Institut für Materialprüfung,
Werkstoffkunde und Festigkeitslehre
Universität Stuttgart

Professor Dr.-Ing. Stefan Weihe

Institut für Materialprüfung,
Werkstoffkunde und Festigkeitslehre
Universität Stuttgart

Bachelor-Teilprüfung

EINFÜHRUNG IN DIE FESTIGKEITSLEHRE

Prüfer: Prof. Dr. rer. nat. S. Schmauder

Datum: 22.09.2014

Prüfungsdauer: 60 min

MUSTERLÖSUNG

Die Prüfungsergebnisse werden voraussichtlich ab KW 45 im LSF bekannt gegeben. Die Wiederholerinnen und Wiederholer sind verpflichtet, die Prüfungsergebnisse einzusehen und sich ggf. unverzüglich für die mündliche Nachprüfung am IMWF zu melden.		
Name	Matrikelnummer	Unterschrift
Studiengang		
Wiederholerin / Wiederholer	☐ nein	☐ ja

Nur die auf dem Aufgabenblatt eingetragenen Lösungen und Rechenwege werden eingesammelt und bewertet!

Viel Erfolg!

Diese Tabelle darf nur von den Korrektoren ausgefüllt werden!

1a	1b	1c	1d	1e	1f	1g		
2a	2b	2c	2d					

Aufgabe 1: (42 Punkte)

Die Strebe einer Verkehrsampel ist als gerade, zylindrische Hohlstruktur mit dem Innendurchmesser Ø d = 65 mm, der Wanddicke s = 7,5 mm und der Länge L = 2300 mm ausgeführt, siehe Abbildung 1.1. Die Strebe wird aus dem Werkstoff S355 hergestellt. Die Oberfläche der Strebe ist **geschlichtet**.

Hinweise: Verwenden Sie bei Berechnungen, wenn nötig, die Schubspannungshypothese (SH) und nehmen Sie ggf. sinnvolle Hilfswerte an, wenn Sie eine Teilaufgabe nicht lösen können.
Die Kerbwirkung an der Einspannstelle (links) muss nicht berücksichtigt werden! Der Querkraftschub ist ebenfalls vernachlässigbar.

Stahl S355:
R_e = 355 MPa, R_m = 500 MPa, A_5 = 22 %, E-Modul = 210 GPa, μ = 0,3.
$\sigma_{bW,poliert} = 250\,MPa$, $\sigma_{bW,geschlichtet} = 200\,MPa$

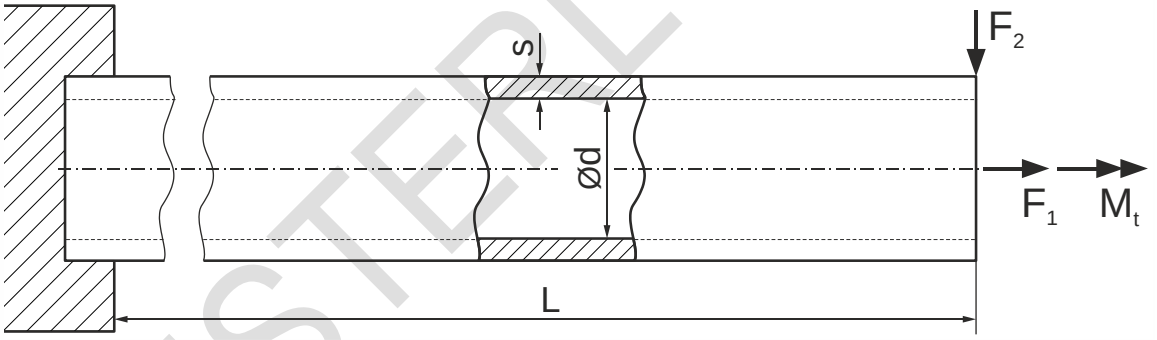


Abbildung 1.1: Strebe einer Verkehrsampel (Hohlprofil) aus S355.

MUSTERLÖSUNG

Zur Auslegung der Strebe werden zunächst die Belastungen F_1, F_2 und M_t getrennt voneinander untersucht.

a) Es wirkt nur die statische Kraft F_1 = 390 kN.

Um welchen Betrag ΔL verlängert sich dadurch die Strebe? Wie groß ist die Sicherheit gegen Fließen? Ist diese Sicherheit ausreichend? Begründen Sie Ihre Antwort.

Rechenweg

Spannung im Querschnitt: $\sigma = \frac{F_1}{A} = \frac{390000\ N}{1708{,}24\,mm^2} = 228{,}3\,MPa$

Hookesches Gesetz: $\sigma = \varepsilon \cdot E$

Dehnung: $\varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{228{,}3\,MPa}{210000\ MPa} = 0{,}1087\ \%$

Es gilt: $\varepsilon = \frac{\Delta L}{L}$

Verlängerung der Abschleppstange:

$\rightarrow\ \Delta L = \varepsilon \cdot L = 0{,}1087\ \% \cdot 2300\,mm = \underline{\underline{2{,}5\,mm}}$

Festigkeitsbedingung (FB): $\sigma \le \sigma_{zul}$ mit $\sigma_{zul} = \frac{R_e}{S_F}$

$\rightarrow\ S_F = \frac{R_e}{\sigma} = \frac{355\,MPa}{228{,}3\,MPa} = \underline{\underline{1{,}55}}$

→ Die Sicherheit gegen Fließen ist ausreichend (> 1,2 bis 2,0).

Nebenrechnung:

$D = d + 2 \cdot s = 65\,mm + 2 \cdot 7{,}5\,mm = 80\,mm$

$A = \frac{\pi}{4} \cdot \left(D^2 - d^2\right) = \frac{\pi}{4} \cdot \left(80^2 - 65^2\right) mm^2 = 1708{,}24\,mm^2$

Lösung	**Ergebnis**
Verlängerung der Strebe	2,5 mm
Sicherheit gegen Fließen	1,55 (ausreichend)

MUSTERLÖSUNG

b) Es wirkt nur die <u>rein wechselnde</u> Kraft $\pm F_2 = 1250$ N.

Wo befindet sich hierbei der höchstbeanspruchte Querschnitt der Strebe? Wie groß ist die Sicherheit gegen Schwingungsbruch? Ist diese Sicherheit ausreichend? Begründen Sie Ihre Antwort.

Rechenweg

Höchstbeanspruchter Querschnitt: Einspannstelle an der Oberfläche oben oder unten

Festigkeitsbedingung (FB): $\sigma_a \le \sigma_{a,zul}$ mit $\sigma_{a,zul} = \frac{\sigma_{bW,geschlichtet}}{S_D}$

Spannungsamplitude: $\sigma_a = \frac{M_b}{W_b} = \frac{2875000\ \text{Nmm}}{28359{,}47\ \text{mm}^3} = 101{,}38\ \text{MPa}$

$\rightarrow\ S_D = \frac{\sigma_{bW,geschlichtet}}{\sigma_a} = \frac{200\ \text{MPa}}{101{,}38\ \text{MPa}} = \underline{\underline{1{,}97}}$

→ Die Sicherheit gegen Schwingungsbruch ist ausreichend (> 1,5 bis 2,5).

Nebenrechnung:

$M_b = F_2 \cdot L = 1250\ \text{N} \cdot 2300\ \text{mm} = 2875000\ \text{Nmm}$

$W_b = \frac{\pi}{32} \cdot \frac{\left(D^4 - d^4\right)}{D} = \frac{\pi}{32} \cdot \frac{\left(80^4 - 65^4\right)}{80}\text{mm}^3 = 28359{,}47\ \text{mm}^3$

Lösung	Ergebnis
Sicherheit gegen Schwingungsbruch	1,97 (ausreichend)

MUSTERLÖSUNG

c) Es wirkt nur das <u>statische</u> Torsionsmoment M_t.

Wo und bei welchem statischen Torsionsmoment M_t setzt an der Strebe plastisches Fließen ein?

Rechenweg

Plastisches Fließen: Oberfläche (Rand) → maximale Schubspannung

Fließbeginn: $\tau_t = \tau_{t,F}$ mit $\tau_{t,F} \approx 0{,}58 \cdot R_e = 0{,}58 \cdot 355\,MPa = 205{,}9\,MPa$

<u>Hinweis:</u>

$\tau_{t,F} \approx 0{,}58 \cdot R_e$ wird mit der GEH hergeleitet.

Bei Verwendung der SH gilt: $\tau_{t,F} \approx 0{,}5 \cdot R_e$

Im EFL-Skript ist jedoch nur der GEH-Wert angegeben. Beide Ansätze sind bei der Bewertung dieser Teilaufgabe zu berücksichtigen!

Schubspannung: $\tau_t = \frac{M_t}{W_t}$

→ $M_t = \tau_{t,F} \cdot W_t = 205{,}9\,MPa \cdot 56718{,}94\,mm^3 = \underline{\underline{11{,}678\,kNm}}$

Nebenrechnung:

$$W_t = \frac{\pi}{16} \cdot \frac{\left(D^4 - d^4\right)}{D} = \frac{\pi}{16} \cdot \frac{\left(80^4 - 65^4\right)}{80} mm^3 = 56718{,}94\,mm^3$$

Lösung	**Ergebnis**
Torsionsmoment bei Fließbeginn	11,678 kNm

MUSTERLÖSUNG

Im Rahmen einer Umbaumaßnahme muss die Strebe nun als abgesetzter Vollstab (L_1 = 1625 mm, L = 2300 mm) mit **polierter** Oberfläche ausgeführt werden, siehe Abbildung 1.2.

Die Belastungen F_1, F_2 und M_t können im Folgenden auch in Kombination auftreten.

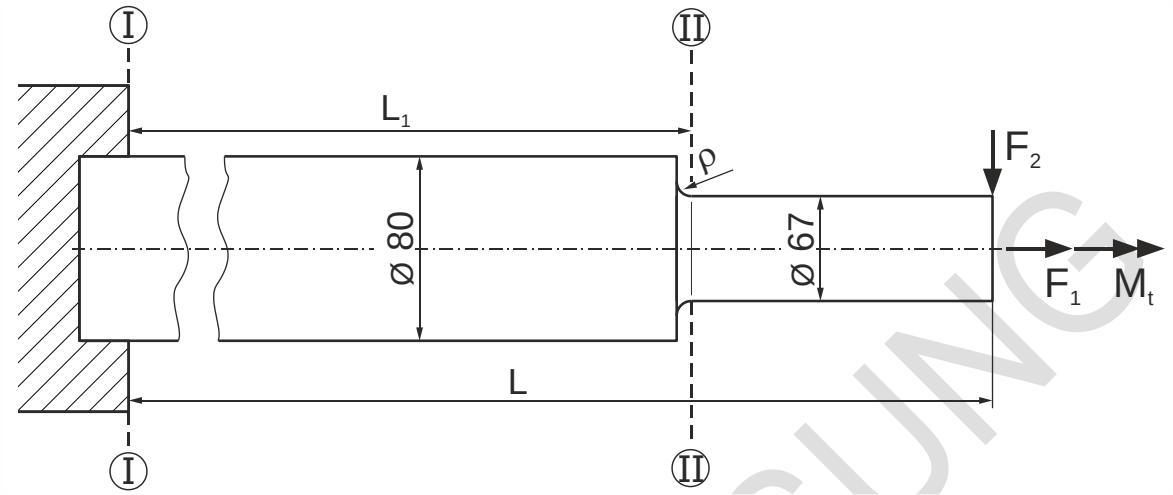


Abbildung 1.2: Neue Strebe (abgesetzter Vollstab) aus S355; Längeneinheit: mm.

d) Die statische Kraft F_1 = 315 kN und die rein wechselnde Kraft F_2 = ±2500 N wirken gleichzeitig auf die Strebe aus Abbildung 1.2.

Welche Versagensarten können auftreten? Wie groß sind die entsprechenden Sicherheiten im Querschnitt I-I? Sind diese ausreichend? Begründen Sie Ihre Antwort.

Rechenweg	Versagensarten: Fließen, Bruch, Schwingungsbruch Oberspannung: $\sigma_o = \sigma_m + \sigma_a = 62{,}67\,\text{MPa} + 114{,}39\,\text{MPa} = 177{,}06\,\text{MPa}$ Mittelspannung: $\sigma_m = \sigma_z = \frac{F_1}{A_I} = \frac{315000\ \text{N}}{5026{,}55\,\text{mm}^2} = 62{,}67\,\text{MPa}$ Spannungsamplitude: $\sigma_a = \sigma_b = \frac{M_b}{W_b} = \frac{5750000\ \text{Nmm}}{50265{,}18\,\text{mm}^3} = 114{,}39\,\text{MPa}$

MUSTERLÖSUNG

Fortsetzung Aufgabe 1d)

Rechenweg

α) Fließen: Festigkeitsbedingung (FB): $\sigma_o \le \sigma_{zul} = \frac{R_e}{S_F}$

→ $S_F = \frac{R_e}{\sigma_o} = \frac{355\,MPa}{177{,}06\,MPa} = \underline{\underline{2{,}00}}$

→ Die Sicherheit gegen Fließen ist ausreichend (> 1,2 bis 2,0).

β) Bruch: Festigkeitsbedingung (FB): $\sigma_o \le \sigma_{zul} = \frac{R_m}{S_F}$

→ $S_F = \frac{R_m}{\sigma_o} = \frac{500\,MPa}{177{,}06\,MPa} = \underline{\underline{2{,}82}}$

→ Die Sicherheit gegen Bruch ist ausreichend (> 2,0 bis 3,0).

γ) Schwingungsbruch: Festigkeitsbedingung (FB): $\sigma_a \le \sigma_{a,zul} = \frac{\sigma_A}{S_D}$

ertragbare Spannungsamplitude:

$\sigma_A = f(\sigma_m) = \sigma_{bw,poliert} \cdot \sqrt{1 - \frac{\sigma_m}{R_m}} = 250\,MPa \cdot \sqrt{1 - \frac{62{,}67\,MPa}{500\,MPa}} = 233{,}8\,MPa$

→ $S_D = \frac{\sigma_A}{\sigma_a} = \frac{233{,}8\,MPa}{114{,}39\,MPa} = \underline{\underline{2{,}04}}$

→ Die Sicherheit gegen Schwingungsbruch ist ausreichend (> 1,5 bis 2,5).

Nebenrechnung:

$A_I = \frac{\pi}{4} \cdot D^2 = \frac{\pi}{4} \cdot 80^2\,mm^2 = 5026{,}55\,mm^2$

$M_b = F_2 \cdot L = 2500\,N \cdot 2300\,mm = 5750000\,Nmm$

$W_{b,I} = \frac{\pi}{32} \cdot D^3 = \frac{\pi}{32} \cdot 80^3\,mm^3 = 50265{,}18\,mm^3$

Lösung	**Ergebnis**
Versagensarten	Fließen, Bruch, Schwingungsbruch
Sicherheiten	S_F = 2,00 (ausreichend), S_B = 2,82 (ausreichend), S_D = 2,04 (ausreichend)

MUSTERLÖSUNG

e) Die statische Kraft F_1 und das statische Torsionsmoment $M_t = 500$ Nm wirken gleichzeitig auf die Strebe aus Abbildung 1.2.

Wie groß darf die statische Kraft F_1 maximal werden, damit im Querschnitt I-I eine Sicherheit gegen Bruch von mindestens 2,5 gewährleistet ist?

Rechenweg

Festigkeitsbedingung (FB): $\sigma_{v,SH} \leq \sigma_{zul}$

mit $\sigma_{zul} = \frac{R_m}{S_B} = \frac{500\,MPa}{2,5} = 200\,MPa$

Vergleichsspannung (Schubspannungshypothese):

$\sigma_{v,SH} = \sqrt{\sigma^2 + 4 \cdot \tau^2}$

Normalspannung: $\sigma = \frac{F_1}{A_I}$

Schubspannung: $\tau = \frac{M_t}{W_{t,I}} = \frac{500000\ Nmm}{100531\,mm^3} = 4,97\,MPa$

Einsetzen in die FB und nach der Normalspannung auflösen:

→ $\sigma = \sqrt{(\sigma_{zul})^2 - 4 \cdot \tau^2} = \sqrt{200^2 - 4 \cdot 4,97^2}\,MPa = 199,75\,MPa$

→ $F_1 = \sigma \cdot A_I = 199,75\,MPa \cdot 5026,55\,mm2 = \underline{\underline{1004\ kN}}$

Nebenrechnung:

$W_{t,I} = \frac{\pi}{16} \cdot D^3 = \frac{\pi}{16} \cdot 80^3\,mm^3 = 100531\,mm^3$

MUSTERLÖSUNG

Lösung	Ergebnis
Maximale Kraft F_1	1004 kN

f) Es wirkt nur eine statische Kraft F_2 = 1000 N auf die Strebe aus Abbildung 1.2.

Mit welchem Radius ρ muss der Absatz ausgeführt werden, damit die Maximalspannungen in den Querschnitten I-I und II-II gleich groß sind? Wie groß müsste der Radius ρ sein, wenn die statische Kraft F_2 = 2000 N wirkt?

Rechenweg

Maximalspannungen: $\sigma_{b,I,max} = \sigma_{b,II,max}$

Biegespannung Querschnitt I-I: $\sigma_{b,I,max} = \frac{M_{b,I}}{W_{b,I}} = 45{,}76\,\text{MPa}$

Biegespannung Querschnitt II-II: $\sigma_{b,II,max} = \alpha_{k,b} \cdot \sigma_{b,II,n} = \alpha_{k,b} \cdot \frac{M_{b,II}}{W_{b,II}}$

mit $\sigma_{b,II,n} = \frac{M_{b,II}}{W_{b,II}} = 22{,}86\,\text{MPa}$

Gleichsetzen und nach $\alpha_{k,b}$ auflösen:

$$\sigma_{b,I,max} = \alpha_{k,b} \cdot \sigma_{b,II,n} \Leftrightarrow \frac{M_{b,I}}{W_{b,I}} = \alpha_{k,b} \cdot \frac{M_{b,II}}{W_{b,II}}$$

$$\rightarrow \alpha_{k,b} = \frac{\sigma_{b,I,max}}{\sigma_{b,II,n}} = \frac{M_{b,I}}{W_{b,I}} \cdot \frac{W_{b,II}}{M_{b,II}} = \frac{F_2 \cdot L}{\frac{\pi}{32} D^3} \cdot \frac{\frac{\pi}{32} d^3}{F_2 \cdot (L - L_1)} = \frac{L \cdot d^3}{D^3 \cdot (L - L_1)} = 2{,}00$$

Mit $\frac{D}{d} = \frac{80\,\text{mm}}{67\,\text{mm}} = 1{,}19$ und $\alpha_{k,b} = 2{,}00$ folgt aus dem Formzahldiagramm:

$$\frac{\rho}{d} = 0{,}05 \quad \rightarrow \quad \rho = d \cdot 0{,}05 = 67\,\text{mm} \cdot 0{,}05 = \underline{\underline{3{,}35\,\text{mm}}}$$

→ Der Absatz muss mit einem Kerbradius von 3,35 mm ausgeführt werden.

Da die Formzahl $\alpha_{k,b}$ in diesem Fall nur von den geometrischen Größen abhängt, muss der Absatz mit demselben Kerbradius ausgeführt werden.

Nebenrechnung:

$$M_{b,I} = F_2 \cdot L = 1000\,\text{N} \cdot 2300\,\text{mm} = 2300000\ \text{Nmm}$$

$$M_{b,II} = F_2 \cdot (L - L_1) = 1000\,\text{N} \cdot (2300 - 1625)\,\text{mm} = 675000\ \text{Nmm}$$

$$W_{b,I} = \frac{\pi}{32} \cdot D^3 = \frac{\pi}{32} \cdot 80^3\,\text{mm}^3 = 50265{,}18\,\text{mm}^3$$

$$W_{b,II} = \frac{\pi}{32} \cdot d^3 = \frac{\pi}{32} \cdot 67^3\,\text{mm}^3 = 29527{,}34\,\text{mm}^3$$

Lösung	**Ergebnis**
Kerbradius ρ	3,35 mm

MUSTERLÖSUNG

g) Die Strebe aus Abbildung 1.2 wird nur durch die rein wechselnde Kraft $F_1 = \pm 150$ kN belastet.

Wie groß muss die Zug-/Druck-Wechselfestigkeit σ_{zdW} des Stahls S355 mindestens sein, um Versagen durch Schwingungsbruch im Querschnitt II-II mit einer Sicherheit von 2,3 auszuschließen? Der Absatz ist nun mit ρ = 2,7 mm gefertigt.

Rechenweg

Festigkeitsbedingung (FB): $\sigma_{a,II,max} \leq \sigma_{a,zul}$ mit $\sigma_{a,zul} = \frac{\sigma_{zdW}}{S_D}$

Max. Spannung Querschnitt II-II: $\sigma_{a,II,max} = \beta_{k,z} \cdot \sigma_{a,II,n} = 86{,}34\,\text{MPa}$

mit $\sigma_{a,II,n} = \frac{F_1}{A_{II}} = 42{,}55\,\text{MPa}$

Aus dem Formzahldiagramm (oder durch Berechnung) folgt: $\alpha_{k,z} = 2{,}3$
(2,2 – 2,4 ist auch OK)

mit $\frac{D}{d} = \frac{80\,\text{mm}}{67\,\text{mm}} = 1{,}19$ und $\frac{\rho}{d} = \frac{2{,}7\,\text{mm}}{67\,\text{mm}} = 0{,}04$

Berechnung der Kerbwirkungszahl: $\beta_{k,z} = \frac{\alpha_{k,z}}{1 + \frac{55}{R_e}\sqrt{\frac{c}{\rho}}} = 2{,}03$

mit $c = 2$ für Zug

Erforderliche Zug-/Druck-Wechselfestigkeit:

$\rightarrow \sigma_{zdW} = \sigma_{a,II,max} \cdot S_D = 86{,}34\,\text{MPa} \cdot 2{,}3 = \underline{\underline{198{,}58\,\text{MPa}}}$

Nebenrechnung:

$A_{II} = \frac{\pi}{4} \cdot d^2 = \frac{\pi}{4} \cdot 67^2\,\text{mm}^2 = 3525{,}65\,\text{mm}^2$

Lösung	**Ergebnis**
Zug-/Druck-Wechselfestigkeit	$\sigma_{zdW} = 198{,}58\,\text{MPa}$

MUSTERLÖSUNG

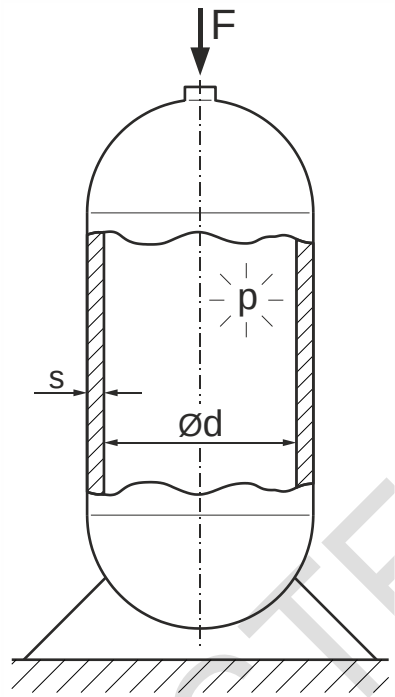
Leerseite

MUSTERLÖSUNG

Aufgabe 2: (20 Punkte)

Ein dünnwandiger Druckbehälter aus Messing (CuZn 30) ist normalerweise durch den statischen Innendruck p belastet. Bei bestimmten Betriebszuständen tritt vorübergehend eine zusätzliche statische Kraft F auf, siehe Abbildung 2.1.

Hinweis: Verwenden Sie bei Berechnungen, wenn nötig, die Schubspannungshypothese (SH) und nehmen Sie ggf. sinnvolle Hilfswerte an, wenn Sie eine Teilaufgabe nicht lösen können. Bei sämtlichen Berechnungen ist nur der zylindrische Bereich zu berücksichtigen!



Messing CuZn 30:

$R_{p0,2}$ = 180 MPa, R_m = 375 MPa, A_5 = 46 %;
E-Modul = 115500 MPa; μ = 0,35

Innendurchmesser: d = 168 mm

Wanddicke: s = 6 mm

Abbildung 2.1: Dünnwandiger Druckbehälter aus Messing.

MUSTERLÖSUNG

Der dünnwandige Druckbehälter aus Messing wird zunächst nur durch den statischen Innendruck p belastet.

a) Welcher Innendruck (in bar) erzeugt eine Umfangsspannung von $\sigma_u = 126\,MPa$? Wie groß sind bei dieser Belastung die Längsspannung σ_L und die Radialspannung σ_r an der Innenseite des dünnwandigen Druckbehälters?

Rechenweg

Spannungen an der Innenseite:

Umfangsspannung: $\sigma_u = \frac{p \cdot d}{2s}$

Auflösen nach dem Innendruck p:

$\rightarrow\ p = \frac{\sigma_u \cdot 2s}{d} = \frac{126\,MPa \cdot 2 \cdot 6\,mm}{168\,mm} = 9\,MPa = \underline{\underline{90\,bar}}$

Längsspannung: $\sigma_L = \frac{p \cdot d}{4s}\left(= \frac{\sigma_u}{2}\right) = \frac{9\,MPa \cdot 168\,mm}{4 \cdot 6\,mm} = \underline{\underline{63\,MPa}}$

Radialspannung: $\sigma_r = -p = \underline{\underline{-9\,MPa}}$

Lösung	**Ergebnis**
Innendruck p	90 bar
Längsspannung σ_L	63 MPa
Radialspannung σ_r	-9 MPa

MUSTERLÖSUNG

b) Um welchen Betrag vergrößert sich der Außendurchmesser des Druckbehälters infolge eines Innendrucks von p = 100 bar?

Rechenweg

2-achsiger Spannungszustand an der Außenoberfläche ($\sigma_r = 0$)

Vergrößerung des Außendurchmessers aufgrund der Umfangsdehnung:

$$\varepsilon_u = \frac{\Delta D}{D}$$

Hookesches Gesetz:

$$\varepsilon_u = \frac{1}{E}\left(\sigma_u - \mu \cdot \sigma_L\right) = \frac{1}{115500\ \text{MPa}}\left(140\ \text{MPa} - 0{,}35 \cdot 70\ \text{MPa}\right) = 0{,}001$$

Auflösen nach ΔD: $\Delta D = \varepsilon_u \cdot D = 0{,}001 \cdot 180\ \text{mm} = \underline{\underline{0{,}18\ \text{mm}}}$

Hinweis:

Auch andere sinnvolle Lösungswege sind zulässig.

Nebenrechnung:

$$D = d + 2 \cdot s = 168\ \text{mm} + 2 \cdot 6\ \text{mm} = 180\ \text{mm}$$

$$\sigma_u = \frac{p \cdot d}{2s} = \frac{10\ \text{MPa} \cdot 168\ \text{mm}}{2 \cdot 6\ \text{mm}} = 140\ \text{MPa}$$

$$\sigma_L = \frac{p \cdot d}{4s} = \frac{10\ \text{MPa} \cdot 168\ \text{mm}}{4 \cdot 6\ \text{mm}} = 70\ \text{MPa}$$

Lösung	**Ergebnis**
Vergrößerung ΔD des Außendurchmessers	0,18 mm

MUSTERLÖSUNG

Im Folgenden wird der dünnwandige Druckbehälter gleichzeitig durch den statischen Innendruck p = 80 bar und die statische Kraft F = 6550 N belastet.

c) Wie groß sind die Hauptspannungen σ_1, σ_2 und σ_3 bei der kombinierten Belastung durch Innendruck und Längskraft an der Innenseite des dünnwandigen Druckbehälters? Ist die Sicherheit gegen Fließen ausreichend? Begründen Sie Ihre Antwort.

Rechenweg

Spannungen an der Innenseite:

Umfangsspannung: $\sigma_u = \frac{p \cdot d}{2s} = \frac{8\,MPa \cdot 168\,mm}{2 \cdot 6\,mm} = 112\,MPa = \sigma_1$

Längsspannung:

$\sigma_L = \sigma_{L,F} + \sigma_{L,p} = -1{,}997\,MPa + 56\,MPa = 54{,}003\,MPa = \sigma_2$

mit (Druck-)Längsspannung aus der Kraft F:

$$\sigma_{L,F} = -\frac{F}{A} = -\frac{6550\,N}{3279{,}8\,mm^2} = -1{,}997\,MPa$$

mit Längsspannung aus dem Innendruck p:

$$\sigma_{L,p} = \frac{p \cdot d}{4s} = \frac{8\,MPa \cdot 168\,mm}{4 \cdot 6\,mm} = 56\,MPa$$

Radialspannung: $\sigma_r = -p = -8\,MPa = \sigma_3$

Festigkeitsbedingung (FB): $\sigma_{v,SH} \le \sigma_{zul}$ mit $\sigma_{zul} = \frac{R_e}{S_F}$

Vergleichsspannung (Schubspannungshypothese):

$\sigma_{v,SH} = \sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_u - \sigma_r = 120\,MPa$

$\rightarrow S_F = \frac{R_e}{\sigma_{v,SH}} = \frac{180\,MPa}{120\,MPa} = \underline{\underline{1{,}5}}$

→ Die Sicherheit gegen Fließen ist ausreichend (> 1,2 bis 2,0).

Nebenrechnung:

$A = \frac{\pi}{4} \cdot \left(D^2 - d^2\right) = \frac{\pi}{4} \cdot \left(180^2 - 168^2\right) mm^2 = 3279{,}82\,mm^2$

Lösung	**Ergebnis**
1. Hauptspannung	112 MPa (Umfangsspannung)
2. Hauptspannung	54 MPa (Längsspannung)
3. Hauptspannung	-8 MPa (Radialspannung)
Sicherheit gegen Fließen	1,5 (ausreichend)

MUSTERLÖSUNG

d) Im Rahmen einer numerischen Spannungsberechnung ergaben sich an der Innenseite des Druckbehälters folgende Spannungskomponenten:

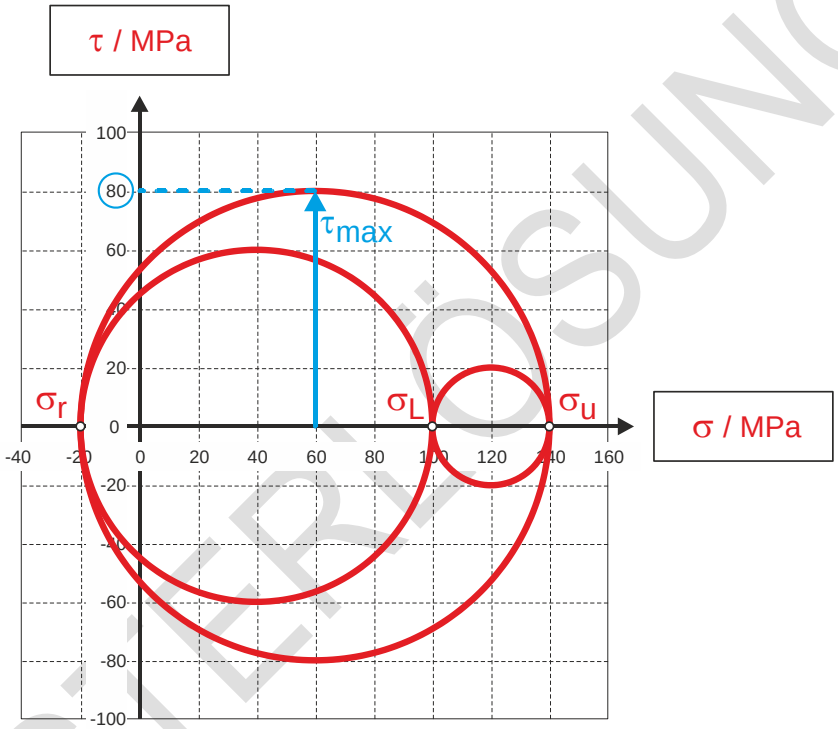
$$\sigma_u = 140\,\text{MPa} \qquad \sigma_L = 100\text{MPa} \qquad \sigma_r = -20\text{MPa}.$$

Zeichnen Sie die zugehörigen Mohrschen Spannungskreise in das Schaubild und beschriften Sie die Achsen.

Bestimmen Sie die maximale wirkende Schubspannung τ_{max} dieser Belastung.

Welcher Spannungszustand (ein-, zwei- oder dreiachsig) herrscht an der Innenseite des Druckbehälters? Begründen Sie Ihre Antwort.

Rechenweg



Beschriftung (τ, σ)

Je Mohrschem Spannungskreis

Maximale Schubspannung:

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{\sigma_u - \sigma_r}{2} = \frac{140\,\text{MPa} - (-20\,\text{MPa})}{2} = \underline{\underline{80\,\text{MPa}}}$$

Alternative: Ablesen aus Mohrschem Spannungskreis

Die Normalspannungen σ_u, σ_L und σ_r sind zugleich Hauptspannungen und allesamt ungleich Null → 3-achsiger Spannungszustand

Lösung	Ergebnis
max. Schubspannung	80 MPa
Spannungszustand	3-achsig

MUSTERLÖSUNG