

ÜBUNG IM FACH SCHALTUNGSTECHNIK I, WiSe 24/25

Blatt 1

Aufgaben 1–2; 4 Seiten

Abgabe: Montag, 04.11.2024, 22:00 Uhr, über ILIAS

Ansprechpartner: M. Sc. Rouven Klenk, rouven.klenk@int.uni-stuttgart.de, 2.406 ETI II

Hinweise: Es sind alle Aufgaben auf diesem Arbeitsblatt zu bearbeiten. Vergessen Sie nicht, auf jedes Blatt Ihren Namen, Vornamen und Matrikelnummer zu schreiben. Auf der ersten Seite bitte zusätzlich den Anfangsbuchstaben Ihres Nachnamens markieren und die Blätter möglichst vollständig beschreiben.

Bei allen Berechnungen sind Zwischenschritte anzugeben. Geben Sie ausschließlich das richtige Endergebnis an, bringt dies keine Punkte.

Auf der Ilias-Plattform, in der Vorlesung und im Seminar werden Fehler oder weitere Hinweise bekannt gegeben. Haben Sie einen Fehler gefunden, bitten wir Sie um Rückmeldung. Viel Erfolg bei der Bearbeitung.

Name: [Redacted]	Vorname: [Redacted]	Anfangsbuchstabe: [Redacted]	Nummer: [] [] []
Matrikelnummer: [Redacted]			

Bewertung – wird vom Institut ausgefüllt

10
(12)

6
(9)

2
(2)

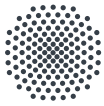
10
(12)

8
(11)

18
(23)

+

+ / 0 / -



Aufgabe 1

Komplexe Rechnung und Rechenregeln

- a) Stellen Sie folgende in algebraischer Form gegebene komplexe Zahlen nach Betrag und Phase dar.

i. $\underline{z} = -1 + j\sqrt{3}$

ii. $\underline{z} = \frac{-16 + j4}{3 - j5}$

Bestimmen Sie des Weiteren Betrag und Phase der folgenden Übertragungsfunktionen in Abhängigkeit der normierten Winkelfrequenz $\Omega = \frac{\omega}{\omega_0} \geq 0$ und werten Sie Betrag und Phase für $\Omega = 0$, $\Omega = 1$ und $\Omega \rightarrow \infty$ aus.

iii. $\underline{F}(j\Omega) = \frac{j\Omega}{1 + j\Omega}$

iv. $\underline{F}(j\Omega) = \frac{1}{1 + ja\Omega + (j\Omega)^2}, \quad a > 0$

①

Marco Hübner
3688144

a) i. $z = -1 + i\sqrt{3}$

$$|z| = \sqrt{(-1)^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{4} = 2 \quad 1$$

$$\arg(z) = \varphi = \arctan\left(\frac{\text{Im}}{\text{Re}}\right) = \arctan\left(\frac{\sqrt{3}}{-1}\right) = \frac{2\pi}{3} \quad 1$$

$$\Rightarrow z = 2 \cdot (\cos(\frac{2\pi}{3}) + i \sin(\frac{2\pi}{3})) = 2e^{i\frac{2\pi}{3}} \quad ②$$

ii)
$$z = \frac{-16 + i4}{3 - i5} = \frac{(-16 + i4)(3 + i5)}{(3 - i5)(3 + i5)} = \frac{-48 + 12i - 80i - 20}{9 + 25} = \frac{-68 - 68i}{34}$$

$$= -2 - 2i \quad 1$$

$$|z| = \sqrt{(-2)^2 + (-2)^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2} \quad 1$$

$$\arg(z) = \varphi = \arctan\left(\frac{-2}{-2}\right) = \arctan(1) = \frac{5\pi}{4} \quad 1 \quad ③$$

$$\Rightarrow z = 2\sqrt{2} e^{i\frac{5\pi}{4}} = 2\sqrt{2} (\cos(\frac{5\pi}{4}) + i \sin(\frac{5\pi}{4}))$$

iii)
$$f(i\Omega) = \frac{i\Omega}{1 + i\Omega}$$

$$|f(i\Omega)| = \left| \frac{i\Omega}{1 + i\Omega} \right| = \frac{\sqrt{\Omega^2}}{\sqrt{1 + \Omega^2}} = \frac{\Omega}{\sqrt{1 + \Omega^2}} \quad 1$$

$$\arg(f(i\Omega)) = \arg\left(\frac{i\Omega}{1 + i\Omega}\right) = \arg(i\Omega) - \arg(1 + i\Omega) = \frac{\pi}{2} - \arctan\left(\frac{\Omega}{1}\right)$$

$$= \frac{\pi}{2} - \arctan(\Omega) \quad 1$$

$$|f(i \cdot 0)| = \frac{0}{\sqrt{1 + 0^2}} = 0 \quad \checkmark$$

$$|f(i \cdot 1)| = \frac{1}{\sqrt{1 + 1^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \checkmark$$

$$|f(i \cdot \lim_{\Omega \rightarrow \infty} \Omega)| = \lim_{\Omega \rightarrow \infty} \frac{\Omega}{\sqrt{1 + \Omega^2}} = \lim_{\Omega \rightarrow \infty} \frac{\Omega}{\sqrt{\Omega^2(\frac{1}{\Omega^2} + 1)}} = \lim_{\Omega \rightarrow \infty} \frac{\Omega}{\Omega \cdot \sqrt{\frac{1}{\Omega^2} + 1}}$$

$$\lim_{\Omega \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{\Omega^2} + 1}} = 1 \quad \checkmark$$

$$\arg(f(i \cdot 0)) = \frac{\pi}{2} - \arctan(0) = \frac{\pi}{2} \quad \checkmark$$

$$\arg(f(i \cdot 1)) = \frac{\pi}{2} - \arctan(1) = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} \quad \checkmark$$

$$\arg(f(i \cdot \lim_{\Omega \rightarrow \infty} \Omega)) = \lim_{\Omega \rightarrow \infty} \frac{\pi}{2} - \arctan(\Omega) = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} = 0 \quad \checkmark$$

1

③

$$\text{iv.) } \underline{F}(j\Omega) = \frac{1}{1 + ja\Omega + (j\Omega)^2}, \quad a > 0$$

Marco Hübner
3688164

$$|\underline{F}(j\Omega)| = \left| \frac{1}{1 + ja\Omega + (j\Omega)^2} \right| = \frac{1}{|1 + ja\Omega + (j\Omega)^2|} = \frac{1}{|1 + ja\Omega - \Omega^2|}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{(1 - \Omega^2)^2 + (a\Omega)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (a^2 - 2)\Omega^2 + \Omega^4}} \quad 1$$

$$\arg(\underline{F}(j\Omega)) = \arg(1) - \arg(1 + ja\Omega + (j\Omega)^2) = \arctan\left(\frac{0}{1}\right) - \arctan\left(\frac{a\Omega}{1 - \Omega^2}\right)$$

$$= -\arctan\left(\frac{a\Omega}{1 - \Omega^2}\right) \quad \perp \text{ Fallunterscheidung } \Omega < 1, \Omega = 1, \Omega > 1$$

$$|\underline{F}(j \cdot 0)| = \frac{1}{\sqrt{(1 - 0^2)^2 + (a \cdot 0)^2}} = 1 \quad \checkmark$$

$$|\underline{F}(j \cdot 1)| = \frac{1}{\sqrt{(1 - 1^2)^2 + (a \cdot 1)^2}} = \frac{1}{a} \quad \checkmark$$

$$|\underline{F}(j \cdot \lim_{\Omega \rightarrow \infty} \Omega)| = \lim_{\Omega \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{(1 - \Omega^2)^2 + (a \cdot \Omega)^2}} = \lim_{\Omega \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{\Omega^4 - 2\Omega^2 + 1 + a\Omega^2}} = 0 \quad \checkmark$$

$$\arg(\underline{F}(j \cdot 0)) = -\arctan\left(\frac{a \cdot 0}{1 - 0^2}\right) = 0 \quad \checkmark$$

$$\arg(\underline{F}(j \cdot 1)) = -\arctan\left(\frac{a \cdot 1}{1 - 1^2}\right) = -\frac{\pi}{2} \quad \checkmark$$

$$\arg(\underline{F}(j \cdot \lim_{\Omega \rightarrow \infty} \Omega)) = \lim_{\Omega \rightarrow \infty} -\arctan\left(\frac{a \cdot \Omega}{1 - \Omega^2}\right) = \lim_{\Omega \rightarrow \infty} -\arctan\left(\frac{a\Omega}{\Omega^2(\frac{1}{\Omega^2} - 1)}\right)$$

$$= \lim_{\Omega \rightarrow \infty} -\arctan\left(\frac{a}{\Omega(\frac{1}{\Omega^2} - 1)}\right) = 0 \quad \text{f}$$

②

Aufgabe 2

Übertragungsfunktionen von Filterschaltungen

Gegeben sind die in Abbildung **1** dargestellten einfachen frequenzselektiven Schaltungen, deren Übertragungsfunktionen in dieser Aufgabe bestimmt und analysiert werden sollen.

- a) Bestimmen Sie die Übertragungsfunktionen der fünf Schaltungen aus Abbildung **1**. Durch Umformen sollte sich jede der Funktionen auf eine der drei folgenden Formen bringen lassen:

$$\underline{F}(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega a}$$

$$\underline{F}(j\omega) = \frac{j\omega b}{1 + j\omega b}$$

$$\underline{F}(j\omega) = \frac{j\omega c}{1 + j\omega d + (j\omega e)^2}$$

(Die Parameter $a, \dots, e \in \mathbb{R}$ werden von den Bauelementwerten bestimmt.)

- b) Es gibt zwei Schaltungspaare, die bei entsprechender Dimensionierung exakt die gleiche Übertragungsfunktion besitzen. Geben Sie die allgemeine Bedingung an, unter der die zwei Schaltungen jeweils identisches Klemmenverhalten besitzen.

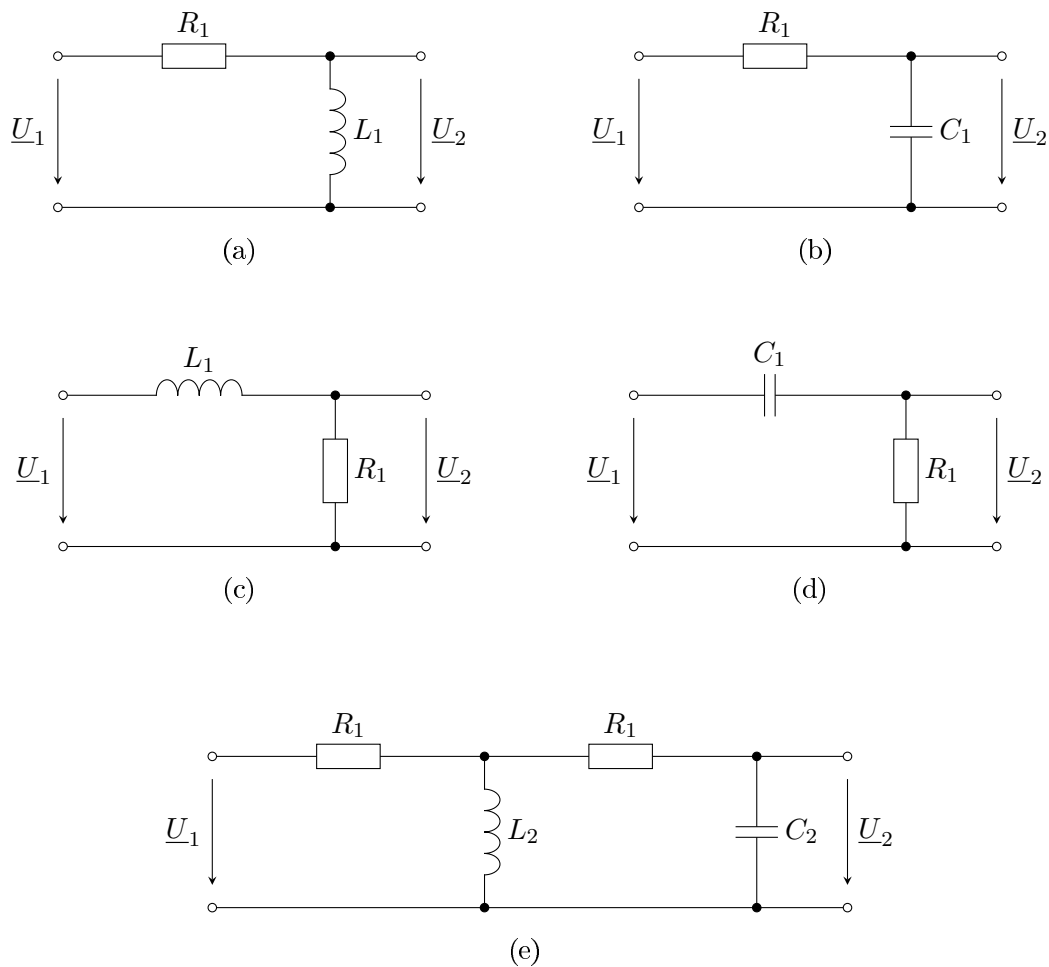


Abbildung 1: Analoge Filter

$$2) a) \underline{F}(j\omega) = \frac{y(j\omega)}{x(j\omega)} = \frac{U_2}{U_1} = \frac{j\omega L_1}{R_1 + j\omega L_1} = \frac{j\omega L_1 \cdot \frac{1}{R_1}}{\frac{1}{R_1}(R_1 + j\omega L_1)}$$

$$= \frac{j\omega \cdot \frac{L_1}{R_1}}{1 + j\omega \cdot \frac{L_1}{R_1}} \quad 1,5$$

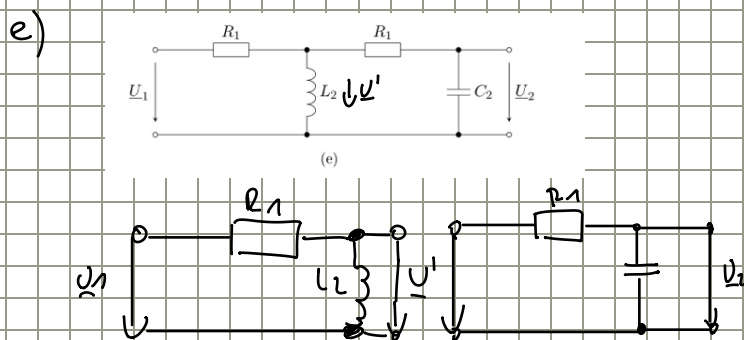
Marco Höbner
3688164

$$b) \underline{F}(j\omega) = \frac{y(j\omega)}{x(j\omega)} = \frac{U_2}{U_1} = \frac{-i \cdot \frac{1}{\omega C_1}}{R_1 - i \cdot \frac{1}{\omega C_1}} = \frac{-i \cdot \frac{1}{\omega C_1} \cdot j\omega C_1}{(R_1 - i \cdot \frac{1}{\omega C_1}) \cdot j\omega C_1} = \frac{1}{R_1 j\omega C_1 + 1}$$

$$= \frac{1}{1 + j\omega C_1 R_1} \quad 1,5$$

$$c) \underline{F}(j\omega) = \frac{U_2}{U_1} = \frac{R_1}{j\omega L_1 + R_1} = \frac{R_1 \cdot \frac{1}{R_1}}{(j\omega L_1 + R_1) \frac{1}{R_1}} = \frac{1}{1 + j\omega \frac{L_1}{R_1}} \quad 1,5$$

$$d) \underline{F}(j\omega) = \frac{U_2}{U_1} = \frac{R_1}{R_1 - i \cdot \frac{1}{\omega C_1}} = \frac{R_1 \cdot j\omega C_1}{(R_1 - i \cdot \frac{1}{\omega C_1}) \cdot j\omega C_1} = \frac{j\omega R_1 C_1}{1 + j\omega R_1 C_1} \quad 1,5$$



f Knotenpotentialanalyse

$$\underline{F}(j\omega) = \frac{U_2}{U_1} = \frac{U_2}{U'} \cdot \frac{U'}{U_1} = \frac{1}{1 + R_1 j\omega C_2} \cdot \frac{j\omega \cdot \frac{L_2}{R_1}}{1 + j\omega \cdot \frac{L_2}{R_1}} = \frac{j\omega \cdot \frac{L_2}{R_1}}{1 + j\omega(C_2 R_1 + \frac{L_2}{R_1}) + (j\omega \sqrt{C_2 L_2})^2}$$

b) Dimensionierung:

→ Schaltungsspar 1: b) und c) wenn $R_1 C_1 = \frac{L_1}{R_1}$ ✓

→ Schaltungsspar 2: a) und d) wenn $R_1 C_1 = \frac{L_1}{R_1}$ ✓

②

⑥

Marco Höbner
3688164