

ÜBUNG IM FACH SCHALTUNGSTECHNIK I, WiSe 24/25

Blatt 7

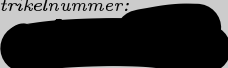
Aufgaben 12–13; 4 Seiten

Abgabe: 09.12.2024, 22:00 Uhr, über ILIAS

Ansprechpartner: M. Sc. Rouven Klenk, rouven.klenk@int.uni-stuttgart.de, 2.406 ETI II

Hinweise: Es sind alle Aufgaben auf diesem Arbeitsblatt zu bearbeiten. Vergessen Sie nicht, auf jedes Blatt Ihren Namen, Vornamen und Matrikelnummer zu schreiben. Auf der ersten Seite bitte zusätzlich den Anfangsbuchstaben Ihres Nachnamens markieren und die Blätter möglichst vollständig beschreiben.

Bei allen Berechnungen sind Zwischenschritte anzugeben. Geben Sie ausschließlich das richtige Endergebnis an, bringt dies keine Punkte.

Name: 	Vorname: 	Anfangsbuchstabe: 	Nummer: <table border="1"><tr><td></td><td></td><td></td></tr></table>			
Matrikelnummer: 						

Bewertung – wird vom Institut ausgefüllt

(2)	(2)	(2)	(10)	(2)	(2)	(10)	(30)

(3)	(2)	(11)	(6)	(8)	(4)	(+1)	(34 + 1)

(64 + 1)	 + / 0 / -

Aufgabe 12

Fourierreihen

Zu den in Abbildung 2 gezeigten, periodischen Zeitfunktionen (I, II) sollen die Koeffizienten ihrer komplexen Fourierreihen bestimmt werden.

- Welche Symmetrien besitzen die Signale aus Abbildung 2?
- Was gilt daher für die Koeffizienten der reellen Fourierreihe?
- Geben Sie die Bestimmungsgleichungen für die Koeffizienten der reellen Fourierreihen an (minimale Integrationsdauer).
- Berechnen Sie die Koeffizienten der reellen Fourierreihen zu den Signalen.
- Geben Sie die Signale durch ihre Fourierreihen an.
- Ermitteln Sie daraus die Koeffizienten der komplexen Fourierreihe.
- Geben Sie diese nun nach Betrag und Phase an.

Skizzieren Sie anschließend Betrag und Phase im Bereich von $\nu = -10$ bis $\nu = +10$.

Hinweis: Nehmen Sie **für die Skizzen** folgende Zusammenhänge an:

$$\frac{T_i}{T} = \frac{1}{5} \quad \frac{T_A}{T} = \frac{1}{8}$$

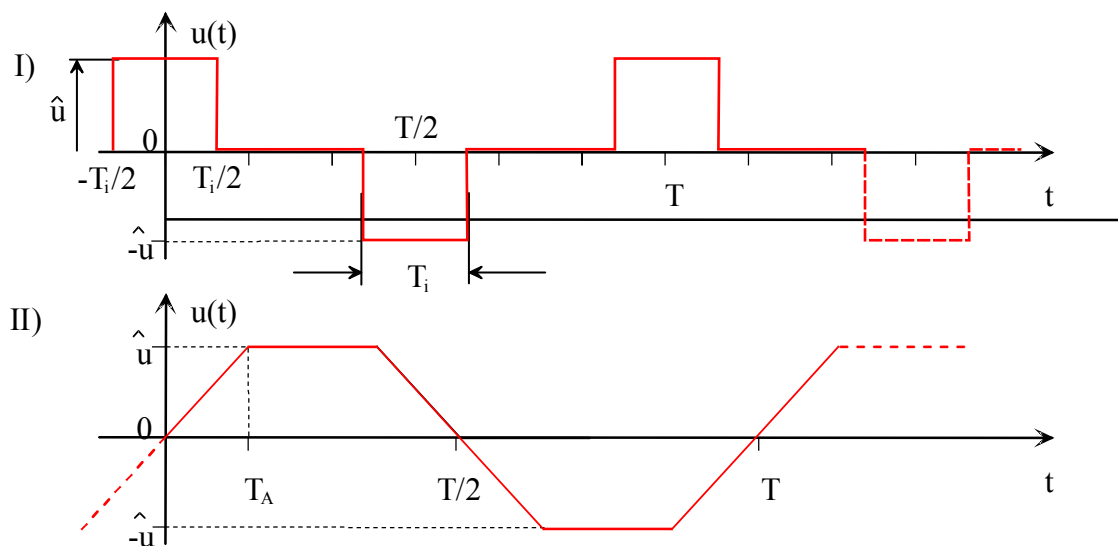


Abbildung 1: Periodische Zeitfunktionen

A12

a) I) gerade + Halbwellsymmetrie

II) ungerade + Halbwellsymmetrie
 $t_0 + T_1$

b) I) $a_0 = 0$ da Fläche unter + gleich groß wie über +-Achse

$b_V = 0$ nach 3-18 Skript

$a_{2V} = 0$ nach 3-20 Skript

II $a_0 = 0$ da Fläche unter + gleich groß wie über +-Achse

$a_V = 0$ für $V \geq 1$ (3-17 Skript)

$b_{2V} = 0$ 3-20 Skript

c) I) $a_V = \frac{2}{T_1} \int_0^T u(t) \cos(V \omega_1 t) dt \stackrel{\text{Definition}}{=} \frac{8}{T} \int_0^{\frac{T_1}{2}} u(t) \cos(V \omega_1 t) dt$

gilt da gerade + Halbwellsymmetrie

II) $b_V = \frac{2}{T_1} \int_0^T u(t) \sin(V \omega_1 t) dt \stackrel{\text{Def.}}{=} \frac{8}{T} \int_0^{\frac{T_1}{2}} u(t) \sin(V \omega_1 t) dt$

gilt da ungerade + Halbwellsymmetrie

d) I) $u(t) = \begin{cases} \hat{u} & 0 < t < \frac{T_1}{2} \\ 0 & \frac{T_1}{2} < t < T_1 \end{cases}$

$$\begin{aligned} a_V &= \frac{8}{T} \int_0^{\frac{T_1}{2}} u(t) \cos(V \omega_1 t) dt = \frac{8}{T} \left(\int_0^{\frac{T_1}{2}} \hat{u} \cos(V \omega_1 t) dt + \int_{\frac{T_1}{2}}^T 0 \cos(V \omega_1 t) dt \right) \\ &= \frac{8}{T} \left[\frac{\hat{u} \sin(V \omega_1 t)}{V \omega_1} \right]_0^{\frac{T_1}{2}} = \frac{8}{T} \left(\frac{\hat{u} \sin(V \omega_1 \frac{T_1}{2})}{V \omega_1} - 0 \right) = 8 \cdot \frac{\hat{u} \sin\left(\frac{2\pi \cdot V \cdot T_1}{T} \cdot \frac{1}{2}\right)}{V \omega_1} \\ &= \frac{4 \hat{u} \sin\left(\pi V \frac{T_1}{T}\right)}{\pi V} = \frac{4 \hat{u} \sin\left(\pi V \frac{T_1}{T}\right)}{\pi V \frac{T_1}{T}} \cdot \frac{T_1}{T} = 4 \hat{u} \sin\left(\pi V \frac{T_1}{T}\right) \cdot \frac{T_1}{T} \end{aligned}$$

II) $u(t) = \begin{cases} \frac{\hat{u}}{T_A} \cdot t & \text{für } 0 < t < T_A \\ \hat{u} & \text{für } T_A < t < T_1 \end{cases}$

$$\begin{aligned} b_V &= \frac{8}{T} \int_0^{\frac{T_1}{2}} u(t) \cdot \sin(V \omega_1 t) dt = \frac{8}{T} \left(\int_0^{T_A} \frac{\hat{u}}{T_A} \cdot t \sin(V \omega_1 t) dt + \int_{T_A}^{\frac{T_1}{2}} \hat{u} \sin(V \omega_1 t) dt \right) \\ &= \frac{8}{T} \left(\left[\frac{\hat{u}}{T_A} \cdot t \cdot \left(-\frac{\cos(V \omega_1 t)}{V \omega_1} \right) \right]_0^{T_A} - \int_0^{T_A} \frac{\hat{u}}{T_A} \cdot \cos(V \omega_1 t) dt + \left[-\frac{\hat{u} \cos(V \omega_1 t)}{V \omega_1} \right]_{T_A}^{\frac{T_1}{2}} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{8}{T} \left(\frac{-\hat{U} \cos(v\omega_n T_A)}{v\omega_n} - \left[\frac{-\hat{U} \sin(v\omega_n t)}{T_A (v\omega_n)^2} \right]_0^{T_A} - \frac{\hat{U} \cos(v\omega_n \frac{T_A}{4})}{v\omega_n} + \frac{\hat{U} \cos(v\omega_n T_A)}{v\omega_n} \right) \\
&= \frac{8}{T} \left(\frac{\hat{U} \sin(v\omega_n T_A)}{T_A (v\omega_n)^2} - \frac{\hat{U} \cos(v\omega_n \frac{T_A}{4})}{v\omega_n} \right) \\
&= \frac{8}{T} \cdot \frac{\hat{U} \cdot \sin(v \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot T_A)}{(\frac{v \cdot 2\pi}{T})^2 \cdot T_A} - \frac{\hat{U} \cos(v \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T_A}{4})}{v \cdot \frac{2\pi}{T}} \cdot \frac{8}{T} \\
&= \frac{8 \cdot T \cdot \hat{U} \sin(v \cdot 2\pi \frac{T_A}{T})}{4\pi^2 v^2 \cdot T_A} - \frac{\hat{U} \cos(v \frac{\pi}{2})}{v \cdot 2\pi} \cdot 8
\end{aligned}$$

Bei halbwellensymmetrischen Fourierreihen ist v immer ungerade. Da $\cos(v \frac{\pi}{2})$ für ungerade Zahlen immer null ist folgt daraus:

$$b_v = \frac{8 \cdot T \cdot \hat{U} \sin(v \cdot 2\pi \frac{T_A}{T})}{4\pi^2 v^2 \cdot T_A} = \frac{4 \hat{U}}{\pi v} \cdot \sin(v \cdot 2\pi \frac{T_A}{T})$$

$$e) \text{ I) } u(t) = \sum_{v=1}^{\infty} 4 \hat{U} \frac{T_i}{T} \underbrace{((2v-1) \pi \frac{T_i}{T})}_{\text{Da nur ungerade Zahlen}} \cdot \underbrace{\cos((2v-1) \omega_n t)}_{\text{Da nur ungerade Zahlen}}$$

$$\text{II) } v(t) = \sum_{v=1}^{\infty} \frac{4 \hat{U}}{\pi (2v-1)} \cdot \sin((2v-1) \cdot 2\pi \cdot \frac{T_A}{T}) \cdot \sin((2v-1) \omega_n t)$$

$$f) \text{ I) } c_0 = a_0 = 0$$

$$\underline{c}_v = \frac{a_v - j b_v}{2} = \frac{2 \hat{U} \sin(\pi v \frac{T_i}{T}) \cdot \frac{T_i}{T}}{2}, \text{ für } v \text{ ungerade}$$

$$\underline{c}_v = 0 \quad \text{für } v \text{ gerade (halbwellensymmetrie)}$$

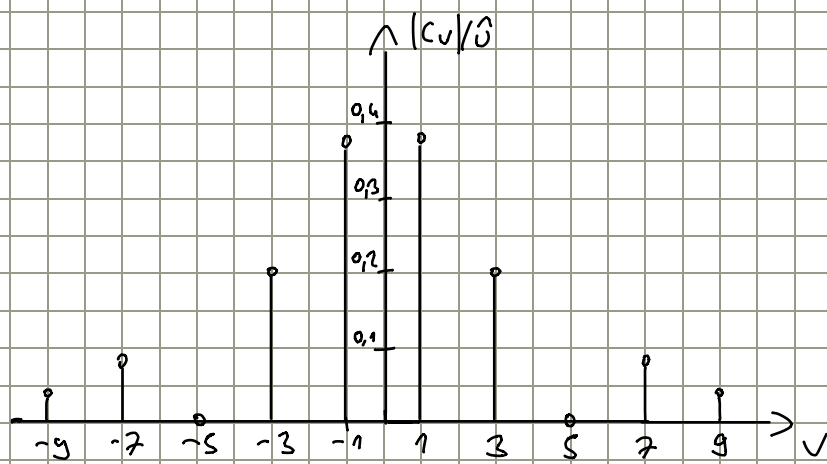
$$\text{II) } c_0 = a_0 = 0$$

$$\underline{c}_v = \frac{a_v - j b_v}{2} = \frac{-j \cdot 2 \hat{U} \sin(v \cdot 2\pi \cdot \frac{T_A}{T})}{\pi v}, \text{ } v \text{ ungerade}$$

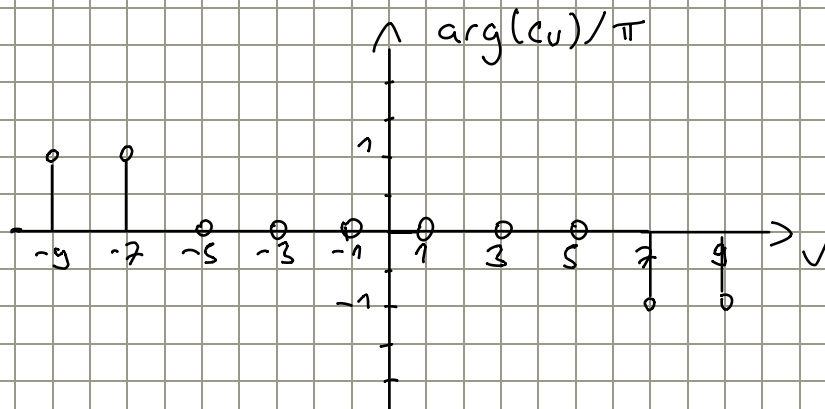
$$\underline{c}_v = 0, \text{ } v \text{ gerade}$$

$$g) \text{ I) } |s_v| = 2 \hat{U} \sin(\pi v \frac{T_i}{T}) \cdot \frac{T_i}{T} = 2 \hat{U} |\sin(\pi v \frac{T_i}{T})| \frac{T_i}{T}$$

$$\varphi_v = \arg(\sin(v \pi \frac{T_i}{T})) = \arg\left(\frac{\sin(v \pi \frac{T_i}{T})}{v \pi \cdot \frac{T_i}{T}}\right)$$



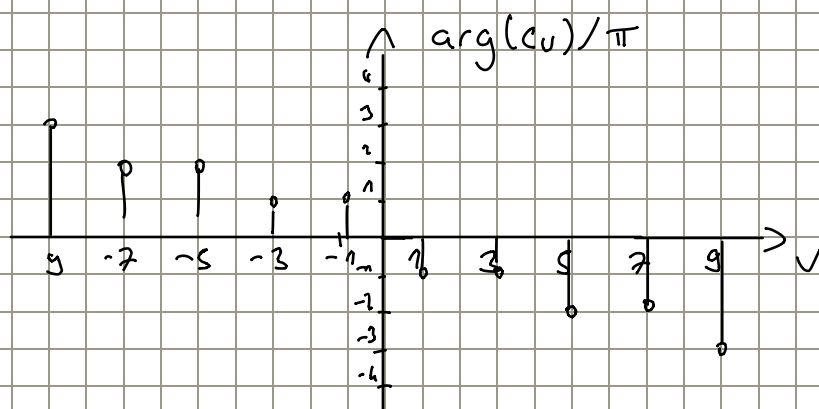
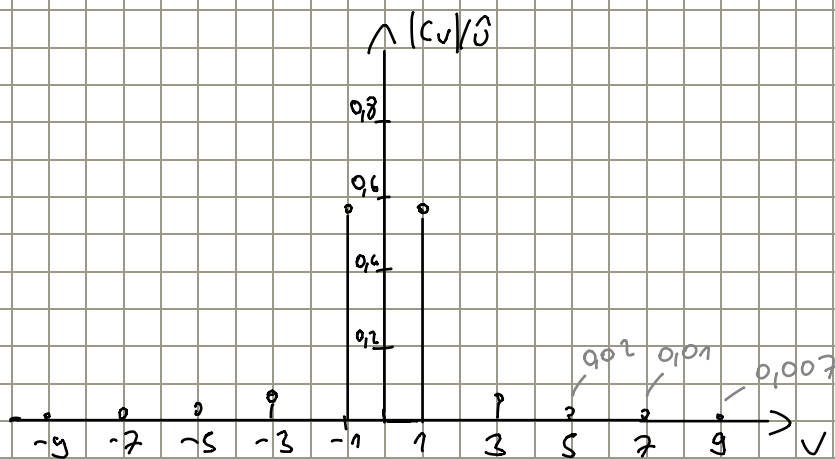
Side note: Werte wurden als Funktion in TR eingelegt mit $f(x) = \frac{2}{5} \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot x}{5}\right)$



Side note: Wert wurden in WTR eingegeben z.B. für $v=9$: $\text{angle}\left(\frac{\sin\left(\frac{9\pi}{5}\right)}{\frac{2}{5}}\right) : \pi = 1$

$$\text{II) } |c_v| = \left| \frac{2 \hat{\sigma} s_1' \left(v \cdot 2\pi \cdot \frac{1A}{T} \right)}{\pi v} \right| = \frac{2\hat{\sigma}}{\pi} \left| \frac{s_1' \left(v \cdot 2\pi \cdot \frac{1A}{T} \right)}{v} \right|$$

$$\varphi_v = \arg\left(\frac{s_1' \left(v \cdot 2\pi \cdot \frac{1A}{T} \right)}{v}\right) - \frac{\pi}{2}$$



Aufgabe 13

Diode als Gleichrichter

An die in Abbildung 2(a) dargestellte Gleichrichterschaltung wird das sinusförmige Eingangssignal

$$u_1(t) = \hat{U} \sin(2\pi f_1 t) \quad (1)$$

angelegt. Die Diode sei ideal – über der Diode fällt also nur dann Spannung ab, wenn diese sperrt. Es gilt folglich $U_D = 0$ bei $I_D > 0$ und $I_D = 0$ für $U_D < 0$.

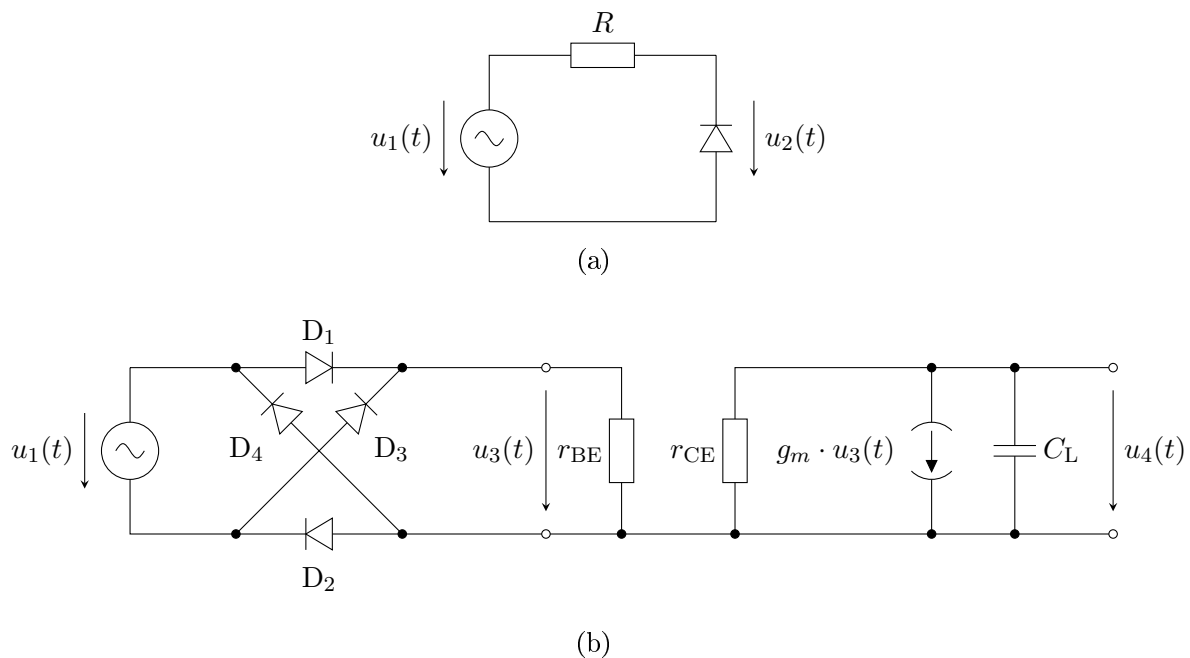
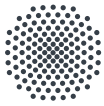


Abbildung 2: Gleichrichterschaltungen mit Dioden

- a) Bestimmen Sie die Koeffizienten der komplexen Fourierreihe der Spannung $u_1(t)$. Welche Frequenzen νf_1 , $\nu \in \mathbb{N}_0$ treten auf?

Ist die Schaltung nach Abbildung 2(a) in der Lage, mit dem gegebenen Eingangssignal, Signalanteile bei neuen Frequenzen $f_n \neq f_1$ zu erzeugen? Begründen Sie Ihre Antwort.

- b) Skizzieren Sie den Verlauf der Ausgangsspannung $u_2(t)$ für $-T_1 \leq t \leq 2T_1$.
- c) Begründen Sie, warum $u_2(t)$ in eine Fourierreihe entwickelt werden kann und bestimmen Sie die Koeffizienten $\underline{C}_\nu$ der komplexen Fourierreihe für $\nu \in \mathbb{Z}$. Sämtliche Rechenausdrücke sind so weit wie möglich zu vereinfachen; achten Sie zudem darauf, keine undefinierten Ausdrücke (wie Division durch null, ...) aufzustellen.
- d) Stellen Sie das Spektrum von $u_2(t)$, d. h. Betrag $|\underline{C}_\nu|$ und Phase $\varphi_\nu = \arg\{\underline{C}_\nu\}$ von $\underline{C}_\nu$, für $\nu \in \{-8, -7, \dots, 7, 8\}$ dar.



Ein besserer Gleichrichter ist die in Abbildung 2(b) dargestellte Brückengleichrichterschaltung.

- e) Skizzieren Sie den Verlauf der Ausgangsspannung $u_3(t)$ für $-T_1 \leq t \leq 2T_1$. Am Eingang liege hierbei ebenfalls das Signal $u_1(t)$ nach (1) an; die vier Dioden seien ideal. Wie groß ist die Periodendauer T_3 des Signals in Abhängigkeit von T_1 ? Inwiefern spielt dies eine Rolle für das weitere Vorgehen?

Stellen Sie $u_3(t)$ als komplexe Fourierreihe dar.

Hinweis: $u_3(t)$ lässt sich durch $u_2(t)$ darstellen. Mit den Ergebnissen aus ?? können Sie somit ohne weitere Integration die Fourierreihe von $u_3(t)$ aus der von $u_2(t)$ gewinnen.

- f) Bestimmen Sie die komplexen Fourierkoeffizienten des Signals $u_4(t)$ mithilfe derjenigen von $u_3(t)$. Kann die an den Brückengleichrichter angeschlossene Schaltung Frequenzen erzeugen, die in $u_3(t)$ nicht enthalten sind? Begründen Sie Ihre Antwort.
- g) *Zusatzaufgabe:* Dem Widerstand r_{BE} wird eine Kapazität C_{BE} parallelgeschaltet. Warum können die bisher verwendeten Verfahren zur Berechnung von $u_4(t)$ jetzt nicht mehr angewendet werden?

A 13

a) $b_1 = \hat{U}$

$a_0 = a_v = 0$

$b_v = 0 \quad v \in \mathbb{N} \setminus \{1\}$

$c_1 = \frac{a_1 - j b_1}{2} = -\frac{j \hat{U}}{2}$

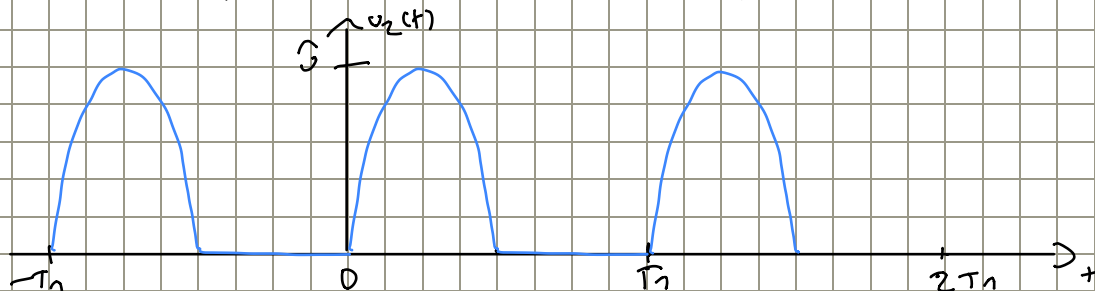
$c_{-1} = \frac{a_1 + j b_1}{2} = \frac{j \hat{U}}{2}$

Da die Schaltung nach 2a) ist in der Lage neue Frequenzen erzeugt werden, da die Diode nicht linear ist.

b) Es gilt $v_D = 0$ bei $I_D > 0$ und $I_D = 0$ für $v_D < 0$.

Wenn $v_1 < 0$ sperrt die Diode und es gilt $v_2(t) = v_1(t)$, da $I_D = 0$

Bei $v_1(t) > 0$ ist $v_2(t) = 0$, da $I_D > 0$ ist



$f_1 = \frac{1}{T_1}$

c) Da $v_2(t)$ periodisch ist kann diese als Fourierreihe entwickelt werden

$$v_2(t) = \begin{cases} v_1(t) & \text{für } 0 \leq t \leq T_1/2 \\ 0 & \text{für } T_1/2 < t < T_1 \end{cases}$$

$$\underline{c}_v = \frac{1}{T_1} \int_0^{T_1} v_2(t) \cdot e^{-j v \omega_1 t} dt = \frac{1}{T_1} \int_0^{T_1/2} v_1(t) e^{-j v \omega_1 t} dt + \frac{1}{T_1} \int_{T_1/2}^{T_1} 0 \cdot e^{-j v \omega_1 t} dt$$

$$= \frac{1}{T_1} \int_0^{T_1/2} \hat{U} \sin(2\pi f_1 t) \cdot e^{-j 2\pi v f_1 t} dt$$

$$= \frac{1}{T_1} \int_0^{T_1/2} \hat{U} \cdot \frac{1}{2j} (e^{j 2\pi f_1 t} - e^{-j 2\pi f_1 t}) e^{-j 2\pi v f_1 t} dt$$

Fall $n = v = 1$

$$\underline{c}_1 = \frac{\hat{U}}{2j \cdot T_1} \int_0^{T_1/2} (e^{j 2\pi f_1 t} - e^{-j 2\pi f_1 t}) e^{-j 2 \cdot \pi \cdot 1 \cdot f_1 t} dt$$

$$= \frac{\hat{U}}{2i\pi T_n} \int_0^{\frac{T_n}{2}} 1 - e^{-i4\pi f_n t} dt$$

$$= \frac{\hat{U}}{2i\pi T_n} \cdot \left[t + \frac{e^{-i4\pi f_n t}}{-i4\pi f_n} \right]_0^{\frac{T_n}{2}} = \frac{\hat{U}}{2i\pi T_n} \cdot \left(\frac{T_n}{2} + \frac{e^{-i4\pi f_n \cdot \frac{T_n}{2}} - 1}{-i4\pi f_n} \right)$$

$$= \frac{\hat{U}}{4i} + \frac{\hat{U}}{2i\pi T_n} \cdot \frac{e^{-2\pi i \cdot \frac{T_n}{2} \cdot 2} - 1}{i4\pi f_n}$$

$$= \frac{\hat{U}}{4i} + \frac{\hat{U}}{2i\pi T_n} \cdot \frac{e^{-2\pi i} - 1}{i4\pi f_n} = \frac{-j\hat{U}}{4} + \frac{\hat{U}}{2i\pi T_n} \cdot \frac{i\sin(2\pi) + \cos(2\pi) - 1}{i4\pi f_n}$$

$$= \underline{\underline{-\frac{j\hat{U}}{4}}}$$

Fall 2: $v = -1$

$$C_n = \frac{\hat{U}}{2i\pi T_n} \int_0^{\frac{T_n}{2}} (e^{i2\pi f_n t} - e^{-i2\pi f_n t}) e^{-i2\pi f_n v t} dt$$

$$= \frac{\hat{U}}{2i\pi T_n} \int_0^{\frac{T_n}{2}} e^{i4\pi f_n t} - 1 dt$$

$$= \frac{\hat{U}}{2i\pi T_n} \cdot \left[\frac{e^{i4\pi f_n t}}{i4\pi f_n} - t \right]_0^{\frac{T_n}{2}} = \frac{\hat{U}}{2i\pi T_n} \cdot \left(\frac{e^{i4\pi f_n \cdot \frac{T_n}{2}} - 1}{i4\pi f_n} - \frac{T_n}{2} \right)$$

$$= \frac{\hat{U}}{2i\pi T_n} \cdot \frac{e^{2\pi i \cdot \frac{T_n}{2} \cdot 2} - 1}{i4\pi f_n} - \frac{\hat{U}}{4i}$$

$$= -\frac{\hat{U}}{4i} + \frac{\hat{U}}{2i\pi T_n} \cdot \frac{e^{2\pi i} - 1}{i4\pi f_n} = \frac{j\hat{U}}{4} + \frac{\hat{U}}{2i\pi T_n} \cdot \frac{i\sin(2\pi) + \cos(2\pi) - 1}{i4\pi f_n}$$

$$= \underline{\underline{\frac{j\hat{U}}{4}}}$$

Fall 3: $v \neq \pm 1$

$$C_v = \frac{\hat{U}}{T_n \cdot 2i} \int_0^{\frac{T_n}{2}} (e^{i2\pi f_n t} - e^{-i2\pi f_n t}) e^{-i2\pi f_n v t} dt$$

$$= \frac{\hat{U}}{T_n \cdot 2i} \int_0^{\frac{T_n}{2}} e^{i2\pi f_n t(1-v)} - e^{-i2\pi f_n t(1+v)} dt$$

$$= \frac{\hat{U}}{T_n \cdot 2i} \left[\frac{e^{i2\pi f_n t(1-v)}}{i2\pi f_n (1-v)} - \frac{e^{-i2\pi f_n t(1+v)}}{-i2\pi f_n (1+v)} \right]_0^{\frac{T_n}{2}}$$

$$= \frac{\hat{U}}{-4\pi f_n T_n} \left(\frac{e^{i2\pi f_n \cdot \frac{T_n}{2} (1-v)}}{(1-v)} - \frac{e^{-i2\pi f_n \cdot \frac{T_n}{2} (1+v)}}{-(1+v)} - \frac{1}{1-v} - \frac{1}{-(1+v)} \right)$$

$$= \frac{\hat{U}}{-2 \cdot \frac{2\pi}{T_n} \cdot T_n} \left(\frac{e^{i \frac{2\pi}{T_n} \cdot \frac{T_n}{2} (1-v)}}{v^2 - 1} - \frac{e^{-i \frac{2\pi}{T_n} \cdot \frac{T_n}{2} (1+v)}}{(1-v)} - \frac{-(1+v) - (1-v)}{v^2 - 1} \right)$$

$$= \frac{\hat{0}}{-4\pi} \left(\frac{e^{i\pi(1-v)}(1+v) - e^{-i\pi(1+v)}(1-v) + 2}{v^2 - 1} \right)$$

$$= \frac{\hat{0}}{-4\pi} \left(\frac{-(\cos(\pi(1-v)) + i\sin(\pi(1-v)))(1+v) - (1-v)(\cos(-\pi(1+v)) + i\sin(-\pi(1+v))) + 2}{v^2 - 1} \right)$$

NB:

$$v=2: c_2^* = -(\cos(-\pi) + i\sin(-\pi)) \cdot 3 - (-1)(\cos(-3\pi) + i\sin(-3\pi)) + 2 = -3 \cdot (-1) + (-1) + 2 = 0$$

$$v=3: c_3^* = -(\cos(-2\pi) + i\sin(-2\pi)) \cdot 4 - (-2)(\cos(-4\pi) + i\sin(-4\pi)) + 2 = -4 \cdot 1 + 2 \cdot 1 + 2 = 0$$

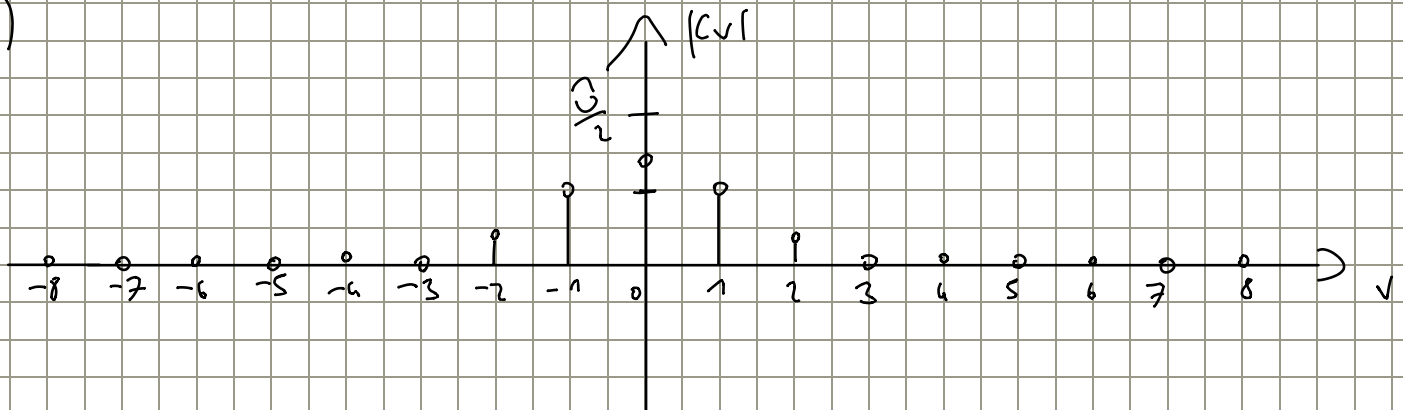
$$v=4: c_4^* = -(\cos(-3\pi) + i\sin(-3\pi)) \cdot 5 - (-3)(\cos(-5\pi) + i\sin(-5\pi)) + 2 = -5 \cdot (-1) + 3 \cdot (-1) + 2 = 0$$

$$v=5: c_5^* = -(\cos(-4\pi) + i\sin(-4\pi)) \cdot 6 - (-4)(\cos(-6\pi) + i\sin(-6\pi)) + 2 = -6 \cdot 1 + 4 \cdot 1 + 2 = 0$$

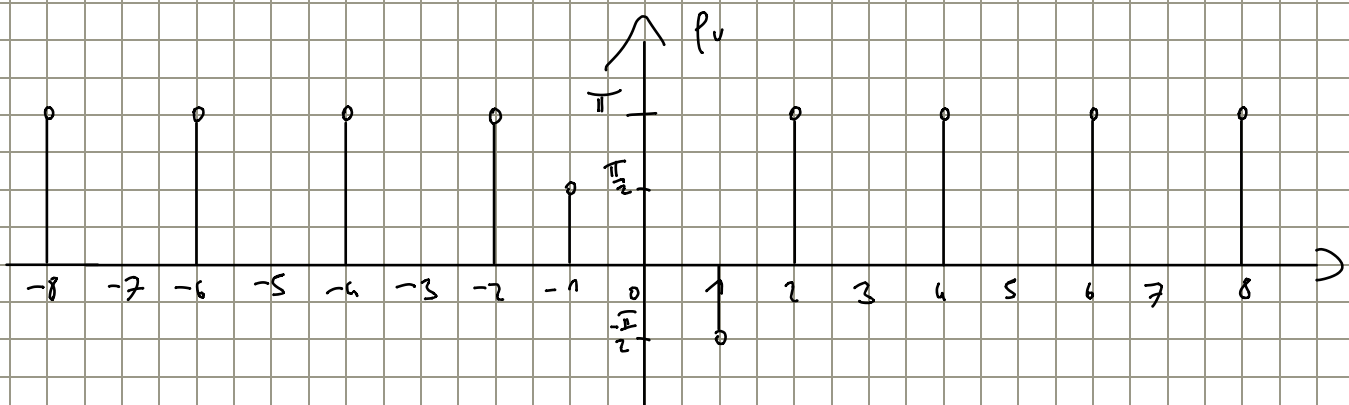
Daraus folgt:

$$c_v = \frac{\hat{0}}{-4\pi(v^2-1)} \cdot 2(1+(-1)^v) = \frac{-\hat{0}}{2\pi(v^2-1)} (1+(-1)^v)$$

d)

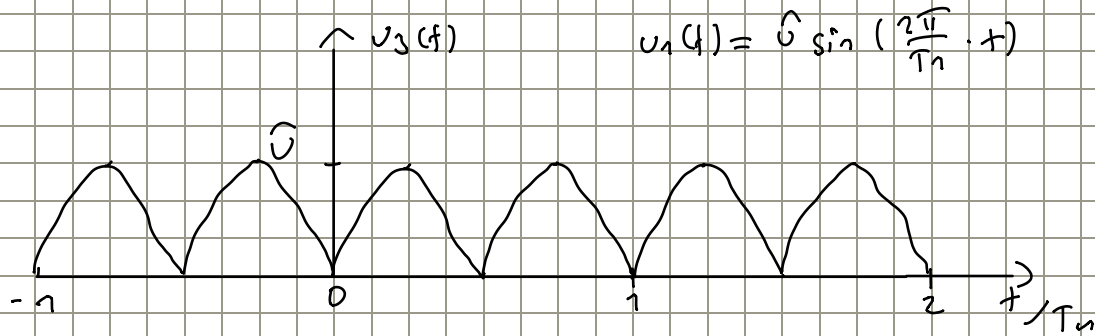


$$\varphi_v = \begin{cases} 0, & v=0 \\ -\frac{\pi}{2}, & v=1 \\ \frac{\pi}{2}, & v=-1 \\ \pi, & v \text{ gerade ohne } 0 \\ \text{undefiniert sonst.} \end{cases}$$



e) $u_1(t) \geq 0$: D_1 und D_2 leiten $\Rightarrow u_1(t) = u_3(t)$

$u_1(t) < 0$: D_3 und D_4 leiten $\Rightarrow u_1(t) = -u_3(t)$



Die Periodendauer hat sich halbiert, es gilt $T_3 = \frac{T_1}{2}$.

Für das weitere Vorgehen spielt das keine Rolle

$$u_2(t) = \begin{cases} u_1(t) & \text{für } 0 \leq t \leq \frac{T_1}{2} \\ 0 & \text{für } \frac{T_1}{2} < t < T_1 \end{cases}$$

$$u_3(t) = u_1(t) \quad \text{für } 0 \leq t < T_3 = \frac{T_1}{2}$$

Daraus folgt: $u_3(t) = u_2(t) + u_2(t - \frac{T_1}{2})$ (Verschiebung ist notwendig da $u_2(t)$

für $\frac{T_1}{2} < t < T_1$ 0 wird und $u_3(t)$ nicht).

$$\begin{aligned} \underline{u}_3 &= \frac{1}{T_n} \int_0^{T_3} u_3(t) \cdot e^{-j\omega t} dt \\ &= \frac{1}{T_n} \int_0^{\frac{T_1}{2}} (u_2(t) + u_2(t - \frac{T_1}{2})) e^{-j\omega t} dt \\ &= \frac{1}{T_n} \int_0^{\frac{T_1}{2}} u_2(t) e^{-j\omega t} dt + \frac{1}{T_n} \int_0^{\frac{T_1}{2}} u_2(t - \frac{T_1}{2}) e^{-j\omega t} dt \end{aligned}$$

Verschiebungssatz a-22

$$u'(t) = u(t - T_v) \Rightarrow V'(f) = V(f) e^{-j2\pi f T_v}$$

Daraus folgt:

$$\begin{aligned} \underline{u}_3 &= \underline{u}_v + \underline{u}_v \cdot e^{-j\omega_3 \cdot \frac{T_1}{2} \cdot v} = \underline{u}_v + \underline{u}_v e^{-j \frac{2\pi}{T_n} \cdot \frac{T_1}{2} \cdot v} \\ &= \underline{u}_v + \underline{u}_v e^{-j\pi v} = \underline{u}_v + \underline{u}_v (-1)^v \\ &= \underline{u}_v (1 + (-1)^v) \end{aligned}$$

$$u_3(t) = \frac{2G}{\pi} + \sum_{n=1}^{\infty} -\frac{2G}{\pi} \cdot \frac{1}{4n^2-1} \cdot \sin(2\pi f_3 n t)$$

f) $F(j\omega) = \frac{u_6}{u_3} = \frac{g_m \cdot u_3 \cdot z}{u_3} = g_m \cdot z_{\text{eff}} \parallel z_{\text{cl}} = g_m \cdot \left(\frac{R_{\text{ce}} \cdot \frac{1}{j\omega_{\text{cl}}}}{R_{\text{ce}} + \frac{1}{j\omega_{\text{cl}}}} \right) = -g_m \cdot \frac{R_{\text{ce}}}{j\omega_{\text{cl}} \cdot R_{\text{ce}} + 1}$

Komplexe Fourierreihe: $\sum_{v=-\infty}^{\infty} \underline{u}_{v3} e^{j\omega_3 t} \quad F(j\omega)$

Daraus folgt $\underline{u}_{v6} = \underline{u}_{v3} \cdot \frac{-g_m \cdot R_{\text{ce}}}{j\omega_{\text{cl}} \cdot R_{\text{ce}} + 1} = \underline{u}_{v3} \cdot \frac{(-g_m) \cdot R_{\text{ce}}}{j \cdot 2\pi \cdot f_3 \cdot R_{\text{ce}} + 1}$

Da der hintere Schaltungsteil linear ist, werden keine neuen Frequenzen hier erzeugt werden.
Es können nur die Frequenzen am Anfang der Schaltung auch am Ausgang anliegen.