

Gleichstrom

Allgemein: El. Energie: $E_{el} = W_{el} = U \cdot I \cdot t$ (in ms)
 kWh: $3,6 \cdot 10^6 = J$

Ladung: $Q [Q] = C$

Stromstärke: $I = \frac{dQ}{dt}$ $[I] = A = \frac{C}{s}$

El. Feld: $E = E_{el}$ $[E] = \frac{V}{m}$

El. Arbeit: $W_{AB} = Q \int_A^B E ds = Q \cdot U_{AB}$ $[W] = J$

Spannung: $U = \frac{dW}{dq}$ $[U] = V = \frac{kg \cdot m^2}{As^2}$

Potential: Spannung gegen festen Bezugspunkt

Strömdichte: $S = I/A$ $[S] = \frac{A}{m^2}$ (A: Leiterquerschnitt)

Ohmsches Gesetz $U = R \cdot I$ $[R] = \Omega$

el. Leitwert: $G = \frac{1}{R}$ $[G] = S$

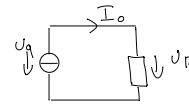
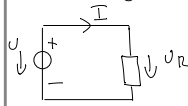
Spez. Widerstand Leiter:

$$- R = \rho \cdot \frac{L}{A} \quad [\rho] = \frac{\Omega \cdot m}{m}$$

$$- E = \rho \cdot S$$

$$- \sigma = \frac{1}{\rho} \quad [\sigma] = \frac{S}{m} = \text{spez. Leitfähigkeit}$$

Spannungsquelle: Stromquelle



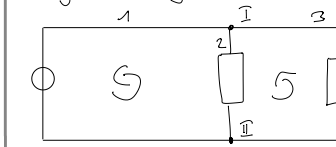
U und I an Quellen entgegengesetzt

Unabhängige Gleichungen:

$$- K = k - 1 \quad (\text{für } k=0 \rightarrow K=0)$$

$$- M = Z - K \quad (Z = \text{Zweige})$$

Zweig: Verbindung zw. 2 Knoten



$Z = 3, M = 2, K = 2$
 Wie viele I_s Zweige

Reihenschaltung: $R_{ges} = \sum R_k$

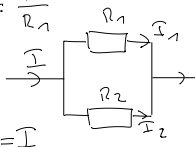
Parallelschaltung: $\frac{1}{R_{ges}} = \sum \frac{1}{R_k}$

$$\hookrightarrow 2 \times R: R_{ges} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

Stromteiler

$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot I = \frac{U}{R_1}$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}$$



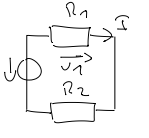
$$R_2 \rightarrow 0 \quad I_1 = 0, I_2 = I$$

$$R_2 \rightarrow \infty \quad I_1 = I, I_2 = 0$$

Spannungsteiler

$$U_1 = R_1 \cdot I = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot U$$

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}$$



Leistung

$$P = U \cdot I = R \cdot I^2 = \frac{U^2}{R} \quad [P] = W = \frac{J}{s}$$

$P_{Quelle} = \sum P_{Verbraucher}$

Quelle:

$P > 0 \rightarrow$ gibt Leistung ab

$P < 0 \rightarrow$ nimmt " auf

Verbraucher:

$P > 0 \rightarrow$ nimmt Leistung auf

$P < 0 \rightarrow$ gibt " ab

Wieso gibt es keine ideale Spannungsquelle?

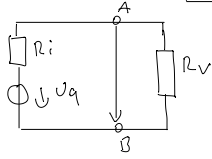
$I = \frac{U_0}{R_V}$, wenn $R_V \rightarrow 0$ wird $P = \frac{U_0^2}{R_V}$ immer größer und geht gegen $\infty \Rightarrow P = \infty$ existiert nicht.

Reale Spannungsquelle:

U_0 : Quellspannung

U_{AB} : Klemmspannung

R_i : Innenwiderstand



Arbeitsgerade

$$U_{AB} = U_0 - I R_i$$

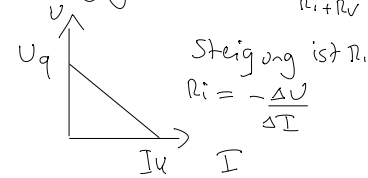
Bestimmung:

- Leerlauf ($R_V \rightarrow \infty$): $U_L = U_0$

- Kurzschluss ($R_V \rightarrow 0$): $I_K = \frac{U_0}{R_i}$

- Innenwiderstand $R_i = \frac{U_L}{I_K}$

Wirkungsgrad: $\eta = \frac{P_V}{P} = \frac{R_i}{R_i + R_V}$



2 Messpunkte reichen, das Netzwerk

linear $\rightarrow$ Strom-Spannungs-Kennlinie ist

Gerade $\rightarrow$ Gerade durch 2 Punkte bestimmt.

Wieso dürfen Leistungen nicht überlagert werden?

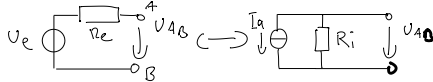
$\rightarrow$ lineare Größen $P_R = R I^2 = U^2/R$

SSK $\rightarrow$ Durch verändern von R_i werden mehrere

Werte paare aus Strom- und Spannungsmessungen best. und

diese in Diagramm grafisch dargestellt bzw. U_{AB}, I_{AB}

Ersatzspannungsquelle

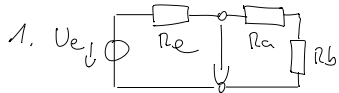
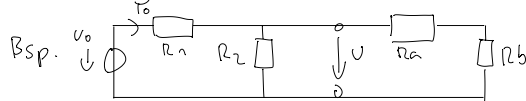


1. Originalschaltbild und Schaltbild mit Ersatzspannungsquelle skizzieren

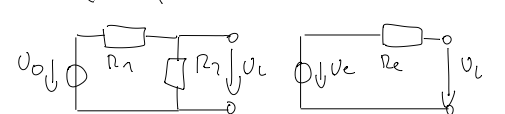
2. Leerlaufspannungen ermitteln und gleichsetzen liefert Ersatzspannung

3. Kurzschlussströme ermitteln und gleichsetzen liefert Ersatzwiderstand

4. oder anstatt 3. Ersatzwiderstand direkt berechnen durch Kurzschließen der Spannungsquellen und Auftrennen der Stromquellen. Spannungen am Zweipol werden als "Spannungsquelle" betrachtet.



2. Leerlauf

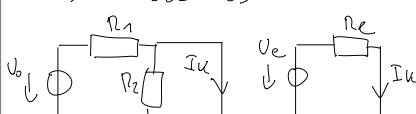


$$U_L = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot U_0$$

$$U_L = U_L \quad (\text{da } U_L = R \cdot I = R \cdot 0 A)$$

$$\Rightarrow U_L = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot U_0$$

3. Kurzschluss

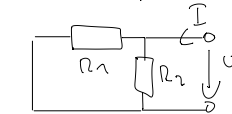


$$I_K = \frac{U_0}{R_1}$$

$$I_K = \frac{U_L}{R_i}$$

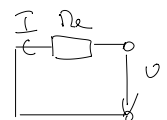
$$\Rightarrow R_i = \frac{U_L}{I_K} = \frac{U_0}{U_0} \cdot R_1 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

4. Alternative



$$U = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \cdot I$$

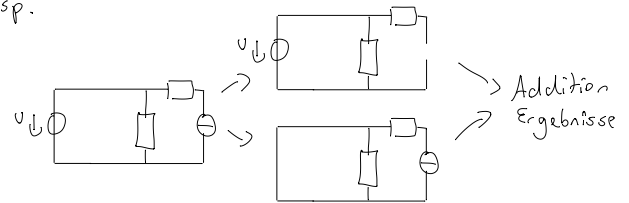
$$\Rightarrow R_i = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$



$$U = R_i \cdot I$$

Überlagerungssatz $\rightarrow$ lineare Bauteile

1. Auswahl einer Spannungs- oder Stromquelle
2. Kurzschließen aller anderen Spannungsquellen und auftrennen aller anderen Stromquellen
3. Gewünschte Größe in diesem Netzwerk bestimmen
4. Wdh. von 1.-3. für andere Spannungs- und Stromquellen
5. Addition der Lsg. aus 3 ergibt LSG $I_1 = I_{11} + I_{12}$



Kondensator, Spule und Schwingkreis

Kondensator

$$I = C \frac{dU}{dt} \quad [C] = F = \frac{A^2 s^4}{kg m^2}$$

$$Q = C \cdot U$$

$$\text{Energie: } W = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2 = \int P dt = \int U I dt = C \int U \cdot \frac{dU}{dt} dt$$

$$\text{Plattenkondensator: } C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d} \quad (d = \text{Abstand})$$

$$\text{parallel: } C_{ges} = \sum_k C_k$$

$$\text{Reihe: } \frac{1}{C_{ges}} = \sum_k \frac{1}{C_k}$$

Spule

$$U = L \cdot \frac{dI}{dt} \quad [L] = H = \frac{kg m^2}{s^2 A^2}$$

$$\text{Energie: } W = \frac{1}{2} L I^2 = L \cdot \int I \frac{dI}{dt} dt$$

$$\text{Lange Spule: } L = \mu_0 \mu_r N^2 \frac{l}{S}$$

$$(N = \text{Windungen, } l = \text{Länge})$$

$$\epsilon_0 \mu_0 = \frac{1}{c^2} \quad (c = \text{Lichtgeschwindigkeit})$$

$$\text{parallel: } \frac{1}{L_{ges}} = \sum_k \frac{1}{L_k}$$

$$\text{Reihe: } L_{ges} = \sum_k L_k$$

Ein- und Ausschaltvorgänge

- $p(t) = \frac{dW(t)}{dt} \Rightarrow$ Sprunghafte Änderung, da $p(t)$ nicht unendlich groß sein kann $\rightarrow W(t)$ stetig $\uparrow$
- Stromdurchflossene Spule darf nicht einfach abgeschaltet werden
- ungeladener Kondensator darf nicht einfach an Spannung angeschlossen werden

Kondensator - Einschalten

$$\text{Anfangsbed. } t=0: U_C(0)=0$$

$$i_C(0) = \frac{U_0}{R_1} \quad (\text{da } U_{R_2}(0)=0)$$

$$t \rightarrow \infty \text{ (Leerlauf): } i_C(\infty)=0$$

$$U_C(\infty) = -U_{R_2}(\infty) = -\frac{R_2 \cdot U_0}{R_1 + R_2}$$

$$\text{KGA: } i_1 = i_2 + i_C$$

$$\text{MR: } U_0 = R_1 \cdot i_1 + U_C = R_1 (i_2 + i_C) + U_C$$

$$= R_1 \left(\frac{U_0}{R_2} + C \cdot \frac{dU_C}{dt} \right) + U_C$$

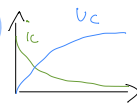
$$\text{DGL: } U_0 = \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) U_C + R_1 C \frac{dU_C}{dt}$$

$$\text{Lösung wie Spule: } U_C(t) = b + a e^{-\frac{t}{T}}$$

$$\Rightarrow U_C(t) = \frac{U_0 R_2}{R_1 + R_2} \left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right)$$

$$i_C(t) = C \cdot \frac{dU_C}{dt} = \frac{U_0}{R_1} e^{-\frac{t}{T}}$$

$$\hookrightarrow \text{mit } T = -\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$



Ausschaltvorgang

$$t=0: U_C(0) = \frac{R_2 \cdot U_0}{R_1 + R_2}$$

$$i_C(0) = -\frac{U_0}{R_1 + R_2} \quad (\text{da } U_{R_1}(0) = -U_C(0))$$

$$i_C(0) = i_2(0) = \frac{U_C(0)}{R_2}$$

$$t \rightarrow \infty \text{ (Leerlauf): } i_C(\infty)=0, U_C(\infty) = -U_{R_2}(\infty) = 0$$

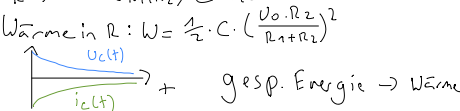
$$\text{Durchrechnen liefert: } U_C(t) = \frac{U_0 R_2}{R_1 + R_2} e^{-\frac{t}{T_C}}$$

$$i_C(t) = -\frac{U_0}{R_1 + R_2} e^{-\frac{t}{T_C}}$$

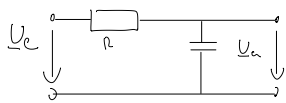
$$W_C(t=0) = \frac{1}{2} \cdot C \cdot \left(\frac{U_0 R_2}{R_1 + R_2}\right)^2$$

$$P_{RL}(t) = R_2 \left(\frac{U_0}{R_1 + R_2}\right)^2 e^{-\frac{2t}{T_C}}$$

$$\text{Wärme in R: } W = \frac{1}{2} \cdot C \cdot \left(\frac{U_0 R_2}{R_1 + R_2}\right)^2$$



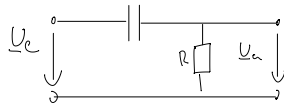
Tiefpassfilter



$$U_a = \frac{U_e}{\sqrt{1 + (\omega \cdot R \cdot C)^2}} \quad (\omega = 2\pi f)$$

Nur tiefe Frequenzen kommen durch

Hochpassfilter



$$U_a = \frac{U_e}{\sqrt{1 + \frac{1}{(\omega \cdot C \cdot R)^2}}}$$

Nur hohe Frequenzen kommen gut durch

Wieso kann es zu einem Einschwingvorgang kommen?

Spule / Kondensator $\rightarrow$ Energieinhalt muss stetig verlaufen

(∞ unendliche Leistung mögl.) $\rightarrow$ Energie kennzeichnende Größe muss stetig verlaufen.

Kaltleiter $\rightarrow R$ steigt mit Temp.

Heißleiter $\rightarrow R$ sinkt bei steigender Temp.

Spule - Einschalten

$$\text{Anfangsbed. } t=0: i_L(0)=0$$

$$U_L(0) = U_0 (MR)$$

$$t \rightarrow \infty \text{ (Spule Kurzschluss): } U_L(\infty)=0, i_L(\infty) = \frac{U_0}{R}$$

$$\text{MR: } U_0 = U_L + U_R = U_L + R \cdot i_L$$

$$\text{DGL: } U_0 = L \cdot \frac{di_L}{dt} + R \cdot i_L$$

$$\text{Ansatz: } i_L(t) = b + a e^{-\frac{t}{T}}$$

$$\text{Einsetzen: } U_0 = L \cdot \left(-\frac{a}{T}\right) e^{-\frac{t}{T}} + R \cdot \left(b + a e^{-\frac{t}{T}}\right)$$

$$= L \cdot \left(-\frac{a}{T}\right) e^{-\frac{t}{T}} + R \cdot \left(b + a e^{-\frac{t}{T}}\right)$$

$$\frac{U_0 - Rb}{L} = \left(-\frac{a}{T}\right) e^{-\frac{t}{T}} + a e^{-\frac{t}{T}}$$

$$\Rightarrow b = \frac{U_0}{R} \quad \Rightarrow T = \frac{L}{R}$$

$$t=0: i_L(0)=0$$

$$b + a e^{-\frac{t}{T}} = \frac{U_0}{R} + a = 0 \Rightarrow a = -\frac{U_0}{R}$$

$$\text{Ergebnis: } i_L(t) = \frac{U_0}{R} \left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right)$$

$$U_L(t) = L \cdot \frac{di_L}{dt} = U_0 e^{-\frac{t}{T}}$$

$$U_C(t) = -U_0 e^{-\frac{t}{T}}$$

$$W_L(t=0) = \frac{1}{2} L \left(\frac{U_0}{R}\right)^2$$

$$P_R(t) = R (i_L(t))^2 = \frac{U_0^2}{R} e^{-\frac{2t}{T}}$$

$$\text{Wärme: } W_R = \frac{1}{2} L \cdot \left(\frac{U_0}{R}\right)^2$$

$$U_L(\infty)=0, i_L(0)=0$$

$$i_L(t) = \frac{U_0}{R} \cdot e^{-\frac{t}{T}}$$

$$U_L(t) = -U_0 e^{-\frac{t}{T}}$$

$$W_L(t=0) = \frac{1}{2} L \left(\frac{U_0}{R}\right)^2$$

$$P_R(t) = R (i_L(t))^2 = \frac{U_0^2}{R} e^{-\frac{2t}{T}}$$

$$\text{Wärme: } W_R = \frac{1}{2} L \cdot \left(\frac{U_0}{R}\right)^2$$

$$U_L(\infty)=0, i_L(0)=0$$

$$i_L(t) = \frac{U_0}{R} \cdot e^{-\frac{t}{T}}$$

$$U_L(t) = -U_0 e^{-\frac{t}{T}}$$

$$W_L(t=0) = \frac{1}{2} L \left(\frac{U_0}{R}\right)^2$$

$$P_R(t) = R (i_L(t))^2 = \frac{U_0^2}{R} e^{-\frac{2t}{T}}$$

$$\text{Wärme: } W_R = \frac{1}{2} L \cdot \left(\frac{U_0}{R}\right)^2$$

$$U_L(\infty)=0, i_L(0)=0$$

$$i_L(t) = \frac{U_0}{R} \cdot e^{-\frac{t}{T}}$$

$$U_L(t) = -U_0 e^{-\frac{t}{T}}$$

$$W_L(t=0) = \frac{1}{2} L \left(\frac{U_0}{R}\right)^2$$

$$P_R(t) = R (i_L(t))^2 = \frac{U_0^2}{R} e^{-\frac{2t}{T}}$$

$$\text{Wärme: } W_R = \frac{1}{2} L \cdot \left(\frac{U_0}{R}\right)^2$$

$$U_L(\infty)=0, i_L(0)=0$$

$$i_L(t) = \frac{U_0}{R} \cdot e^{-\frac{t}{T}}$$

$$U_L(t) = -U_0 e^{-\frac{t}{T}}$$

$$W_L(t=0) = \frac{1}{2} L \left(\frac{U_0}{R}\right)^2$$

$$P_R(t) = R (i_L(t))^2 = \frac{U_0^2}{R} e^{-\frac{2t}{T}}$$

$$\text{Wärme: } W_R = \frac{1}{2} L \cdot \left(\frac{U_0}{R}\right)^2$$

$$U_L(\infty)=0, i_L(0)=0$$

$$i_L(t) = \frac{U_0}{R} \cdot e^{-\frac{t}{T}}$$

$$U_L(t) = -U_0 e^{-\frac{t}{T}}$$

$$W_L(t=0) = \frac{1}{2} L \left(\frac{U_0}{R}\right)^2$$

$$P_R(t) = R (i_L(t))^2 = \frac{U_0^2}{R} e^{-\frac{2t}{T}}$$

$$\text{Wärme: } W_R = \frac{1}{2} L \cdot \left(\frac{U_0}{R}\right)^2$$

Reihenschwingkreise - LRC

$$\text{Amplitude: } I = \frac{U}{Z_{ges}}$$

$$Z_{ges} = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C} - \omega L\right)^2}$$

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C} - \omega L\right)^2}}$$

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C} - \omega L\right)^2}}$$

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C} - \omega L\right)^2}}$$

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C} - \omega L\right)^2}}$$

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C} - \omega L\right)^2}}$$

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C} - \omega L\right)^2}}$$

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C} - \omega L\right)^2}}$$

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C} - \omega L\right)^2}}$$

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C} - \omega L\right)^2}}$$

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C} - \omega L\right)^2}}$$

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C} - \omega L\right)^2}}$$

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C} - \omega L\right)^2}}$$

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C} - \omega L\right)^2}}$$

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C} - \omega L\right)^2}}$$

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C} - \omega L\right)^2}}$$

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C} - \omega L\right)^2}}$$

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C} - \omega L\right)^2}}$$

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C} - \omega L\right)^2}}$$

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C} - \omega L\right)^2}}$$

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C} - \omega L\right)^2}}$$

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C} - \omega L\right)^2}}$$

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C} - \omega L\right)^2}}$$

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C} - \omega L\right)^2}}$$

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C} - \omega L\right)^2}}$$

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C} - \omega L\right)^2}}$$

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C} - \omega L\right)^2}}$$

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C} - \omega L\right)^2}}$$

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C} - \omega L\right)^2}}$$

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C} - \omega L\right)^2}}$$

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C} - \omega L\right)^2}}$$

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C} - \omega L\right)^2}}$$

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C} - \omega L\right)^2}}$$

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C} - \omega L\right)^2}}$$

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C} - \omega L\right)^2}}$$

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C} - \omega L\right)^2}}$$

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C} - \omega L\right)^2}}$$

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C} - \omega L\right)^2}}$$

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C} - \omega L\right)^2}}$$

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C} - \omega L\right)^2}}$$

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C} - \omega L\right)^2}}$$

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C} - \omega L\right)^2}}$$

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C} - \omega L\right)^2}}$$

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C} - \omega L\right)^2}}$$

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C} - \omega L\right)^2}}$$

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C} - \omega L\right)^2}}$$

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C} - \omega L\right)^2}}$$

Parallelschwingkreis

$$I = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2} U$$

$$= Y_{ges} \cdot U$$

$$I = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2} U$$

$$I = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2} U$$

$$I = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2} U$$

$$I = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2} U$$

$$I = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2} U$$

$$I = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2} U$$

$$I = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2} U$$

$$I = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2} U$$

$$I = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2} U$$

$$I = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2} U$$

$$I = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2} U$$

$$I = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2} U$$

$$I = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2} U$$

$$I = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2} U$$

$$I = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2} U$$

$$I = \sqrt{\frac{1}{R$$

Wechselspannung reell

Notation

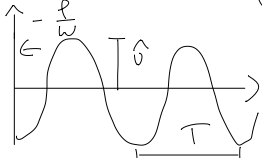
- Gleichgrößen: U, I
- Wechselgrößen: $u(t), i(t)$
- Mischgrößen: U, i
- $U_{ce} = U_{ce} + U_{ce}(t) = U_{ce} + \hat{U} \sin(\omega t)$

Phasenwinkel φ von Strom zu Spannung

- $\varphi < 0 \Rightarrow$ Schaltung kapazitiv
- $\varphi > 0 \Rightarrow$ Schaltung induktiv

Wechselgrößen mit Konst. Frequenz

$$u(t) = \hat{U} \sin(\omega t + \varphi_u)$$

$$i(t) = \hat{I} \sin(\omega t + \varphi_i)$$


- $u(t), i(t)$ = Momentanwerte
- $\hat{U}, \hat{I}$ = Scheitelwerte / Amplituden
- φ_u, φ_i = Phasenwinkel von Strom zu Spannungszeiger
- $\omega = 2\pi f$ = Kreisfrequenz
- $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{f}$ = Periodendauer
- $f = \frac{\omega}{2\pi}$ = Frequenz

Bei Resonanzfrequenz verschwindet der Imaginärteil der Impedanz

Bauteile

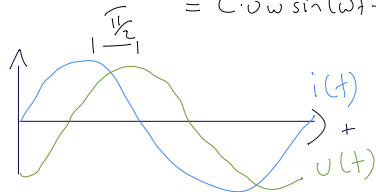
An den Bauteilen Kondensator, Spule und Widerstand kommt es zu einer Phasenverschiebung $\varphi = \varphi_u - \varphi_i$ zw. Spannung $u(t) = \hat{U} \sin(\omega t + \varphi_u)$ und Strom $i(t) = \hat{I} \sin(\omega t + \varphi_i)$

Kondensator: Strom eilt Spannung voraus

$$i(t) = C \frac{du(t)}{dt}$$

$$\hat{I} \sin(\omega t + \varphi_i) = C \cdot \hat{U} \omega \cos(\omega t + \varphi_u)$$

$$= C \cdot \hat{U} \omega \sin(\omega t + \varphi_u + \frac{\pi}{2})$$

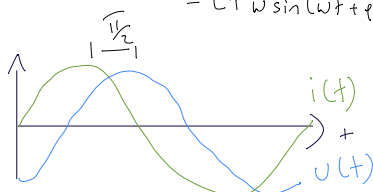


Spule: Spannung eilt Strom voraus

$$u(t) = L \frac{di(t)}{dt}$$

$$\hat{U} \sin(\omega t + \varphi_u) = L \hat{I} \omega \cos(\omega t + \varphi_i)$$

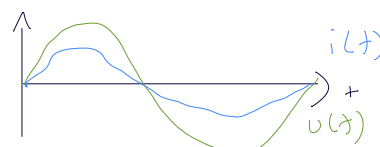
$$= L \hat{I} \omega \sin(\omega t + \varphi_i + \frac{\pi}{2})$$



Widerstand: φ Phasenverschiebung

$$u(t) = R \cdot i(t)$$

$$\hat{U} \sin(\omega t + \varphi_u) = R \cdot \hat{I} \sin(\omega t + \varphi_i)$$



Wechselspannung komplex

Komplexer Scheinwiderstand

$$\underline{U} = \underline{Z} \cdot \underline{I} \quad (\underline{Z} = \text{Impedanz}) [\underline{Z}] = \Omega$$

$$\underline{I} = \underline{Y} \cdot \underline{U} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}}, \text{ da } \underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}}$$

($\underline{Y}$ = Admittanz) [$\underline{Y}$] = S

Wirkwiderstand (Resistanz): $R = \text{Re}(\underline{Z})$

Blindwiderstand (Reaktanz): $X = \text{Im}(\underline{Z})$

Bauteile

Es gilt:

Impedanz

Blindwiderstand

Amplitude

Phasenverschiebung

R

$$\underline{U} = R \cdot \underline{I}$$

$$\underline{Z}_R = R$$

$$X_R = 0$$

$$\hat{U} = R \cdot \hat{I}$$

$$\varphi = 0$$

Kondensator

$$\underline{I} = C \cdot \frac{d\underline{U}}{dt} = i\omega C \underline{U}$$

$$\underline{Z}_C = \frac{1}{i\omega C} = \frac{1}{\omega C} e^{-i\frac{\pi}{2}} = -j \frac{1}{\omega C} = -jX_C$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C}$$

$$\hat{U} = \frac{\hat{I}}{\omega C}$$

$$\varphi = -\frac{\pi}{2} \quad (\varphi = \varphi_u - \varphi_i)$$

Spule

$$\underline{U} = L \cdot \frac{d\underline{I}}{dt} = i\omega L \underline{I}$$

$$\underline{Z}_L = i\omega L = \omega L e^{i\frac{\pi}{2}} = jX_L$$

$$X_L = \omega L = 2\pi f L$$

$$\hat{U} = \omega L \hat{I}$$

$$\varphi = \frac{\pi}{2}$$

Kirchhoffsche Regeln $\rightarrow$ gilt für $\omega = \text{konst.}$

- Momentanwerte

- Komplexe Größen

- Amplitudenzeiger

- Effektivwertzeiger

$\Rightarrow$ Stromteiler und

Spannungsteiler gelten

Reihe: $\underline{Z}_{\text{ges}} = \sum_k \underline{Z}_k$

$$\underline{Y}_{\text{ges}} = \sum_k \frac{1}{\underline{Z}_k}$$

Parallel: $\underline{Z}_{\text{ges}} = \sum_k \frac{1}{\underline{Z}_k}$

$$\underline{Y}_{\text{ges}} = \sum_k \underline{Y}_k$$

$$\underline{U} = \underline{U}_1 + \underline{U}_2$$

Leistung

Momentanleistung: $P(t) = u(t) \cdot i(t) = \hat{U} \sin(\omega t + \varphi_u) + \hat{I} \sin(\omega t + \varphi_i)$

Wirkleistung: $P = \frac{1}{T} \int_0^T P(t) dt = \hat{U} \hat{I} \frac{1}{2} \cos(\varphi)$

Wirkleistung: $P = UI \cos(\varphi) = \text{Re}(S) \quad [P] = W$

Blindleistung: $Q = UI \sin(\varphi) = \text{Im}(S) \quad [Q] = \text{Var}$

Schaltung heißt: $Q > 0 \rightarrow$ induktiv

$Q < 0 \rightarrow$ kapazitiv

Scheinleistung: $\underline{S} = \underline{U} \cdot \underline{I}^* = P + jQ \quad [S] = \text{VA}$

$$S = U \cdot I^* = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

* komplex konjugiert: $a + bj$ nicht $a - bj$

Alternative Berechnung:

$P_Q = P_V$ (Reeller Verbraucher P also P_R und nicht P_C o. P_L)

$$Q = Q_L - Q_C = X_L \cdot I^2 - X_C \cdot I^2 = \frac{U_C^2}{X_C} - \frac{U_L^2}{X_L}$$

$\uparrow$
mit $I = |I|$ rechnen

Zeigerdiagramm:

qualitativ $\rightarrow$ Länge egal, nur Phasenmessung

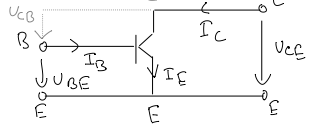
Blindleistung: kapazitiv $\varphi < 0$

induktiv $\varphi > 0$

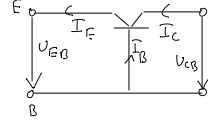
Transistor

Grundschaltungen

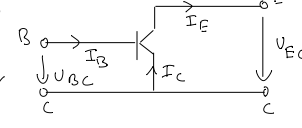
Emitter-Schaltung



Basis-Schaltung



Kollektor-Schaltung



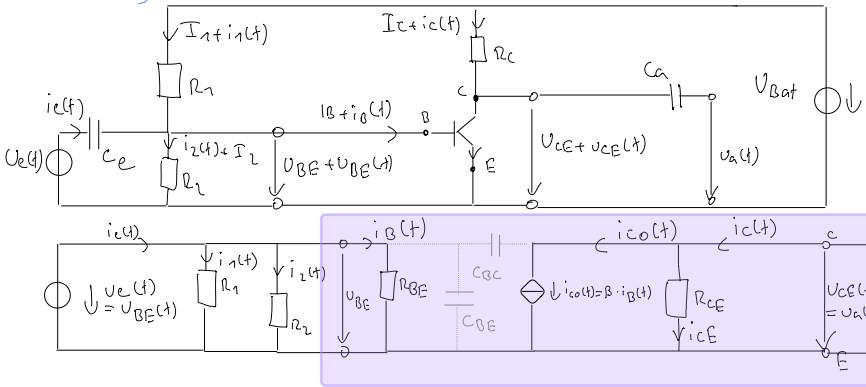
Formeln

$I_C \approx I_{CO} = \beta \cdot I_B$ (DC)
 $\beta \approx \Delta I_C / \Delta I_B$ (AC)
 $I_{C,AP} \pm \frac{1}{2} \Delta I_C \approx \beta I_{B,AP} \pm \beta \frac{1}{2} \Delta I_B$
 Verlustleistung Transistor: $P_V = P_{V,BE} + P_{V,CE} = U_{BE} \cdot I_B + U_{CE} \cdot I_C$

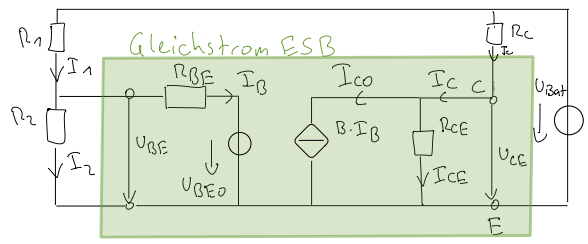
Korrektur AP:

$U_{CE,AP} = \frac{1}{2} U_{Bat}$ (günstigster AP)
 Bedingung für optimalen AP:
 $V_U = \frac{U_a}{U_e}$, $V_P = \frac{U_a \cdot I_a}{U_e \cdot I_e} = V_U \cdot V_I$
 $V_I = \frac{I_a}{I_e}$

Schaltung - Bsp.



Wechselstrom ESB



Anmerkungen: $\beta \neq B$
 Vereinfachende Annahme: Wechselstromeffekte (beide Kondensatoren) wurden vernachlässigt = kapazitive Effekte

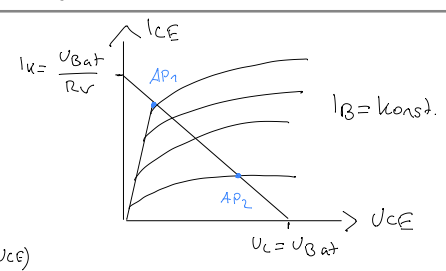
→ R_1, R_2 und R_C dienen zur Einstellung des Arbeitspunktes

→ C_e verhindert einen Gleichstrom von der Batterie durch die Signalquelle (Gleichspannung wird geblockt). C_a unterdrückt den Gleichanteil im Mischsignal U_{CE} , sodass am Ausgang des Verstärkers die Wechselspannung $u_{CE}(t)$ für den Verbraucher zur Verfügung steht. $\emptyset$ Spule da für Gleichstrom Kurzschluss → blockiert nicht.

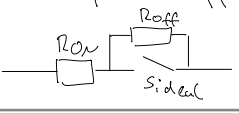
Transistor als Schalter

AP₁: - U_{BE} maximal
 - hoher Kollektorstrom bei niedriger Kollektor-Emitter-Spannung
 - $P_V \rightarrow$ groß
 → Transistor Schalter geschlossen (ON)

AP₂: - U_{BE} sehr klein
 - Kollektorstrom deutlich kleiner
 - $P_V \rightarrow$ sehr klein
 → Transistor wie Schalter offen (off)
 realer Transistor nicht 0V nur idealer U_{CE}



ESB für ON-off



R_{ON} für ON sehr niedrig wählen
 R_{OFF} für OFF sehr hoch wählen

Wie ist der Wert von R_{CE} abgelesen?

$$I_C(U_{CE}) = \beta \cdot I_B + \frac{U_{CE}}{R_{CE}} \quad I_B = \text{konst.} \Rightarrow R_{CE} \Rightarrow \text{wenn Steigung irgendwann null}$$

Weshalb $U_{CE,AP} = 0,5 U_{Bat}$?

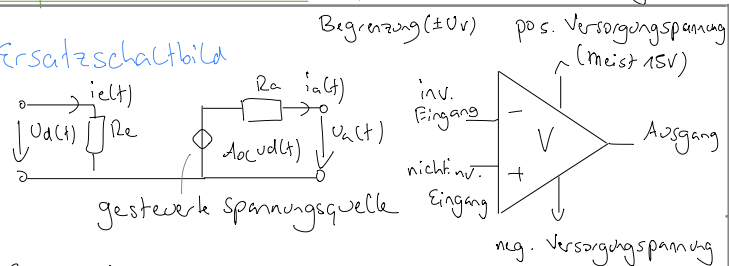
Damit ein symmetrisches Wechselspannungssignal nach beiden seiten maximal ausgesteuert werden kann.

Max. Verlustleistung nicht überschreiten?

weil sonst der Transistor überhitzt und durchbrennt

Operationsverstärker (OP) - elektronischer Spannungsverstärker mit hoher Verstärkung

Ersatzschaltbild



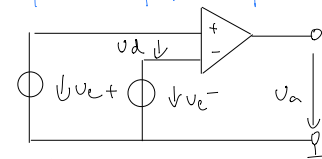
Eingangskreis:

- Differenzspannung U_d wird zw. nicht-inv. und inv. gemessen
- hochohmige Spannungsmessung $\rightarrow R_e$ sehr groß, damit nur sehr geringe Ströme in das Messgerät bzw. in diesen Fall durch den Eingangswiderstand des Verstärkers fließen.

Ausgangskreis:

- R_a möglichst klein, damit viel Spannung von idealer Quelle $\odot$ abgegriffen wird.
- Leerlaufverstärkung A_{ol} sollte möglichst groß sein. (ohne A_{ol} Open-Loop)

Open-loop / Komparator (OP ohne Rückkopplung)



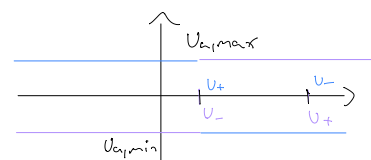
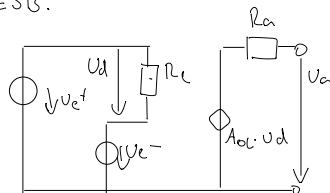
$$U_a = A_{ol} \cdot U_d = A_{ol} (U_{e+} - U_{e-})$$

$U_d > 0 \rightarrow U_a \rightarrow U_{a, \max} \approx 12V$ (bei 15V VS-OP)

$U_d < 0 \rightarrow U_a \rightarrow U_{a, \min} \approx -12V$ (bei 15V VS-OP)

(Wenn nix angegeben dann $\pm$ VS-OP)

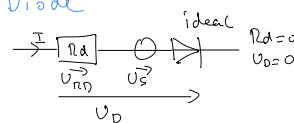
ESB:



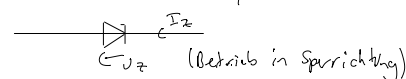
OP mit Rückkopplung

- Ausgangsspannung wird auf einen der Eingänge rückgekoppelt
 - + Eingang: Mitkopplung
 - Eingang: Gegenkopplung $\rightarrow$ invertierender Teil
- Gegenkopplung:
 - $A_{ol} = \infty \rightarrow U_d \approx 0$
 - dauerhaft Spannungswerte zw. $U_{a, \min}$ und $U_{a, \max}$ einstellen
 - Verstärkung V des OP auf endliche Werte eingestellt werden
- Mitkopplung:
 - Differenzspannung ändert gleichsinnig, Ausgangsspannung innerhalb sehr kurzer Zeit Extremwert erreicht
 - OP ständig Übersteuerung
 - Verstärkung V bleibt unendlich

Diode



Zener-Diode Schaltsymbol:



Tangenten Gl.: $U_0 = R_d \cdot I_d + U_S$

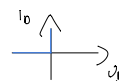
$U_Z = R_{DZ} \cdot I_Z + U_{Z0}$

Z-Diode stellt für Komparator eine Referenzspannung zur Verfügung.

R_D wird für die Einstellung des APs der LED benötigt (Strombegrenzung)

Zenerdiode dient zur Spannungsstabilisierung, Widerstand für Strombegrenzung (Ap-Einstellung)

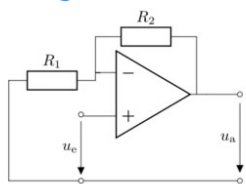
Ideale Diode



$\rightarrow$ stellt Referenzspannung zur Verfügung

Schaltungen mit Gegenkopplung

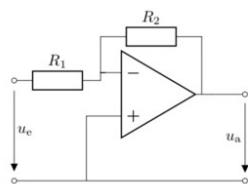
Nichtinvertierender Verstärker



$$U_a = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot U_e$$

Invertierender Addierer

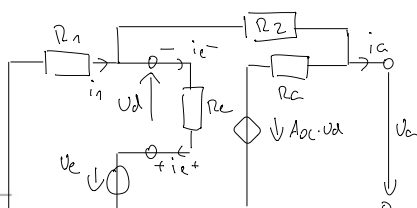
Invertierender Verstärker



$$U_a = \left(-\frac{R_2}{R_1}\right) \cdot U_e$$

Invertierender Integrierer

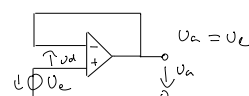
ESB Nichtinvertierender Verstärker



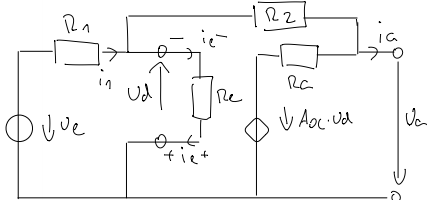
Sonderfall:

$R_1 \rightarrow \infty \Omega, R_2 = 0 \Omega$

$\rightarrow V_U = 1 \Rightarrow$ Impedanzwandler



ESB Invertierender Verstärker



Sonderfall: $R_1 = R_2$

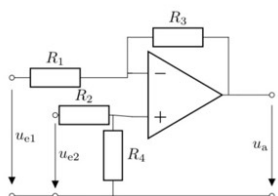
$V_U = -1 \rightarrow$ Inverter

Schaltsschwelle: $U_d = 0$ bzw. wenn E^+ Eingang $\neq$ E^- Eingang da durch Gegenkopplung zu null erzwungen wird damit Ausgangsspannung endliche Werte annimmt (Gegenkopplung)

Referenzspannung:

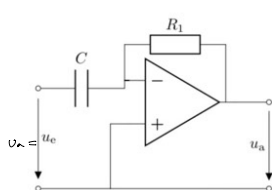
Über die Referenzspannung können die Umschaltunkte der Komparatoren eingestellt werden d.h. wenn Ausgangsspannungen von $+15V$ auf $-15V$ springen.

Subtrahierer (Differenzverstärker)



$$U_a = -\frac{R_3}{R_1} U_{e1} + \frac{R_4 (U_{e1} + R_2)}{R_1 (R_1 + R_4)} U_{e2}$$

Invertierender Differenzierer



$$U_a = -R_1 C \frac{dU_e}{dt}$$

Elektr. Maschinen

El. Maschinen sind elektrochemische Energiewandler über Magnetfelder

- Elektr. Energie $\rightarrow$ el. Energie (Transformator)
- el. Energie $\rightarrow$ mech. Energie (Motor)
- mech. Energie $\rightarrow$ el. Energie (Generator)

1. Strom erzeugt ein Magnetfeld
2. Zeitliche Änderung des magn. Flusses

$$U_{ind} = -N \frac{d\Phi}{dt}$$
 mit $\Phi = \oint \vec{B} \cdot d\vec{A}$
 Änderung Schleife A $\rightarrow$ U_{ind}
 Leiter Spule
3. Bewegte Ladung erfährt Lorentzkraft

$$\vec{F} = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B})$$

Gleichstrommaschine

Drehmoment: $M_i = c \cdot \Phi \cdot I_A$ $[M] = Nm$

Maschinenkonst.: $C = \frac{2N}{\pi} \cdot p$

(N = Anzahl Windungen, p = Polpaarzahl)

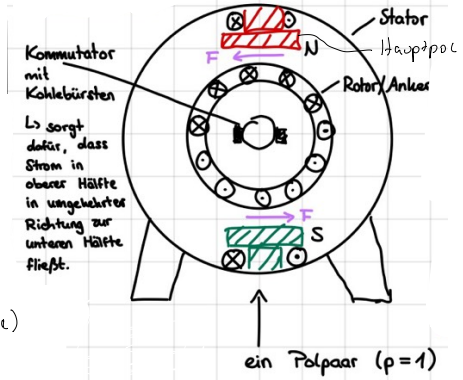
Ankerkreis wegen Rotation:

$U_{ind} = c \cdot \Phi \cdot \Omega$ in s^{-1}

Drehfrequenz: $\Omega = 2\pi n$ (n = Drehzahl)

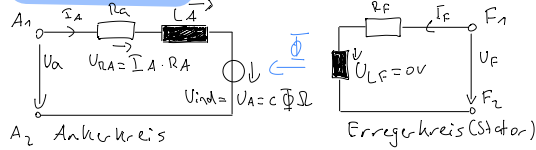
$[c \cdot \Phi] = V s \cdot min^{-1} \Rightarrow \frac{1}{60} s^{-1}$

$\Phi = k_F \cdot I_F = k_F \cdot \frac{U_F}{R_F}$ (k_F = Konstante)



Fremderregte GSM

1. Motorbetrieb



Im stationären Betrieb wirken die Spulen wie ein Kurzschluss (Spannungsabfall):

Erregerverluste: $P_{V,F} = R_F \cdot I_F^2 = U_F \cdot I_F = P_F$

(Wärmeverluste in der Erregerwicklung/Kupferdraht)

Ankerverluste: $P_{V,A} = R_A \cdot I_A^2 \neq P_A$

(Wärmeverluste in der Ankerwicklung/Kupferdraht)

Reibungsverluste: $P_{V,rbg} = \Omega \cdot M_{rbg}$

Innere mechan. Leistung: $P_{mech,i} = P_{el} - P_{V,F} - P_{V,A}$

$= \Omega \cdot M_i = U_{ind} \cdot I_A$

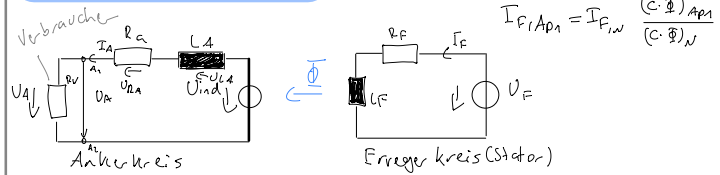
Mechan. Leistung: $P_{mech} = P_{mech,i} - P_{V,rbg} = \Omega \cdot M = P_{el} - P_{V,F} - P_{V,A} - P_{V,rbg}$

Wirkungsgrad: $\eta = \frac{\text{genutzte mechan. Leistung}}{\text{aufgenommene elektr. Leistung}}$

$= \frac{P_{mech}}{P_A + P_F}$

elektr. Leistung: $P_{el} = P_A + P_F = U_A \cdot I_A + U_F \cdot I_F > 0$
 $P_{el,A,N}$ $P_{el,F,N}$ motorbetrieb

2. Generatorbetrieb



Im stationären Betrieb wirken die Spulen wie ein Kurzschluss.

Wirkungsgrad: $\eta = \frac{\text{elektr. Nutzleistung}}{\text{ges. aufgebrachte mechan. + el. Leistung}} = \frac{|P_A|}{|P_{mech}| + P_F}$

elektr. Nutzleistung: $P_A = U_A \cdot I_A = P_{mech} + P_{V,rbg} + P_{V,A} < 0$ (V_z bei Strombeachter)

aufgebrachte mechan. Leistung $P_{mech} < 0$

$\Rightarrow$ gesamte aufgebrachte Leistung: $|P_{mech}| + P_F$

$\Rightarrow$ elektr. Nutzleistung $P_A = -|P_{mech}| + P_{V,rbg} + P_{V,A}$

$\Phi = \frac{U_A}{c \cdot \Phi} - \frac{R_A + R_{A,N}}{(c \cdot \Phi)^2} \cdot M_i$ sen kann auch nur R_A Stillstand: $\Omega = 0$ $M_{st} = c \cdot \Phi \cdot I_{A,st} = c \cdot \Phi \cdot \frac{U_A}{R_A}$

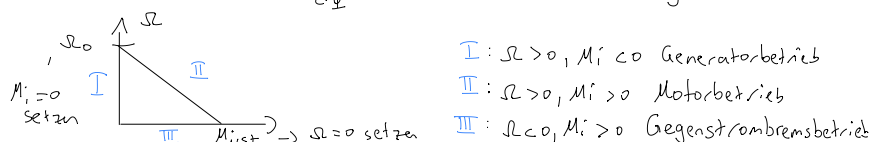
Leerlauf: $M_i = 0$ $n_0 = \frac{U_{i,0}}{U_{i,N}} \cdot n = \frac{U_A}{2\pi c \cdot \Phi} = \frac{\Omega_0}{2\pi}$

idealer Leerlauf ($\emptyset$ Reibung)

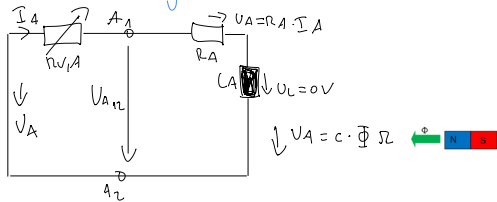
$M_i = 0 \rightarrow I_A = 0 \rightarrow \Omega_0 = \frac{U_A}{c \cdot \Phi}$

realer Leerlauf (mit Reibung)

$M = 0 \rightarrow M_i = M_{rbg} \rightarrow I_A \neq 0$



Permanenterregte GSM



Vorteil fremderregte GSM: Magnetfluss kann über Erregerstrom variieren

Nachteil fremderregte GSM: Verluste im Erregerkreis (Erregerverluste)

(jeweils gegenüber permanenterregt)

Weshalb $\emptyset$ permanenterregte GSM?

Durch Erregerfluss kann bei unterschiedlichen Drehzahlen die induzierte Spannung eingestellt werden.