s = \frac{1}{3} (y_1 + y_2 + y_3)$$



$$A = ah$$

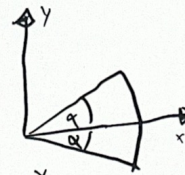
x Schnittpunkt Diagonalen



$$A = \frac{h}{2} (a+b)$$

Satz von Steiner

$$y_s = \frac{h}{3} \frac{a+2b}{a+b}$$

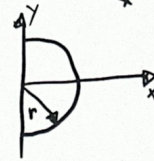


$$A = ar^2$$

$$x_s = \frac{2}{3} r \frac{\sin \alpha}{\alpha}$$

Linie:

$$x_s = r \cdot \frac{\sin \alpha}{\alpha}$$



$$A = \frac{\pi}{2} r^2$$

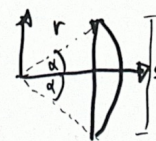
$$x_s = \frac{4r}{3\pi}$$

$$x_s = \frac{2r}{\pi}$$



$$A = \frac{\pi}{4} r^2$$

$$x_s = y_s = \frac{4r}{3\pi}$$



$$A = \frac{1}{2} r^2 (2\alpha - \sin 2\alpha)$$

$$x_s = \frac{r^3}{12A} = \frac{4}{3} r \cdot \frac{\sin^3 \alpha}{2\alpha - \sin 2\alpha}$$

Axiome der Technischen Mechanik 1 (Statik)

1. Trägheitsprinzip (1. Newtonsches Gesetz)

Ein Körper verharrt im Zustand der Ruhe oder der gleichförmigen geradlinigen Bewegung, wenn keine Kräfte auf ihn wirken (oder die resultierende Kraft gleich null ist).

2. Aktionsprinzip (2. Newtonsches Gesetz, statische Form)

Wirken auf einen Körper Kräfte, so gilt in der Statik:

$$\sum \vec{F} = 0 \quad \text{und} \quad \sum \vec{M} = 0$$

(= Gleichgewichtsbedingungen)

3. Wechselwirkungsprinzip (actio = reactio, 3. Newtonsches Gesetz)

Kräfte treten immer paarweise auf: Übt ein Körper A eine Kraft auf Körper B aus, so wirkt eine gleich große, entgegengesetzt gerichtete Kraft von B auf A.

4. Kräfteparallelogramm (Superpositionsprinzip der Kräfte)

Zwei Kräfte, die an einem Punkt angreifen, können durch eine einzige Resultierende ersetzt werden. Diese wird durch die Diagonale des Parallelogramms dargestellt, das über den beiden Kräften konstruiert wird.

5. Freischneideprinzip

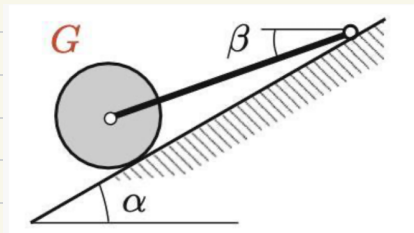
Ein Körper kann zur Untersuchung vom übrigen System getrennt (freigeschnitten) werden, wobei alle an den Schnittstellen wirkenden Kräfte und Momente als äußere Belastungen zu berücksichtigen sind.

Kräfte mit gemeinsamen Angriffspunkt

Welche Aussagen für das GGW zentraler Kräftegruppen in der Ebene sind richtig?

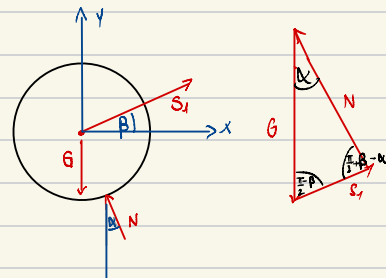
- Zwei Kräfte sind im GGW, wenn sie auf der gleichen Wirkungslinie liegen und entgegengesetzt gleich groß sind
- das Kräfteck muss in einem einheitlichen Umlaufungssinn geschlossen sein, d.h. sein Anfangs- und sein Endpunkt fallen zusammen
- $\sum F_{ix} = 0$, $\sum F_{iy} = 0$

Bei einer zentralen Kräftegruppe schneiden sich die Wirkungslinien aller Kräfte in einem Punkt.



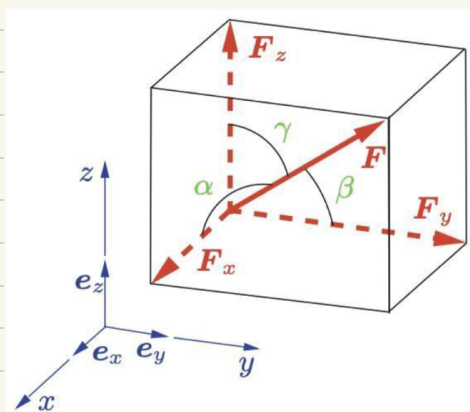
Eine Walze vom Gewicht G wird durch ein Seil auf einer glatten schiefen Ebene gehalten. Skizzieren Sie das Freikörperbild und das dazugehörige Kräfteck.

Freikörperbild



Welche Aussagen gelten, wenn ein Körper unter der Wirkung eines zentralen Kraftsystems im GGW ist?

- Die Resultierende der angreifenden Kräfte ist Null
- Das Kräfteck (Kräftepolygon) muss in einem einheitlichen Umlaufungssinn geschlossen sein.



Gegeben ist eine Kraft F im dreidimensionalen Raum. Welche der folgenden Aussagen über die Winkel α , β und γ ist wahr?

$$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{F_x}{F}, \cos \beta = \frac{F_y}{F}, \cos \gamma = \frac{F_z}{F}$$

Die Gleichgewichtsbedingungen für eine zentrale Kräftegruppe im Raum lauten:

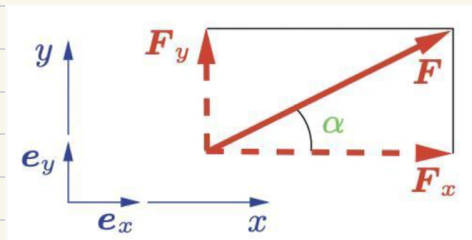
$$\sum F_{ix} = 0, \sum F_{iy} = 0, \sum F_{iz} = 0$$

Wann bezeichnet man ein System als statisch unbestimmt?

Wenn die Anzahl der unbekannten Reaktionsgrößen (Auflagerkräfte und Auflagermomente) größer als die Anzahl der Gleichgewichtsbedingungen ist.

Welche Aussagen für das Gleichgewicht zentraler Kräftegruppen in der Ebene sind richtig?

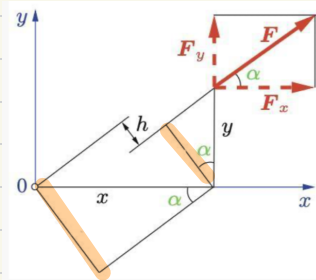
- $\sum F_{ix} = 0$, $\sum F_{iy} = 0$
- Das Kräfteck muss in einem einheitlichen Umlaufungssinn geschlossen sein, d.h. sein Anfangs- und sein Endpunkt fallen zusammen
- Zwei Kräfte sind im G.G.W., wenn sie auf der gleichen Wirkungslinie liegen und entgegengesetzt gleich groß sind



Gegeben ist die resultierende Kraft F mit ihren Komponenten F_x und F_y im abgebildeten kartesischen Koordinatensystem. Wie wird mithilfe des Winkels α die Komponente F_x berechnet?

$$F_x = \cos \alpha \cdot F$$

Allgemeine Kraftsysteme



Gegeben ist die Kraft $\vec{F}$ mit ihren Komponenten im kartesischen Koordinatensystem. Berechnen Sie den Hebelarm h .

$$h = y \cdot \cos(\alpha) - x \cdot \sin(\alpha)$$

$$h = x \cdot \cos(\alpha) - y \cdot \sin(\alpha)$$

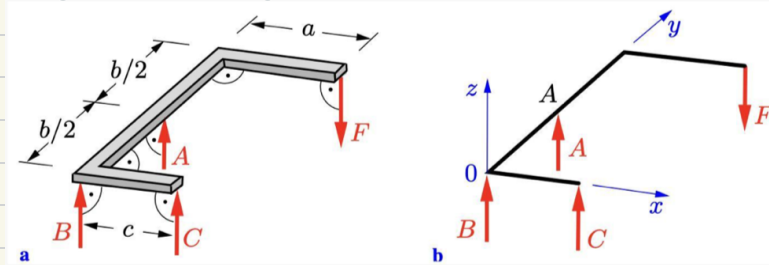
$$h = x \sin(\alpha) - y \cos(\alpha)$$

$$h = y \sin(\alpha) - x \cos(\alpha)$$

Welche Aussagen treffen auf ein Kräftepaar zu?

- Ein Kräftepaar (Moment) ist nicht an eine Wirkungsline gebunden: es kann ohne Änderung seiner Wirkung an jede beliebige Stelle eines starren Körpers verschoben werden
- Ein Kräftepaar kann nicht auf eine resultierende Einzelkraft reduziert werden
- Zwei gleich große, entgegengesetzt wirkende Kräfte auf parallelen Wirkungslinien
- Das Kräftepaar versucht eine Rotation des Körpers herbeizuführen

Wie groß sind die Auflagerkräfte A, B und C?



$$z: B + A + C - F = 0$$

$$x: C \cdot c - F \cdot a = 0$$

$$C = \frac{F \cdot a}{c}$$

$$y: A \cdot \frac{b}{2} - F \cdot \frac{b}{2} = 0$$

$$A = F \cdot \frac{b/2}{b/2} = F$$

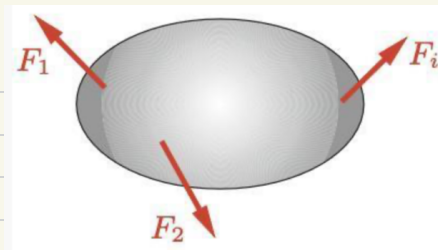
$$B = -A - C + F$$

$$= -F - \frac{F \cdot a}{c} + F$$

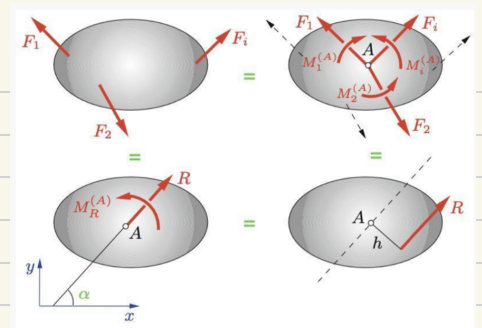
$$= -F - \frac{F \cdot a}{c} = -F \left(1 + \frac{a}{c}\right)$$

Welche Aussagen bezüglich der Gleichgewichtsbedingungen in einer Ebene sind wahr?

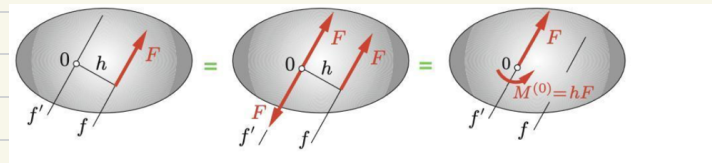
- Man kann die zwei Kräftegleichgewichtsbedingungen und die Momentengleichgewichtsbedingungen durch drei Momentengleichgewichtsbedingungen ersetzen. Die Bezugspunkte A, B, und C für die Momentensummen dürfen dabei nicht auf einer Geraden liegen
- Man kann die zwei Kräftegleichgewichtsbedingungen und die Momentengleichgewichtsbedingung durch eine Kräftegleichgewichtsbedingung und zwei Momentengleichgewichtsbedingungen ersetzen. Die Bezugspunkte A und B für die Momentensummen dürfen dabei nicht auf einer Geraden liegen, die senkrecht zu einer Richtung ist, in der Kräftegleichgewicht gebildet werden



Der dargestellte Körper wird durch die Kräfte F_1 , F_2 und F_i belastet. Vereinfachen Sie das System unter Berücksichtigung eines Bezugspunktes A in der Mitte des Körpers grafisch soweit wie möglich.



Gegeben ist ein starrer Körper, der durch die Kraft F auf der **Wirkungslinie f** belastet ist. Die Kraft soll nun um den Abstand h in eine zu f parallele **Wirkungslinie f'** verschoben werden. Hierzu führen wir eine **Gleichgewichtsgruppe** (zwei Kräfte $F-F$) auf der Wirkungslinie f' ein. Die beiden antiparallelen Kräfte bilden ein **Kräftepaar**, welches durch das **Moment M_0** mit dem Betrag $M_0 = h \cdot F$ beschrieben wird. Dabei hat die Größe h als **Hebelarm** bezeichnet.



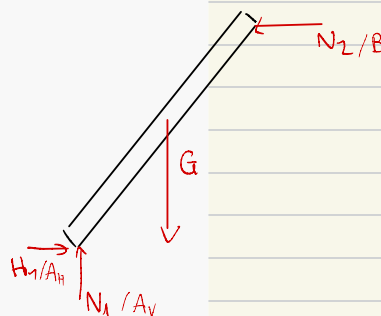
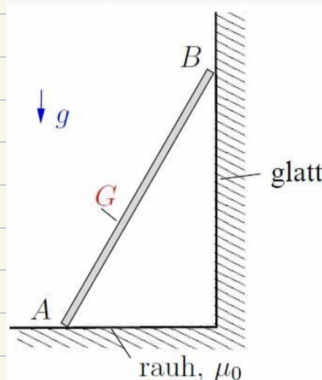
Im räumlichen Fall herrscht Gleichgewicht, wenn die **resultierende Kraft R** und das **resultierende Moment M_A** bzgl. eines beliebigen Punktes A **verschwinden**.

Wie ist das Moment M_0 in einer Kraft F bzgl. eines Punktes O definiert?

Gegeben sind der Ortsvektor $\vec{r}$ und der Kraftvektor $\vec{F}$, wobei der Ortsvektor vom Bezugspunkt O zu einem beliebigen Punkt auf der Wirkungslinie d. Kraftvektors zeigt.

Als Kreuzprodukt zweier Vektoren $M_0 = \vec{r} \times \vec{F}$

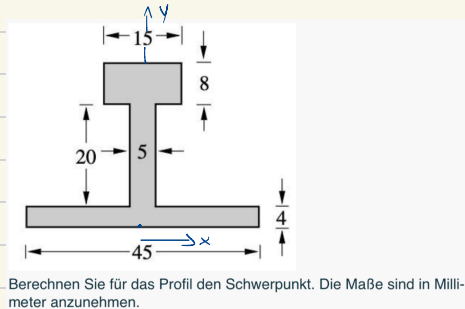
Ein Brett (Gewicht G) steht auf rauhem Boden und lehnt sich gegen eine ideal glatte Wand. Skizzieren Sie das Freikörperbild mit allen wirkenden Kräften.



Schwerpunkt

Die Koordinaten eines Flächenschwerpunktes (Fläche A) in der x-y-Ebene berechnen sich mittels $x_s = \frac{1}{A} \int x y \, dA$, $y_s = \frac{1}{A} \int x x \, dA$
Wie sind die Flächenmomente 1. Ordnung S_x und S_y definiert?

$$S_y = \int x \, dA \quad S_x = \int y \, dA$$



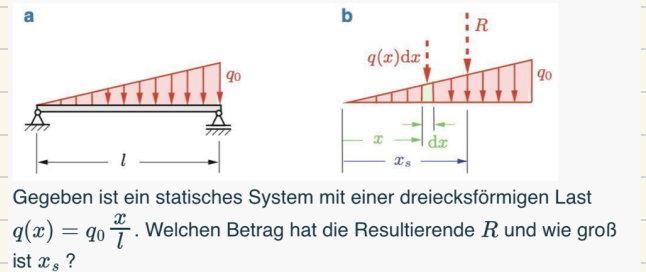
$$A = (45 \cdot 4) + (5 \cdot 20) + (8 \cdot 15) =$$

$$180 + 100 + 120 = 400 \text{ mm}^2$$

$$x_s = \frac{1}{400 \text{ mm}^2} \cdot [180 \cdot 22,5 + 100 \cdot 12,5 + 120 \cdot 22,5] = 22,5 \text{ mm}$$

wenn Koordinatensystem auf Symmetrieachse, dann $x_s = 0$

$$y_s = \frac{1}{400 \text{ mm}^2} (180 \text{ mm}^2 \cdot 2 \text{ mm} + 100 \text{ mm}^2 \cdot 14 \text{ mm} + 120 \text{ mm}^2 \cdot 28 \text{ mm}) = 12,8 \text{ mm}$$



$$R = q_0 \cdot l \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2} q_0 \cdot l \quad \text{setzt an bei } x_s = \frac{2}{3} l$$

Wie geht man geschickterweise bei der Schwerpunktberechnung vor, wenn aus einem Querschnitt Teile ausgespart werden?

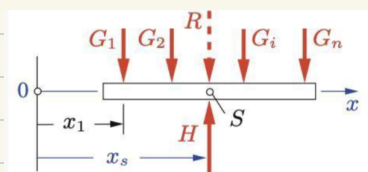
Man rechnet mit „negativen“ Flächen, sodass sowohl das statische Moment als auch die Gesamtfläche sinngemäß reduziert wird.

Welche Aussage bzgl. d. Flächenmomente 1. Ordnung (stat. Momente) $S_y = \int x \, dA$, $S_x = \int y \, dA$ und der Schwerachsen (Achsen durch den Schwerpunkt) treffen zu?

- Die Flächenmomente 1. Ordnung (statische Momente) relativ zu den Schwerachsen sind Null
- Symmetrieachsen sind immer auch Schwerachsen

Wenn eine Fläche A eine Symmetrieachse aufweist, so liegt der Schwerpunkt in der Symmetrieachse → wahr

Bei Körpern, deren Dichte konstant ist, sind Volumenschwerpunkt und Massenmittelpunkt identisch.

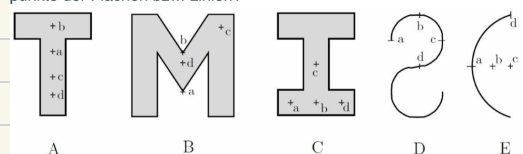


An welcher Stelle x_s muss die Haltekraft H angreifen, damit Gleichgewicht vorliegt?

Hierzu berechnen wir die Koordinate x_s des Kräftemittelpunkts der parallelen Gewichtskräfte $G_1, \dots, G_n$.

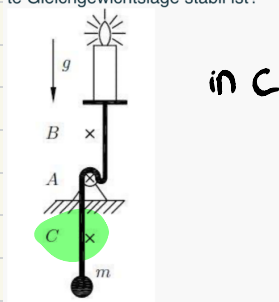
$$x_s = \frac{\sum x_i G_i}{\sum G_i}$$

An welchen Stellen a, b, c, oder d befinden sich qualitativ die Schwerpunkte der Flächen bzw. Linien?

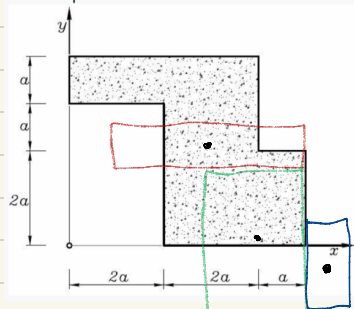


1. Fläche A:
2. Fläche B:
3. Fläche C:
4. Linie D:
5. Linie E:

Der Schwerpunkt des in A frei drehbar gelagerten Kerzenhalters kann durch geeignete Wahl der Masse m in die Punkte A, B oder C verschoben werden. Wo sollte der Schwerpunkt liegen, damit die skizzierte Gleichgewichtslage stabil ist?



Bestimmen Sie für die dargestellte Fläche die Koordinaten x_S , y_S des Schwerpunktes.



$$\frac{35}{12}a = x_S$$

$$\frac{25}{12}a = y_S$$

$$A = 4a^2 + 6a^2 + 2a^2 = 12a^2$$

$$x_S = \frac{1}{12a^2} \cdot (4a^2 \cdot 2a + 6a^2 \cdot 1a + 2a^2 \cdot \frac{1}{2}a)$$

$$= \frac{1}{12a^2} (4a^2 \cdot 2a + 6a^2 \cdot 3a + 2a^2 \cdot 4.5a)$$

$$= \frac{1}{12a^2} (8a^3 + 18a^3 + 9a^3) = \frac{1}{12a^2} 35a^3 = \frac{35}{12}a \quad \checkmark$$

$$y_S = \frac{1}{12a^2} (2a^2 \cdot 1a + 6a^2 \cdot \frac{3}{2}a + 2a^2 \cdot 3.5a)$$

$$= \frac{1}{12a^2} (2a^3 + 9a^3 + 14a^3)$$

$$= \frac{1}{12a^2} 25a^3 = \frac{25}{12}a \quad \checkmark$$

Berechnen Sie den Schwerpunkt der Funktion $f(x) = 2k(x - \frac{x^2}{2a})$ durch Integration

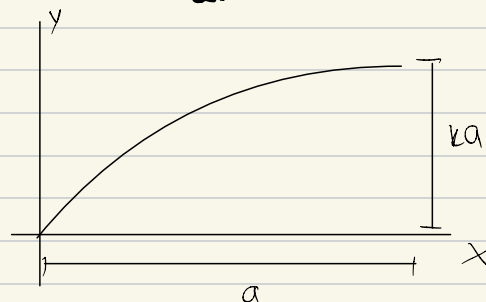
$$A = \int 2k(x - \frac{x^2}{2a}) dx$$

$$= \int 2kx - \frac{2k}{2a} x^2 dx$$

$$= [kx^2 - \frac{1k}{3a} x^3]_0^a$$

$$= k \cdot a^2 - \frac{k}{3a} \cdot a^3 = ka^2 - \frac{k}{3} a^2 = \frac{2k}{3} a^2 \quad (2)$$

Resultierende Einzelkraft



$$x_S = \frac{\int x q(x) dx}{\int q(x) dx} \quad (1)$$

$$(1): \int x \cdot (2k(x - \frac{x^2}{2a})) dx = \int (2kx^2 - \frac{2k}{2a} x^3) dx = [\frac{2}{3} kx^3 - \frac{k}{4a} x^4]_0^a$$

$$\frac{2}{3} k a^3 - \frac{k}{4a} a^4 = \frac{2}{3} k a^3 - \frac{k}{4} a^3 = \frac{8}{12} k a^3 - \frac{3}{12} k a^3 = \frac{5}{12} k a^3$$

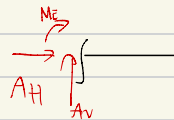
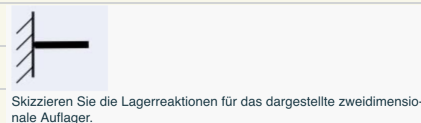
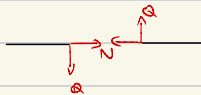
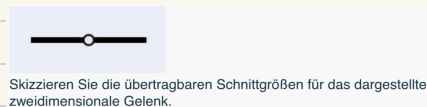
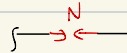
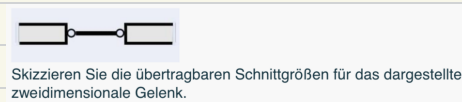
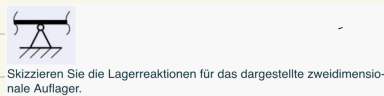
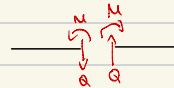
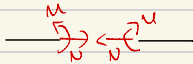
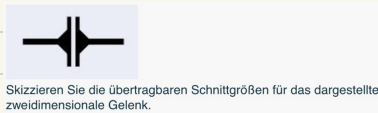
$$(2): \frac{2}{3} k a^2$$

$$\Rightarrow x_S = \frac{\frac{5}{12} k a^3}{\frac{2}{3} k a^2} = \frac{5}{12} k a^3 \cdot \frac{3}{2 k a^2} = \frac{15}{24} a = \frac{5}{8} a$$

Lagerreaktionen

Wenn mehrere Kräfte auf ein System einwirken kann es sinnvoll sein, das **Superpositionsprinzip** zur Berechnung der Lagerreaktionen anzuwenden. Was verstehen wir unter dem **Superpositionsprinzip**?

Die Lastfälle werden einzeln betrachtet. Die Reaktionskräfte können folglich durch Addition aus allen Lastfällen berechnet werden.



Bei der stat. Bestimmtheit ist zwischen drei Fällen zu unterscheiden. Wenn die Anzahl der zu Verfügung stehenden Gleichungen gleich der Anzahl der zu Verfügung stehenden Gleichungen gleich der Anzahl der Lagerreaktionen und Bindekräfte (z.B. Gelenke) ist, spricht man von einem **statisch bestimmten System**.

Wenn die Anzahl der Lagerreaktionen und Bindekräfte größer ist als die Anzahl der Gleichungen, die zur Lösung zur Verfügung stehen, liegt ein **stat. unbestimmtes System** vor. Im Gegensatz hierzu kann ein System auch mehr zur Verfügung stehende Gleichungen als Lagerreaktionen und Bindekräfte besitzen, was ein **verschiebliches System** resultiert.

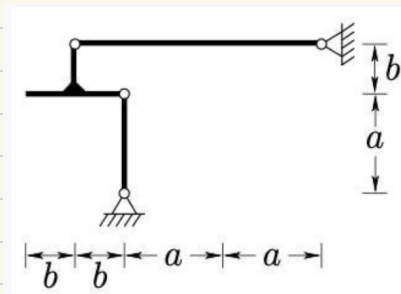
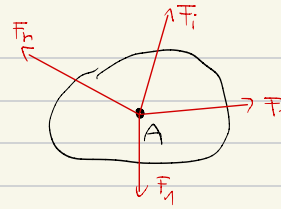
Beachte: Die Erfüllung solcher Abzählbedingungen ist notwendig aber nicht hinreichend.

Allgemeiner Ablauf der Berechnung d. Lagerkräfte in die richtige Reihenfolge:

- ① Freischneiden des Tragwerks von den Lagern und Trennen der einzelnen Teilkörper
- ② Freikörperbild skizzieren, alle eingeprägten Kräfte und Momente sowie Schnittkräfte und -momente einzeichnen.
- ③ Aufstellen der Gleichgewichtsbedingungen
- ④ Auflösen der Gleichungen nach den Unbekannten.

Was ist in der Skizze dargestellt?

ein zentrales Kräftesystem



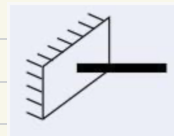
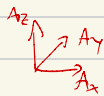
Überprüfen Sie für das gegebene zweidimensionale System die statische Bestimmtheit.

$$f = 3n - (a + v) \\ = 3 \cdot 3 - (4 + 4) = 1$$

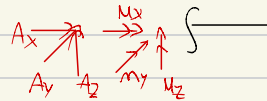
$$v = 2 \cdot 2 = 4 \text{ (Verbindungsreaktionen} \rightarrow 2 \text{ Gelenke)} \\ n = 3 \text{ Balken/Rahmen} \\ a = 4$$



Skizzieren Sie die Lagerreaktionen für das dargestellte dreidimensionale Auflager.



Skizzieren Sie die Lagerreaktionen für das dargestellte dreidimensionale Auflager.

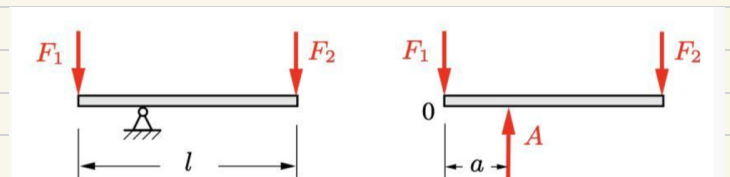


Gegeben ist ein stat. bestimmtes System. Wie kann man prüfen, ob dieses System unbeweglich (kinematisch bestimmt) ist?

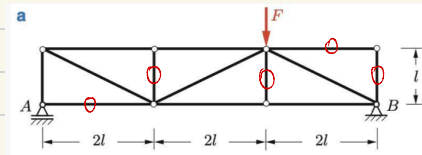
- Das System ist unbeweglich, wenn ein Widerspruch im Polplan vorliegt und die Zahl der Freiheitsgrade Null ist, $f = 0$.
- Das System ist unbeweglich, wenn die Determinante des Gleichungssystems der Gleichgewichtsbedingungen ungleich Null ist.

Wo muss der gewichtslose Balken durch ein Lager unterstützt werden, damit er sich unter den Kräften F_1 und F_2 im Gleichgewicht befindet?

$$a = \frac{F_2}{F_1 + F_2} \cdot l$$



Fachwerke

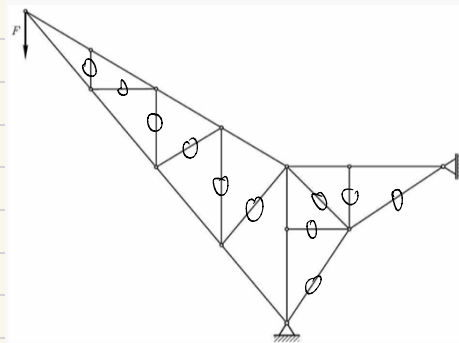


Kennzeichnen Sie für das gegebene Fachwerk alle Nullstäbe nach den bekannten Regeln.

Ein **räumliches** Fachwerk hat k Knoten, s Stäbe und r Lagerreaktionen. Wie lautet die räumliche Bedingung für stat. Bestimmtheit?

$$3k = s + r$$

Wie viele Nullstäbe enthält das Fachwerk?



11 Nullstäbe

Welche Aussage gelten für ein „ideales Fachwerk“?

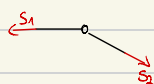
- Die Stäbe sind an den Knoten zentrisch und gelenkig miteinander verbunden. Die Knoten sind reibungsfreie Gelenke
- Die Stäbe werden nur aus Zug und Druck beansprucht
- Äußere Kräfte greifen nur an den Knoten an

Zur Bestimmung der Stabkräfte kann man zwischen drei unterschiedlichen Methoden auswählen. Beim **Cremona-Plan** wird die Lösung grafisch auf Basis von Kräftepolygonen ermittelt. Mit dem **Knotenpunktverfahren** werden alle Knoten freigeschnitten. Die freigeschnittenen Kräfte werden dann mit den Gleichgewichtsbedingungen gelöst. Mit dem **Ritterschnittverfahren** wird das Fachwerk „zerschnitten“ und nur die „freigeschnittenen“ Stabkräfte werden der Berechnung zugänglich gemacht.

Ein **ebenes** Fachwerk hat k Knoten, s Stäbe und r Lagerreaktionen. Wie lautet die notwendige Bedingung für stat. Bestimmtheit?

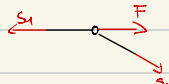
$$2k = s + r$$

Drei Regeln, mit denen man Nullstäbe erkennt:



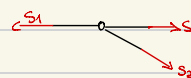
$$S_1 = 0 \\ S_2 = 0$$

Sind an einem unbelasteten Knoten zwei Stäbe angeschlossen, die nicht in gleicher Richtung liegen („unbelasteter Zerschlag“), so sind beide Stäbe Nullstäbe



$$S_1 = F \\ S_2 = 0$$

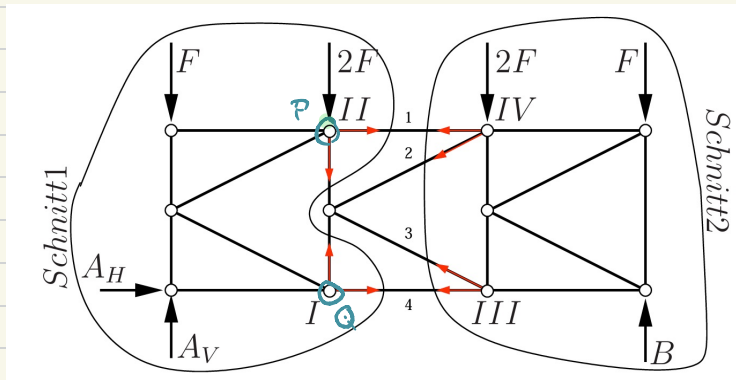
Sind an einem belasteten Knoten zwei Stäbe angeschlossen und greift die äußere Kraft in Richtung des einen Stabes an, so ist der andere Stab ein Nullstab



$$S_1 = S_2 \\ S_3 = 0$$

Sind an einem unbelasteten Knoten drei Stäbe angeschlossen, von denen zwei in gleicher Richtung liegen, so ist der dritte Stab ein Nullstab

Wenn 4 Stabkräfte via Ritterschnitt berechnet werden sollen:

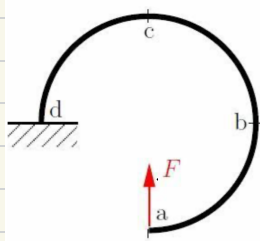


→ bei Schnitt 1 Drehung um P und Q

→ bei Schnitt 2 ↑: und →:

Balken, Rahmen, Bögen

An welchen Stellen a, b, c bzw. d des Bogens sind eine oder mehrere der Schnittgrößen N , Q , M gerade Null?



$N = 0$ [a], [c]
 $Q = 0$ [b], [d]
 $M = 0$ [a], [c]

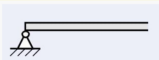
$N = 0$

Punkt a: Richtung d. Schnittes horizontal, Kraft F wirkt senkrecht dazu

Punkt c: Kraft F nach oben, Schnittfläche ist dort horizontal, also steht senkrecht zur Kraft

$Q = 0$

Erklärung?



Bei der Ermittlung der Schnittgrößen mittels Integration müssen Randbedingungen bei z.B. Auflagern beachtet werden. Welche Randbedingungen gelten für ein unverschiebliches Auflager wie in der Skizze dargestellt?

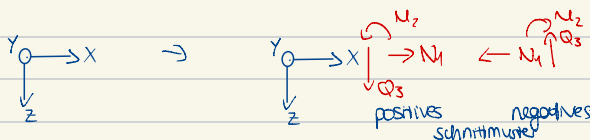
$$M(0) = 0$$

$$Q(0) = A_v \text{ bzw. } \neq 0$$

Warum ist es nicht immer notwendig, die Schnittgrößen im gesamten Umfang analytisch zu berechnen, sondern nur punktweise zu bestimmen?

Da man die berechneten Punkte anschließend durch die der jeweiligen Belastung entsprechenden Verläufe verbinden kann

Skizzieren Sie für das gegebene Koordinatensystem das positive und negative Schnittufer eines horizontal ausgerichteten Balkens mit den entsprechenden Normal- und Querkraften sowie Momenten



Welchen Unterschied weist die Berechnung der Schnittgrößen mittels der Lösung der Differentialgleichung (also durch Integration) im Vgl. zur deren Berechnung mit den Ggw-Bedingungen auf?

Die Lagerreaktionen müssen hier nicht vorher berechnet werden, da sie sich bei der Integrationsmethode über den Einbau der Randbedingungen ergeben.

Welcher Zusammenhang zwischen Biegemoment $M(x)$, Querkraft $Q(x)$ und Streckenlast $q(x)$ ist richtig?

$$M' = Q \quad \text{und} \quad M'' = -q$$

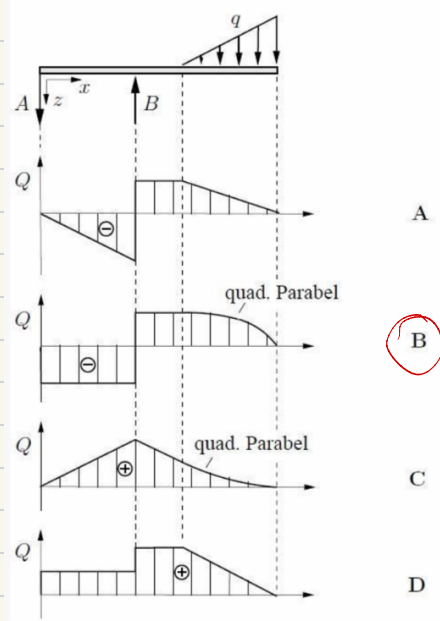
Erklärung!

Welche Größe erhält man nach zweifacher Ableitung des Moments $M(x)$, d.h. $\frac{d^2 M}{dx^2}$?

Die negative Belastung, also $\frac{d^2 M}{dx^2} = -q$

Um Schnittgrößen zu berechnen, muss zunächst ein **Schnitt** durch den Balken erfolgen. Die Vorzeichenkonventionen der Normalkraft, Querkraft und des Moments legt man fest, in dem man ein **Koordinatensystem** für das System definiert. Anschließend werden alle äußerlich angreifenden Lasten inklusive d. Schnittgrößen eingezeichnet. Um für den Teilkörper nun die Schnittgrößen berechnen zu können, müssen die **Gleichgewichtsbedingungen** aufgestellt werden. Für ebene Tragwerke sind dies **drei** Gleichungen, für räumliche Tragwerke insgesamt **sechs**. Diese sind eindeutig lösbar, wenn das System innerlich und äußerlich **stat. bestimmt** ist.

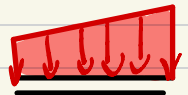
Welcher Querkraftverlauf passt zum skizzierten Freikörperbild?



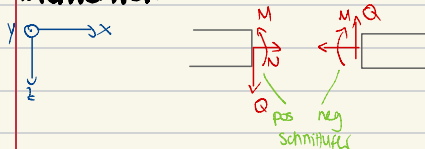
Zwischen Moment, Querkraft und Belastung gelten Zusammenhänge, sodass man aus dem Verlauf einer Größe direkt auf die andere schließen kann. So liegt z.B. bei einer **konstanten** Belastung q ein **linearer** Querkraftverlauf vor und der Momentenverlauf ist **quadratisch**.

Anhand der äußeren Belastung kann man häufig den Querkraft- und Momentenverlauf schließen. Wie ist der erwartete Querkraft- und Momentenverlauf für die folgende lineare Belastung?

Querkraftverlauf: quadratische Parabel
Momentenverlauf: kubische Parabel



Skizzieren Sie für das gegebene Koordinatensystem das positive und negative Schnittufer eines horizontal ausgerichteten Balkens mit den entsprechenden Normal- und Querkraften sowie Momenten



Arbeit

Welche der Einheiten a) Nm, b) N, c) dimensionslos ist den folgenden mechanischen Größen zugeordnet?

1. Arbeit: [Nm]
2. Moment [Nm]
3. Streckenlast q [keine der genannten]
4. Haftungskoeffizient μ [dimensionslos]
5. Kraft F [N]
6. Potential Π [Nm]

Virtuelle Verrückungen sind:

- infinitesimal klein
- gedacht
- mit den kinematischen Bindungen des Systems verträglich

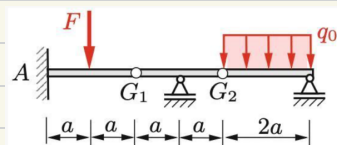
$\delta^2 A$

Das Stabilitätskriterium gibt an, wann ein System im stabilen, indifferenten oder instabilen Gleichgewicht ist. Dies hängt davon ab, ob das Potential fällt oder zunimmt. Es gilt daher:

Nimmt das Potential zu, also $\Delta \Pi > 0$, herrscht **stabiles GGW**.

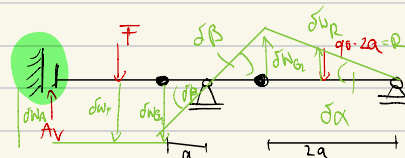
Fällt das Potential, also $\Delta \Pi < 0$, liegt ein **instabiles GGW** vor.

Bleibt das Potential gleich, also $\Delta \Pi = 0$, so haben wir **indifferentes** Gleichgewicht.



Berechnen Sie vertikale Auflagerreaktion A mit dem Prinzip der virtuellen Arbeit, $\delta W = 0$.

$$q_0 = \frac{2}{3} F$$



$$\delta w_A = \delta w_F = \delta w_{G_1} = a \cdot \delta \beta$$

$$\delta w_{G_2} = a \cdot \delta \beta \text{ und } 2a \cdot \delta \alpha = a \cdot \delta \beta = 2a \cdot \delta \alpha \Rightarrow \delta \alpha = \frac{\delta \beta}{2}$$

$$\delta w_B = a \cdot \delta \alpha$$

$$\delta W = A \cdot \delta w_A + \delta w_F \cdot F - R \cdot \delta w_B = 0$$

$$0 = A \cdot a \cdot \delta \beta + F \cdot a \cdot \delta \beta - \frac{2}{3} F \cdot a \cdot \frac{\delta \beta}{2}$$

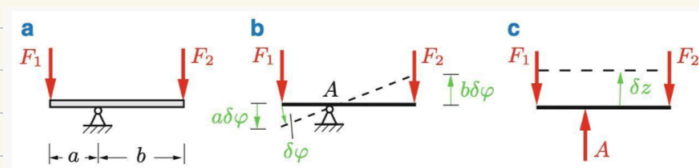
$$0 = \delta \beta \left(-A \cdot a + Fa - \frac{2}{3} Fa \right)$$

$$\delta \beta \neq 0 \rightarrow A = +F + \frac{2}{3} F = \frac{5}{3} F$$

warum minus?

Um z.B. Lagerreaktionen mithilfe d. Prinzips der virtuellen Verrückung zu bestimmen, muss vorher eine Bedingung erfüllt sein, um den Polplan erstellen zu können. Wie lautet diese?

Die Bindung assoziiert zu der zu berechnenden Größe muss gelöst werden



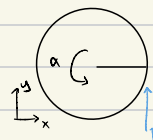
Wie lautet die für den beidseitigen Hebel verrichtete Arbeit bei einer virtuellen Verdrehung mit dem Winkel $\delta \varphi$ um das Lager A ?

$$\delta W = F_1 a \delta \varphi - F_2 b \delta \varphi$$

· Arbeit entlang einem Weg:

$$W = \int_{r_1}^{r_2} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$$

=> Bsp. Kreis:
(Probelaustr) $\mathbf{F} = \begin{bmatrix} -\sin \alpha \cdot F \\ \cos \alpha \cdot F \end{bmatrix}$



$$\rightarrow W = \int_0^{2\pi} \begin{pmatrix} -\sin \alpha \cdot F \\ \cos \alpha \cdot F \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -\sin \alpha \\ \cos \alpha \end{pmatrix} dr$$

$$= \int_0^{2\pi} \begin{pmatrix} -\sin \alpha \cdot F \\ \cos \alpha \cdot F \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -\sin \alpha \\ \cos \alpha \end{pmatrix} r \cdot d\alpha$$

Kreisumfang geg. Uhr: $\begin{pmatrix} -\sin \alpha \\ \cos \alpha \end{pmatrix}$

$$= \left[\sin^2 \alpha \cdot F r + \cos^2 \alpha \cdot F r \right]_0^{2\pi} = \left[F r (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) \right]_0^{2\pi}$$

$$= F r \cdot 2\pi - F r \cdot 0 = 2\pi F r$$

· Potential: $\delta \Pi = -\delta W$

· Gleichgewichtslagen:

↳ Funktion der Auslenkung aus GGW: $0 = \delta A + \frac{1}{2} \delta^2 A$ gibt an, welche Art von GGW („Stabilitätskriterium“)

↳ gibt an, wo GGW liegt („Gleichgewichtsbedingung“)

· $\delta^2 A < 0 \rightarrow$ stabiles GGW

Bsp:



Bei Auslenkung aus GGW-lage bewegt sich Körper zu GGW-lage zurück.

$= 0 \rightarrow$ indifferentes GGW

Bsp:



Bei Auslenkung aus GGW-lage verharrt Körper in neuer Position (neues GGW-lage).

$> 0 \rightarrow$ labiles GGW

Bsp:



Bei Auslenkung aus GGW-lage entfernt sich Körper immer weiter von GGW-lage.

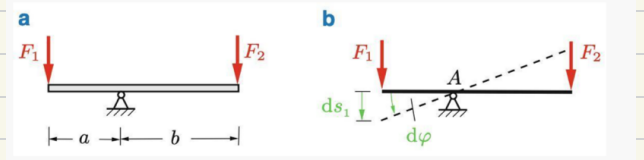
GGW-lage

Welche Eigenschaften besitzen konservative Kräfte? → z.B. Gewicht, Federkraft

- Die Arbeit von konservativen Kräften ist wegunabhängig
- konservative Kräfte lassen sich aus einem Potential ableiten (Potential: $\delta\pi = -\delta W$)

Gegeben ist das folgende System. Berechnen Sie die Arbeit, die an der linken Stelle durch die Kraft F_1 verrichtet wird

Bei einer infinitesimalen Drehung $d\varphi$ um den Lagerpunkt A verrichtet die Kraft F_1 die Arbeit $dW = F_1 ds_1 = F_1 a d\varphi = M_1 d\varphi$, wobei das Produkt aus der Kraft F_1 und senkrechtem Abstand a als das Moment M_1 der Kraft F_1 um A definiert ist.



In welcher Einheit wird die Arbeit angegeben?
Joule, Nm (Newtonmeter)

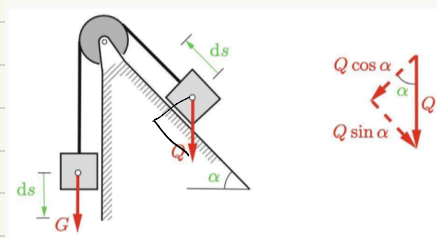
Wie ist die mechanische Größe der Arbeit einer Kraft F allgemein definiert?

Als Arbeit einer Kraft F entlang eines infinitesimalen Weges $d\mathbf{r}$ ergibt sich aus dem Skalarprodukt

$$dW = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$$

Als Arbeit über einen endlichen Weg L ergibt sich zu

$$W = \int dW = \int \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$$



Gegeben sind zwei Körper, die mit einem undehnbaren Seil verbunden sind. Wie ist die Arbeit der Gewichtskräfte beider Körper definiert?

$$dW_G = G \cdot ds$$

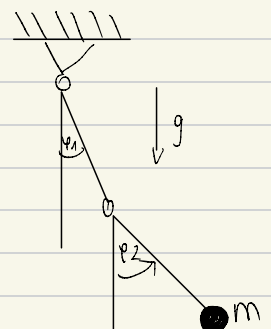
$$dW_Q = -Q \sin \alpha \cdot ds$$

Um z.B. Lagerreaktionen mithilfe d. Prinzips d. virtuellen Verschiebung zu bestimmen, muss vorher eine Bedingung erfüllt sein, um den Polplan erstellen zu können. Wie lautet diese

Die Bindung assoziiert zu der zu berechnenden Größe muss gelöst werden

Geben Sie für jede der Gleichgewichtslagen an, ob diese stabil oder instabil sind:

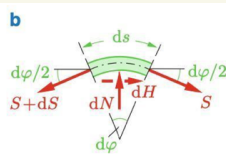
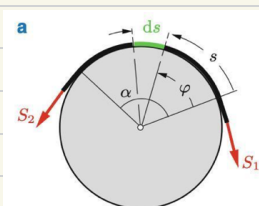
1. $\varphi_1 = 0, \varphi_2 = 0 \rightarrow$ stabil
2. $\varphi_1 = 0, \varphi_2 = \pi \rightarrow$ instabil
3. $\varphi_1 = \pi, \varphi_2 = 0 \rightarrow$ instabil
4. $\varphi_1 = \pi, \varphi_2 = 2\pi \rightarrow$ instabil



Haftung und Reibung

Unterschied zwischen Haft- und Gleitreibung?

- Haftungskraft = Reaktionskraft → kann bei statisch bestimmten Systemen aus den Gleichgewichtsbedingungen bestimmt werden
- bei Haftreibung (Reibung in Ruhelage) wird zwischen der rauhen Oberfläche und dem Körper eine tangentielle Kraft übertragen. Der Körper bleibt solange in Ruhe bis die Haftkraft einen Grenzwert überschreitet
- bei Gleitreibung (Reibung der Bewegung) wird zwischen der rauhen Oberfläche und dem Körper eine tangentielle Kraft übertragen; die Gleitreibungskraft ist eine eingeprengte Kraft, die von der Oberflächenbeschaffenheit des Körper abhängt.
→ ihre Größe ist durch das Coulomb'sche Reibungsgesetz gegeben. Sie ist entgegen der (relativen) Geschwindigkeit gerichtet



In der abgebildeten Grafik umschließt ein Seil den Pfosten mit dem Winkel α . Dabei gilt: wenn $S_2 < S_1 e^{-\mu_0 \alpha}$ dann wird das Seil nach rechts rutschen. Ist hingegen $S_2 > S_1 e^{\mu_0 \alpha}$, dann wird das Seil nach links rutschen.

$$|\alpha| \leq \varphi_H \quad \text{Haftreibungswinkel} \approx 7,5^\circ \quad (99)$$

Der Grenzwinkel φ_H heißt Haftreibungswinkel und der Wert

$$\mu_H = \tan \varphi_H \quad (100)$$

heißt Haftreibungskoeffizient. Es ergibt sich der maximal übertragbare Haftreibungskraft zu

$$R_H^* = \mu_H N \quad R_H \text{ kann maximal } \varphi_H \text{ werden. alle } \alpha > 7,5 \text{ nicht möglich.} \quad (101)$$

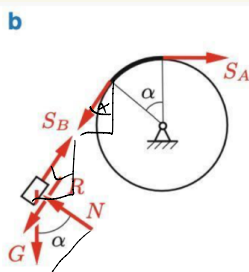
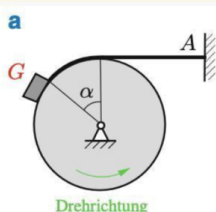
Das Coulomb'sche Haftreibungsgesetz lautet damit

$$|R_H| \leq R_H^* = \mu_H N$$

bzw.

$$\frac{|R_H|}{N} \leq \mu_H = \tan \varphi_H$$

→ $|R_H|$ ist begrenzt! durch max. R_H bzw. $\mu_H N$ (102)



Auf einer rotierenden Walze liegt ein Klotz vom Gewicht G , der durch ein Seil gehalten wird. Wie groß ist die Seilkraft A , wenn zwischen Klotz bzw. Seil und Walze Reibung herrscht (Reibungskoeffizient μ)?

$$S_A > S_B$$

$$S_A = S_B \cdot e^{\mu \cdot \alpha} \quad R = \mu N$$

$$S_B - R - \sin \alpha \cdot G = 0$$

$$S_B = \sin \alpha \cdot G + R$$

$$N = G \cos \alpha$$

$$S_A = (G \sin \alpha + R) e^{\mu \alpha} = G (\sin \alpha + \mu \cos \alpha) e^{\mu \alpha}$$

Wenn ein Körper die Grenzkraft der Haftung überschritten hat, fängt er an zu rutschen. Wie wird die Reibungskraft R berechnet? Ist der dabei verwendete Reibungskoeffizient μ größer oder kleiner als der Haftreibungskoeffizient μ_0 ?

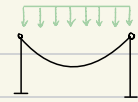
Die Reibungskraft berechnet sich bei gegebener Normalkraft N zu $R = \mu N$. Der Reibungskoeffizient μ ist im Allgemeinen kleiner als der Haftreibungskoeffizient μ_0 .

Wie berechnet sich der Grenzwert der Kraft H_0 , bei der ein Körper in Abhängigkeit von der Rauigkeit μ_0 in Ruhe bleibt?

$$H_0 = \mu_0 N$$

Hier ist μ_0 der Haftreibungskoeffizient und N die Normalkraft

Seilkraft (vertikal konstant belastetes Seil mit $H = \text{const.}$)



→ Formeln: Seilkraft $S = H \sqrt{1 + [y'(x)]^2}$

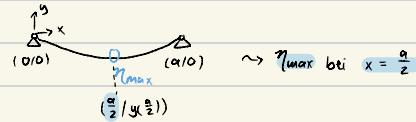
Vertikalkraft $V = H \cdot y'(x)$

Seillänge $l = \int_0^a \sqrt{1 + [y'(x)]^2} dx$

Wo tritt maximale Seilkraft auf? → An den Auflagern

→ Wenn Auflager auf unterschiedlichen Höhen: idR $S_{\max}$ bei höher gelegenerm Auflager

Wo tritt maximaler Saldurchhang $\eta_{\max}$ auf? → wenn beide Auflager auf gleicher Höhe sind, beim Mittelpunkt:



Bedingung für Berechnung: Horizontalzug $H = \text{const.}$

Verständnis - / Textfragen der Probeklausur

Was bedeutet Linienflächigkeit von Kräften an starren Körpern? Was bedeutet dies für ansetzende Kräfte?

→ Kräfte, die auf starre Körper wirken, lassen sich entlang ihrer Wirkungslinie verschieben, ohne dabei ihre Wirkung auf den Körper zu verändern.

Für ansetzende Kräfte bedeutet das, dass ihr Angriffspunkt entlang der Wirkungslinie frei gewählt werden kann, solange der Körper starr ist.

Was besagt das Gleichgewichtsaxiom?

→ ein Körper befindet sich im GGW, wenn die Summe aller angreifenden Kräfte und Momente um jeden beliebigen Punkt $= 0$.

$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = 0 \quad \text{und} \quad \sum_{i=1}^n M_i = 0$$

Was ist ein zentrales Kraftsystem?

→ System, in dem sich die Wirkungslinien aller Kräfte in einem Punkt schneiden.