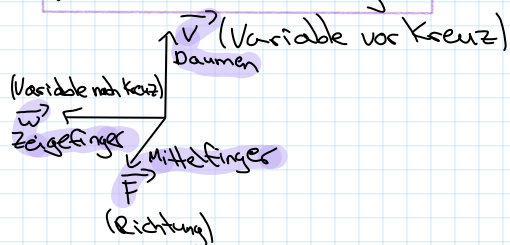


Rechte-Hand-Regel



⊗ in Ebene

⊙ aus Ebene

Temperatur

$$0^{\circ}\text{C} \approx 273,15\text{K}$$

$$\Delta T \text{ in } ^{\circ}\text{C} = \Delta T \text{ in K}$$

SI-Einheiten

$$-t (\text{s}) - I (\text{A})$$

$$-l (\text{m}) - T (\text{K})$$

$$-m (\text{kg}) - n (\text{mol})$$

$$-I_v (\text{Lichtstärke}) (\text{cd})$$

$$\rho_a = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3 \cdot \text{s}^2}$$

$$W = \frac{\text{J}}{\text{s}}$$

$$J = \text{kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$

$$\frac{\text{km}}{\text{h}} \stackrel{3,6}{=} \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{h} \stackrel{3,6}{=} \frac{\text{s}}{\text{h}}$$

$$1\text{L} = 1\text{dm}^3$$

$$1\text{L} = 0,001\text{m}^3$$

$$1\text{L} = 1\text{kg}$$

$$\text{nm} = 10^{-9}$$

$$\mu\text{m} = 10^{-6}$$

$$\text{k} = 10^3$$

$$\text{M} = 10^6$$

$$\text{G} = 10^9$$

Konstanten

$$c = 299.000.000 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$k_B \approx 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

$$N_A \approx 6,022 \cdot 10^{23} \frac{\text{Teilchen}}{\text{mol}}$$

$$R \approx 8,314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$$

$$G \approx 6,67 \cdot 10^{-11} \text{N} \frac{\text{m}^2}{\text{kg}^2}$$

$$\vec{\nabla} = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix}$$

$$\eta_{\text{Wasser}} = 1 \text{ Pa} \cdot \text{s}$$

Trigonometrie

$$\sin \alpha = \frac{G}{H}$$

$$\cos \alpha = \frac{A}{H}$$

$$\tan \alpha = \frac{G}{A} = \frac{\sin}{\cos}$$

$$\sin(\alpha)' = \cos(\alpha)$$

$$\cos(\alpha)' = -\sin(\alpha)$$

$$\sin^2 + \cos^2 = 1$$

Leistung/Intensität

$$P = I = \frac{V}{t}$$

$$I = \frac{P}{A \cdot t} ; I = P = \lambda \cdot \frac{A}{\lambda} \cdot \Delta T$$

Kreis

$$A = \pi \cdot r^2$$

$$U = 2\pi \cdot r$$

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$

$$\text{rad} = \frac{2\pi}{360^{\circ}} \cdot \text{grad}$$

$$\text{grad} = \frac{360^{\circ}}{2\pi} \cdot \text{rad}$$

Sonstiges

$$a^x = b \iff x = \log_a b$$

Bewegungen

Bewegung mit $v = \text{konst.}$

$$x(t) = v \cdot t + x_0$$

Bewegung mit $a = \text{konst.}$

$$x(t) = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t + x_0, \quad h = \frac{1}{2} a t^2$$

Positionsänderung Δx durch $v(t)$ von t_1 bis t_2

$$\Delta x = \int_{t_1}^{t_2} v(t) \cdot dt = x(t_2) - x(t_1)$$

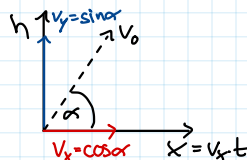
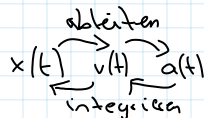
momentane Geschwindigkeit

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = \dot{x}(t) \quad \text{Ableitung}$$

Beschleunigung

$$a(t) = \frac{dv}{dt} = \dot{v}(t) = \ddot{x}(t)$$

$$a(t) = \frac{d^2 x}{dt^2}$$



Kreisbewegung

Winkelgeschw. ω

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot f; \quad \omega = \frac{v}{R}$$

Frequenz f

$$f = \frac{1}{T}$$

Geschwindigkeit $v(t)$

$$v(t) = \omega \cdot R$$

$$\vec{v}(t) = \omega \times \vec{r}(t)$$

Zentripetalbeschleunigung $a_z(t)$

$$a_z = \omega^2 \cdot R = \frac{v^2}{r}$$

Veränderung der Drehfrequenz α

$$\vec{\alpha} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$$

Tangentialbeschleunigung $\vec{a}_T$

$$\vec{a}_T = \vec{\alpha} \times \vec{r} = \alpha \cdot R$$

Zentripetalkraft

$$\vec{F}_z = m \cdot \omega^2 \cdot \vec{r}$$

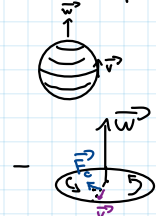
Zentrifugalkraft

$$\vec{F}_z' = (-) \vec{F}_z$$

Corioliskraft

$$\vec{F}_C = 2m \cdot \vec{v} \times \vec{\omega} \quad \text{(Mittel f.)} \quad \text{(Daumen) (Zeige)}$$

- wenn $\vec{v} \parallel \vec{\omega}$, dann $F_C = 0$



Systematische Unsicherheit

$\rightarrow \Delta x_{\text{sys}}$: Abweichungen des Messwerts vom wahren (falsch abgelesen)

statistische Unsicherheiten

Mittelwert $\mu \rightarrow \Delta x_{\text{stat}}$: stat. Unsicherheiten (Grenze der Methoden)

$$\langle x \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$$

Standardabweichung σ (mittlere Abweichung einer Einzelmessung vom Mittelwert)

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2}$$

Unsicherheit des Mittelwerts $\Delta \mu$

$$\Delta \mu = \frac{\sigma}{\sqrt{N}} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2} \quad (\Delta \mu \sim \frac{1}{\sqrt{N}})$$

Fehlerfortpflanzung Δz

$$\Delta z = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 \cdot \Delta x^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 \cdot \Delta y^2}$$

$$\cdot z = x \pm y: \Delta z = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$$

$$\cdot z = x \cdot y: \Delta z = \sqrt{(y \Delta x)^2 + (x \Delta y)^2}$$

$$\cdot z = \frac{x}{y}: \Delta z = \frac{\sqrt{(y \Delta x)^2 + (x \Delta y)^2}}{y^2}$$

Kräfte

1. Axiom: Trägheitsprinzip

$$\vec{v} = \text{const.}$$

2. Axiom: Aktionsprinzip

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

$$\sum_{i=1}^N \vec{F}_i = m \cdot \vec{a}_s$$

3. Axiom: Actio = Reactio

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

Gravitationskraft

$$F_G = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

Federkraft

$$F = -D \cdot x$$

Federn nebeneinander (parallel)

$$D = D_1 + D_2$$

Federn untereinander (Reihe)

$$\frac{1}{D} = \frac{1}{D_1} + \frac{1}{D_2}$$

Trägheitskraft

$$\vec{F}_T = -m \cdot \vec{a}$$

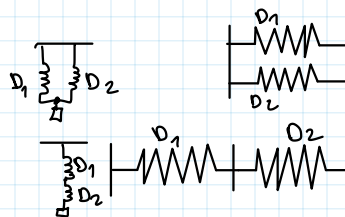
Änderung des Impuls

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Hebelgesetz

$$F_1 = F_2 \cdot \frac{l_2}{l_1}$$

$$F = \Delta p \cdot A$$



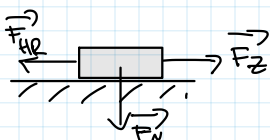
Reibungskräfte

Haftreibung F_{HE}

$$F_{HE} = F_z \text{ (Grenzhaft)} \text{ für } F_z \leq F_{HE}^{max}$$

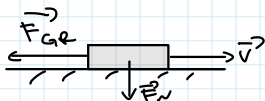
$$F_{HE} = F_{HE}^{max} \text{ für } F_z > F_{HE}^{max}$$

$$F_{HE}^{max} = \mu \cdot F_N$$



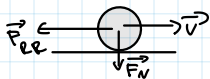
Gleitreibung F_{GE}

$$F_{GE} = \mu_g \cdot F_N$$



Rollreibung F_{RE}

$$F_{RE} = \mu_R \cdot F_N$$



Reibung auf schiefer Ebene

$$F_N = mg \cdot \cos(\alpha)$$

$$F_H \text{ (Hangabtriebskraft)} = mg \cdot \sin(\alpha)$$



Energie

Potenzielle Energie

$$E_{pot} = mgz, \quad z = \text{Abstand}$$

Rotationsenergie

$$E_{rot} = \frac{1}{2} \cdot J \cdot \omega^2$$

Elastische Energie

$$E_{elast} = \frac{1}{2} D x^2$$

Kinetische Energie

$$E_{kin} = \frac{1}{2} m v^2$$

Potenzial $U(\vec{r})$

$$U(\vec{r}) = \frac{1}{m} \int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} \vec{F}(\vec{r}') \cdot d\vec{r}'$$

$$\vec{F}(\vec{r}) = -m \vec{\nabla} U(\vec{r}), \text{ mit } \vec{\nabla} \text{ Nabla-Operator}$$

Zentrale Stöße

Elastischer Stoß $(m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2')$

$$v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot v_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} \cdot v_2$$

$$v_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} \cdot v_1 + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \cdot v_2$$

Inelastischer Stoß $(m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) \cdot v')$

$$v' = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$

Änderung des Impuls

$$F = \frac{dp}{dt}$$

→ bei doppelter Impulsübertragung: $F \cdot 2$

Arbeit W

Umwandlung durch Energieformen durch Arbeit

$$W = \vec{F} \cdot \vec{s} = |\vec{F}| \cdot |\vec{s}| \cdot \cos(\varphi)$$

$$[W] = Nm = J$$

$$\text{bei } \vec{F} \parallel \vec{s} \rightarrow W = F \cdot s$$

$$\text{bei } \vec{F} \perp \vec{s} \rightarrow W = 0$$

Leistung P

$$P = \frac{W}{t} \quad [P] = \frac{kg \cdot m^2}{s^3} = \text{Watt}$$

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t}$$

$$P = I \cdot A$$

Impuls

Impulserhaltungssatz

$$\sum_{i=1}^N \vec{p}_i = \vec{p}_{tot} = \text{const.}$$

Änderung des Impuls

$$\Delta \vec{p} = \vec{F} \cdot \Delta t$$

Zwei Massen mit verschiedenen Geschwindigkeiten

$$m \cdot \vec{v}_1 + (M-m) \cdot \vec{v}_2 = 0$$

Drehimpuls $\vec{L}$

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = m r^2 \vec{\omega}$$

Drehimpulserhaltung

$$\sum_{i=1}^N \vec{L}_i = \vec{L}_{tot} = \text{const.}$$

Drehmoment $\vec{M}$

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} = \frac{d\vec{L}}{dt} = F \cdot l$$

Statik starrer Körper

Schwerpunktsatz

$$\sum_{i=1}^N \vec{F}_i = 0 \quad \text{bei Translation: keine Beschleunigung}$$

Statik der Rotation: keine Winkelbeschleunigung

$$\sum_{i=1}^N \vec{M}_i = 0$$

Gleichgewicht ausgedehnter Körper

Drehmoment

$$\vec{M} = \vec{r}_{SP} \times m \vec{g}$$

$\nwarrow$ Position SP
von Drehachse

Schwerpunkt

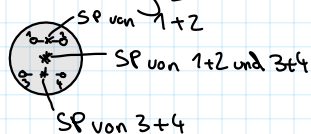
$$\vec{r}_{SP} = \frac{1}{m} \int \vec{r} \rho(\vec{r}) \cdot dV$$

$$\vec{r}_{SP} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^N m_i \cdot \vec{r}_i$$

Arten des GG

- stabiles: SP unter Drehachse
- labiles: SP senkrecht über Drehachse
- indifferentes: SP liegt auf Drehachse

Bestimmung SP



Kontinuumsmechanik

Dichte

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Mech. Spannung (Dehnung/Stauchung)

$$\sigma = \frac{F}{A}$$

Relative Längenänderung

$$\epsilon = \frac{\Delta L}{L}$$

Hooke'sches Gesetz

$$\sigma = E \cdot \epsilon \quad \Delta L = L \cdot \frac{F}{E \cdot A}$$

Volumenänderung

$$\frac{\Delta V}{V} = (1 - 2\mu) \cdot \frac{\Delta L}{L}, \quad \mu = \text{Poissonszahl}$$

$$\frac{\Delta d}{d} = -\mu \cdot \frac{\Delta L}{L} \quad (\text{Stahlzylinder, wo an beiden Enden gezogen wird})$$

Hebelgesetz

$$F_1 = F_2 \cdot \frac{L_2}{L_1}$$

Rotation starrer Körper

Translation

$$\vec{F} \rightarrow \vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$\vec{a} \rightarrow \vec{a} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$$

$$m \rightarrow J (\text{Trägheitsmoment})$$

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}_{SP}$$

Drehimpuls

$$\vec{L} = J \cdot \vec{\omega}$$

Drehmoment

$$\vec{M} = J \cdot \vec{\alpha}; \quad \vec{\alpha} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}; \quad M = F \cdot L$$

Trägheitsmoment

$$\text{- Punktmassen } J = \sum_{i=1}^N m_i \cdot r_i^2$$

$$\text{- Kugel } J = \frac{2}{5} \cdot m \cdot R^2$$

$$\text{- Vollzylinder } J = \frac{1}{2} m \cdot R^2$$

Parallelverschiebung Drehachse um Distanz d

$$J = J_{SP} + m \cdot d^2$$

Rotationsenergie

$$E_{rot} = \frac{1}{2} \cdot J \cdot \omega^2$$

Verbiegung

- einseitig eingespannt

$$\Delta = \frac{1}{E} \cdot \frac{F L^3}{8 b}$$

- beidseitig

$$\Delta = \frac{1}{E} \cdot \frac{F L^3}{48 b}$$

Scherung

$$\tau = G \gamma, \quad G = \text{Schermodul} \quad \Delta x = \frac{1}{G} \cdot \frac{F}{A}$$

Torsion

$$D = G \cdot \frac{\pi \cdot R^4}{2 L} \quad M = D \cdot \varphi \quad \varphi \text{ in rad, } 0 = \text{Winkelrichtgröße}$$

Hydrostatik

Druck in Flüssigkeiten

$$p = \frac{F}{A}$$

(je höher, desto weniger Druck)

(je schneller, desto weniger Druck)

Schwerdruck

$$p_s = \frac{F_s}{A} = \rho \cdot g h$$

Stempeldruck

$$p_0 = \frac{F}{A}$$

Gesamtdruck

$$p = p_0 + \rho g h$$

Hydraulische Presse

$$F_2 = F_1 \cdot \frac{A_2}{A_1}$$

Auftriebskraft

$$F_A = \rho_{\text{Fl}} \cdot g \cdot V_k$$

Schwimmen, wenn $F_A = F_g$

$$V_{\text{unter Wasser}} = \frac{\rho_k}{\rho_{\text{Fl}}} \cdot V$$

$$V_{\text{über Wasser}} = \left(1 - \frac{\rho_k}{\rho_{\text{Fl}}}\right) \cdot V$$

U-Rohr-Manometer

$$p = p_0 + \rho \cdot g h$$

U-Rohr-Barometer

$$p = \rho g \cdot \Delta h$$

Kompression von Flüssigkeiten

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{p}{K} = \alpha \cdot p \quad ; \alpha = \text{Kompressibilität}$$

Kompressionsarbeit

$$\Delta W = -p \cdot \Delta V \quad \text{wenn } p = \text{const.}$$

$$\Delta W = \int dW = \int -p dV \quad \text{wenn } p = p(V)$$

Grenzflächen von Flüssigkeiten

Kohäsion

$$\sigma = \frac{\Delta E}{\Delta A} \quad , \sigma = \text{Oberflächenspannung}$$

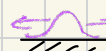
Kraft auf Randlinie

$$F = 2\sigma \cdot l$$

Überdruck in Blase

$$\Delta p = \frac{4\sigma}{R}$$

- Adhäsionskräfte > Kohäsionskräfte

 (hydrophil) → Benetzung

- Adhäsion < Kohäsion

 (hydrophob) → Lotuseffekt

Kapillareffekt

- Kapillarkompression 

- Kapillardepression 

$$\Delta h = \frac{2\sigma}{\rho \cdot g}$$

Aerostatik

$$\rho \cdot V = \text{const.}$$

$$\rho \sim p$$

Boyle-Mariotte

$$\rho(p) = \frac{\rho_0}{p_0} \cdot p$$

Differenzialgleichung von $p(z)$

$$\frac{dp}{dz} = - \left(\frac{\rho_0 g}{p_0} \right) \cdot p(z)$$

Druckänderung

$$p(z) = p_0 \cdot e^{-\left(\frac{\rho_0 g}{p_0}\right) \cdot z} = p_0 \cdot e^{-\frac{z}{h_0}}$$

Dichteänderung

$$\rho(z) = \rho_0 \cdot e^{-\left(\frac{\rho_0 g}{p_0}\right) \cdot z} = \rho_0 \cdot e^{-\frac{z}{h_0}}$$

Schweredruck einer Flüssigkeit

$$p(z) = p_0 - \rho_0 g z$$

Hydrodynamik

Strömungsfeld: $\vec{v}(\vec{r}, t)$ = Geschw. - an Ort $\vec{r}$
- zur Zeit t

laminar

$\leftrightarrow$

turbulent

$\vec{v}(\vec{r})$: glatt

$\vec{v}(\vec{r}, t)$: kompliziert

$\vec{v}(\vec{r}, t): t = \text{const.}$
(stationär)

$\vec{v}(t) \neq \text{const.}$
(instationär) $\rightarrow$ Wirbel

$$\rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2$$

inkompressibel $\leftrightarrow$

kompressibel

$\rho = \text{const}$

$\rho \sim p$

$$A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2$$

$$I_1 = A_1 v_1 = A_2 v_2 = I_2 = \text{const.}$$

Ideale Fluide $\leftrightarrow$ Reale Fluide

- keine Reibung

- Reibung / Viskosität

Volumenstromstärke

$$I = A \cdot v$$

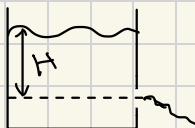
Bernoulli-Gleichung

$$\frac{1}{2} \rho v_1^2 + p_1 = \frac{1}{2} \rho v_2^2 + p_2$$

mit Höhenänderung

$$\frac{1}{2} \rho v_1^2 + p_1 + \rho g h_1 = \frac{1}{2} \rho v_2^2 + p_2 + \rho g h_2$$

- Ausflussgesetz:



$$\rho g H = \frac{\rho}{2} v_2^2$$

$$v_{2, \text{aus}} = \sqrt{2 g H}$$

Anwendungen: - Pitot-Rohr ($\vec{v}$ von Flugzeugen)
- Auftrieb Tragflächen
- Magnus-Effekt (Ball fliegt kurve)
- Hydrodynam. Paradoxa (Blatt)

Reale Flüssigkeiten

Viskosität η

$$\eta = \frac{F/A}{dv/dx}$$

Newton'sche Flüssigkeit ($\eta = \text{const.}$)

$$V_0 = \frac{F}{A} \cdot \frac{D}{\eta} \rightarrow \text{Tiefe } D$$

Stoke'sches Reibungsgesetz

$$\vec{F}_R = -6\pi \cdot \eta \cdot R \cdot \vec{v}$$

$$v = \frac{2g(\rho_K - \rho_F)}{9\eta} \cdot R^2$$

Reale Strömung im Rohr

$$v(r) = \frac{\Delta p}{4\eta l} (R^2 - r^2)$$

Volumenstrom im Rohr

$$I = \frac{\pi \Delta p}{8\eta l} \cdot R^4$$

Schwingungen/Wellen

Harmonische Schwingungen

$$x(t) = X_0 \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

$$\ddot{x}(t) = -\omega^2 \cdot x(t) \quad (\text{keine Dämpfung/Antrieb}) \\ \text{bei konst. Amplitude}$$

Federpendel

$$\ddot{x}(t) = -\frac{D}{m} \cdot x(t)$$

Fadenpendel

$$\ddot{\alpha} = -\frac{g}{l} \cdot \alpha$$

Harmonische Schwingung mit Dämpfung

$$\ddot{x} = -\frac{D}{m} \cdot x - \frac{\beta}{m} \cdot \dot{x}$$

$$\ddot{x} = -\omega_0^2 x - 2\gamma \cdot \dot{x} \quad (\gamma = \text{Dämpfungskonstante})$$

Turbulenz

Reynoldszahl Re

$$Re = \frac{\rho \cdot l \cdot v}{\eta}$$

→ Turbulenz ab $Re \geq 1000$

Turbulente Reibungskraft

$$F_R = \frac{\rho \cdot C_w \cdot A}{2} \cdot v^2$$

A) Schwache Dämpfung $\gamma \ll \omega_0$

$$x(t) = x_0 \cdot \cos(\omega t) \cdot e^{-\gamma t} \quad ; \omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$$

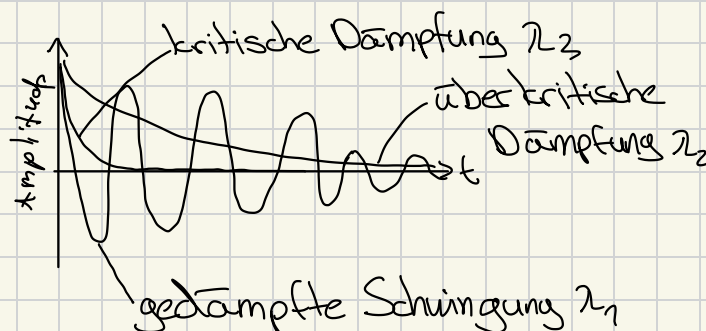
B) Aperiodischer Grenzfall $\gamma = \omega_0$

$$x(t) = x_0 \cdot e^{-\gamma t}$$

Getriebener harmon. Oszillator

$$\ddot{x} = -\omega_0^2 x - 2\gamma \dot{x} + \frac{F_0}{m} \sin(\omega_{\text{extern}} \cdot t)$$

↳ konst. Amplitude, Dämpfung/Antrieb im GG
 $x(t) = X_0 \cdot \sin(\omega_{\text{ext}} \cdot t + \varphi)$
Amplitude Antriebsfrequenz Phasenverschiebung



Dämpfung von klein zu groß: $\lambda_2 < \lambda_3 < \lambda_1$

Harmonische Wellen

Ausbreitungsgeschwindigkeit

$$c = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot f = \frac{\omega}{k}$$

Geschwindigkeit Amplitude

$$v_0 = \omega \cdot x_0$$

Transversalwellen

$$\vec{x}_0 \perp \vec{k} \quad \begin{array}{c} \vec{x}_0 \\ \uparrow \\ \text{---} \end{array} \rightarrow \vec{k}$$

Longitudinalwellen

$$\begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \rightarrow \vec{k}$$

Schallwellen

Druck- und Dichtewellen

$$v_{\max} = M_0 = x_0 \cdot \omega$$

$$p_0 = M_0 \cdot S \cdot c_s$$

Energiefluss

$$I = \frac{E}{A \cdot t} \quad ; \quad I = \overset{\text{Leistung}}{P} = \lambda \cdot \frac{A}{\Delta} \cdot \Delta T$$

$$I = \frac{1}{2} \cdot \frac{p_0^2}{S \cdot c_s} = \frac{1}{2} S \cdot c_s \cdot M_0^2$$

Lautstärke

- Infraschall $f < 16 \text{ Hz}$

- Hörbarer Schall $16 \text{ Hz} < f < 20 \text{ kHz}$

- Ultraschall $f > 20 \text{ kHz}$

$$L = 10 \cdot \log\left(\frac{I}{I_0}\right) \text{ dB}$$

$$I = I_0 \cdot 10^{\frac{L}{10 \text{ dB}}}$$

Interferenz

- verschiedene $\vec{k}$ -Vektoren

$$\vec{x}(\vec{r}, t) = \vec{x}_0 \cdot \sin(\vec{k}_1 \cdot \vec{r} - \omega t) + \vec{x}_0 \cdot \sin(\vec{k}_2 \cdot \vec{r} - \omega t)$$

Stehwellen (Interferenz bei $\vec{k}_2 = -\vec{k}_1$)

Bäuche: $(n-1)$ -te Harmonische

$$\lambda_n = \frac{2L}{n}$$

$$f_n = f_1 \cdot n \quad ; \quad f_1 = \frac{c}{2L}$$

Schwebung

- verschiedene Frequenzen

$$P = I = \lambda \cdot \frac{A}{\Delta} \cdot \Delta T \quad T_{\text{Schwebung}} = \frac{2\pi}{|\omega_2 - \omega_1|} = \frac{1}{|f_2 - f_1|}$$

$\downarrow$
Leistung



Dopplereffekt

A) bewegte Quelle (v_a)

$$f' = \frac{f}{1 - \frac{v_a}{c_s}}$$

B) Bewegter Empfänger (v_e)

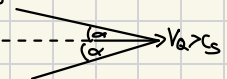
$$f' = f \left(1 + \frac{v_e}{c_s}\right)$$

C) kombinierter Fall

$$f' = f \cdot \frac{1 + \frac{v_e}{c_s}}{1 - \frac{v_a}{c_s}}$$

Überschallgeschwindigkeit

$$\text{Machzahl } M_a = \frac{v_a}{c_s} = \frac{1}{\sin \alpha}$$



Thermodynamik

Bewegung von Molekülen

- Translation E_{kin}

- Rotation $E_{\text{rot},n}(t) = \frac{1}{2} \cdot I_n \cdot \omega_n^2(t)$

- Vibration $E_{\text{vib},n}(t) = \frac{1}{2} \cdot D_n (x_n(t) - x_0)^2$

→ Mittelwert $\langle \vec{v}_n(t) \rangle_N = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \vec{v}_n(t) = 0$

Wärmeänderung

$$\Delta Q = C \cdot \Delta T$$

spezifische Wärmekapazität

$$c = \frac{C}{m}$$

$$\Delta Q = c \cdot m \cdot \Delta T$$

Wärmeausgleich

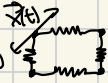
bis $T_1' = T_2'$: therm. Gleichgewicht

$$T_m = \frac{C_1 T_1 + C_2 T_2}{C_1 + C_2}$$

Wärmetransport

- Konvektion $\varnothing$

- Strahlungswärme $\overset{\text{Strahlung}}{\sim} Q_{\text{str}}$

- Wärmeleitung in festen Körpern 

Wärmeleitung pro Zeit

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = P = \frac{\lambda \cdot A}{d} \cdot \Delta T$$

Wärmeausgleich

$$\Delta T(t) = \Delta T_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} ; \tau = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} \cdot \frac{d}{\lambda \cdot A}$$

$$P = I = \lambda \cdot \frac{A}{d} \cdot \Delta T$$

↓
Leistung

Therm. Ausdehnung

Längenausdehnung

$$\Delta L = L - L_0 = \alpha \cdot L_0 \cdot \Delta T$$

$$L(T) = L_0 + \Delta L = L_0 [1 + \alpha(T - T_0)]$$

Volumenausdehnung

$$\Delta V = V - V_0 = \gamma \cdot V_0 \cdot \Delta T$$

$$V(T) = V_0 + \Delta V = V_0 [1 + \gamma(T - T_0)]$$

(mit γ : Volumen-Ausdehnungs-Koeff.)

Ideales Gas

Modell

- $N \gg 1$ Teilchen in V, T, p
- Punktteilchen (ohne Volumen)
- nur elast. Stöße
- keine langreichweitigen Kräfte

Ideale Gasgleichung

$$p \cdot V = n_{\text{mol}} \cdot R \cdot T ; R = \underbrace{N_A}_{6,022 \cdot 10^{23} \frac{\text{Teilchen}}{\text{mol}}} \cdot \underbrace{k_B}_{1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}} = 8,314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \rightarrow pV = N k_B T$$

Maxwell-Boltzmann-Verteilung

- Wahrscheinlichste Geschw.

$$\hat{v} = \sqrt{\frac{2k_B T}{m}}$$

- mittlere Geschw.

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi m}}$$

$$\langle v^2 \rangle = \frac{3k_B T}{m}$$

$$\rightarrow v_{\text{th}} = \sqrt{\langle v^2 \rangle}$$

- mittlere E_{kin}

$$\langle E_{\text{kin}} \rangle = \frac{3}{2} k_B \cdot T$$

Van der Waals Gas

- Eigenvolumen V_m
- Kohäsionskräfte $\propto \frac{1}{V^2}$

Van der Waals Gleichung

$$p = \frac{N k_B T}{V - N \cdot V_m} - \left(\frac{N}{V} \right)^2 p_K ; V_m = \frac{b}{N_A} ; p_K = \frac{a}{N_A^2}$$

$\xleftarrow{\text{Kohäsionsdruck}}$

Innere Energie U

$$\Delta U = C_V \cdot \Delta T$$

Ideales Gas

$$-\langle E_{\text{kin}} \rangle = \frac{3}{2} N k_B T$$

$$- E_{\text{rot}} = ?$$

$$- E_{\text{vib}} = ?$$

Freiheitsgrade f

Äquipartitionsprinzip

$$U = \frac{f}{2} N k_B T$$

$$-\text{He-Gas (1-atom)}: U = \frac{3}{2} N k_B T$$

$$-\text{N}_2\text{-Gas (2-atom)}: U = \frac{5}{2} N k_B T$$

Zustandsänderung im idealen Gas

- Isochor $\Delta Q \Rightarrow \dots$ ($V = \text{const.}$)

$$C_V = \frac{f}{2} N k_B$$

$$\frac{T_1}{P_1} = \frac{T_2}{P_2}$$

- Isobar $\begin{array}{c} p: \Delta W \\ \uparrow \Delta Q \end{array} \leftarrow F$ ($p = \text{const.}$)

$$C_P = C_V + N k_B = \left(\frac{f}{2} + 1\right) N k_B$$

$$\frac{T_1}{V_1} = \frac{T_2}{V_2}$$

- Isotherm $\begin{array}{c} \Delta Q \\ \Rightarrow \Delta W \end{array}$ ($T = \text{const.}$)

$$P_1 V_1 = P_2 V_2$$

$$\Delta S = \frac{\Delta Q}{T}$$

$$\Delta Q = -\Delta W$$

$$\Delta W = -N k_B T \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

- Adiabatisch $\begin{array}{c} \Delta W \\ \Rightarrow \end{array}$ ($\Delta Q = 0$)
Wärmeisolator

$$\Delta W = C_V \cdot \Delta T$$

Adiabatangleichung

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad \text{mit } \gamma = \frac{C_P}{C_V} = 1 + \frac{2}{f}$$

Entropie S



- Maß für Wsl. Makrozustand Z mit w Mikrozustände

$$\begin{array}{c} 1 \\ 2 \end{array} \begin{array}{c} 1 \\ 2 \end{array} \text{ oder } \begin{array}{c} 1 \\ 3 \end{array} \begin{array}{c} 1 \\ 2 \end{array}$$

$$S(Z) = k_B \cdot \ln(w)$$

$$\Delta S = N k_B \cdot \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right)$$

$$\Delta S = k_B \cdot \ln\left(\frac{w}{w_0}\right)$$

Hauptsätze der TD

1. Hauptsatz

$$\Delta U = \Delta Q + \Delta W \quad (W = \text{Kompressionsarbeit})$$

2. Hauptsatz

- abgeschlossenes System: $\Delta S \geq 0$

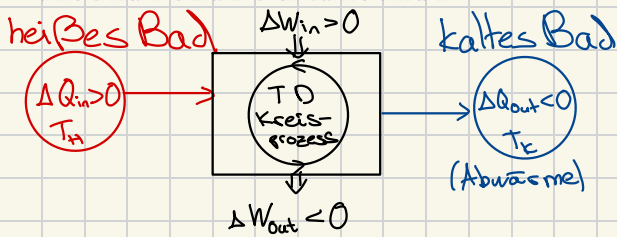
- nicht abgeschl. System: $\Delta S_{1/2} = \frac{\Delta Q_{1/2}}{T}$

- isochor Zustandsänderung: $\Delta S = C_V \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)$

3. Hauptsatz

$\lim_{T \rightarrow 0} S(T) = 0 \rightarrow T = 0 \text{ K nie erreicht}$

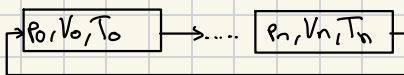
Wärme-Kraft-Maschine



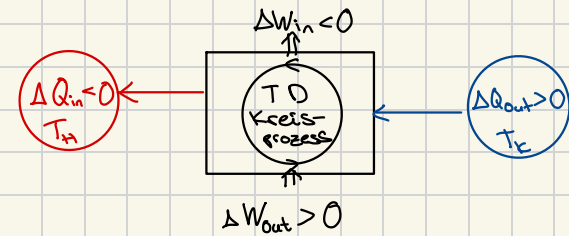
Wirkungsgrad:

$$\eta = \frac{-\Delta W}{\Delta Q_{in}} > 0$$

TD-Kreisprozess



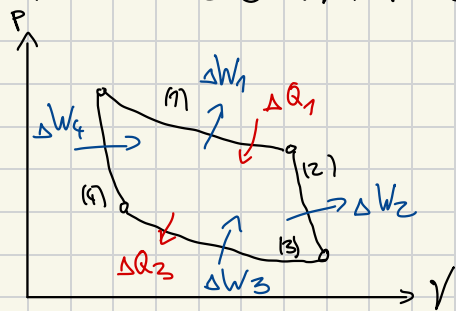
Wärmepumpe



Wirkungsgrad:

$$\eta^* = \frac{-\Delta Q_{in}}{\Delta W} = \frac{1}{\eta} \quad (\eta^* > 1) ; \quad \eta = 1 - \frac{T_{ausen}}{T_{innen}}$$

Reversible WKM: Carnot Maschine



(1) Isotherme Expansion: $T = T_H$

(2) Adiabatische Exp.: $\Delta Q = 0$

(3) Isotherme Kompression: $T = T_K$

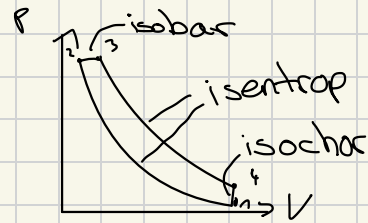
(4) Adiabatische Komp.: $\Delta Q = 0$

Wirkungsgrad:

$$\eta_c = 1 - \frac{T_K}{T_H} \quad (\text{immer Abwärme!})$$

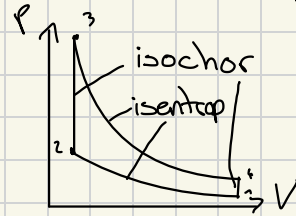
$$\eta = \frac{P_{el}}{P_{out}}$$

Diesel-Kreisprozess



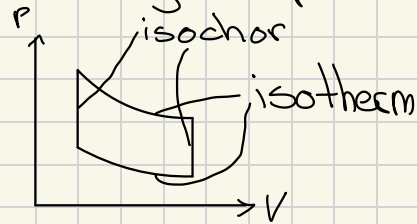
$$\eta \approx 50\%$$

Otto-Kreisprozess



$$\eta \approx 35\%$$

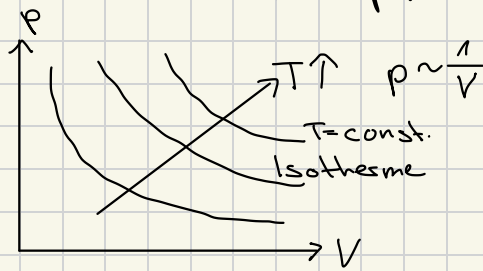
Stirling Kreisprozess



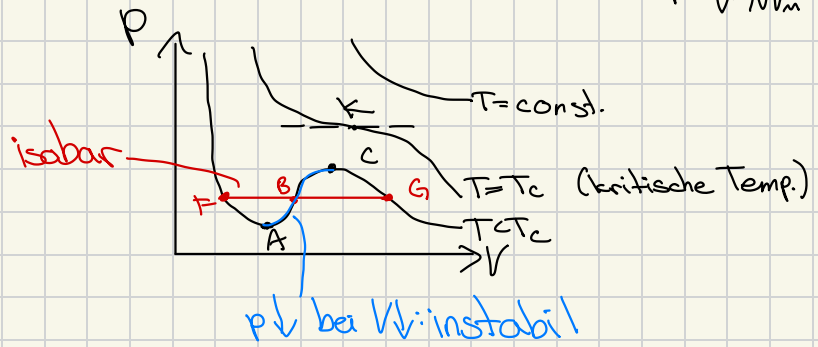
Phasenübergänge

pV-Diagramm

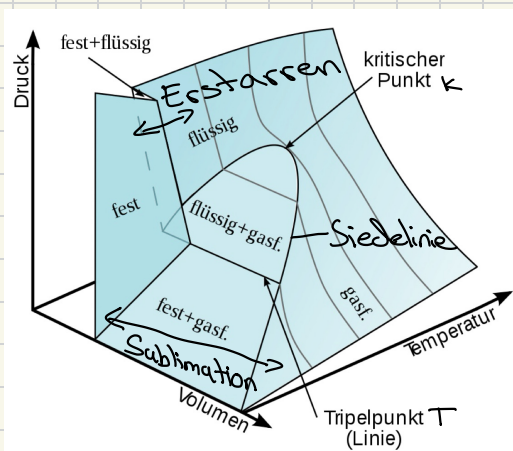
- ideales Gas: $p \cdot V = M_B T$



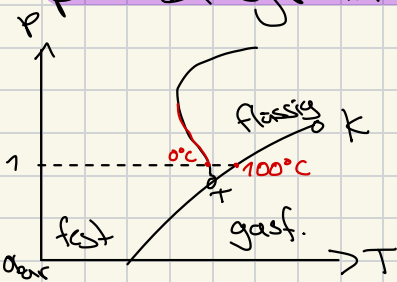
- Van der Waals-Gas: $p = \frac{N k_B T}{V - N V_m} - \left(\frac{N}{V}\right)^2 P_k$



pVT-Diagramm



pT-Diagramm



Anomalie von Wasser: $\frac{dp}{dT} < 0$