

Formelsammlung Optik

Grundlagen Licht

Optische Wellenlänge: $\lambda = \frac{c}{\nu}$
Energie Photon: $E_{pho} = h \cdot \nu = \frac{h \cdot c}{\lambda}$
Energie Licht: $E = h \cdot f$ $[E] = W \cdot s = \frac{kg \cdot m^2}{s^2}$
Energie: $E = P \cdot t$ $[W] = \frac{J}{s}$
Protonenfluss: $\Phi = \frac{I}{e}$
Intensität: $I = \frac{P}{A} = \frac{E}{A \cdot t} = I_0 \cdot e^{-\alpha \cdot z}$ $[W/m^2]$
Interferenz: $I = E_1^2 + E_2^2 + 2 \cdot E_1 \cdot E_2 \cdot \cos(\varphi_1 - \varphi_2)$
Ebene Welle: $\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0(\vec{r}) \cdot e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}$
Wellenvektor: $\vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{\lambda_0} \cdot n$ $NA = n \cdot \sin(\theta)$
Auflösung: $\Delta x \approx \sin \theta \cdot \frac{\lambda}{\Delta \theta} = \frac{0,61 \cdot \lambda}{NA}$
Airy-Scheibchen: $d = 1,22 \cdot \frac{\lambda}{NA}$
Snell'sches Brechungsgesetz: $n_1 \cdot \sin(\alpha) = n_2 \cdot \sin(\alpha')$

Totalreflexion: optisch dichter in optisch dünner
 $\sin \alpha_G = \frac{n_2}{n_1}$, $NA = \sqrt{n_2^2 - n_1^2}$, $\alpha_{max} = \arcsin(\frac{NA}{n_1})$

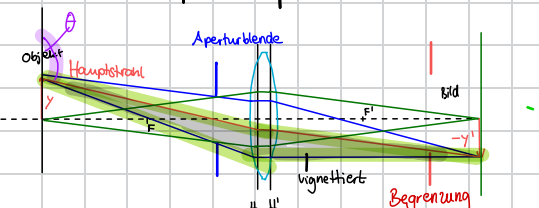
Ausbreitung Licht in Medium: $c_n = \frac{c_0}{n}$
Wellenlänge: $\lambda = \frac{c}{f} \rightarrow [f] = \frac{1}{s} = Hz$

Blenden/Pupillen

Öffnungszahl/Blendenzahl: $k = \frac{f'}{d_{BP}} = \frac{1}{2NA}$
Numerische Apertur: $NA = n \cdot \sin u$
Scharftiefe (geom): $D_f = k \cdot \Delta g = \frac{\delta}{2NA}$
Beugung: $D_f \propto \frac{1}{NA^2} \propto k^2$
Aperturblende: reale Begrenzung vor Linse
Pupille: EP $\rightarrow$ obj. Bild, AP $\rightarrow$ bilds. Bild
Eintrittsluke, Austrittsluke

Vignettierung: Begrenzung nicht durch Objekt/Bildpos
Pupille sondern andere Stelle, z.B. Linse (fok. beh.)

Telezentrie: Hauptstrahl || optische Achse (L Bildebene)



Pupille: Bild der Aperturblende im Objekt- oder Bildraum

Geometrische Optik

Linse an Luft: $n=1$
Abbildungen:
Brechzahl: $n = \frac{c_0}{c}$
Brechkraft: $\varphi = \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$
Einzelblende: $\varphi = \frac{(n-1)}{r}$
Brennweite: $f' = \frac{r}{n-1}$
Kombi Linse an Luft: $\varphi = \varphi_1 + \varphi_2$
Spiegel an Luft: $\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{r}$
Abbildungsmaßstab: $\beta = \frac{y'}{y} = \frac{n \cdot s'}{n' \cdot u} = \frac{d'}{d}$
Objekt in ∞ : $y' = f' \cdot \tan(\omega')$
Vergrößerung: $\Gamma = \frac{E}{E_0}$ (Angel Lupe/okular)

Lupe, Mikroskop: $\Gamma = \frac{250mm}{f_L} \cdot \frac{250mm}{f_{ok}}$
Teleskop: $\Gamma = -\frac{f_{obj}}{f_{okul}}$
Zoom/Vergrößerungsfaktor: $\Gamma = \frac{f_{MAX}}{f_{MIN}}$
Mikroskopoptik: $\Gamma = \frac{f_{obj}}{f_{okul}}$
Linse, Brennweite f' : $\frac{1}{f'} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s'}$

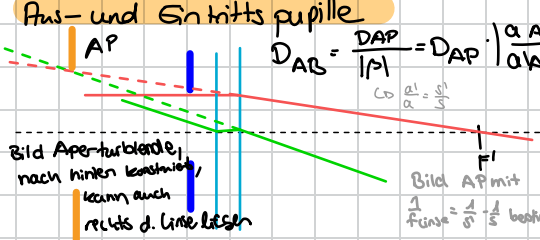
Ausbreitung, Strecke L: $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ / Abstand e ($\approx L$)
Optische Systeme: $\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$

Gesamtbrechkraft 2 Linsen, Abstand d: $\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 - d \cdot \varphi_1 \cdot \varphi_2$
Brechkraft $\varphi = (n-1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) + \frac{(n-1)d}{n \cdot r_1 \cdot r_2}$
Lage Hauptebenen: $a_1, H = \frac{r_1 \cdot d}{2n}$, $a_2, H = -\frac{r_2 \cdot d}{2n}$
Gesamtbrechkraft: $\varphi = \sum \frac{1}{f_i}$
 $\frac{1}{f_{ges}} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 \cdot f_2}$

Köhler-Beleuchtung: LQ nicht scharf erkennbar, kein Streulicht bar, EP in Ebene LQ, AP in ∞

Abbe-/kritische Beleuchtung: LQ scharf erkennbar, Streulicht, Abbildung Aperturblenden/Pupillen aufeinander

Aus- und Eintrittspupille: $D_{AB} = \frac{D_{AP}}{\Gamma} = D_{AP} \cdot \left| \frac{a_{AP}}{a_{AB}} \right|$



Aberration/Bildfehler

Gesamtbrechkraft: $\varphi = \sum \frac{h_k}{n_k} \cdot \varphi_k$
Bildfeldkrümmung: $\frac{1}{R_p} = -\sum \frac{\varphi_k}{n_k}$
Farbfehler: $\Delta \varphi = \frac{\varphi}{\nu}$
Abbe-Zahl: $V_d = \frac{n_d - 1}{n_F - n_C}$
Achromatie-Bedingungen: $0 = \Delta \varphi_1 + \Delta \varphi_2 = \frac{\varphi_1}{\nu_1} + \frac{\varphi_2}{\nu_2}$
Auge: KS: ∞ , WS: $\approx 250mm$
Akkommodation: $\Delta D_{ak} = \frac{1}{s_{nahe}} - \frac{1}{s_{fern}}$
Brechkraft: $\varphi = \frac{n-1}{r}$
Genauigkeit: $\alpha_c = 1'$, Visus = $\frac{1}{\alpha_c}$

Mikroskop

$\Gamma_{Mikro} = \frac{f_{obj}}{f_{okul}}$
 $\Gamma_{Mikro} = \frac{f_{obj}}{f_{okul}}$
 $\Gamma_{Mikro} \leq \approx 500 \dots 1000 NA$

Bezeichnungen: Mikroskop: $100 \times 0,9$ (Vergrößerung/NA)
Okular: 10×22 (Vergrößerung/Bildfeld)

Tiefenaufklärungskriterien: $\Delta a = \frac{\lambda}{2NA}$
Scharftiefe: $2D_f = \frac{\lambda}{NA^2} + \text{Akkommodation}$

Fourier

Übersetzt von Orts- in Winkelraum
Fourier-Transformierte in Optik: $\tilde{x} = \frac{x}{\lambda f}$, $\nu = \sin \theta$
 $U(\tilde{x}) = \int U(x) e^{-2\pi i \tilde{x} x} dx$
Beugung runde Blende: $d_{1,2} = 1,22 \frac{\lambda}{NA}$
Minimum Spalt: $\sin \alpha_m = 2 \frac{\lambda}{b}$
Maximum Spalt: $\sin \alpha_m = \frac{\lambda \cdot m}{b}$
Beugungsmaxima am Gitter: $\sin \alpha_m = m \cdot \frac{\lambda}{d}$
MTF Grenzfrequenz: kohärent: $\frac{1}{\lambda}$, inkohärent: $\frac{1}{2\lambda}$

Spektrale

Auflösungsvermögen: $A = \frac{\lambda}{\Delta \lambda} = \alpha \cdot D$
Dispersion $D = \frac{d\theta}{d\lambda}$
Auflösungsvermögen Gitter: $A = \frac{m \cdot d}{\lambda}$
Gitterkonstante: $P = \frac{1}{\sin \alpha}$
Winkeldispersion Gitter: $D = \frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{m}{d \cos \theta}$
Farbeindruck: $F(\lambda) = X \cdot x(\lambda) + Y \cdot y(\lambda) + Z \cdot z(\lambda)$
 $1 = x + y + z$

Beleuchtung

Strahlenfluss Φ [W] $\rightarrow$ radiometrisch
Lichtleistung Φ_v [Lumen] - photometrisch
Umrechnung: $\Phi_v(\lambda) = 683 \frac{lm}{W} \cdot V(\lambda) \cdot \Phi(\lambda)$
Strahlstärke/Lichtstärke: $I_v = \frac{\Phi_v}{\Omega}$
Beleuchtungs-/Bestrahlungsstärke: $E_v = \frac{\Phi_v}{A}$
Strahl-/Leuchtdichte: $L_v = \frac{\Phi_v}{A \cdot \Omega}$
Lichtleitwert/Extendue: $dH = dA \cdot d\Omega \cdot \cos \theta$
Extendueerhaltung: $H = H_0$
Effizienz: $\mu = \frac{\Phi_v}{\Phi}$
Raumwinkel (sr): $d\Omega = \sin \theta \cdot d\theta \cdot d\varphi$
Proj. Raumwinkel (sr): $d\Omega_p = \cos \theta \cdot d\Omega$
Opt. Leistung: $P_{opt} = E_{op} \cdot n \cdot \text{protonen}$
Photonenfluss: $\Phi_{pho} = \frac{P_{opt}}{E_{pho}}$

Laser / Licht & Materie

Absorption: $I(z) = I_0 \cdot e^{-\alpha z}$
Verstärkung: $I(z) = I_0 \cdot e^{g \cdot z}$
Lasermodem: $L = m \cdot \frac{\lambda}{2}$
Laser-Gaußsche Strahlen: $I(r) = I_0 \cdot e^{-\frac{r^2}{w_0^2}}$
Intensitätsprofil: $I(r) = I_0 \cdot e^{-\frac{r^2}{w_0^2}}$
Strahlparameterprodukt: $w_0 \cdot \theta_0 = \frac{\lambda}{\pi}$
Konfokalparameter: $z_0 = \frac{\pi w_0^2}{\lambda}$
Strahlradius im Abstand z: $w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_0}\right)^2}$
Helligkeit/Leuchtdichte $L = \frac{d\Phi}{dA \cdot d\Omega}$
Kohärenz

zeitl. Kohärenz: $\tau_c = \frac{L_c}{c}$, Kohärenzlänge: $L_c = \frac{\lambda^2}{\Delta \lambda}$

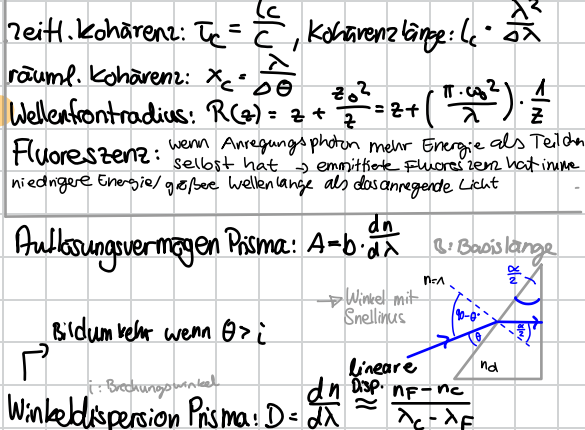
räuml. Kohärenz: $\chi_c = \frac{\lambda}{\Delta \theta}$

Wellenkontrast: $R(z) = z + \frac{z_0^2}{z} = z + \left(\frac{\pi w_0^2}{\lambda}\right) \cdot \frac{1}{z}$

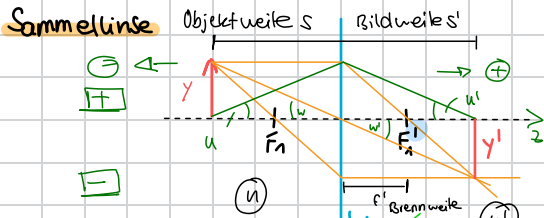
Fluoreszenz: selbst hat $\rightarrow$ emittiert. Fluoreszenz hat immer niedrigere Energie/gleiche Wellenlänge als das anregende Licht

Auflösungsvermögen Prisma: $A = b \cdot \frac{dn}{d\lambda}$

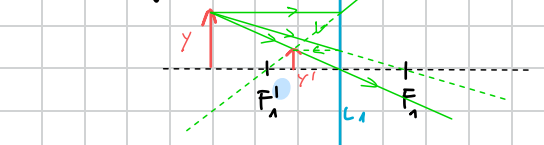
Winkeldispersion Prisma: $D = \frac{dn}{d\lambda}$



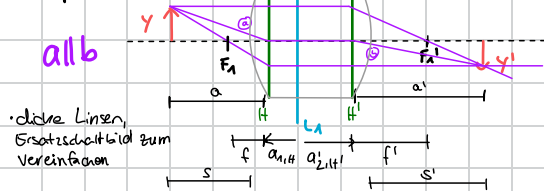
Bildkonstruktion



Zerstreuungslinse

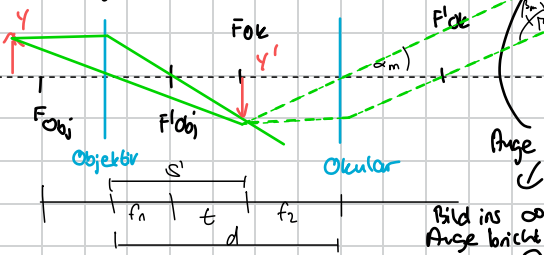


Hauptebenen

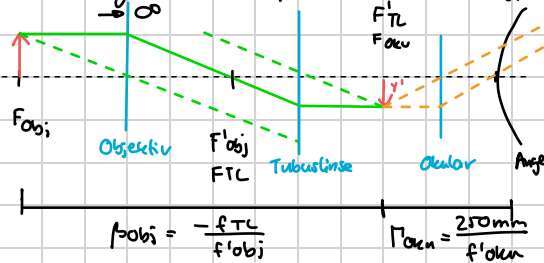


Mikroskope

2-linsiges Mikroskop



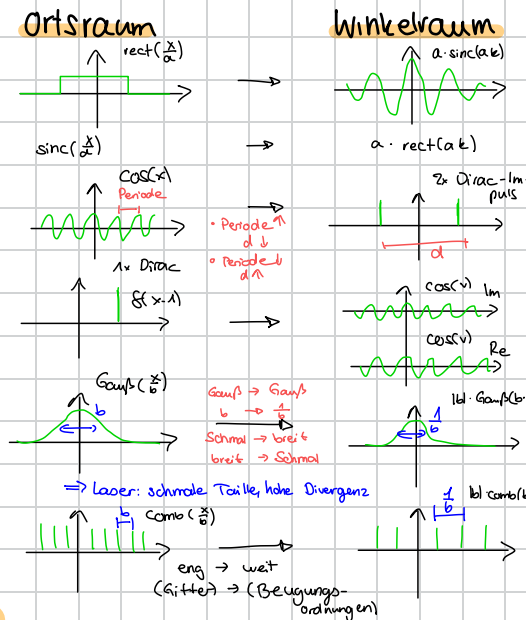
3-linsiges Mikroskop



Okular dient als Lupe für Zwischenbild
Epi: Auflicht, Trans: Durchlicht
Teleskope
Galilei: Obj + neg. Linse (Streu + Sammellinse)
Kepler: Obj + Oku (2x Sammellinse)

Fourieroptik

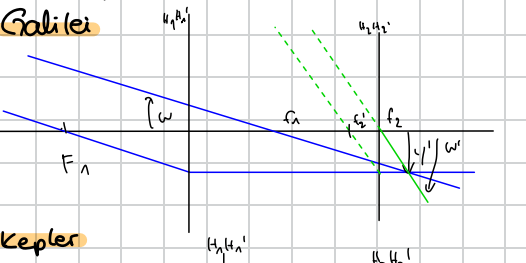
transferiert Orts- in Winkelraum
schmal $\rightarrow$ breit, breit $\rightarrow$ schmal



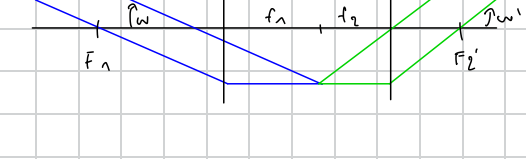
Ein- und Austrittspupille

α_{AP} : Abstand letztes Bauteil - Blende, Bezugssystem ist letztes Bauteil
 α_{EP} : Abstand erstes Bauteil - Blende, Bezugssystem ist erstes Bauteil
 $D_{AP/EP} = D_{AB} \cdot \left| \frac{\alpha'_{AP/EP}}{\alpha_{AP/EP}} \right|$, wenn keine Optik vor Blende, dann ist Blende auch EP

Teleskope

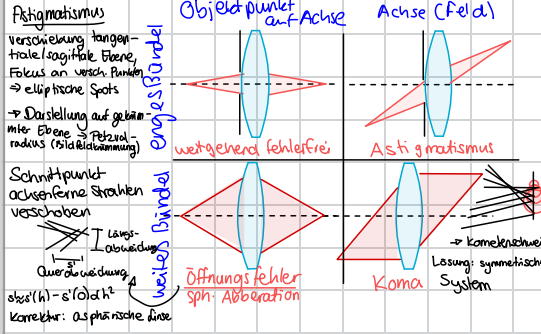


Kepler



Bildfehler

Bildscharfeffehler



Bildformfehler

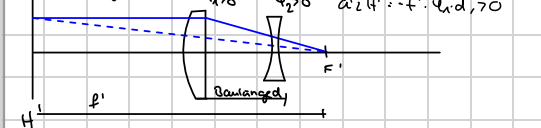
Verzeichnung: scharfe Abbildung aber verzerrt in x, y
[] $\rightarrow$ Kissen, Linse $\rightarrow$ Rinde, [] $\rightarrow$ Tonne, Rinde $\rightarrow$ Linse
 $V = (y'_{\text{real}} - y'_{\text{ideal}}) : y'_{\text{ideal}}$ [%]
Bildfeldwölbung: sondern gewölbt abgebildet wird $\rightarrow$ Petzval

Farbfehler (chromatische Aberration)

Dispersion: Brechungsindex λ -abh $\rightarrow n \uparrow$ wenn $\lambda \downarrow$, Materialeigenschaft
Abbe-Zahl: $V = \frac{n_d - 1}{n_F - n_C}$
Farblängsfehler (chrom. Längsaberration): weißes Licht aufgeteilt in mehrere Farben
 $\rightarrow$ Korrektur: Kombination pos. & neg. Linse

Achromasie-Rechnung: $0 = \frac{\varphi_1}{v_1} + \frac{\varphi_2}{v_2}$ mit $\varphi_{\text{ges}} = \varphi_1 + \varphi_2$
(Sammel + Zerstreuungslinse, also 0)
bei $\varphi_C = \varphi_F = \frac{n_C - 1}{r_1} + \frac{1 - n_C}{r_2}$

Teleobjektiv / Zoom



Matrix-Optik

Streue: $\begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
Linse: $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix}$
Winkel: $\frac{\alpha}{180} \cdot \pi = \text{rad}$
 $M_{\text{ges}} = \begin{pmatrix} h_4 \\ u_4 \end{pmatrix} = M_{21} \cdot \begin{pmatrix} h_1 \\ u_1 \end{pmatrix}$
Abstrahlungscharakteristik: $I(\theta) = \text{const.}$ isotrop, $I(\theta) \propto \cos^4 \theta$ Lambert

Theorie

Elektromagnetische Welle:
 $\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0(\vec{r}) \cdot e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}$
 $I \propto |\vec{E}_0|^2 \rightarrow$ Intensität, $\varphi(\vec{r}, t) = \omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} \rightarrow$ Phase
 $\vec{E}/|\vec{E}| \rightarrow$ Richtung, $\vec{E}/|\vec{E}| \rightarrow$ Polarisation, $\omega = 2\pi \cdot \xi \rightarrow$ Frequenz
Arten von Optik: exakte Formel $\rightarrow$ Näherung
geometrische Optik (mit paraxial $\rightarrow$ nur chrom. Aberration)
Wellenoptik $\rightarrow$ mit λ , dadurch Beugungseffekte
LASER: Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation
kollimiert: Strahlen/Wellen verlaufen parallel
kohärenz: $x_c = \frac{2\pi}{\Delta k} = \frac{\lambda}{\Delta \theta}$
Photochemisch (PDT) $\rightarrow$ Koagulation (Blutstillung) $\rightarrow$ Vapourisation (Ablation (Lasik) $\rightarrow$ Disruption
Effekt: stimulierte Emission (Energie - (Femtosekunden - Lasik) (Basenstumpfinversion)
aus: Medium, Pumpe (Erregung), Resonator (verstärkt, nicht aus)

Ange
Akkommodation: Fokus variiert, Adaption: Blende variiert
Stereosehen: Tiefenauflösung, Auflösungsvermögen $1'$
als Detektor am empfindlichsten im Grünen
Kurzichtigkeit: Myopie, Brennpunkt vor Netzhaut $\rightarrow$ zu kurz
Radius $\downarrow \rightarrow$ Neg. / Zerstreuungslinse
Weitsichtigkeit: Hyperopie, Brennpunkt zu lang $\rightarrow$ zu lang
Pos. / Sammellinse
Spektroskopie: freier Spektralbereich: Überlappung freier Bereich / Monochromatisches Wellenlängen-Spektrum

Prisma: Brechung durch Dispersion, abh. von λ ($\rightarrow$ Farbe)
Gitter: Beugung, je nach λ ($\rightarrow$ Farbe)
Licht: elektromagn. Welle / Lichtstrahlen / Lichtteilchen
Fotobjektiv: Abbildung $\rightarrow \infty, y' = f \cdot \tan(\omega)$
Anforderungen: großes Bildfeld, farbstreue Bildwiedergabe, hohe Auflösung (MTF), kompakt, leicht
Retrofokussystem Weitwinkelobjektiv
Fotobjektiv: 2/60: Blendenzahl Brennweite
Fernglas: 10x/50mm Vergrößerung / dEP