

Systemdynamische Grundlagen der Regelungstechnik

Prüfungsaufgaben vom 07. März 2017 (WS 2016/17)

Aufgabe 1

Markieren Sie die von Ihnen gewählte Antwort eindeutig. Bitte beachten Sie, dass mehrere Antworten richtig sein können. Falschantworten führen nicht zu Punktabzug bei anderen Teilaufgaben.

- a) Die Stabilität eines linearen zeitinvarianten Systems kann im Bode-Diagramm untersucht werden.
- ☐ Ja
 - ☐ Nein
- b) Der Frequenzgang wird zur Analyse des Einschwingverhaltens eines linearen zeitinvarianten Systems verwendet.
- ☐ Ja
 - ☐ Nein
- c) Ist das lineare zeitinvariante System mit der Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{s^4 + 3s^3 - s + 1}{s^2 + 2s + 1}$ kausal?
- ☐ Ja
 - ☐ Nein
- d) Überprüfen Sie zur Differentialgleichung $\ddot{y} + \cos(\phi(t))\ddot{y} + y = u(t)$ die folgenden Aussagen:
- ☐ Das System ist zeitinvariant und nichtlinear
 - ☐ Das System ist zeitinvariant und linear
 - ☐ Das System ist zeitvariant und nichtlinear
 - ☐ Das System ist zeitvariant und linear
- e) Geben Sie die Stabilität der Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{1}{s^n} \frac{(-s+1)}{(s+2)(s+5)}$, $n \in \mathbb{R}_0$ an.
- ☐ $G(s)$ ist für $n = 0$ asymptotisch stabil, für $|n| \leq 1$ grenzstabil und für $|n| > 1$ instabil
 - ☐ $G(s)$ ist für $n \leq 0$ asymptotisch stabil, für $n = 1$ grenzstabil und für $n > 1$ instabil
 - ☐ $G(s)$ ist für $n < 0$ asymptotisch stabil, für $0 \leq n \leq 1$ grenzstabil und für $n \geq 2$ instabil
 - ☐ $G(s)$ ist für $n \leq 1$ asymptotisch stabil, für $n = 2$ grenzstabil und sonst instabil

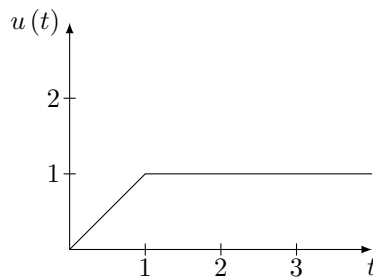
f) Ist das folgende System asymptotisch stabil?

$$\dot{\underline{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 5 & 3 \\ 0 & -4 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & -1 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & -5 \end{bmatrix} \underline{x} + u, \quad \underline{x}(0) = \underline{x}_0$$

☐ Ja

☐ Nein

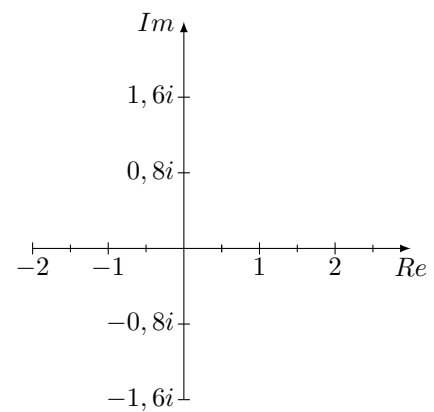
g) Berechnen Sie die Faltung aus der Gewichtsfunktion $g(t) = e^{-t}$ und deren Anregung $u(t)$.



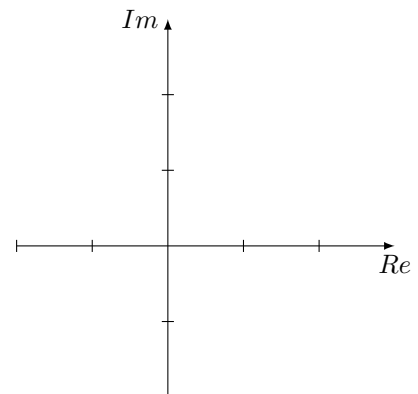
h) Bestimmen Sie Impulsantwort $g(t)$ aus der linearen Differentialgleichung $\ddot{y} + 8\dot{y} + 15y = 2u + \dot{u}$, $y(0) = 0$, $\dot{y}(0) = 0$, $u(0) = 0$.

i) Skizzieren Sie die Ortskurven der Frequenzgänge folgender Übertragungsfunktionen:

$$G_1(s) = \frac{2 - 1}{s^3 + 2s^2 + 2s + 1}$$

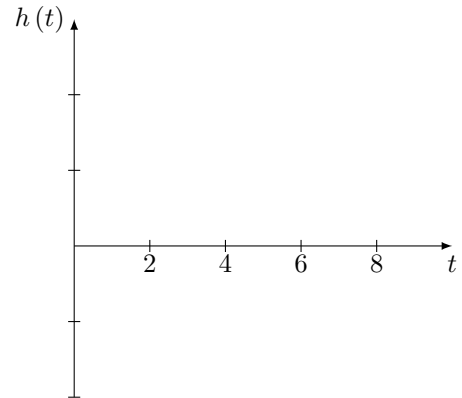


$$G_2(s) = \frac{1}{s^2} \frac{1}{s^2 + 2s + 1}$$

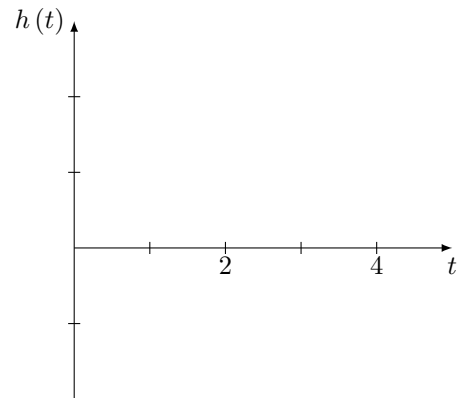


j) Skizzieren Sie die Sprungantworten folgender Übertragungsfunktionen:

$$G_3(s) = \frac{s-1}{s+1}$$



$$G_4(s) = \frac{\pi s}{s^2 + 4\pi^2} e^{-2s}$$



k) Geben Sie den asymptotischen Phasenwinkel der Frequenzgänge der folgenden Übertragungsfunktionen für $\omega \rightarrow \infty$ an:

$$G_5(s) = \frac{2s^3 + 2s + 4}{(s+4)(s+7)^2}$$

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} \phi_5(\omega) = \boxed{}$$

$$G_6(s) = \frac{-s(s+4)}{(s^3 + 5s^2 + 7s + 1)(s+4)}$$

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} \phi_6(\omega) = \boxed{}$$

$$G_7(s) = \frac{(2+1)(2s-1)}{(s-3)(2s^2+s)^2}$$

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} \phi_7(\omega) = \boxed{}$$

l) Geben Sie die asymptotische Steigung des Amplitudengangs in $\frac{dB}{dec}$ der Frequenzgänge der folgenden Übertragungsfunktionen für $\omega \rightarrow \infty$ an:

$$G_8(s) = \frac{(2s^2+1)(s+2)^3}{(s-2)^3(s+4)^2}$$

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} \frac{dA_8(\omega)}{d\omega} = \boxed{}$$

$$G_9(s) = \frac{-2^3}{(s^5 + s^4 + s^3 + s^2 + s + 1)}$$

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} \frac{dA_9(\omega)}{d\omega} = \boxed{}$$

$$G_{10}(s) = \frac{(2s+1)(s+3)}{s(s+j)(s-j)}$$

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} \frac{dA_{10}(\omega)}{d\omega} = \boxed{}$$

Aufgabe 2

Gegeben ist ein lineares System in Zustandsdarstellung:

$$\Sigma_2 : \quad \dot{\underline{x}} = \begin{bmatrix} -5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \underline{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u, \quad \underline{x}(0) = \underline{0}, \quad y = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \underline{x}$$

- a) Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion des gegebenen Systems!

$$\text{Hinweis: } M^{-1} = \begin{bmatrix} M_1 & 0 \\ 0 & M_2 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} M_1^{-1} & 0 \\ 0 & M_2^{-1} \end{bmatrix}, \quad M \in \mathbb{R}^{n \times n}$$

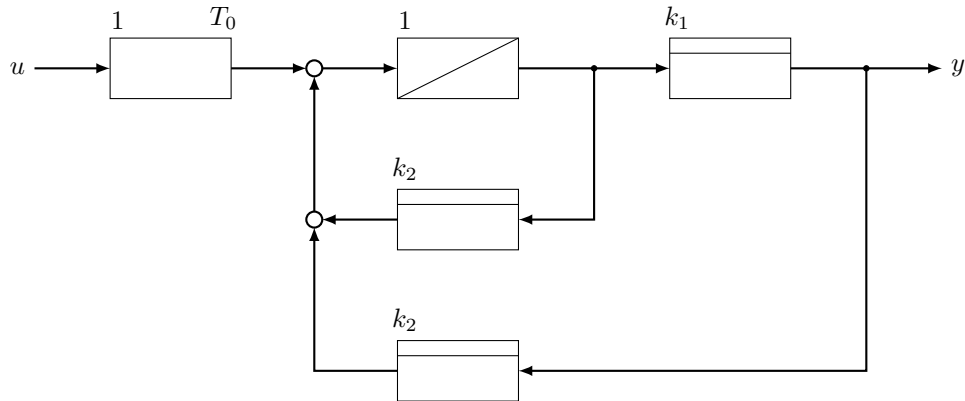
- b) Analysieren Sie die Stabilität des Systems!
c) Überführen Sie das System in Regelungsnormalform.

Anhand der Regelungsnormalform $\sum_2^{\text{RN}}$ wird nun eine Zustandsrückführung $u = [k_1, k_2, k_3] \underline{x}_R + v$ entworfen, wobei $\underline{x}_R$ der Zustandsvektor der Regelungsnormalform, $k_1, k_2, k_3 \in \mathbb{R}$ sind und v der neue Eingang des Systems ist.

- d) Erweitern Sie die Regelungsnormalform mit dem neuen Eingang und bestimmen Sie die Zustandsraumdarstellung.
e) Das neue System soll nun Eigenwerte bei $s_1 = -1$, $s_2 = -3$ und $s_3 = -4$ haben. Bestimmen Sie k_1, k_2 und k_3 . Hinweis: Verwenden Sie die Koeffizienten der charakteristischen Polynome.
f) Geben Sie nun die neue Übertragungsfunktion $G(s)$ an!
g) Bestimmen Sie den Endwert bei Anregung mit einem Sprung $u(t) = \sigma(t)$.
h) Wie kann der stationäre Fehler aus Aufgabe g) kompensiert werden?

Aufgabe 3

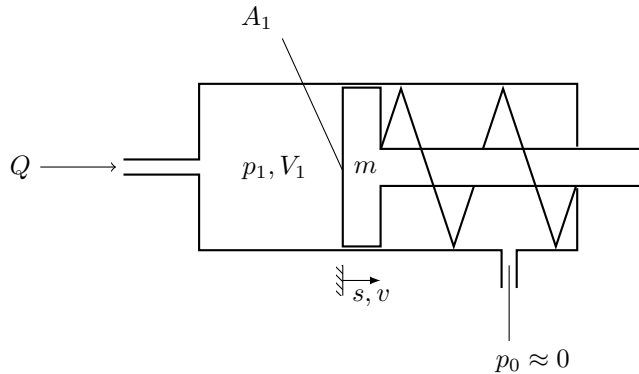
Gegeben ist das folgende Blockschaltbild:



- Stellen Sie die Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)}$ ohne Verwendung von Doppelbrüchen auf.
- Durch welches Übertragungsglied lässt sich die Übertragungsfunktion $G(s)$ darstellen? Wie lauten die Koeffizienten des Übertragungsglieds in Abhängigkeit der Parameter $T_0 > 0$, $k_1 > 0$, $k_2 > 0$ und $k_3 > 0$?
- Es sei nun $T_0 = 1$, $k_1 = 2$ und $k_3 = 1$. Bestimmen Sie die Gewichtsfunktion $g(t)$ und die Sprungantwort $h(t)$.

Aufgabe 4

Diese Aufgabe behandelt die Modellierung technischer Prozesse. Im Folgenden soll ein vereinfachtes Modell des dargestellten hydraulischen Zylinders aufgestellt werden. Der Kolben hat die Masse m und die Fläche A_1 . Die Position des Kolbens ist s . Eine Rückdruckfeder mit Steifigkeit c wirkt dem Druck der Kammer entgegen und ist entspannt bei $s = 0$.



Für die mathematische Beschreibung des Systems wird u.a. die Druckaufbaugleichung für kompressible Fluide verwendet. Es gilt hierbei für den Druck p im Volumen V : $\frac{V}{K} \dot{p} = \sum Q_{zu} - \sum Q_{ab}$, mit der Kompressibilität des Öls K . Die Summe $\sum Q_{zu}$ bezeichnet die Summe aller Zuflüsse in das Volumen V , wohingegen $\sum Q_{ab}$ alle abfließenden Volumenströme sind. Die Bewegung des Kolbens wird verursacht im Volumen V mit einem Kolbenstrom $Q_V = Av$ proportional zur Kolbengeschwindigkeit v . Dieser ist ein Zufluss bei Kompression und ein Abfluss bei Volumenerweiterung. Der Druck p_0 in der Rückdruckfederkammer entspricht dem Umgebungsdruck $p_u = 0$.

- Stellen Sie die Druckaufbaugleichung für den Druck p_1 auf! Das Volumen V_1 kann hierbei als konstant angenommen werden.
- Stellen Sie nun die Bewegungsgleichung des Kolbens mithilfe des Impulssatzes auf!
Hinweis: $p = \frac{F_{\text{Druck}}}{A}$
- Bringen Sie das System in Zustandsraumdarstellung mit dem Zustand $\underline{x} = [s \quad v \quad p_1]^T$, dem Eingang $u = Q$ und dem Ausgang $y = p_1$.
- Bestimmen Sie die Eigenwerte der Zustandsmatrix A . Treffen Sie eine allgemeine Aussage bezüglich der Stabilität des Systems!

Aufgabe 5

Gegeben sei das System:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -x_2 x_3 + 1 \\ 2x_1 x_3 - 3x_2 \\ 3x_3^2 (1 - x_3) \end{bmatrix}, \quad \underline{x}(0) = \underline{x}_0 \in \mathbb{R}^3, \quad y = x_1$$

- Bestimmen Sie die Ruhelage des Systems!
- Linearisieren Sie das System um die Ruhelage!
Hinweis: Es handelt sich um ein autonomes System ohne Eingang.
- Berechnen Sie die Transitionsmatrix e^{At} des linearisierten Systems!

Aufgabe 6

Ein physikalisches System wird durch folgende gewöhnliche lineare Differentialgleichung

$$\ddot{y} + (1 + k_1) \dot{y} + k_2 y = \dot{u} + 3u, \quad k_1, k_2 \in \mathbb{R}$$

mit der Anfangsbedingung $y(0) = 1$, $\dot{y}(0) = 0$, $\ddot{y}(0) = 0$, $u(0) = 1$ beschrieben.

- Geben Sie die Laplace-Transformierte von $y(t)$, also $Y(s)$, in Abhängigkeit von $U(s)$ an!
- Unter welchen Bedingungen ist das System asymptotisch stabil?

Für die folgenden Berechnungen nehmen Sie $k_1 = 0$ und $k_2 = 0$ an.

- Untersuchen Sie die Stabilität der neuen Übertragungsfunktion!
- Berechnen Sie Amplituden- und Phasengang der Übertragungsfunktion!
- Zeichnen Sie die Geradenapproximation des Amplitudengangs sowie die Treppenapproximation des Phasengangs! Verwenden Sie zum Zeichnen bitte einen der Vordrucke auf den nächsten Seiten (siehe offizielle Altklausuren in ILIAS).

Dieses Blatt bewerten ☐

Hinweis: Sind Blätter 10 und 11 zur Bewertung markiert oder ist kein Blatt zur Bewertung markiert, wird Blatt 11 bewertet.

