



Prüfungen im Fach

Grundlagen der Optik

SS 2012 – SS 2014

A. Herkommer

Inhalt

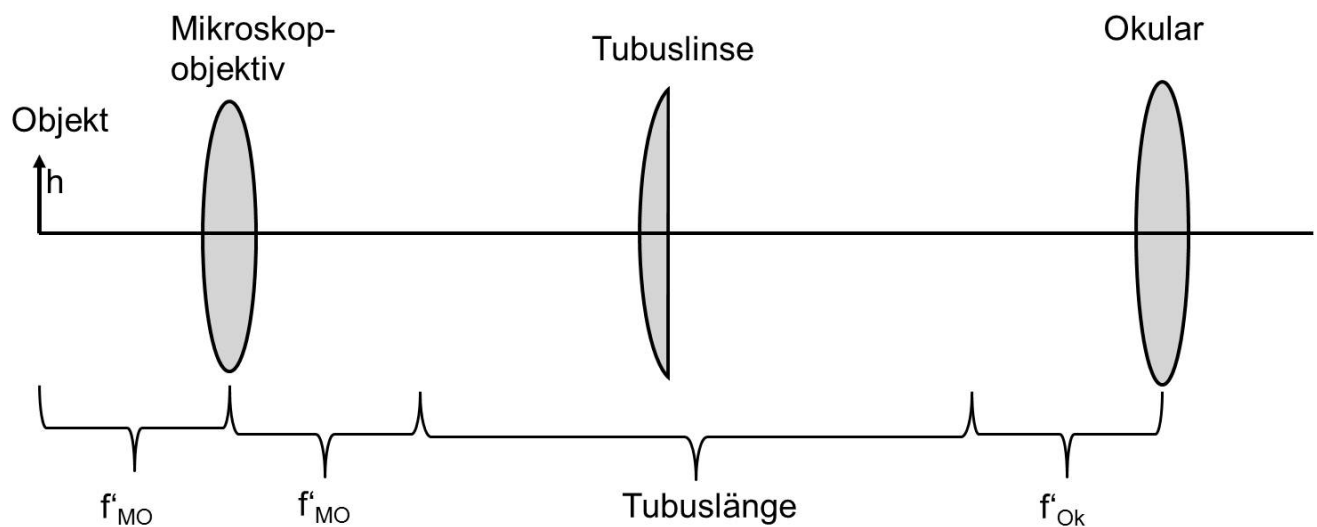
Klausur + Lösungen	SS 2012
Nachklausur + Lösungen	SS 2012
Klausur + Lösungen	SS 2013
Nachklausur + Lösungen	SS 2013
Klausur (+ teilweise Lösungen)	WS 2013/14
Klausur (+ teilweise Lösungen)	SS 2014
Nachklausur (+ teilweise Lösungen)	SS 2014

Name:

Matrikelnummer:

1 Aufgabe Mikroskop

Das Design eines klassischen optischen Mikroskops besteht aus drei Linsen, einem Objektiv mit der Brennweite $f'_{MO}=3,2$ mm, einer Tubuslinse, die ein reelles Zwischenbild erzeugt und dem Okular (Lupe) mit $f_{Ok}=25$ mm. Die Gesamtvergrößerung des Mikroskops Γ_M beträgt -500. Nehmen sie alle Linsen als dünne Linsen an.



- Vervollständigen Sie die Skizze. Zeichnen Sie den Strahlengang von dem Objekt, einmal ausgehend von der optischen Achse im Winkel w und einmal parallel zu der optischen Achse von der Spitze des Objektes. Kennzeichnen Sie den Ort des Zwischenbildes.
- Stellen Sie die Transfermatrizen bis zum Ort des Zwischenbildes auf (Keine Rechnung erforderlich!).
- Bestimmen Sie die Okularvergrößerung Γ_{Ok} und den Abbildungsmaßstab β' am Zwischenbild.

Anstelle eines Okulars wird nun ein CCD- Chip am Ort des Zwischenbildes verwendet um das Bild zu detektieren.

- Berechnen Sie die Brennweite der Tubuslinse.
- Der Strahlengang ist durch den Durchmesser der Tubuslinse $D_{Tl}=10$ mm, welche voll ausgeleuchtet wird, beschränkt. Berechnen Sie die numerische Apertur am Zwischenbild.
- Die Wellenlänge des Lichtes beträgt 500 nm. Bestimmen Sie den Durchmesser des Punktbildes auf dem CCD-Chip.

- g) Das Zwischenbild soll nun mit Hilfe einer zusätzlichen Relay-Linse um den Faktor 2 verkleinert auf den CCD-Chip abgebildet werden. Der zur Verfügung stehende Bauraum ab dem Zwischenbild beträgt 300 mm. Bestimmen Sie die Lage der Linse und ihre Brennweite.
- h) Die Abbildung des Bildes bei einem Mikroskop ist beugungsbegrenzt, da Aberrationen korrigiert werden. Nennen Sie 2 monochromatische Bildfehler und erklären Sie diese.

Zur Beleuchtung wird eine Punktlichtquelle mit einem Öffnungskegel mit halbem Öffnungswinkel $\theta=60^\circ$ und einer Lichtstärke I_v von 127 cd verwendet. Die Effizienz (Anteil der Leistung die tatsächlich als sichtbares Licht emittiert wird) der Lichtquelle beträgt $\mu=0,151$ lm/W.

$K_m=683$ lm/W; $V(500\text{ nm})=0,323$

- i) Wie groß ist der maximale Lichtstrom $\Phi_v[\text{lm}]$ der Lichtquelle, wenn in alle anderen Raumrichtungen kein Licht ausgestrahlt wird?
- j) Bestimmen Sie die elektrische Leistung P aus dem Lichtstrom und der Effizienz.
- k) Berechnen Sie den Strahlungsfluss.
- l) Die Probe habe eine Dicke von 2 mm und eine Fläche von $(5 \times 3) \text{ mm}^2$ und einen Absorptionskoeffizienten α von $0,06 \text{ mm}^{-1}$. Bestimmen Sie die Intensität als Leistung pro Fläche in W/mm^2 des Lichtes hinter der Probe, wenn der gesamte Strahlungsfluss die Probe trifft.

2 Aufgabe Auge

Die Augen sind unser wichtigstes Sinnesorgan. Das menschliche Auge ist eine einfache Kamera, die jedoch eine optimal abgestimmte Sensorik und eine leistungsfähige Bildverarbeitung besitzt.

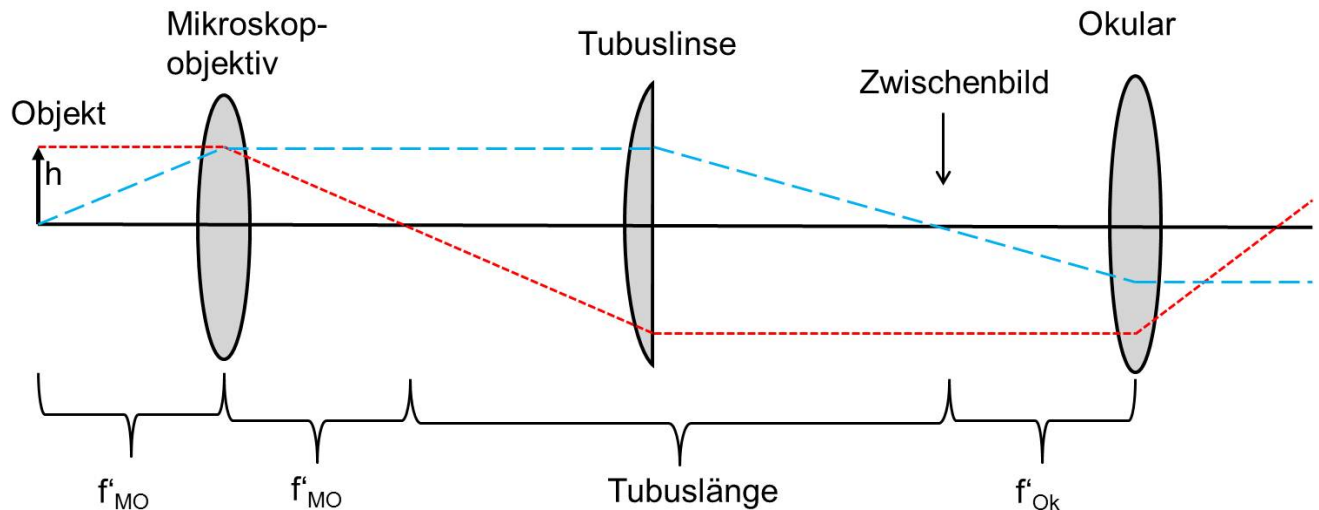
- a) Erklären Sie, wie das Auge auf verschiedene Entfernungen fokussiert. Was ist die Akkommodationsbreite?
- b) Zwei der häufigsten Arten von Fehlsichtigkeit sind Myopie und Hyperopie. Erläutern Sie die Ursachen und Korrekturmöglichkeiten anhand einer Skizze.
Warum tritt Hyperopie besonders häufig mit zunehmendem Alter auf?
- c) Der Augenarzt diagnostiziert eine Fehlsichtigkeit von 5 dpt. Welcher Brennweite entsprechen diese 5 dpt?

3 Aufgabe Spektrometer

- a) Ein Gitter mit der Periode $40 \mu\text{m}$ wird mit polychromatischem Licht beleuchtet. Das Gitter beugt das Licht verschiedener Wellenlänge unterschiedlich. Auf einem Schirm in einiger Entfernung s kann das Interferenzmuster beobachtet werden. Berechnen Sie die Beugungswinkel für die zweite Ordnung für 400 nm und die dritte Ordnung für 500 nm .
- b) Die Natrium D-Linie ist die dominante Linie im Spektrum von Natrium. Bei genauerer Betrachtung erkennt man jedoch zwei eng benachbarte Linien bei dem Abstand $\Delta\lambda=0,6 \text{ nm}$ um die mittlere Wellenlänge $589,3 \text{ nm}$.
Berechnen Sie das Auflösungsvermögen des Spektralapparates, welches nötig ist um beide Linien getrennt wahrzunehmen.
Was müssen Sie an dem Spektrometer verändern um das spektrale Auflösungsvermögen zu erhöhen?
- c) Bei einem Prismenspektrometer werden unterschiedlichen Wellenlängen ebenfalls getrennt. Hier ist jedoch die Brechung an den Grenzflächen des Prismas dafür verantwortlich. Die Abbe-Zahl für BK 7 ist $\nu = 64 = \frac{n_d-1}{n_F-n_C}$ mit n_F bei $486,1 \text{ nm}$, n_C bei $656,3 \text{ nm}$ und $n_d=1,515$ ($587,6 \text{ nm}$). Bestimmen Sie das Auflösungsvermögen des Prismas bei einer Basislänge von 15 mm , nehmen Sie dazu an die Dispersion sei linear.

1 Aufgabe Mikroskop

Das Design eines klassischen optischen Mikroskops besteht aus drei Linsen, einem Objektiv mit der Brennweite $f'_{MO}=3,2\text{ mm}$, einer Tubuslinse, die ein reelles Zwischenbild erzeugt und dem Okular (Lupe) mit $f'_{Ok}=25\text{ mm}$. Die Gesamtvergrößerung des Mikroskops Γ_M beträgt -500 . Nehmen sie alle Linsen als dünne Linsen an.



- a) Vervollständigen Sie die Skizze. Zeichnen Sie den Strahlengang von dem Objekt, einmal ausgehend von der optischen Achse im Winkel w und einmal parallel zu der optischen Achse von der Spitze des Objektes. Kennzeichnen Sie den Ort des Zwischenbildes.
- b) Stellen Sie die Transfermatrizen bis zum Ort des Zwischenbildes auf (Keine Rechnung erforderlich!).

$$T = T_3 \cdot L_{TL} \cdot T_2 \cdot L_{MO} \cdot T_1$$

$$L_{TL} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{f'_{TL}} & 1 \end{pmatrix}$$

$$L_{MO} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \frac{1}{f'_{MO}} & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Abstand Objekt-}L_{MO} : T_1 = \begin{pmatrix} 1 & -f'_{MO} \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{Abstand } L_{MO} - L_{TL} : T_2 = \begin{pmatrix} 1 & -(f'_{MO} + f'_{TL}) \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{Abstand } L_{TL} - \text{Zwischenbild} : T_3 = \begin{pmatrix} 1 & -f'_{TL} \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

- c) Bestimmen Sie die Okularvergrößerung Γ_{Ok} und den Abbildungsmaßstab β' am Zwischenbild.

$$\Gamma_{Ok} = \frac{250\text{mm}}{f'_{Ok}} = \frac{250\text{mm}}{25\text{mm}} = 10$$

$$\beta = \frac{\Gamma_{Mikro}}{\Gamma_{Ok}} = \frac{-500}{10} = -50$$

Anstelle eines Okulars wird nun ein CCD- Chip am Ort des Zwischenbildes verwendet um das Bild zu detektieren.

- d) Berechnen Sie die Brennweite der Tubuslinse.

$$f'_{TL} = \beta \cdot f'_{MO} = -50 \cdot 3,2mm = -160mm$$

- e) Der Strahlengang ist durch den Durchmesser der Tubuslinse $D_{TL}=10$ mm, welche voll ausgeleuchtet wird, beschränkt. Berechnen Sie die numerische Apertur am Zwischenbild.

$$NA = \frac{D}{2 \cdot f'_{TL}} = \frac{10mm}{2 \cdot 160mm} = 0,03125$$

- f) Die Wellenlänge des Lichtes beträgt 500 nm. Bestimmen Sie den Durchmesser des Punkt-bildes auf dem CCD-Chip.

$$d_{Airy} = 1,22 \cdot \frac{\lambda}{NA} = 1,22 \cdot \frac{500nm}{0,03125} = 19,52\mu m$$

- g) Das Zwischenbild soll nun mit Hilfe einer zusätzlichen Relay-Linse um den Faktor 2 verkleinert auf den CCD-Chip abgebildet werden. Der zur Verfügung stehende Bauraum ab dem Zwischenbild beträgt 300 mm. Bestimmen Sie die Lage der Linse und ihre Brennweite.

$$\beta = -0,5 = \frac{s'}{s}$$

$$|s' + s| = 300mm \rightarrow s'=100 \text{ mm und } s=-200 \text{ mm}$$

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \rightarrow \frac{3}{2s'} = \frac{1}{f'} \rightarrow f' = \frac{200}{3} = 66,6mm$$

- h) Die Abbildung des Bildes bei einem Mikroskop ist beugungsbegrenzt, da Aberrationen korrigiert werden. Nennen Sie 2 monochromatische Bildfehler und erklären Sie diese.

Koma, sphärische Aberration, Astigmatismus, Bildfeldwölbung, Verzeichnung.

Zur Beleuchtung wird eine Punktlichtquelle mit einem Öffnungskegel mit halbem Öffnungswinkel $\theta=60^\circ$ und einer Lichtstärke I_v von 127 cd verwendet. Die Effizienz (Anteil der Leistung die tatsächlich als sichtbares Licht emittiert wird) der Lichtquelle beträgt $\mu=0,151$ lm/W.

$K_m=683$ lm/W; $V(500 \text{ nm})=0,323$

- i) Wie groß ist der maximale Lichtstrom Φ_v [lm] der Lichtquelle, wenn in alle anderen Raumrichtungen kein Licht ausgestrahlt wird?

$$\Phi_v = I_v \cdot \Omega = 127cd \cdot 2\pi \cdot (1 - \cos(\theta)) = 127 \frac{lm}{sr} \cdot \pi sr = 398,98lm$$

- j) Bestimmen Sie die elektrische Leistung P aus dem Lichtstrom und der Effizienz.

$$P = \frac{\Phi}{\mu} = \frac{398,98lm}{0,1515 \frac{lm}{W}} = 2642,27W$$

k) Berechnen Sie den Strahlungsfluss.

$$\Phi = \frac{\Phi_v}{K_m \cdot V} = \frac{398,98 \text{ lm}}{683 \frac{\text{lm}}{\text{W}} \cdot 0,323} = 1,808 \text{ W}$$

l) Die Probe habe eine Dicke von 2 mm und eine Fläche von $(5 \times 3) \text{ mm}^2$ und einen Absorptionskoeffizienten α von $0,06 \text{ mm}^{-1}$. Bestimmen Sie die Intensität als Leistung pro Fläche in W/mm^2 des Lichtes hinter der Probe, wenn der gesamte Strahlungsfluss die Probe trifft.

$$I(z) = I_0 \cdot e^{-\alpha \cdot z}$$

$$I_0 = \frac{\Phi}{15 \text{ mm}^2} = \frac{1,808 \text{ W}}{15 \text{ mm}^2} = 0,1208 \frac{\text{W}}{\text{mm}^2}$$

$$I(z) = 0,1208 \frac{\text{W}}{\text{mm}^2} \cdot e^{-0,06 \text{ mm}^{-1} \cdot 2 \text{ mm}} = 0,107 \frac{\text{W}}{\text{mm}^2}$$

2 Aufgabe Auge

Die Augen sind unser wichtigstes Sinnesorgan. Das menschliche Auge ist eine einfache Kamera, die jedoch eine optimal abgestimmte Sensorik und eine leistungsfähige Bildverarbeitung besitzt.

a) Erklären Sie, wie das Auge auf verschiedene Entfernungen fokussiert. Was ist die Akkommodationsbreite?

- Deformation der Augenlinse (Veränderung des Krümmungsradius): Bei Nahakkommodation sind die Zonularfasern entspannt und der Ziliarmuskel kontrahiert. Fernakkommodation bedeutet gespannte Fasern und entspannter Muskel (keine Akkommodation).
- Akkommodationsbreite ist der Bereich, indem das Auge scharf stellen kann. bei Kindern beträgt er ca. 14 dpt und nimmt mit zunehmendem Alter ab.

$$\Delta D = \frac{1}{s_{\text{fern}}} - \frac{1}{s_{\text{nah}}}$$

- b) Zwei der häufigsten Arten von Fehlsichtigkeit sind Myopie und Hyperopie. Erläutern Sie die Ursachen und Korrekturmöglichkeiten anhand einer Skizze.

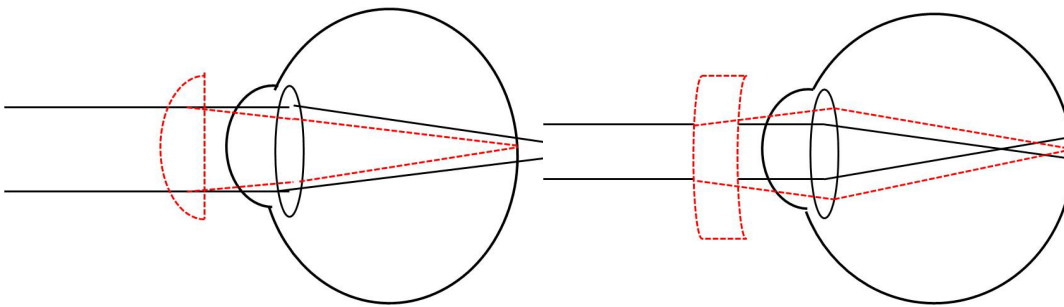


Abbildung 1: Hyperopie

Abbildung 2: Myopie

Hyperopie

- Ursachen:
 - Auge zu kurz
 - Cornea zu wenig gekrümmt
 - Brennweite der Linse zu groß

⇒ Korrektur mit Positiv-Linse

Myopie

- Ursachen:
 - Auge zu lang
 - Cornea zu stark gekrümmt
 - Brennweite der Linse zu klein

⇒ Korrektur mit Negativ-Linse

Warum tritt Hyperopie besonders häufig mit zunehmendem Alter auf?

- Im Alter nimmt die Elastizität der Linse und die Spannkraft der Muskeln ab und die Linse kann nicht mehr so stark gekrümmt werden. Deswegen bekommt man im Alter zunehmend Probleme auf kurze Entfernungen zu akkommodieren (Lesebrille).
- c) Der Augenarzt diagnostiziert eine Fehlsichtigkeit von 5 dpt. Welcher Brennweite entsprechen diese 5 dpt?

$$f' = \frac{1}{5 \text{ m}^{-1}} = 0,2 \text{ m}$$

3 Aufgabe Spektrometer

- a) Ein Gitter mit der Periode $40 \mu\text{m}$ wird mit polychromatischem Licht beleuchtet. Das Gitter beugt das Licht verschiedener Wellenlänge unterschiedlich. Auf einem Schirm in einiger Entfernung s kann das Interferenzmuster beobachtet werden. Berechnen Sie die Beugungswinkel für die zweite Ordnung für 400 nm und die dritte Ordnung für 500 nm .

$$\Theta = \sin^{-1} \cdot \left(\frac{m \cdot \lambda}{d} \right)$$

$$\Theta_1 = \sin^{-1} \cdot \left(\frac{2 \cdot 400 \text{ nm}}{40 \mu\text{m}} \right) = 1,146$$

$$\Theta_2 = \sin^{-1} \cdot \left(\frac{3 \cdot 500 \text{ nm}}{40 \mu\text{m}} \right) = 2,149$$

- b) Die Natrium D-Linie ist die dominante Linie im Spektrum von Natrium. Bei genauerer Betrachtung erkennt man jedoch zwei eng benachbarte Linien bei dem Abstand $\Delta\lambda = 0,6 \text{ nm}$ um die mittlere Wellenlänge $589,3 \text{ nm}$. Berechnen Sie das Auflösungsvermögen des Spektralapparates, welches nötig ist um beide Linien getrennt wahrzunehmen.

$$\text{Auflösungsvermögen Gitter : } A = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = m \cdot N = a \cdot D$$

$$A = \frac{589 \text{ nm}}{0,6 \text{ nm}} = 982,17$$

Was müssen Sie an dem Spektrometer verändern um das spektrale Auflösungsvermögen zu erhöhen?

- höhere Ordnung m
 - größere Spaltzahl N
 - Winkeldispersion D erhöhen
 - größere Öffnung a
- c) Bei einem Prismenspektrometer werden unterschiedlichen Wellenlängen ebenfalls getrennt. Hier ist jedoch die Brechung an den Grenzflächen des Prismas dafür verantwortlich. Die Abbe-Zahl für BK 7 ist $\nu = 64 = \frac{n_d - 1}{n_F - n_C}$ mit n_F bei $486,1 \text{ nm}$, n_C bei $656,3 \text{ nm}$ und $n_d = 1,515$ ($587,6 \text{ nm}$). Bestimmen Sie das Auflösungsvermögen des Prismas bei einer Basislänge von 15 mm , nehmen Sie dazu an die Dispersion sei linear.

$$\Delta n = \frac{1,515 - 1}{64} = 0,00805$$

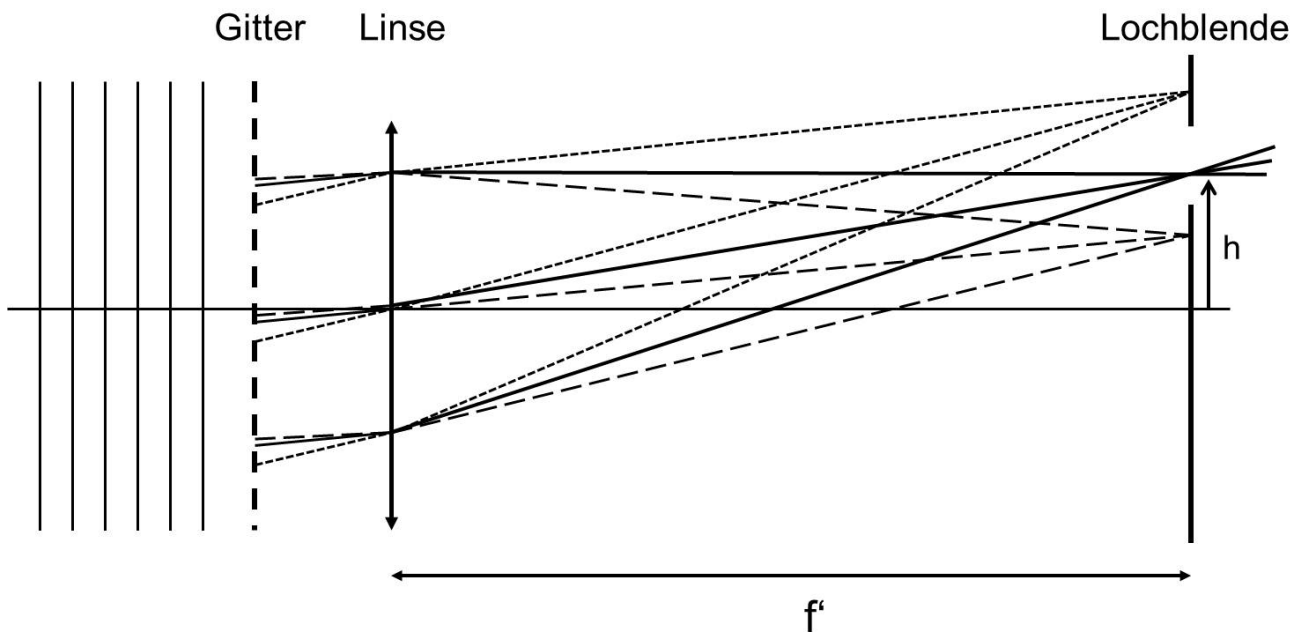
$$\Delta\lambda = 656,3 \text{ nm} - 486,1 \text{ nm} = 170,2 \text{ nm}$$

$$A = b \cdot \frac{\Delta n \cdot \Delta\lambda}{\Delta\lambda} = 15 \text{ mm} \cdot \frac{0,00805}{170,2 \cdot 10^{-9} \text{ m}} = 709,18$$

Name:

Matrikelnummer:

1 Gittermonochromator



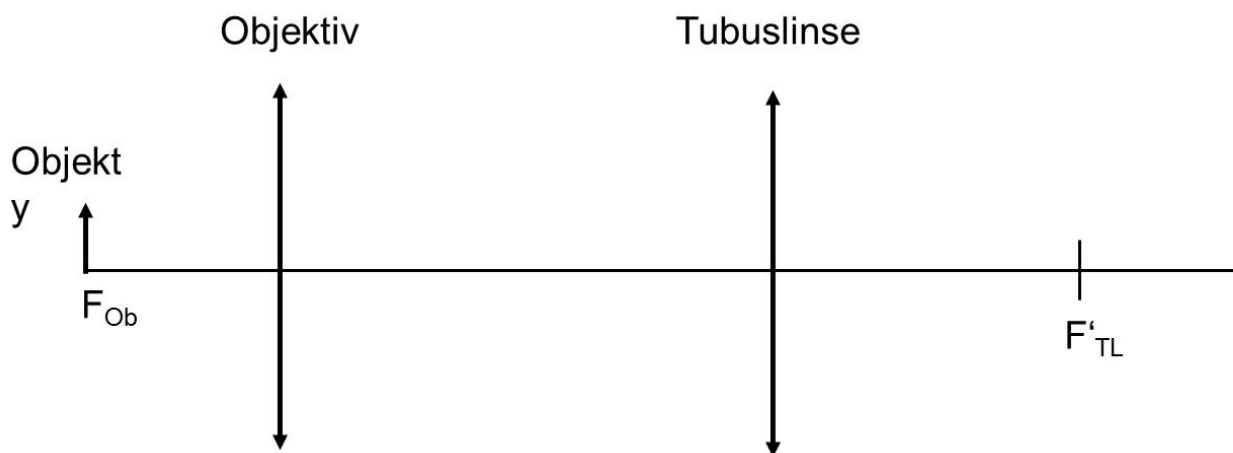
Viele Anwendungen benötigen monochromatisches Licht. Da die meisten Lichtquellen eine Mischung aus verschiedenen Wellenlängen emittieren benötigt man ein Element, welches das Licht der richtigen Wellenlänge herausfiltert, also die verschiedenen Wellenlängen trennt. Bei einem Gittermonochromator wird Licht verschiedener Wellenlänge in unterschiedlichem Winkel gebeugt. Eine in der Fokusebene positionierte Lochblende lässt nur das Licht der gewünschten Wellenlänge durch. Ein Gittermonochromator soll verwendet werden um Licht mit einer Wellenlänge von 680 nm aus einem kontinuierlichen Spektrum in der ersten Beugungsordnung heraus zu filtern. Gehen Sie zunächst davon aus, dass das Gitter mit ebenen Wellen parallel zur optischen Achse beleuchtet wird.

- Welche Gitterkonstante besitzt das Gitter, wenn die erste Beugungsordnung unter einem Winkel von 2 Grad zu sehen ist?
- Das Licht wird mit Hilfe einer idealen, dünnen Linse der Brennweite $f' = 200$ mm fokussiert. Welchen Abstand h zur optischen Achse (Bildhöhe) hat das Licht aus Aufgabe a)?
- Die voll ausgeleuchtete Linse habe einen Durchmesser von 10 mm. Wie groß ist die numerische Apertur? Welchen Durchmesser besitzt das Beugungsscheibchen?
- Eine ideale Linse verursacht keine Bildfehler. Welche Aberrationen würde eine reale Linse bei parallel einfallendem Strahlbündel verursachen? Erklären Sie diese.

- e) Bei einem Prismenspektrometer werden unterschiedliche Wellenlängen ebenfalls getrennt. Hier ist jedoch die Brechung an den Grenzflächen des Prismas dafür verantwortlich. Die Abbe-Zahl für BK 7 ist $\nu = 64 = \frac{n_d - 1}{n_F - n_C}$ mit n_F bei 486,1 nm, n_C bei 656,3 nm und $n_d = 1,515$ (587,6 nm). Bestimmen Sie das Auflösungsvermögen des Prismas bei einer Basislänge von 15 mm, nehmen Sie dazu an die Dispersion sei linear. Wie lässt sich das Auflösungsvermögen verbessern?

2 Messmikroskop

Das Messmikroskop besteht aus einem auf unendlich korrigierten Objektiv, einer Tubuslinse und einem CCD-Sensor in der Brennebene F'_{TL} zur Detektion des Bildes.



- Das Objekt y steht in der Brennweite des Objektivs. Konstruieren Sie das Bild y' .
- Stellen Sie die Transfermatrix von Objekt bis zum Bild auf (keine Rechnung erforderlich).
- Wie lässt sich der Abbildungsmaßstab der Gesamtabbildung formal aus den Brennweiten der Linsen berechnen?
- Hat die Änderung des Abstandes Auswirkungen auf den Abbildungsmaßstab?

Das Mikroskop habe einen Abbildungsmaßstab von $\beta = -50$ und eine Brennweite der Tubuslinse von $f' = 160$ mm.

- Bestimmen Sie die Brennweite f' des Objektivs.
- Wie genau kann die Position der Objektkante bestimmt werden, wenn das Mikroskop bildseitig eine Genauigkeit der Positionsdetektion von $6 \mu\text{m}$ (Pixelmittenabstand) besitzt.

Die numerische Apertur ist mit 0,75 angegeben.

- Bestimmen Sie die objektseitige Auflösungsgrenze nach Abbe, bei einer Wellenlänge von 600 nm. Welchem Wert entspricht diese Auflösung im Bildraum?

3 Beleuchtung

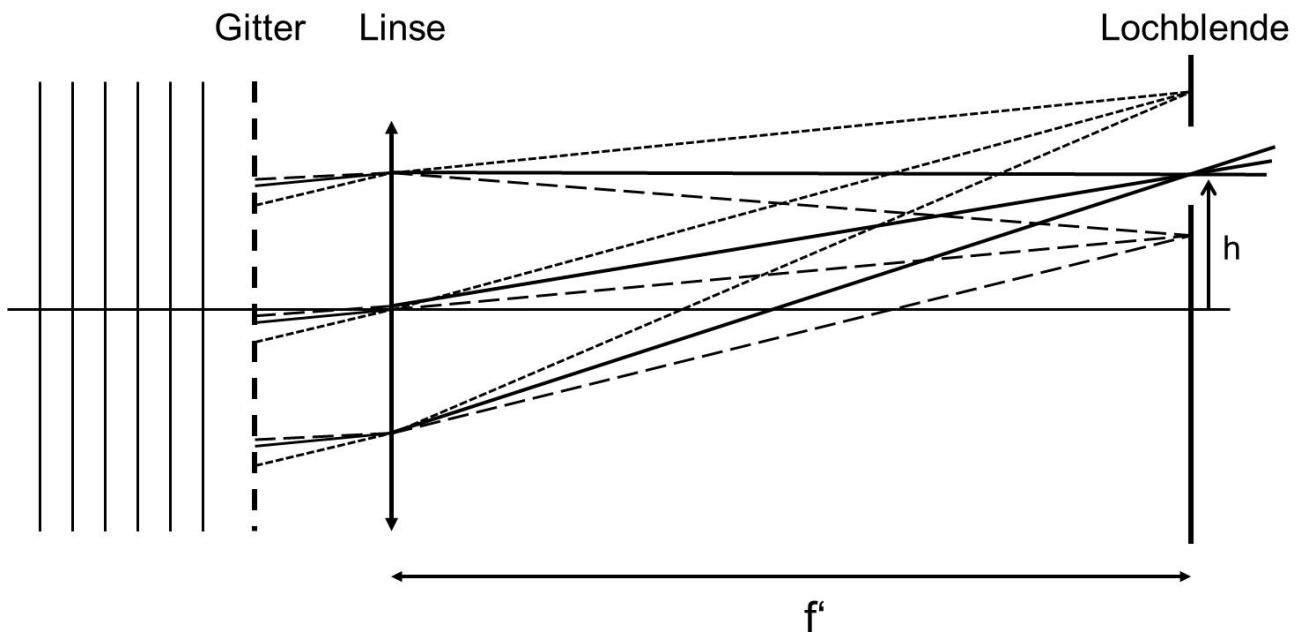
Sie wollen während einer Operation einen Bereich von $5\text{cm} \times 5\text{cm}$ gleichmäßig ausleuchten. Als Lichtquelle dient eine Halogenlampe mit einer Lichtstärke I von 1273 cd. Der Abstand der Lampe von der zu beleuchtenden Fläche beträgt 2 m.

- a) Unter welchem Raumwinkel sieht man den Bereich von der Lichtquelle aus?
- b) Wie groß ist die Beleuchtungsstärke E im Operationsbereich?
- c) Die Lichtstärke der Lampe kann stufenlos eingestellt werden. Um eine ausreichende Beleuchtung zu gewährleisten, soll die Beleuchtungsstärke größer als 200 lx sein. Welcher Lichtstärke entspricht das?
- d) Um zu große Wärmeentwicklung und damit Verbrennungen zu verhindern muss die Beleuchtungsstärke auf der Probe kleiner als 600 lx sein. Welcher Lichtstärke entspricht das?
- e) Berechnen Sie den gesamten abgestrahlten Lichtstrom. Nehmen Sie dabei an, dass die gesamte Lichtstrom in einem Kegel mit Öffnungswinkel $\theta = 60^\circ$ abgestrahlt wird.
- f) Wie groß ist die abgestrahlte optische Leistung in Watt, wenn monochromatisches Licht mit einer Wellenlänge von 500 nm verwendet wird? **$V(500\text{ nm})=0,323$**
- g) Welche Wattzahl würde auf der Lampe stehen, wenn der Wirkungsgrad 0,151 ist?

4 Aufgabe Auge

- a) Skizzieren Sie den Aufbau des Auges.
- b) Was versteht man unter Katarakt und wie kann dieser behandelt werden?
- c) Wie kann eine Deformation der Hornhaut nachgewiesen werden?

1 Gittermonochromator



Viele Anwendungen benötigen monochromatisches Licht. Da die meisten Lichtquellen eine Mischung aus verschiedenen Wellenlängen emittieren benötigt man ein Element, welches das Licht der richtigen Wellenlänge herausfiltert, also die verschiedenen Wellenlängen trennt. Bei einem Gittermonochromator wird Licht verschiedener Wellenlänge in unterschiedlichem Winkel gebeugt. Eine in der Fokusebene positionierte Lochblende lässt nur das Licht der gewünschten Wellenlänge durch. Ein Gittermonochromator soll verwendet werden um Licht mit einer Wellenlänge von 680 nm aus einem kontinuierlichen Spektrum in der ersten Beugungsordnung heraus zu filtern. Gehen Sie zunächst davon aus, dass das Gitter mit ebenen Wellen parallel zur optischen Achse beleuchtet wird.

- a) Welche Gitterkonstante besitzt das Gitter, wenn die erste Beugungsordnung unter einem Winkel von 2 Grad zu sehen ist?

$$p = \frac{\lambda}{\sin \alpha} = \frac{680 \text{ nm}}{\sin(2^\circ)} = 19,48 \mu\text{m}$$

- b) Das Licht wird mit Hilfe einer idealen, dünnen Linse der Brennweite $f' = 200 \text{ mm}$ fokussiert. Welchen Abstand h zur optischen Achse (Bildhöhe) hat das Licht aus Aufgabe a)?

$$y' = f' \cdot \tan \alpha = 200 \text{ mm} \cdot \tan(2^\circ) = 6,98 \text{ mm}$$

- c) Die voll ausgeleuchtete Linse habe einen Durchmesser von 10 mm. Wie groß ist die numerische Apertur? Welchen Durchmesser besitzt das Beugungsscheibchen?

$$NA = \frac{D_{AP}}{2f'} = \frac{10 \text{ mm}}{2 \cdot 200 \text{ mm}} = 0,025$$

$$D_{Airy} = 1,22 \cdot \frac{\lambda}{NA} = 1,22 \cdot \frac{680 \text{ nm}}{0,025} = 33,184 \mu\text{m}$$

- d) Eine ideale Linse verursacht keine Bildfehler. Welche Aberrationen würde eine real Linse bei parallel einfallendem Strahlbündel unter einem Winkel verursachen? Erklären Sie diese. Sphärische Aberration, Koma, chromat. Aberration
- e) Bei einem Prismenspektrometer werden unterschiedlichen Wellenlängen ebenfalls getrennt. Hier ist jedoch die Brechung an den Grenzflächen des Prismas dafür verantwortlich. Der Abbe-Zahl für BK 7 ist $\nu = 64 = \frac{n_d - 1}{n_F - n_C}$ mit n_F bei 486,1 nm, n_C bei 656,3 nm und $n_d = 1,515$ (587,6 nm). Bestimmen Sie das Auflösungsvermögen des Prismas bei einer Basislänge von 15 mm, nehmen Sie dazu an die Dispersion sei linear. Wie lässt sich das Auflösungsvermögen verbessern?

$$\Delta n = \frac{1,515 - 1}{64} = 0,00805$$

$$\Delta \lambda = 656,3 \text{ nm} - 486,1 \text{ nm} = 170,2 \text{ nm}$$

$$A = b \cdot \frac{\Delta n}{\Delta \lambda} = 0,015 \text{ m} \cdot \frac{0,00805}{170,2 \cdot 10^{-9} \text{ m}} = 709,18$$

2 Messmikroskop

Das Messmikroskop besteht aus einem auf unendlich korrigiertem Objektiv, einer Tubuslinse und einem CCD-Sensor in der Brennebene F'_{TL} zur Detektion des Bildes.

- a) Das Objekt y steht in der Brennweite des Objektivs. Konstruieren Sie das Bild y' .
- b) Stellen Sie die Transfermatrix von Objekt bis zum Bild auf.

$$T = P_3 \cdot L_2 \cdot P_2 \cdot L_1 \cdot P_1$$

- c) Wie lässt sich der Abbildungsmaßstab der Gesamtabbildung formal aus der Brennweite der Linsen berechnen?

$$\beta' = \frac{y'}{y} = -\frac{f'_{TL}}{f'_{Obj}}$$

- d) Hat die Änderung des Abstandes Auswirkungen auf den Abbildungsmaßstab? Nein, da der Strahlengang zwischen Objektiv und Tubuslinse parallel ist. (Evt. Vignettierung)

Das Mikroskop habe einen Abbildungsmaßstab von $\beta = -50$ und eine Brennweite der Tubuslinse von $f' = 160 \text{ mm}$.

- e) Bestimmen Sie die Brennweite f' des Objektivs.

$$f'_{Obj} = -\frac{f'_{TL}}{\beta'} = -\frac{160 \text{ mm}}{-50} = 3,2 \text{ mm}$$

- f) Wie genau muss die Position der Objektkante bestimmt werden, wenn das Mikroskop bildseitig eine Genauigkeit der Positionsdetektion von $6 \mu\text{m}$ (Pixelmittenabstand) besitzt.

$$\Delta y = \frac{\Delta y'}{\beta'} = \frac{6 \mu\text{m}}{-50} = 0,12 \mu\text{m}$$

Die numerische Apertur ist mit 0,75 angegeben.

- g) Bestimmen Sie die objektseitige Auflösungsgrenze nach Abbe, bei einer Wellenlänge von 600 nm. Welchem Wert entspricht diese Auflösung im Bildraum?

$$p_{min} = 0,61 \cdot \frac{\lambda}{NA} = \frac{600nm}{0,75} = 488nm$$

$$p'_{min} = \beta' \cdot p_{min} = -24,4\mu m$$

3 Beleuchtung

Sie wollen während einer Operation einen Bereich von $5cm \times 5cm$ gleichmäßig ausleuchten. Als Lichtquelle dient eine Halogenlampe mit einer Lichtstärke I von 1273 cd. Der Abstand der Lampe von der zu beleuchtenden Fläche beträgt 2 m.

- a) Unter welchem Raumwinkel sieht man den Bereich von der Lichtquelle aus?

$$\Omega = \frac{dF}{r^2} = \frac{0,0025m^2}{(2m)^2} = 0,000625sr$$

- b) Wie groß ist die Beleuchtungsstärke E im Operationsbereich?

$$E = \frac{\Phi}{dF} = \frac{1273 \cdot 0,000625sr}{0,0025m^2} = 318,25lx$$

- c) Die Lichtstärke der Lampe kann stufenlos eingestellt werden. Um eine ausreichende Beleuchtung zu gewährleisten, soll die Beleuchtungsstärke größer als 200 lx sein. Welcher Lichtstärke entspricht das?

$$E = \frac{I\Omega}{dF} \Rightarrow I_{min} = \frac{E_{min} \cdot dF}{\Omega} = \frac{200lx \cdot 0,0025m^2}{0,000625sr} = 800cd$$

- d) Um zu große Wärmeentwicklung und damit Verbrennungen zu verhindern muss die Beleuchtungsstärke auf der Probe kleiner als 600 lx sein. Welcher Lichtstärke entspricht das?

$$E = \frac{I\Omega}{dF} \Rightarrow I_{max} = \frac{E_{max} \cdot dF}{\Omega} = \frac{600lx \cdot 0,0025m^2}{0,000625sr} = 2400cd$$

- e) Berechnen Sie die gesamte abgestrahlte Lichtstärke. Nehmen Sie dabei an, dass die gesamte Lichtstärke in einem Kegel mit Öffnungswinkel $\theta = 60^\circ$ abgestrahlt wird.

$$\Phi = I \cdot \Omega = 2\pi \cdot I \cdot (1 - \cos(\theta)) = 1273cd \cdot 2\pi(1 - \cos(60^\circ)) = 3999,25lm$$

- f) Wie groß ist die abgestrahlte optische Leistung in Watt, wenn monochromatisches Licht mit einer Wellenlänge von 500 nm verwendet wird? **V(500 nm)=0,323**

$$\Phi_e = \frac{\Phi}{K \cdot V(\lambda)} = \frac{3999,25lm}{683 \frac{lm}{W} \cdot 0,323} = 18,13W$$

- g) Welche Wattzahl würde auf der Lampe stehen?

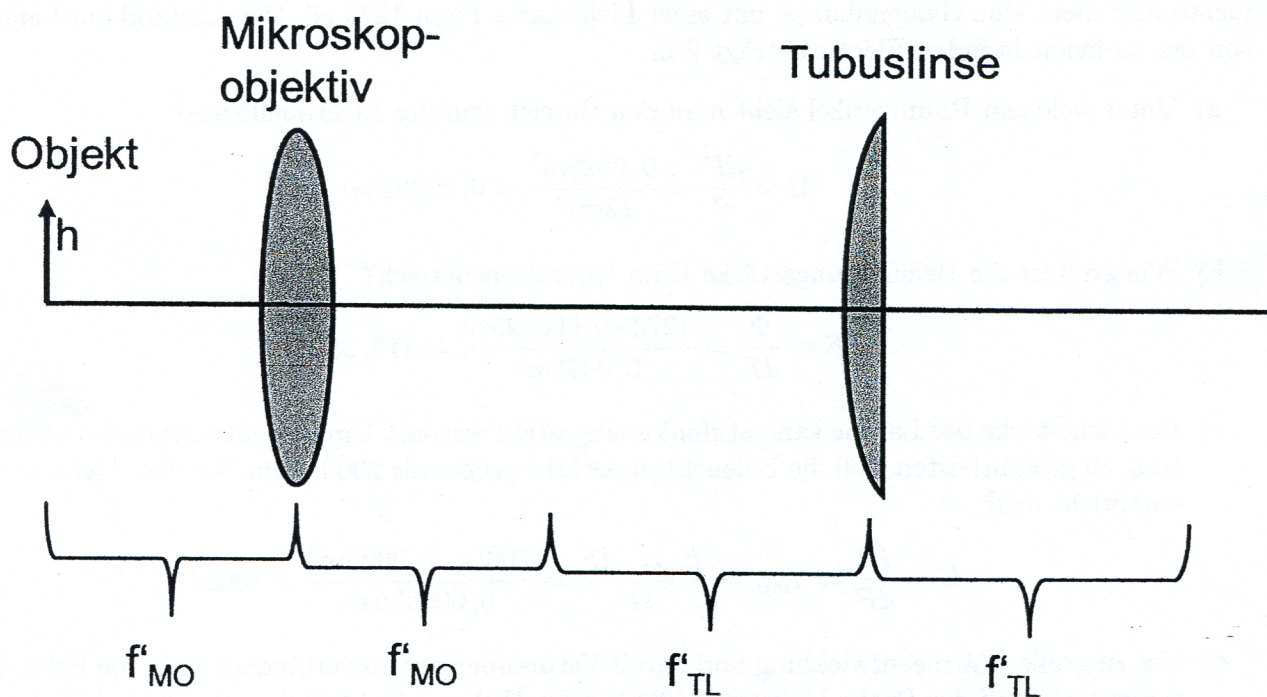
$$P = \frac{\Phi_e}{0,151} = 120W$$

Name:

Matrikelnummer:

1 Aufgabe Mikroskop

Das Design eines Mikroskops besteht aus zwei Linsen, einem Objektiv mit der Brennweite $f'_{MO}=5$ mm und einer Tubuslinse. Die Brennweite der Tubuslinse des Mikroskops betrage 250 mm. Nehmen sie alle Linsen als dünne Linsen an.



- Vervollständigen Sie die Skizze. Zeichnen Sie den Strahlengang von dem Objekt, einmal ausgehend von der optischen Achse im Winkel w und einmal parallel zu der optischen Achse von der Spitze des Objektes. Kennzeichnen Sie den Ort des Zwischenbildes.
- Stellen Sie die Transfermatrizen bis zum Ort des Zwischenbildes auf (Keine Rechnung erforderlich!).
- Sie wollen nun das Zwischenbild mit einem Okular betrachten. Die Gesamtvergrößerung des Systems soll $\Gamma = -400$ sein. Skizzieren Sie das Okular und bestimmen Sie die Brennweite der Okularlinse.
- Bestimmen Sie den Abbildungsmaßstab β' bis zum Zwischenbild.

Anstelle eines Okulars wird nun ein CCD- Chip am Ort des Zwischenbildes verwendet um das Bild zu detektieren.



- e) Der Strahlengang ist durch den Durchmesser der Tubuslinse $D_{TL}=10$ mm, welche voll ausgeleuchtet wird, beschränkt. Berechnen Sie die numerische Apertur am Zwischenbild.
- f) Die Wellenlänge des Lichtes beträgt 500 nm. Bestimmen Sie den Durchmesser des Punktbildes auf dem CCD-Chip.
- g) Wie groß ist die förderliche Vergrößerung des Mikroskops?
- h) Das Zwischenbild soll nun mit Hilfe einer zusätzlichen Relay-Linse um den Faktor 2 verkleinert auf den CCD-Chip abgebildet werden. Der zur Verfügung stehende Bauraum ab dem Zwischenbild beträgt 300 mm. Bestimmen Sie die Lage der Linse und ihre Brennweite.
- i) Die Abbildung des Bildes bei einem Mikroskop ist beugungsbegrenzt, da Aberrationen korrigiert werden. Was für eine Linsenanordnung muss verwendet werden um chromatische Aberrationen, für zumindest zwei Wellenlängen, zu korrigieren? Welche Bedingung muss erfüllt sein?

Zur Beleuchtung wird eine Punktlichtquelle, LED, mit einem Öffnungskegel mit halbem Öffnungswinkel $\theta=45^\circ$ und einer Lichtstrom Φ_v von 400 lm verwendet. Die Effizienz (Anteil der Leistung die tatsächlich als sichtbares Licht emittiert wird) der Lichtquelle beträgt $\mu=0,151$ lm/W.

$K_m=683$ lm/W; $V(500 \text{ nm})=0,323$

- j) Wie groß ist der maximale Lichtstärke $I_v[\text{cd}]$ der Lichtquelle, wenn in alle anderen Raumrichtungen kein Licht ausgestrahlt wird?
- k) Bestimmen Sie die elektrische Leistung P aus dem Lichtstrom und der Effizienz.

2 Aufgabe Spektrometer

Sie wollen die Reflektivität einer Probe mit einem Fourierspektrometer im infraroten Wellenlängenbereich messen. Ein solches Spektrometer misst das Spektrum nicht durch schrittweises ändern der Wellenlänge, sondern durch die Aufnahme eines sogenannten Interferogramms mit Hilfe eines Interferometers. Um den optischen Aufbau in diesem Spektrometer zu justieren stehen zwei verschiedene Laser zur Verfügung einer mit einer Wellenlänge von 600 nm, der andere mit einer Wellenlänge von 500 nm. Beide Laser haben eine optische Leistung von 1 mW.

Zusätzlich Angaben:

$K_m=683$ lm/W

$V(500 \text{ nm})=0,4$

$V(600 \text{ nm})=0,0631$

- a) Wie groß ist der Strahlungsfluss auf der Probe? Welcher der beiden Laser eignet sich besser zur Justage, wenn Sie bedenken, dass der Spot mit bloßem Auge betrachtet werden muss?
- b) Welche anderen dispersiv arbeitenden Spektrometer kennen Sie?
- c) Das spektrale Auflösungsvermögen, $\nu/\Delta\nu = 2L\nu$, wird bei einem FTIR-Spektrometer durch die Weglänge L des beweglichen Spiegels in dem Interferometer bestimmt. Berechnen Sie das Auflösungsvermögen eines Gitterspektrometers mit einem Gitter der Länge 20 mm und einer Periode von 40 μm im Vergleich.



- d) Was müssen Sie an dem Spektrometer verändern um das spektrale Auflösungsvermögen zu erhöhen?
- e) Bei einem Prismenspektrometer werden unterschiedliche Wellenlängen ebenfalls getrennt. Hier ist jedoch die Brechung an den Grenzflächen des Prismas dafür verantwortlich. Die Abbe-Zahl für BK 7 ist $\nu = 64 = \frac{n_d - 1}{n_F - n_C}$ mit n_F bei 486,1 nm, n_C bei 656,3 nm und $n_d = 1,515$ (587,6 nm). Bestimmen Sie das Auflösungsvermögen des Prismas bei einer Basislänge von 15 mm, nehmen Sie dazu an die Dispersion sei linear.
- f) Sowohl Prismen als auch Gitterspektrometer beruhen auf Winkeldispersion. Erläutern Sie die Ursache für diese Dispersion sowohl bei einem Gitter als auch bei einem Prisma.
- g) Die Probe habe eine Dicke von 2 mm und eine Fläche von $(2 \times 1) \text{ mm}^2$. Der Absorptionskoeffizient $\alpha(600 \text{ nm})$ betrage $0,05 \text{ mm}^{-1}$ und $0,1 \text{ mm}^{-1}$ für $\alpha(500 \text{ nm})$. Bestimmen Sie die Intensität als Leistung pro Fläche in W/mm^2 des Lichtes hinter der Probe, wenn der gesamte Strahlungsfluss von 2 W die Probe trifft. Welche maximale Eindringtiefe hätte der 600 nm Laser, wenn die Probe unendlich dick wäre (keine Streuung des Lichts)?

3 Optik

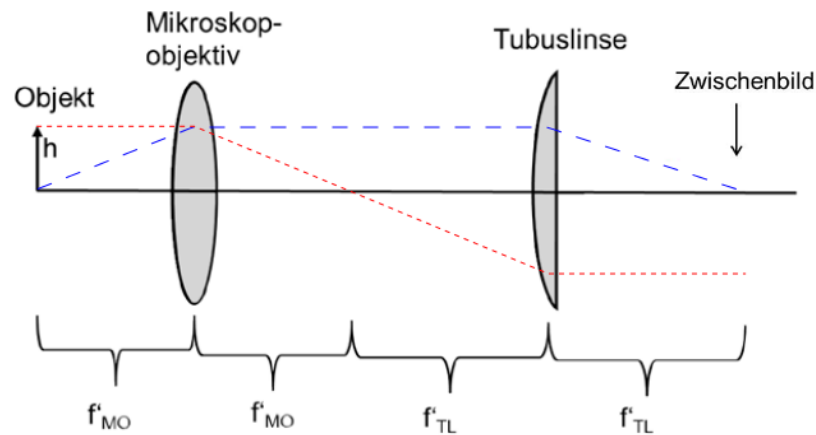
- a) Erklären Sie den Unterschied zwischen der paraxialen, der geometrischen und der physikalischen Optik.
- b) Welche Bildfehler gibt es? Erklären Sie einen monochromatischen Bildfehler ihrer Wahl.
- c) Wie kommt ein virtuelles Bild zustande?

4 Laser

- a) Heutzutage finden Laser häufig Verwendung in der Medizintechnik. Nennen Sie Anwendungsbereiche für Laser in Diagnose und Therapie.
- b) Eine spezielle Anwendung von Lasern ist das sogenannte Lasik-Verfahren bei dem die Gestalt der Hornhaut verändert wird. In welcher Weise muss die Hornhaut verändert werden um Kurzsichtigkeit zu behandeln?

1 Aufgabe Mikroskop

a)



$$b) \quad \begin{pmatrix} x' \\ u' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -f'_{TL} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1/f'_{TL} & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -(f'_{MO} + f'_{TL}) \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1/f'_{MO} & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -f'_{MO} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ u \end{pmatrix}$$

$$c) \quad \Gamma = \frac{-f'_{TL}}{f'_{MO}} \cdot \frac{250mm}{f'_{Ok}}$$

$$\Rightarrow f'_{Ok} = \frac{-f'_{TL}}{f'_{MO}} \cdot \frac{250mm}{\Gamma} = -\frac{250mm}{5mm} \cdot \frac{250mm}{-400} = 31,25mm$$

$$d) \quad \beta' = -\frac{f'_{TL}}{f'_{MO}} = -\frac{250mm}{5mm} = -50$$

$$e) \quad \tan(u) = \frac{0,5 \cdot D_{TL}}{f'_{TL}}$$

$$\Rightarrow u = \tan^{-1}\left(\frac{0,5 \cdot D_{TL}}{f'_{TL}}\right) \approx 1,146^\circ$$

$$NA = n \cdot \sin(u) = 1 \cdot \sin(1,146^\circ) \approx 0,02$$

$$f) \quad d_{Airy} = 1,22 \cdot \frac{\lambda}{NA} = 1,22 \cdot \frac{500nm}{0,02} = 30,5\mu m$$

$$g) \quad \Gamma_{F\ddot{o}rd} = 500 \dots 1000 \cdot NA = 10x \dots 20x$$

h) $\beta' = -0,5 = \frac{s'}{s}$

$$|s' + s| = 300mm \quad \rightarrow s' = 100mm \quad \text{und} \quad s = -200mm$$

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \quad \rightarrow \frac{3}{2s} = \frac{1}{f'} \quad \rightarrow f' = \frac{200}{3} \text{ mm} = 66, \bar{6} \text{ mm}$$

i) Achromat muss verwendet werden

Achromasiebedingung: $0 = \Delta\varphi_1 + \Delta\varphi_2 = \frac{\varphi_1}{v_1} + \frac{\varphi_2}{v_2}$

$$\text{j) } I_v = \frac{d\Phi_v}{d\Omega} = \frac{d\Phi_v}{\sin\theta d\theta d\varphi} = \frac{d\Phi_v}{2\pi(1-\cos(\frac{\theta}{2}))} = \frac{400lm}{2\pi(1-\cos(\frac{45^\circ}{2}))} \approx 836,33cd$$

$$\text{k) } P = \frac{\Phi_v}{\mu} = \frac{400lm}{0,151 \frac{lm}{W}} \approx 2649,01W$$

2 Aufgabe Spektrometer

a) $\Phi_v(\lambda) = K_M \cdot V(\lambda) \cdot \Phi$

$$\Phi_v(500nm) = 683 \frac{lm}{W} \cdot 0,4 \cdot 1mW \approx 0,273lm$$

$$\Phi_v(600nm) = 683 \frac{lm}{W} \cdot 0,0631 \cdot 1mW \approx 0,043lm$$

Für das Auge ist der 600 nm Laser schonender, da nur ein Bruchteil an Lumen - obwohl die physikalische Leistung gleich groß ist.

b) Gitterspektrometer, Prismenspektrometer

c) $A = \frac{m \cdot L}{d} = \frac{m \cdot 20\text{mm}}{40\text{ }\mu\text{m}} = 500 \cdot m$

d) · höhere Ordnung m · größere Spaltzahl N
 · Winkeldispersion D erhöhen · größere Öffnung a

$$\text{e) } \Delta n = \frac{1,515 - 1}{64} = 0,00805$$

$$\Delta\lambda = 656,3nm - 486,1nm = 170,2nm$$

$$A = b \cdot \frac{\Delta n}{\Delta\lambda} = 15mm \cdot \frac{0,00805}{170,2nm} \approx 709,46$$

- f) Dispersion bei einem Gitter: Bei der Beugung von polychromatischem Licht an einem Gitter werden höhere Wellenlängen stärker gebeugt. Es entsteht ein Gitterspektrum.

Dispersion bei einem Prisma: Licht unterschiedlicher Wellenlänge hat in Glas unterschiedliche Ausbreitungsgeschwindigkeiten. Hieraus folgt, dass kürzere Wellenlängen stärker gebrochen werden. Es entsteht ein Prismenspektrum.

g)
$$I_0 = \frac{d\Phi}{dA} = \frac{2W}{2 \cdot 10^{-6} m^2} = 10^6 \frac{W}{m^2}$$

$$I = I_0 \cdot e^{-\alpha z}$$

für $\lambda=600nm$:
$$I = 10^6 \frac{W}{m^2} \cdot e^{-0,05 \cdot 2} \approx 904837 \frac{W}{m^2}$$

für $\lambda=500nm$:
$$I = 10^6 \frac{W}{m^2} \cdot e^{-0,1 \cdot 2} \approx 818731 \frac{W}{m^2}$$

Maximale Eindringtiefe des 600nm Laser:

$$I(z) = 10^6 \frac{W}{m^2} \cdot e^{-0,05mm^{-1} \cdot z} \Leftrightarrow \ln \left(\frac{I(z)}{10^6 \frac{W}{m^2}} \right) = -0,05mm^{-1} \cdot z$$

$$\Rightarrow z = \frac{\ln \left(\frac{I(z)}{10^6 \frac{W}{m^2}} \right)}{-0,05} mm$$

Für $I(z) \rightarrow 0$: $z \approx 460,5mm$



3 Optik

- a) paraxiale Optik: Vereinfachung der geometrischen Optik; Betrachtung von Lichtstrahlen, die kleine Winkel zur optischen Achse haben.
- geometrische Optik: Strahlenmodell um Weg des Lichts auf geometrische Weise zu beschreiben
- physikalische Optik: Beinhaltet Wellenoptik und geometrische Optik

- b) Bildfehler: · Sphärische Aberration · Koma
- Astigmatismus · Bildfeldwölbung
- Verzeichnung · Chromatische Aberration

Sphärische Aberration: Achsparallel einfallende Strahlen werden von einem optischen System nicht in exakt einem Punkt fokussiert. Ursache hierfür ist, dass achsnahe und achsferne Strahlen bei sphärischen Flächen aufgrund verschiedener Einfallswinkel unterschiedliche Brennweiten haben.

- c) Ein virtuelles Bild entsteht beispielsweise bei Abbildung eines Objekts durch eine Negativlinse. Bei Positivlinsen entsteht ein virtuelles Bild, wenn sich das Objekt zwischen Brennpunkt und Linse befindet.

4 Laser

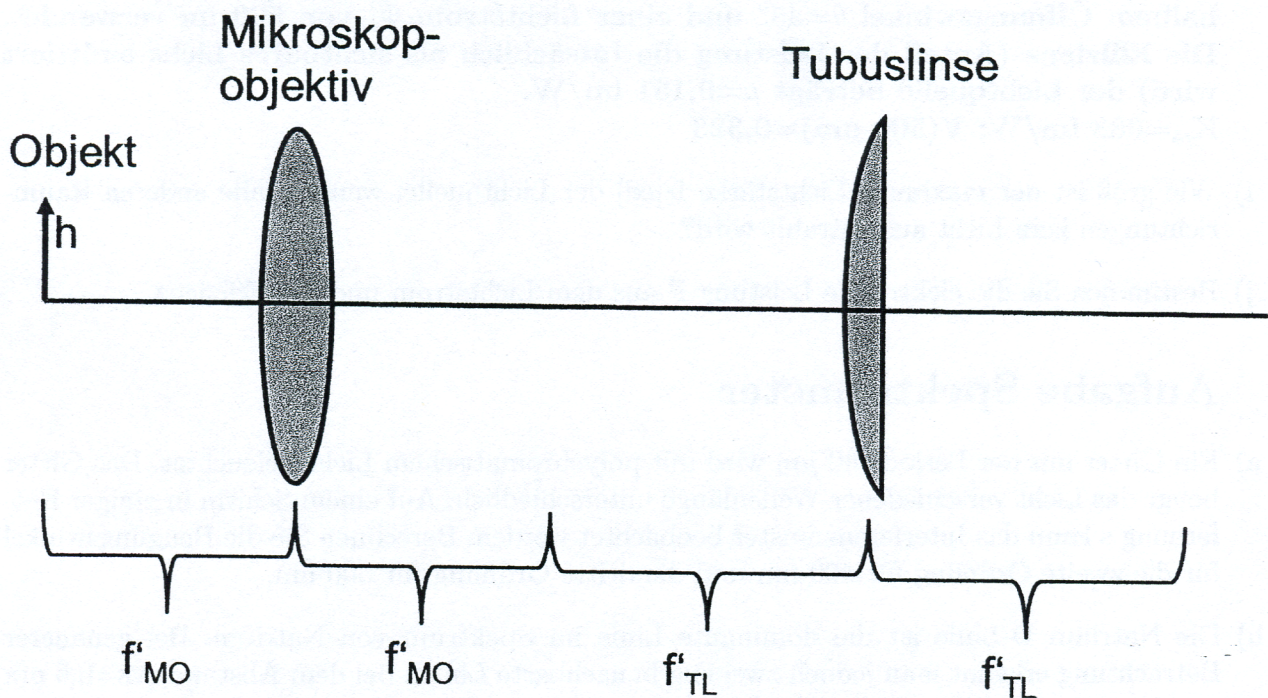
- a) · PDT (Photodynamische Therapie)
- "Ästhetische" Laser Chirurgie
- Laser Epilation
- Lasik-Verfahren
- Laser-Lithotripsie
- Photodisruption/ablation zur Entfernung von Tattoos
- b) Bei Kurzsichtigkeit (Myopie) liegt der Brennpunkt von parallel einfallenden Lichtstrahlen vor der Netzhaut. Aus diesem Grund muss bei der Laserablation im Zentrum etwas mehr abgetragen werden als außen.

Name:

Matrikelnummer:

1 Aufgabe Mikroskop

Das Design eines Mikroskops besteht aus zwei Linsen, einem Objektiv mit der Brennweite $f'_{MO}=6$ mm und einer Tubuslinse. Die Brennweite der Tubuslinse des Mikroskops betrage 360 mm. Nehmen sie alle Linsen als dünne Linsen an.



- Vervollständigen Sie die Skizze. Zeichnen Sie den Strahlengang von dem Objekt, einmal ausgehend von der optischen Achse im Winkel w und einmal parallel zu der optischen Achse von der Spitze des Objektes. Kennzeichnen Sie den Ort des Zwischenbildes.
- Stellen Sie die Transfermatrizen bis zum Ort des Zwischenbildes auf (Keine Rechnung erforderlich!).
- Sie wollen nun das Zwischenbild mit einem Okular betrachten. Die Gesamtvergrößerung des Systems soll $\Gamma = -500$ sein. Bestimmen Sie die Brennweite der Okularlinse.
- Bestimmen Sie den Abbildungsmaßstab β' bis zum Zwischenbild.

Anstelle eines Okulars wird nun ein CCD- Chip am Ort des Zwischenbildes verwendet um das Bild zu detektieren.

- Der Strahlengang ist durch den Durchmesser der Tubuslinse, welche voll ausgeleuchtet wird, beschränkt. Die numerische Apertur des Systems betrage 0,05. Berechnen Sie den Durchmesser der Tubuslinse.



- f) Die Wellenlänge des Lichtes beträgt 600 nm. Bestimmen Sie den Durchmesser des Punktbildes auf dem CCD-Chip.
- g) Wie groß ist die förderliche Vergrößerung des Mikroskops?
- h) Die Abbildung des Bildes bei einem Mikroskop ist beugungsbegrenzt, da Aberrationen korrigiert werden. Was für eine Linsenanordnung muss verwendet werden um chromatische Aberrationen, für zumindest zwei Wellenlängen, zu korrigieren? Welche Bedingung muss erfüllt sein?

Zur Beleuchtung wird eine Punktlichtquelle, LED, mit einem Öffnungskegel mit halbem Öffnungswinkel $\theta=45^\circ$ und einer Lichtstrom Φ_v von 500 lm verwendet. Die Effizienz (Anteil der Leistung die tatsächlich als sichtbares Licht emittiert wird) der Lichtquelle beträgt $\mu=0,151$ lm/W.
 $K_m=683$ lm/W; $V(500 \text{ nm})=0,323$

- i) Wie groß ist der maximale Lichtstärke $I_v[\text{cd}]$ der Lichtquelle, wenn in alle anderen Raumrichtungen kein Licht ausgestrahlt wird?
- j) Bestimmen Sie die elektrische Leistung P aus dem Lichtstrom und der Effizienz.

2 Aufgabe Spektrometer

- a) Ein Gitter mit der Periode $40 \mu\text{m}$ wird mit polychromatischem Licht beleuchtet. Das Gitter beugt das Licht verschiedener Wellenlänge unterschiedlich. Auf einem Schirm in einiger Entfernung s kann das Interferenzmuster beobachtet werden. Berechnen Sie die Beugungswinkel für die zweite Ordnung für 400 nm und die dritte Ordnung für 500 nm.
- b) Die Natrium D-Linie ist die dominante Linie im Spektrum von Natrium. Bei genauerer Betrachtung erkennt man jedoch zwei eng benachbarte Linien bei dem Abstand $\Delta\lambda=0,6 \text{ nm}$ um die mittlere Wellenlänge 589,3 nm.
 Berechnen Sie das Auflösungsvermögen des Spektralapparates, welches nötig ist um beide Linien getrennt wahrzunehmen.
 Was müssen Sie an dem Spektrometer verändern um das spektrale Auflösungsvermögen zu erhöhen?
- c) Bei einem Prismenspektrometer werden unterschiedliche Wellenlängen ebenfalls getrennt. Hier ist jedoch die Brechung an den Grenzflächen des Prismas dafür verantwortlich. Die Abbe-Zahl für BK 7 ist $\nu = 64 = \frac{n_d - 1}{n_F - n_C}$ mit n_F bei 486,1 nm, n_C bei 656,3 nm und $n_d=1,515$ (587,6 nm). Bestimmen Sie das Auflösungsvermögen des Prismas bei einer Basislänge von 15 mm, nehmen Sie dazu an die Dispersion sei linear.

3 Optik

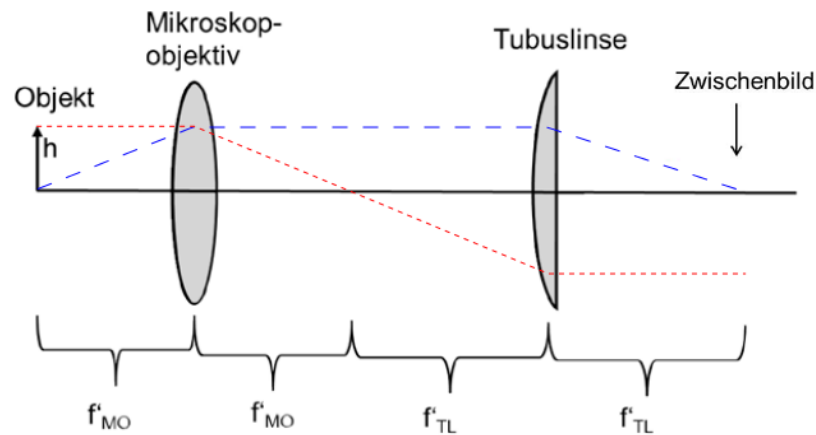
- a) Was versteht man unter Dioptrien? Welcher Brennweite entsprechen 5dpt?
- b) Was versteht man unter Akkommodation?
- c) Erklären Sie den Unterschied zwischen der paraxialen, der geometrischen und der physikalischen Optik.



- d) Welche Bildfehler gibt es? Erklären Sie einen monochromatischen Bildfehler ihrer Wahl.
- e) Was versteht man unter der Eintrittspupille?
- f) Welche Wesentlichen Wechselwirkungen zwischen Licht und Materie gibt es?

1 Aufgabe Mikroskop

a)



$$b) \quad \begin{pmatrix} x' \\ u' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -f'_{TL} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1/f'_{TL} & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -(f'_{MO} + f'_{TL}) \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1/f'_{MO} & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -f'_{MO} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ u \end{pmatrix}$$

$$c) \quad \Gamma = \frac{-f'_{TL}}{f'_{MO}} \cdot \frac{250mm}{f'_{Ok}}$$

$$\Rightarrow f'_{Ok} = \frac{-f'_{TL}}{f'_{MO}} \cdot \frac{250mm}{\Gamma} = -\frac{360mm}{6mm} \cdot \frac{250mm}{-500} = 30mm$$

$$d) \quad \beta' = -\frac{f'_{TL}}{f'_{MO}} = -\frac{360mm}{6mm} = -60$$

$$e) \quad NA = n \cdot \sin(u) \quad \rightarrow u = \sin^{-1}(NA) \approx 2,866^\circ$$

$$\tan(u) = \frac{0,5 \cdot D_{TL}}{f'_{TL}} \quad \rightarrow D_{TL} = 2 \tan(u) \cdot f'_{MO} \approx 36,05mm$$

$$f) \quad d_{Airy} = 1,22 \cdot \frac{\lambda}{NA} = 1,22 \cdot \frac{600nm}{0,05} = 14,64\mu m$$

$$g) \quad \Gamma_{F\ddot{o}rd} = 500 \dots 1000 \cdot NA = 25x \dots 50x$$

h) Achromat muss verwendet werden

$$\text{Achromasiebedingung:} \quad 0 = \Delta\varphi_1 + \Delta\varphi_2 = \frac{\varphi_1}{\nu_1} + \frac{\varphi_2}{\nu_2}$$

$$i) \quad I_v = \frac{d\Phi_v}{d\Omega} = \frac{d\Phi_v}{\sin \theta d\theta d\varphi} = \frac{d\Phi_v}{2\pi(1 - \cos(\frac{\theta}{2}))} = \frac{500lm}{2\pi(1 - \cos(\frac{45^\circ}{2}))} \approx 1045,41cd$$

$$j) \quad P = \frac{\Phi_v}{\mu} = \frac{500lm}{0,151 \frac{lm}{W}} \approx 3311,26W$$

2 Aufgabe Spektrometer

$$a) \quad \theta = \sin^{-1}\left(\frac{m \cdot \lambda}{d}\right)$$

$$\theta_1 = \sin^{-1}\left(\frac{2 \cdot 400nm}{40\mu m}\right) \approx 1,146^\circ$$

$$\theta_2 = \sin^{-1}\left(\frac{3 \cdot 500nm}{40\mu m}\right) \approx 2,149^\circ$$

$$b) \quad A = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = m \cdot N = a \cdot D$$

$$A = \frac{598nm}{0,6nm} = 982,17$$

· höhere Ordnung m

· größere Spaltzahl N

· Winkeldispersion D erhöhen

· größere Öffnung a

$$c) \quad \Delta n = \frac{1,515 - 1}{64} = 0,00805$$

$$\Delta\lambda = 656,3nm - 486,1nm = 170,2nm$$

$$A = b \cdot \frac{\Delta n}{\Delta\lambda} = 15mm \cdot \frac{0,00805}{170,2nm} \approx 709,46$$



3 Optik

a) Dioptrie: Maßeinheit für die Brechkraft ($1\text{dpt} = 1\text{m}^{-1}$)

Eine Brennweite von 0,2 m entspricht 5 dpt.

b) Akkommodation = Fähigkeit des Auges auf unterschiedliche Entfernungen zu fokussieren (über Deformation der Augenlinse)

c) paraxiale Optik: Vereinfachung der geometrischen Optik; Betrachtung von Lichtstrahlen, die kleine Winkel zur optischen Achse haben.

geometrische Optik: Strahlenmodell um Weg des Lichts auf geometrische Weise zu beschreiben

physikalische Optik: Beinhaltet Wellenoptik und geometrische Optik

d) Bildfehler:

- Sphärische Aberration
- Astigmatismus
- Verzeichnung
- Koma
- Bildfeldwölbung
- Chromatische Aberration

Sphärische Aberration: Achsparallel einfallende Strahlen werden von einem optischen System nicht in exakt einem Punkt fokussiert. Ursache hierfür ist, dass achснаhe und achsferne Strahlen bei sphärischen Flächen aufgrund verschiedener Einfallswinkel unterschiedliche Brennweiten haben.

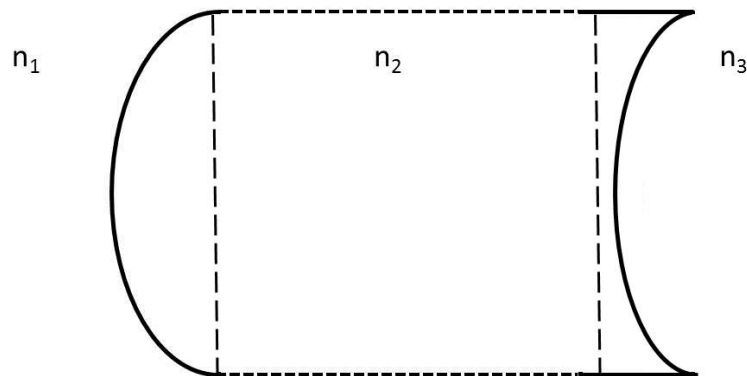
e) Eintrittspupille = Öffnung, die begrenzend für den Strahlverlauf wirkt, indem sie den Öffnungswinkel der vom Objektpunkt ausgehenden Strahlen limitiert

f) Brechung, Reflexion, Absorption, Streuung, Photoeffekt, Optische Aktivität, Doppelbrechung, Fluoreszenz, Plasmonische Wechselwirkung

Name:

Matrikelnummer:

1 Optik



Die Cornea ist eine Linse mit einer konvexen und einer konkaven Grenzfläche. Man kann sie sich also aufgebaut aus einer konvex-planen und einer konkav-planen Linse vorstellen. Da die Cornea und das Kammerwasser aus einem optisch dichteren Medium als Luft bestehen, wirkt die vordere Corneafläche als Sammellinse mit einem Krümmungsradius von 7,7 mm und die hintere in einem Abstand von 0,5 mm als Zerstreuungslinse mit einem Radius von 6,8 mm. Die Brechungsindizes betragen in Luft 1, in der Cornea 1,376 und im Kammerwasser 1,336.

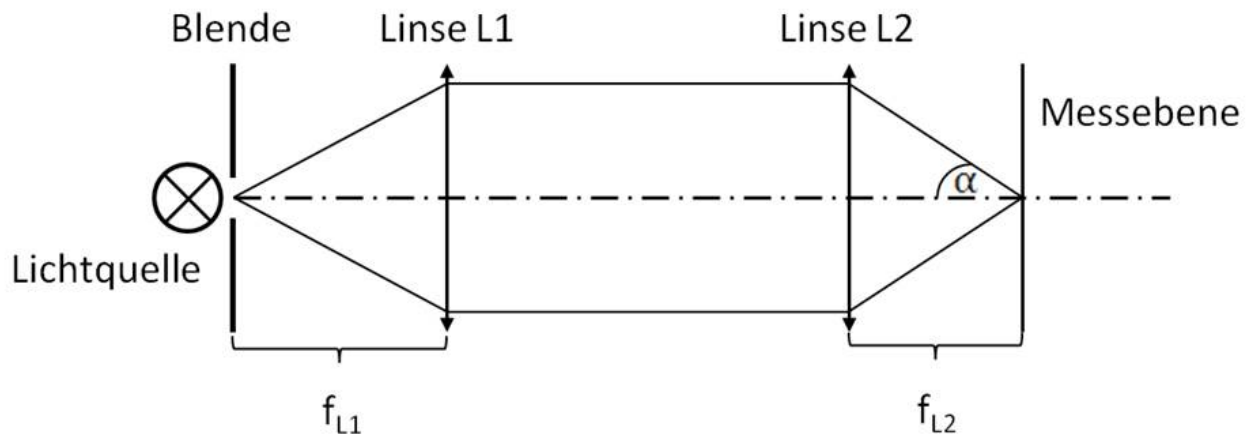
- Skizzieren Sie den Strahlengang durch die Cornea in der obigen Abbildung für kollimierte Eingangsstrahlen.
- Berechnen Sie die Brennweiten und die Gesamtbrechkraft der Cornea.

2 Aufgabe Augenvermessung

Eines der wichtigsten Aufgabengebiete in der Medizintechnik ist die Untersuchung des Auges, insbesondere der Hornhaut und der Linse, um gezielte Eingriffe vornehmen zu können.

- Nennen Sie zwei Geräte zur Vermessung des vorderen Augenabschnittes bzw. der Hornhaut.
- Das Problem ist oft die begrenzte Tiefenschärfe von Aufnahmetechniken. Erläutern Sie das Scheimpflugverfahren, welches verwendet wird um die Tiefenschärfe zu erhöhen.
- Auf welchem Prinzip basiert die optische Kohärenztomographie?
- Wie groß sind die laterale und die axiale Auflösung bei der OCT bei einer Wellenlänge von 830 nm ($\Delta\lambda = 30\text{nm}$) und einer numerischer Apertur von 0,4?
- Welche Veränderungen müssen am Interferometer vorgenommen werden um von einer Time-domain OCT zu einer Fourier-domain OCT zu kommen?

3 Mikroskopie



In einem konfokalen Messaufbau wird eine von links beleuchtete Lochblende B über ein Linsensystem bestehend aus den Linsen L1 ($f_{L1} = 150 \text{ mm}$) und Linse L2 verkleinert auf das Messobjekt abgebildet. Die Lochblende ist dabei in der objektseitigen Brennebene F_1 der Linse L_1 angeordnet. (Alle Linsen als dünne Linsen betrachten).

- Bestimmen Sie die Brennweite der zweiten Linse bei einem Abbildungsmaßstab von $-0,05$.
- Die Blende B soll $100 \mu\text{m}$ groß sein. Welche Größe hat dann der Spot auf dem Messobjekt?

Die numerische Apertur der Lichtquelle betrage 0,025.

- Welcher Aperturwinkel am Messobjekt ergibt sich hieraus, wenn das Medium zwischen Objektiv, Linse L1, und Messobjekt Luft ist?
- Wie groß ist der Durchmesser des beugungsbegrenzten Beleuchtungspot (Airy-Scheibchens) auf dem Messobjekt für Licht der Wellenlänge 500 nm ?

Nehmen Sie an dass es sich bei der verwendeten Lichtquelle um das Licht einer Faser handelt.

- Welchen Brechungsindex hat der Mantel dieser Faser, wenn ihr Kern einen Brechungsindex von $n_k = 1,5$ um die numerische Apertur von $0,025$ zu realisieren. Gehen Sie dabei davon aus, dass die Faser von Luft umgeben ist.
- Wie groß ist der Grenzwinkel in der Faser, bei dem das Licht durch Totalreflektion in der Faser noch gleitet wird?
- Um kontrastarme Strukturen besser sichtbar zu machen wird auch die Fluoreszenzmikroskopie verwendet. Erläutern Sie wie Fluoreszenz zustande kommt.
- Was versteht man unter der Stokes-Verschiebung?
- Fluorescein wird mit einer Wellenlänge von 495 nm angeregt. Welche Energie besitzt ein Photon des Anregungslichts ($h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$, $c = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$)?
- Nennen Sie zwei verfahren bei denen Fluoreszenz gezielt zur Diagnose in der Medizin eingesetzt wird.



- k) Nennen Sie 5 verschiedene Mikroskopie-Methoden, die ohne Fluoreszenz die Auflösung steigern können. Erklären Sie zwei von diesen fünf Verfahren.

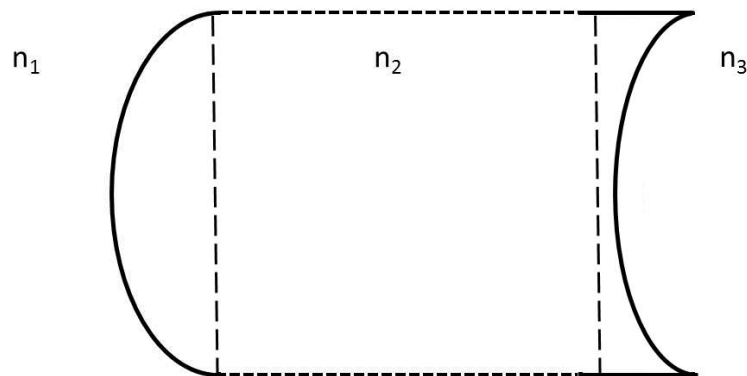
4 Polarisation

- a) Was beschreibt der Satz von Malus?
- b) Unpolarisiertes Licht falle erst auf einen Polarisator der um $\beta = 30^\circ$ Grad verdreht wurde und danach auf ein $\lambda/4$ -Plättchen. Geben Sie den Jones Vektor der resultierenden elektromagnetischen Welle an.
- c) Aus welchen Komponenten besteht ein Polarimeter?
- d) Wie kann ein Polarimeter zur Analyse von Materialien verwendet werden?

Name:

Matrikelnummer:

1 Optik



Die Cornea ist eine Linse mit einer konvexen und einer konkaven Grenzfläche. Man kann sie sich also aufgebaut aus einer konvex-planen und einer konkav-planen Linse vorstellen. Da die Cornea und das Kammerwasser aus einem optisch dichteren Medium als Luft bestehen, wirkt die vordere Corneafäche als Sammellinse mit einem Krümmungsradius von 7,7 mm und die hintere in einem Abstand von 0,5 mm als Zerstreuungslinse mit einem Radius von 6,8 mm. Die Brechungsindizes betragen in Luft 1, in der Cornea 1,376 und im Kammerwasser 1,336.

- Skizzieren Sie den Strahlengang durch die Cornea in der obigen Abbildung.
- Berechnen Sie die Brennweite und die Gesamtbrechkraft der Cornea.

$$f_v = \frac{n_1 \cdot r_v}{n_2 - n_1} = \frac{1 \cdot 7,7 \text{ mm}}{1,376 - 1} = 20,48 \text{ mm}$$

Für die Brechkraft der vorderen Fläche gilt:

$$D_v = \frac{n_1}{f_v} = \frac{1}{0,02048 \text{ m}} = 48,83 \text{ dpt}$$

$$f_h = \frac{n_3 \cdot r_h}{n_3 - n_2} = \frac{1,336 \cdot (-6,8 \text{ mm})}{1,336 - 1,376} = -227,12 \text{ mm}$$

$$D_h = \frac{n_3}{f_h} = \frac{1,336}{-0,22712 \text{ m}} = -5,88 \text{ dpt}$$

Gesamtbrechkraft D:

$$D = D_v + D_h - \frac{d}{n} \cdot D_v \cdot D_h = 48,83 \text{ dpt} - 5,88 \text{ dpt} + \frac{0,0005 \text{ m}}{1,376} \cdot 48,83 \text{ dpt} \cdot 5,88 \text{ dpt} = 43,05 \text{ dpt}$$

2 Aufgabe Augenvermessung

Eines der wichtigsten Aufgabengebiete in der Medizintechnik ist die Untersuchung des Auges, insbesondere der Hornhaut und der Linse, um gezielte Eingriffe vornehmen zu können.

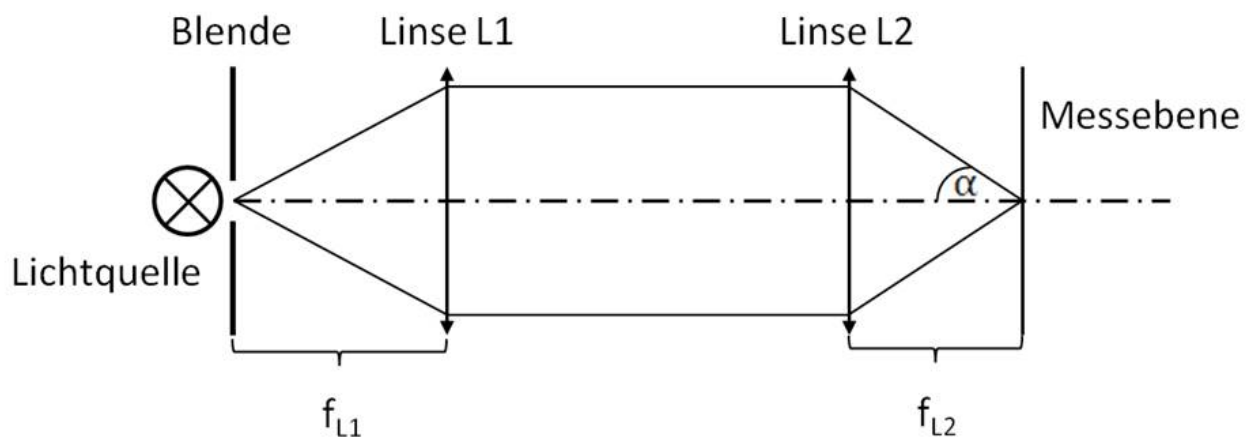
- Nennen Sie zwei Geräte zur Vermessung des vorderen Augenabschnittes bzw. der Hornhaut.
ATLAS (Zeiss), Keratograph (Oculus), Placido-Disk-Verfahren, Slit Projektionsverfahren, Skiaskop, opt. Pachymeter, Lichtschnitt-Verfahren...
- Das Problem ist oft die begrenzte Tiefenschärfe von Aufnahmetechniken. Erläutern Sie das Scheimpflugverfahren, welches verwendet wird um die Tiefenschärfe zu erhöhen.
- Auf welchem Prinzip basiert die optische Kohärenztomographie?
- Wie groß sind die laterale und die axiale Auflösung bei der OCT bei einer Wellenlänge von 830 nm und einer numerischer Apertur von 0,4?

$$l_c = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda} = \frac{830^2}{30nm} = 22963,3nm$$

$$\Delta x = \frac{\lambda}{NA} = \frac{830nm}{0,4} = 2075nm$$

- Welche Veränderungen müssen am Interferometer vorgenommen werden um von einer Time-domain OCT zu einer Fourier-domain OCT zu kommen?

3 Mikroskopie



In einem konfokalen Messaufbau wird eine von links beleuchtete Lochblende B über ein Linsensystem bestehend aus den Linsen L1 ($f'_{L1} = 150 \text{ mm}$) und Linse L2 auf das Messobjekt abgebildet. Die Lochblende ist dabei in der objektseitigen Brennebene F_1 der Linse L1 angeordnet. (Alle Linsen als dünne Linsen betrachten).

- Bestimmen Sie die Brennweite der zweiten Linse bei einem Abbildungsmaßstab von -0,05.

$$\beta' = -\frac{f'_2}{f'_1} \rightarrow f'_2 = -\beta' \cdot f'_1 = -0,05 \cdot 150mm = 7,5mm$$

- b) Die Blende B soll $100\mu m$ groß sein. Welche Größe hat dann der Spot auf dem Messobjekt?

$$\beta' = \frac{y'}{y} = \frac{D_{Bel.spot}}{D_B} \rightarrow D_{Bel.spot} = D_B \cdot \beta' = 100\mu m \cdot -0.05 = -5\mu m$$

Die numerische Apertur betrage 0,5.

- c) Welcher Aperturwinkel am Messobjekt ergibt sich hieraus, wenn das Medium zwischen Objekt, Linse L1, und Messobjekt Luft ist?

$$NA = \sin(\alpha) \cdot n \rightarrow \alpha = \sin^{-1} \frac{NA}{n} = \sin^{-1} \frac{0,5}{1} = 30^\circ$$

- d) Wie groß ist der Durchmesser des beugungsbegrenzten Beleuchtungspot (Airy-Scheibchens) auf dem Messobjekt für Licht der Wellenlänge 500 nm ?

$$D_{Airy} = 1,22 \cdot \frac{\lambda}{NA} = 1,22 \cdot \frac{500nm}{0,5} = 1220nm$$

Nehmen Sie an dass es sich bei der verwendeten Lichtquelle um das Licht einer Faser handelt.

- e) Welche numerische Apertur weist diese Faser auf, wenn ihr Kern einen Brechungsindex von $n_k = 1,5$ und ihr Mantel einen Brechungsindex von $n_M = 1,45$ aufweist? Gehen Sie dabei davon aus, dass die Faser von Luft umgeben ist.

$$NA = \sqrt{n_k^2 - n_M^2} = 0,384$$

- f) Wie groß ist der Grenzwinkel in der Faser, bei dem das Licht durch Totalreflektion in der Faser noch gleitet wird?

$$\sin \alpha = \frac{n_M}{n_k} \rightarrow \alpha = 75^\circ$$

- g) Um kontrastarme Strukturen besser sichtbar zu machen wird auch die Fluoreszenzmikroskopie verwendet. Erläutern Sie wie Fluoreszenz zu Stande kommt.

- h) Was versteht man unter der Stokes-Verschiebung?

- i) Fluorescein wird mit einer Wellenlänge von 495 nm angeregt. Welche Energie besitzt ein Photon des Anregungslichts ($h = 6,626 \cdot 10^{-34} Js$, $c = 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$)?

$$E = h \cdot \nu = 6,626 \cdot 10^{-34} Js \cdot \frac{c}{\lambda} = 4,04 \cdot 10^{-19} J$$

- j) Nennen Sie zwei verfahren bei denen Fluoreszenz gezielt zur Diagnose in der Medizin eingesetzt wird.

- k) Nennen Sie 5 verschiedene Mikroskopie-Methoden, die ohne Fluoreszenz die Auflösung steigern können. Erklären Sie zwei von diesen fünf Verfahren.



4 Polarisation

- a) Was beschreibt der Satz von Malus?

$$I = I_0 \cdot \cos^2 \theta$$

- b) Unpolarisiertes Licht falle erst auf einen Polarisator der um $\beta = 30^\circ$ Grad verdreht wurde und danach auf ein $\lambda/4$ -Plättchen. Geben Sie den Feld Vektor der resultierenden elektromagnetischen Welle an.

komplett unpolarisiert, bzw E_x und E_y Komponenten gemischt

- c) Aus welchen Komponenten besteht ein Polarimeter?

Polarisator – Analysator

- d) Wie kann ein Polarimeter zur Analyse von Materialien verwendet werden?

Name:

Matrikelnummer:

1 Aufgabe:

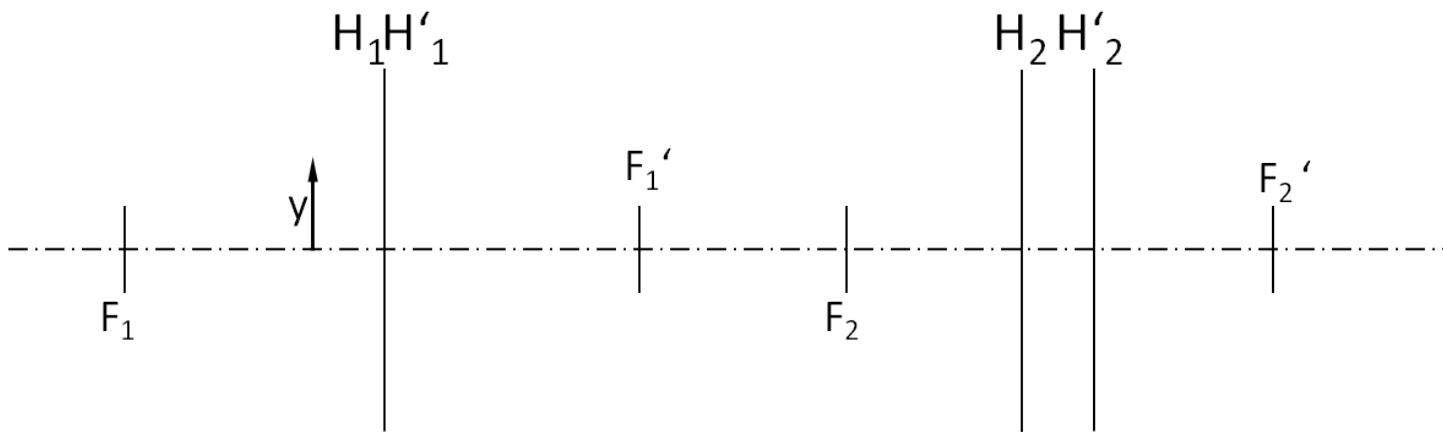
Ein Linsensystem bestehend aus einer Zerstreuungslinse mit $f'_1 = -15$ cm und einer Sammellinse mit $f'_2 = 40$ cm. Die Linsen befinden sich im Abstand $d = 30$ cm.

Bis einschließlich Aufgabenteil g) alle Linsen als dünne Linsen annehmen!

- Stellen Sie die ABCD-Matrix dieses Linsensystems auf.
- Berechne Sie die Gesamtbrechkraft dieses Linsensystems in Dioptrien sowie die Lage der Hauptebenen. Falls Sie Aufgabenteil b) nicht lösen konnten, dann nehmen Sie für die weitere Aufgabe bitte an: $f'_{ges} = 150$ cm, $a_{1H} = 100$ cm und $a'_{2H'} = 250$ cm.
- Zeichnen Sie das Linsensystem und tragen Sie die Lage der beiden Hauptebenen ein. Tragen Sie die Strecken f'_1 , f'_2 , a_{1H} , $a'_{2H'}$ sowie f'_{ges} in Ihre Zeichnung ein.
- 60 cm links (negatives z) von der Zerstreuungslinse befindet sich ein Objekt. Wo entsteht das Bild dieses Gegenstandes, bezogen auf die Sammellinse $s'_{(0\text{Sammellinse})}$?
- Wie groß müsste der Abstand zwischen den beiden Linsen gewählt werden, wenn ein kollimierter einfallender Strahl nach dem Linsensystem wieder kollimiert sein soll?
- Um Bildfehler zu vermeiden, soll nun in die Mitte zwischen den beiden Linsen eine Blende mit Durchmesser 30 cm angebracht werden. Wo liegt die Austrittspupille bezogen auf die zweite Linse (Sammellinse)? Wie groß ist sie?
- Um chromatische Fehler zu vermeiden, soll die Sammellinse durch einen Achromaten ersetzt werden. Dieser soll die Gesamtbrennweite von $f'_{(2\text{Achromat})} = 40$ cm haben. Die erste Linse des Achromaten besteht aus BK 7 ($n_d = 1,5168$; $n_F - n_C = 0,008054$). Die zweite Linse besteht aus dem Flintglas F5 ($\nu = 38,03$). Welche Brennweite muss die erste Linse des Achromaten haben damit das System die Achromasiebedingung erfüllt?
- Bei der Zerstreuungslinse soll es sich um eine bikonkave Linse mit einer Dicke von 3 cm und einem Brechungsindex von 1,5 handeln. Wie groß sind die Radien dieser Linse, wenn sie vom Betrag her gleich sein sollen? Falls Sie Aufgabenteil h nicht lösen konnten, dann nehmen Sie für die weitere Aufgabe bitte an: $r_2 = -r_1 = 17$ cm.
- Leider steht für die Fertigung der Zerstreuungslinse nur noch Material mit einem Brechungsindex von 1,4 zur Verfügung. Mit welcher Dicke müsste man diese Linse fertigen, wenn die Radien und die Brennweite gleich bleiben sollen?

2 Aufgabe: Bildkonstruktion

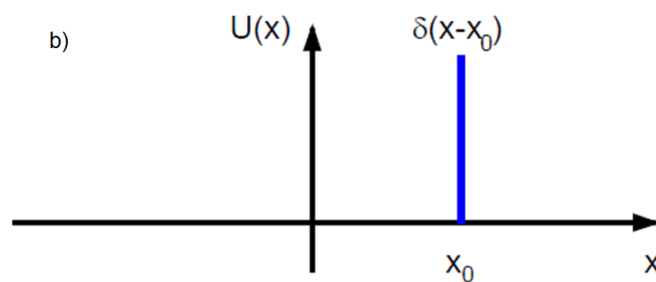
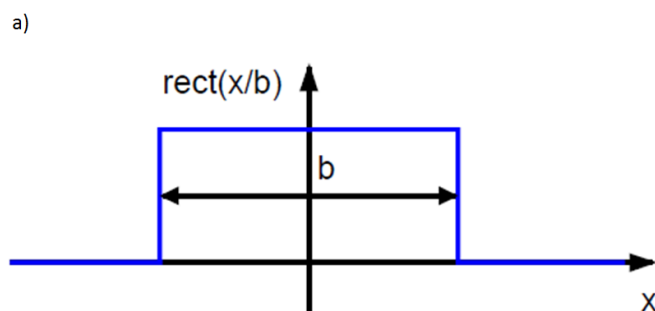
Konstruieren und skizzieren Sie den Strahlverlauf durch folgendes optische System. Wo entsteht das Bild des folgenden Linsensystems?



3 Aufgabe: Fourierpaare

Wie sehen folgenden Funktionen im Fourierraum aus? Skizzieren Sie die Funktionen im Fourierraum und geben Sie wenn möglich analytische Ausdrücke an.

Ortsraum $U(x)$



4 Aufgabe: Mikroskop

Ein Mikroskop besteht aus zwei Sammellinsen, dem Objektiv und dem Okular. Diese beiden Linsen solle die gleiche Brennweite aufweisen ($f'_{Obj} = f'_{Oku}$).

- In welchem Abstand sind die beiden Linsen voneinander angebracht, wenn das Mikroskop eine Vergrößerung von -100 sowie eine Tubuslänge von 160 mm aufweist. Falls Sie Aufgabenteil a) nicht lösen konnten, dann nehmen Sie für die weitere Aufgabe bitte an: $f'_{Obj} = f'_{Oku} = 25$ mm.
- Berechnen Sie die Gesamtbrennweite des Mikroskops.
- Berechnen Sie den Abbildungsmaßstab des Mikroskops im Zwischenbild.
- Um das Mikroskop zu verbessern soll nun eine Tubuslinse eingebaut werden. Wo muss diese positioniert werden und welche Brennweite muss diese Linse haben, wenn die Lage der Linsen und das Zwischenbild unverändert sein soll? Welche Gesamtvergrößerung weist nun das Mikroskop auf?

5 Aufgabe: Laser

- Für was steht die Abkürzung LASER?
- In welchem Energiebereich befinden sich Photonen des sichtbaren Spektrums (380 nm bis 780 nm)? (Hinweis: Plancksches Wirkungsquantum $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$ Js, Lichtgeschwindigkeit im Vakuum $c_0 = 3 \cdot 10^8$ m/s)
- In einer Entfernung von 1500 Metern beträgt der Krümmungsradius eines Lasers 1500,1 Meter. Wie groß ist die Rayleigh-Länge des Lasers Falls Sie Aufgabenteil c) nicht lösen konnten, dann nehmen Sie für die weitere Aufgabe bitte an: $z_0 = 10$ m?
- Bei welcher Wellenlänge wird der Laser betrieben, wenn sein minimaler Radius der Strahl-taille 1,5 mm beträgt?
- In welcher Entfernung ist der Radius der Strahl-taille dieses Lasers auf 15 cm angewachsen? (Näherung oder exakte Lösung möglich)
- An welcher Stelle des Radius ist bei dem gaußförmigen Intensitätsprofil des Lasers die Intensität auf $1/4 I_0$ abgesunken?

Name:

Matrikelnummer:

1 Aufgabe:

Ein Linsensystem bestehend aus einer Zerstreuungslinse mit $f'_1 = -15 \text{ cm}$ und einer Sammellinse mit $f'_2 = 40 \text{ cm}$. Die Linsen befinden sich im Abstand $d = 30 \text{ cm}$.

Bis einschließlich Aufgabenteil g) alle Linsen als dünne Linsen annehmen!

- a) Stellen Sie die ABCD-Matrix dieses Linsensystems auf.

$$M = d_3 \cdot L_2 \cdot d_2 \cdot L_1 \cdot d_1$$

- b) Berechne Sie die Gesamtbrechkraft dieses Linsensystems in Dioptrien sowie die Lage der Hauptebenen.

$$\Phi_{Ges} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{n} \cdot \frac{1}{f_1} \cdot \frac{1}{f_2} = \frac{1}{-15 \text{ cm}} + \frac{1}{40 \text{ cm}} - 30 \text{ cm} \cdot \frac{1}{-15 \text{ cm}} \cdot \frac{1}{40 \text{ cm}} = \frac{1}{120 \text{ cm}} = 0,833 \text{ dpt}$$

$$a_{1H} = f' \cdot f_2 \cdot \frac{d}{n} = 120 \text{ cm} \cdot \frac{1}{40 \text{ cm}} \cdot 30 \text{ cm} = 90 \text{ cm}$$

$$a'_{2H'} = -f' \cdot f_1 \cdot \frac{d}{n} = -120 \text{ cm} \cdot \frac{1}{-15 \text{ cm}} \cdot 30 \text{ cm} = 240 \text{ cm}$$

Falls Sie Aufgabenteil b) nicht lösen konnten, dann nehmen Sie für die weitere Aufgabe bitte an: $f'_{ges} = 150 \text{ cm}$, $a_{1H} = 100 \text{ cm}$ und $a'_{2H'} = 250 \text{ cm}$.

- c) Zeichnen Sie das Linsensystem und tragen Sie die Lage der beiden Hauptebenen ein. Tragen Sie die Strecken f'_1 , f'_2 , a_{1H} , $a'_{2H'}$ sowie f'_{ges} in Ihre Zeichnung ein.
- d) 60 cm links (negatives z) von der Zerstreuungslinse befindet sich ein Objekt. Wo entsteht das Bild dieses Gegenstandes, bezogen auf die Sammellinse $s'_{(0\text{Sammellinse})}$?

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} \text{ mit } s = -(60 \text{ cm} + a_{1H}) = -150 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{s'} = \frac{1}{f'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{120 \text{ cm}} + \frac{1}{-150 \text{ cm}} \Rightarrow s' = 600 \text{ cm}$$

$$\text{Bezug auf Sammellinse: } s'_0 = s' + a'_{2H'} = 600 \text{ cm} + 240 \text{ cm} = 840 \text{ cm}$$

- e) Wie groß müsste der Abstand zwischen den beiden Linsen gewählt werden, wenn ein kollimierter einfallender Strahl nach dem Linsensystem wieder kollimiert sein soll?

$$\Phi_{Ges} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{n} \cdot \frac{1}{f_1} \cdot \frac{1}{f_2} = \frac{1}{-15 \text{ cm}} + \frac{1}{40 \text{ cm}} - d \cdot \frac{1}{-15 \text{ cm}} \cdot \frac{1}{40 \text{ cm}} = 0$$

$$\Rightarrow d = 25 \text{ cm}$$

- f) Um Bildfehler zu vermeiden, soll nun in die Mitte zwischen den beiden Linsen eine Blende mit Durchmesser 30 cm angebracht werden. Wo liegt die Austrittspupille bezogen auf die zweite Linse (Sammellinse)? Wie groß ist sie?

$$\frac{1}{s'} = \frac{1}{f'} + \frac{1}{s} \Rightarrow \frac{1}{40\text{cm}} = \frac{1}{s'} - \frac{1}{-15\text{cm}}$$

$$\frac{1}{s'} = 124\text{cm} \Rightarrow s' = 24\text{cm}$$

$$\frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \Rightarrow y' = \frac{y \cdot s'}{s} = \frac{15\text{cm} \cdot -24\text{cm}}{-15\text{cm}} = 24\text{cm} \Rightarrow \text{Durchmesser: } 48\text{cm}$$

- g) Um chromatische Fehler zu vermeiden, soll die Sammellinse durch einen Achromaten ersetzt werden. Dieser soll die Gesamtbrennweite von $f'_{(2\text{Achromat})} = 40\text{ cm}$ haben. Die erste Linse des Achromaten besteht aus BK 7 ($n_d = 1,5168$; $n_F - n_C = 0,008054$). Die zweite Linse besteht aus dem Flintglas F5 ($\nu = 38,03$). Welche Brennweite muss die erste Linse des Achromaten haben damit das System die Achromasiebedingung erfüllt?

$$0 = \Delta\phi_1 + \Delta\phi_2 = \frac{\phi_1}{\nu_1} + \frac{\phi_2}{\nu_2} \Rightarrow \phi_1 = \frac{\nu_1}{\nu_1 - \nu_2} \cdot \Phi$$

$$\nu_1 = \frac{n_d - 1}{n_F - n_C} = 64,167$$

$$\phi_1 = \frac{64,167}{64,167 - 38,03} \cdot \frac{1}{40\text{cm}} = 0,0613756\text{cm}^{-1} \Rightarrow f'_1 = 16,29\text{cm}$$

- h) Bei der Zerstreuungslinse soll es sich um eine bikonkave Linse mit einer Dicke von 3 cm und einem Brechungsindex von 1,5 handeln. Wie groß sind die Radien dieser Linse, wenn sie vom Betrag her gleich sein sollen? Falls Sie Aufgabenteil h nicht lösen konnten, dann nehmen Sie für die weitere Aufgabe bitte an: $r_2 = -r_1 = 17\text{ cm}$.

$$\frac{1}{f_1} = (n - 1) \cdot \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) + \frac{(n - 1)^2 \cdot d}{nr_1 r_2} \text{ mit } -r_1 = r_2$$

$$0 = \frac{r_2^2}{15\text{cm}} - r_2 - 0,5 \Rightarrow r'_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot \frac{1}{15} \cdot (-0,5)}}{2 \cdot \frac{1}{15}}$$

$$(r'_1 = -0,48\text{cm}) \text{ und } r'_2 = 15,484 = r_2 = -r_1$$

- i) Leider steht für die Fertigung der Zerstreuungslinse nur noch Material mit einem Brechungsindex von 1,4 zur Verfügung. Mit welcher Dicke müsste man diese Linse fertigen, wenn die Radien und die Brennweite gleich bleiben sollen?

$$\frac{1}{15\text{cm}} = (0,4) \cdot \left(\frac{2}{15,484\text{cm}} \right) + \frac{(0,4)^2 \cdot d}{1,4 \cdot 15,484\text{cm} \cdot (-15,484\text{cm})}$$

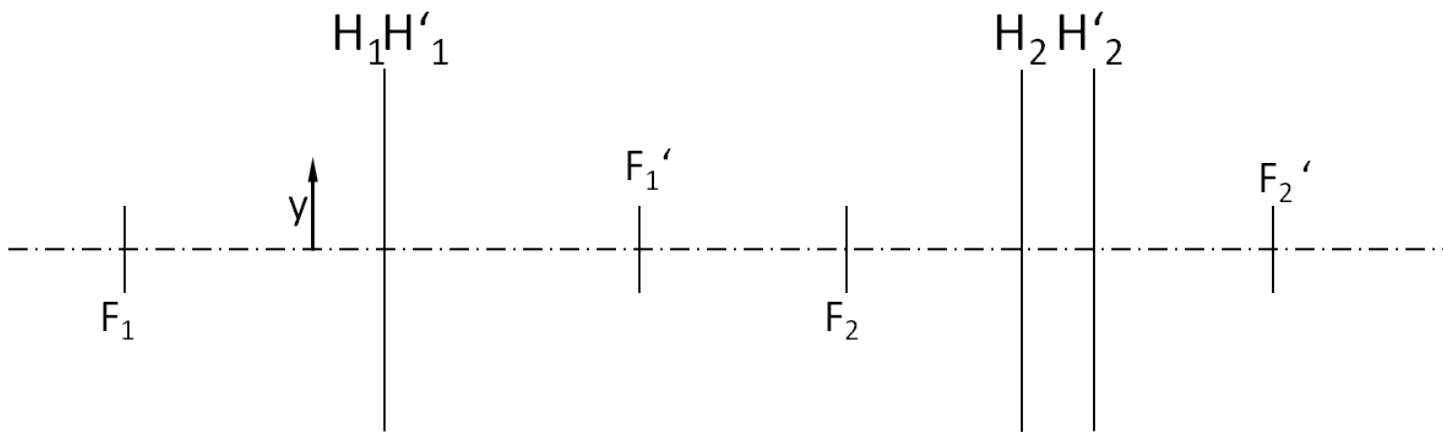
$$d = 31,4686\text{cm}$$

mit Radien 17 cm:

$$d = 49,5833\text{cm}$$

2 Aufgabe: Bildkonstruktion

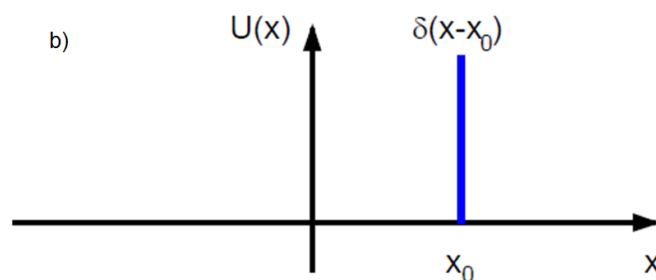
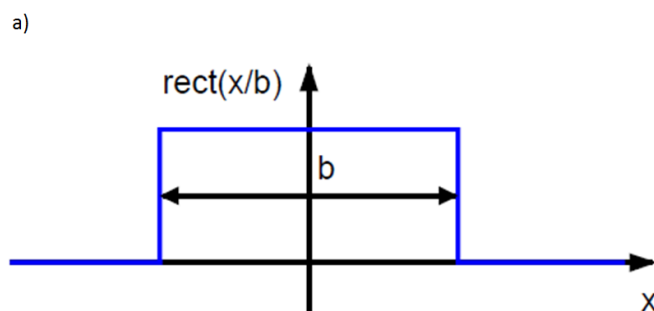
Konstruieren und skizzieren Sie den Strahlverlauf durch folgendes optische System. Wo entsteht das Bild des folgenden Linsensystems?



3 Aufgabe: Fourierpaare

Wie sehen folgenden Funktionen im Fourierraum aus? Skizzieren Sie die Funktionen im Fourierraum und geben Sie wenn möglich analytische Ausdrücke an.

Ortsraum $U(x)$



4 Aufgabe: Mikroskop

Ein Mikroskop besteht aus zwei Sammellinsen, dem Objektiv und dem Okular. Diese beiden Linsen sollen die gleiche Brennweite aufweisen ($f'_{Obj}=f'_{Oku}$).

- a) In welchem Abstand sind die beiden Linsen voneinander angebracht, wenn das Mikroskop eine Vergrößerung von -100 sowie eine Tubuslänge von 160 mm aufweist.

$$\Gamma = \frac{-t \cdot 250mm}{f'_{Obj} f'_{Ok}} = \frac{-160mm \cdot 250mm}{(f')^2} = -100$$

$$f' = \sqrt{\frac{-160mm \cdot 250mm}{-100}} = 20mm \Rightarrow d = t + f'_{Ok} + f'_{Obj} = 160 + 20 + 20 = 200mm$$

Falls Sie Aufgabenteil a) nicht lösen konnten, dann nehmen Sie für die weitere Aufgabe bitte an: $f'_{Obj}=f'_{Oku}=25$ mm.

- b) Berechnen Sie die Gesamtbrennweite des Mikroskops.

$$f'_{Mikro} = \frac{-f'_{ok} \cdot f'_{obj}}{t} = -2,5mm$$

- c) Berechnen Sie den Abbildungsmaßstab des Mikroskops im Zwischenbild.

$$\Gamma_{Mikro} = \Gamma_{Okular} \cdot \beta_{Mikro} \Rightarrow \beta_{Mikro} = \frac{\Gamma_{Mikro}}{\Gamma_{Okular}} = \frac{-100 \cdot f'_{Okular}}{250} = -8$$

$$\text{mit } f'=25 \text{ mm } \beta_{Mikro} = (-10)$$

- d) Um das Mikroskop zu verbessern soll nun eine Tubuslinse eingebaut werden. Wo muss diese positioniert werden und welche Brennweite muss diese Linse haben, wenn die Lage der Linsen und das Zwischenbild unverändert sein soll? Welche Gesamtvergrößerung weist nun das Mikroskop auf?

Die Tubuslinse muss 100 mm= $d/2$ von dem Objektiv positioniert werden.

$$f'_{TL} = t/2 = 80mm$$

$$\Gamma_{Mikro} = \frac{250mm}{f'_{Obj}} \cdot \left(-\frac{f'_{TL}}{f'_{Okular}} \right) = \frac{250mm}{20mm} \cdot \left(-\frac{80mm}{20mm} \right) = -50$$

5 Aufgabe: Laser

- a) Für was steht die Abkürzung LASER?

Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation

- b) In welchem Energiebereich befinden sich Photonen des sichtbaren Spektrums (380 nm bis 780 nm)? (Hinweis: Plancksches Wirkungsquantum $h=6,626 \cdot 10^{-34}$ Js, Lichtgeschwindigkeit im Vakuum $c_0=3 \cdot 10^8$ m/s)

$$E = h \cdot \nu = h \cdot \frac{c}{\lambda} = 6,626 \cdot 10^{-34} Js \cdot \frac{3 \cdot 10^8 m/s}{380nm} = 5,23 \cdot 10^{-19} J$$

$$E = 6,626 \cdot 10^{-34} Js \cdot \frac{3 \cdot 10^8 m/s}{780nm} = 2,54 \cdot 10^{-19} J$$

- c) In einer Entfernung von 1500 Metern beträgt der Krümmungsradius eines Lasers 1500,1 Meter. Wie groß ist die Rayleigh-Länge des Lasers? Falls Sie Aufgabenteil c) nicht lösen konnten, dann nehmen Sie für die weitere Aufgabe bitte an: $z_0 = 10$ m.

$$R(z) = 1500,1m = z + \frac{z_0^2}{z} = 1500m + \frac{z_0^2}{1500m}$$

$$\Rightarrow z_0 = \sqrt{0,1m \cdot 1500m} = \pm 12,25m$$

- d) Bei welcher Wellenlänge wird der Laser betrieben, wenn sein minimaler Radius der Strahl-taille 1,5 mm beträgt?

$$z_0 = \frac{\pi \cdot \omega_0^2}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{\pi \cdot \omega_0^2}{z_0} = \frac{\pi \cdot (1,5mm)^2}{12,25m} = 577,03 \cdot 10^{-9}m$$

- e) In welcher Entfernung ist der Radius der Strahl-taille dieses Lasers auf 15 cm angewachsen? (Näherung oder exakte Lösung möglich)

$$\omega(z) = \omega_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_0}\right)^2} = 15cm$$

$$\omega_0^2 \cdot \left(1 + \left(\frac{z}{z_0}\right)^2\right) = 225cm^2$$

$$z = \sqrt{\left(\frac{225cm^2}{(0,15cm)^2} - 1\right) \cdot (12,25cm)^2} = 1224,94m$$

- f) An welcher Stelle des Radius ist bei dem gaußförmigen Intensitätsprofil des Lasers die Intensität auf $1/4 I_0$ abgesunken?

$$I(r) = I_0 \exp\left(-2\frac{r^2}{\omega_0^2}\right) = \frac{1}{4}I_0$$

$$-2\frac{r^2}{\omega_0^2} = \ln\left(\frac{1}{4}\right)$$

$$r = \sqrt{\ln\left(\frac{1}{4}\right) \cdot \omega_0^2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)} = 1,25mm$$

Name:

Matrikelnummer:

1 Aufgabe: Kepler Teleskop

Eine Kepler Teleskop besteht aus zwei Sammellinsen, dem Objektiv und dem Okular. Das Objektiv weist eine Brennweite von $f'_{Obj}=40$ mm und das Okular eine Brennweite von $f'_{Oku}=20$ mm auf. Die beiden Linsen sind in einem Abstand von $d=60$ mm angebracht.

Bitte gehen Sie bei allen Aufgabenteilen, außer bei f) und g) von dünnen Linsen aus.

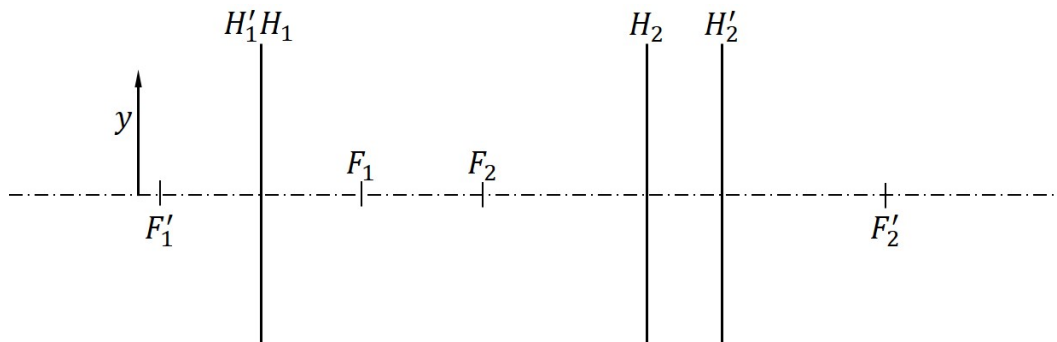
- Fertigen Sie eine maßstäbliche Zeichnung des Kepler Teleskopes an. Tragen Sie die Strecken f_{Obj} , f'_{Obj} , f_{Oku} und f'_{Oku} in Ihre Zeichnung ein. Ein parallel zu optischen Achse einfallender Strahl trifft auf das Objektiv. Zeichnen Sie diesen Strahl durch das System.
- Berechnen Sie die Gesamtbrechkraft des Kepler Teleskops in Dioptrien.
- Welche Vergrößerung Γ weist das Kepler Teleskop auf? Ein Lichtstrahl fällt unter $12,5^\circ$ zur optischen Achse auf das Objektiv. Unter welchem Winkel verlässt derselbe Strahl das Okular?
- Um Bildfehler zu vermeiden soll im Abstand von 35 mm links von dem Okular, zwischen Objektivlinse und Okular, eine Blende mit einem Durchmesser von 20 mm angebracht werden. Konstruieren Sie die Austrittspupille und bestätigen Sie Ihre Konstruktion durch Rechnung, indem Sie die Entfernung der Austrittspupille zum Okular sowie die Größe der Austrittspupille berechnen.
- Bei dem Objektiv soll es sich um eine bikonvexe Linse mit den Radien $r_1=-r_2$ handeln. Wie groß müssen r_1 und r_2 sein, wenn die Dicke der Linse mit 5 mm und der Brechungsindex mit 1,5 vorgegeben ist.
- Das Okular sei eine plankonvexe Linse mit Brechungsindex 1,8 und der Dicke $d=2,5$ mm. Wie groß ist der Radius r_1 des Okulars? Berechnen Sie die Lage der Hauptebenen a_{1H} und a'_{2H} . Fertigen Sie eine Skizze des Okulars an und tragen Sie die Hauptebenen H, H' sowie die Brennweite des Okulars f'_{Oku} in die Skizze ein.
Bitte nehmen Sie für den Aufgabenteil g) an, dass es sich um dünne Linsen handelt.
- Um das Mikroskop entscheidend zu verbessern, soll 55 mm links vom Objektiv eine weitere Linse angebracht werden. Diese Linse habe eine Brennweite von 15 mm. Welche Vergrößerung weist nun das Mikroskop auf, wenn das Objekt 15 mm links von dieser Linse positioniert wird?

2 Aufgabe: Laser

- Bei der Infrarotspektroskopie wird eine Wellenzahl von $k=5000 \text{ 1/cm}$ verwendet. Berechnen Sie die verwendete Wellenlänge. Welche Energie weist dabei ein Photon auf? (Hinweis: Plancksches Wirkungsquantum $h=6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$, Lichtgeschwindigkeit im Vakuum $c_0 = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$).
- Der verwendete Laser hat bei einer Eindringtiefe von 1 mm noch 30 Prozent seiner Anfangsintensität. Welchen Absorptionskoeffizient weist das zu untersuchende Gewebe auf?
- Sie wollen nun mehr über den verwendeten Laser erfahren. Eine Messung ergab, dass der minimale Radius der Strahltaile des Lasers 1 mm beträgt. Wie groß ist seine Rayleigh-Länge? Berechnen Sie daraus die Strahltaile des Lasers in 1 m Entfernung. (Hinweis: Falls Sie Aufgabe 2a) nicht lösen konnten, nehmen Sie bitte eine Wellenlänge von $1 \mu\text{m}$ an)
- An welcher Stelle des Radius in der Strahltaile ist bei dem gaußförmigen Intensitätsprofil des Lasers die Intensität auf $1/8 I_0$ abgesunken? Wie in Aufgabe 2c) erwähnt, soll der minimale Radius der Strahltaile des Lasers 1 mm betragen.
- Für einen anderen Versuch, soll der Kontrast zweier miteinander interferierender Laserstrahlen untersucht werden. Die für den Versuch zur Verfügung stehenden Laser haben ein Intensitätsverhältnis von 1:9. Berechnen Sie bitte den maximalen Kontrast, welcher mit den beiden Lasern möglich ist.

3 Aufgabe: Strahlkonstruktion

Konstruieren Sie das Bild des folgenden Linsensystems.

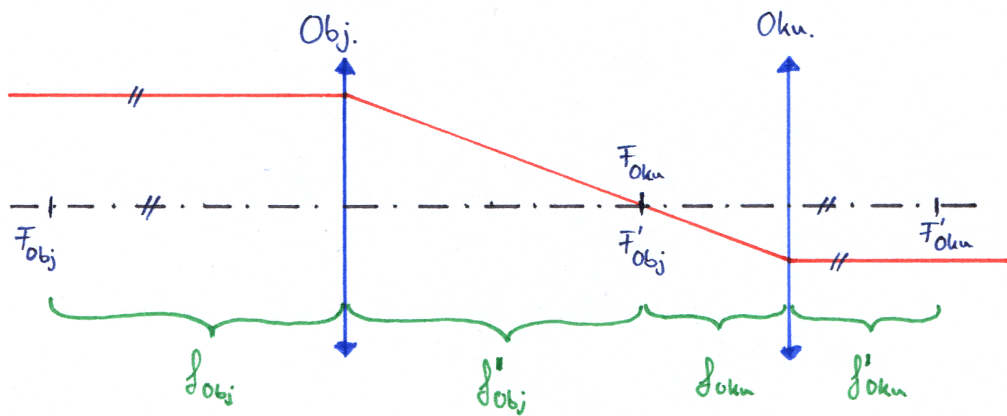


4 Aufgabe: Optik

- Was bedeutet OCT? Was sind die Vorteile der OCT?
- Die räumliche Kohärenz x_c wird typischer Weise experimentell bestimmt. Wie ist sie definiert?
- Was versteht man unter Myopie? Erläutern Sie die Ursachen. Wie kann Myopie korrigiert werden?
- Was versteht man unter der chromatischen Längsaberration? Wie kann dieser korrigiert werden?

Aufgabe 1: Kepler Teleskop

a)



b)

$$\phi_{\text{ges}} = \varphi_1 + \varphi_2 - d \cdot \varphi_1 \cdot \varphi_2 = \frac{1}{40\text{mm}} + \frac{1}{20\text{mm}} - 60\text{mm} \cdot \frac{1}{40\text{mm}} \cdot \frac{1}{20\text{mm}}$$

$$= \underline{\underline{0 \text{ dpt}}}$$

c)

$$\Gamma = -\frac{f'_{\text{obj}}}{f'_{\text{oku}}} = -\frac{40\text{mm}}{20\text{mm}} = \underline{\underline{-2}}$$

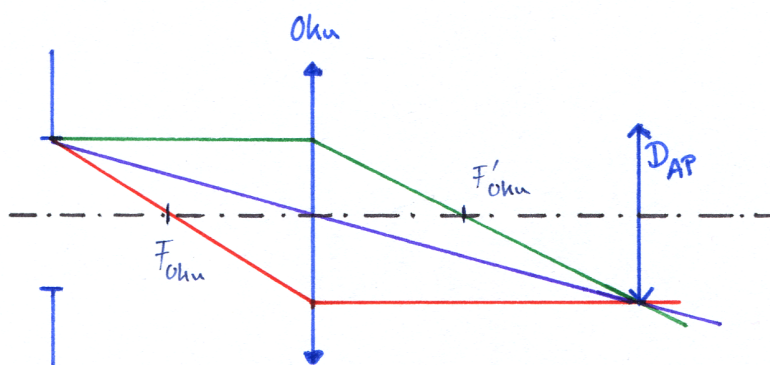
$$\Gamma = \frac{\tan \omega'}{\tan \omega} \rightarrow \omega' = \omega \cdot \Gamma = 12,5^\circ \cdot 2 = \underline{\underline{25^\circ}}$$

genauer:

$$\rightarrow \tan \omega' = \tan \omega \cdot \Gamma = \tan(12,5^\circ) \cdot (-2)$$

$$\hookrightarrow \omega' = \underline{\underline{-23,91^\circ}}$$

d)



$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{s'} = \frac{1}{f'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{20\text{mm}} + \frac{1}{-35\text{mm}}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{s' = 46,67\text{ mm}}}$$

$$\frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \Rightarrow y' = \frac{y \cdot s'}{s} = \frac{10\text{mm} \cdot 46,67\text{mm}}{-35\text{mm}} = -13,3\text{ mm}$$

$$\hookrightarrow D_{AP} = 2 \cdot |y'| = \underline{\underline{26,6\text{ mm}}}$$

e)

$$\frac{1}{f'} = (n-1) \cdot \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) + \frac{(n-1)^2 \cdot d}{1,5 \cdot r_1 \cdot r_2}$$

$$\frac{1}{40\text{mm}} = 0,5 \cdot \left(\frac{2}{r_1} \right) + \frac{0,25 \cdot 5\text{mm}}{1,5 \cdot (-r_1^2)}$$

$$\frac{r_1^2}{40\text{mm}} = r_1 - \frac{5\text{mm}}{6}$$

$$0 = r_1 - \frac{5\text{mm}}{6} - \frac{r_1^2}{40\text{mm}}$$

$$x_{1/2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot \left(-\frac{5\text{mm}}{6}\right) \cdot \left(-\frac{1}{40\text{mm}}\right)}}{2 \cdot \left(-\frac{1}{40\text{mm}}\right)}$$

$$= \frac{-1 \pm \frac{\sqrt{33}}{6}}{-\frac{1}{20\text{mm}}}$$

$[x_1 = 0,85 \text{ mm}]$ Radius muss größer als 10mm sein

$$x_2 = 39,15 \text{ mm}$$

also: $r_1 = 39,15 \text{ mm}$ und $r_2 = -39,15 \text{ mm}$

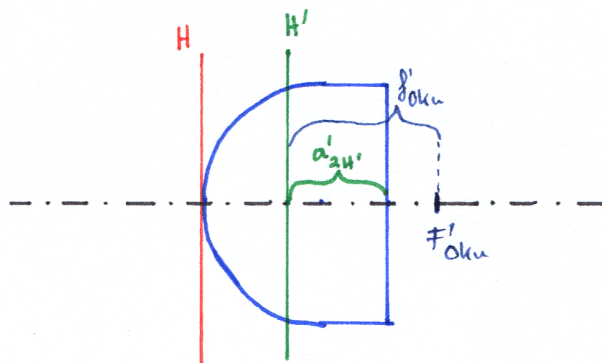
f) $\frac{1}{f'} = (n-1) \cdot \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) + \frac{(n-1)^2 \cdot d}{n \cdot r_1 \cdot r_2}$

$$\frac{1}{20\text{mm}} = 0,8 \cdot \frac{1}{r_1}$$

$$\rightarrow \underline{\underline{r_1 = 16 \text{ mm}}}$$

$$a_{1H} = f' \cdot \varphi_2 \cdot \frac{d}{n} = f' \cdot \frac{n'-n}{r_2} \cdot \frac{d}{n} = \underline{\underline{0}}$$

$$a'_{2H'} = -f' \cdot \varphi_1 \cdot \frac{d}{n} = -20\text{mm} \cdot \frac{1,8-1}{r_1=16\text{mm}} \cdot \frac{2,5\text{mm}}{1,8} = \underline{\underline{-1,39 \text{ mm}}}$$



$$g) \Gamma = -\frac{f'_{\text{Tubus}}}{f'_{\text{obj}}} \cdot \frac{250 \text{ mm}}{f'_{\text{oku}}} = \frac{-40 \text{ mm} \cdot 250 \text{ mm}}{15 \text{ mm} \cdot 20 \text{ mm}}$$

$$\Gamma = -33,33$$

Aufgabe 2: Laser

$$a) k = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{5000 \frac{1}{\text{cm}}} = 12566,4 \cdot 10^{-9} \text{ m} \\ = \underline{\underline{12566,4 \text{ nm}}}$$

$$E = h \cdot \omega = h \cdot c \cdot k = \frac{h}{2\pi} \cdot c \cdot k \\ = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{2\pi} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 5000 \frac{1}{\text{cm}} \\ = \underline{\underline{1,582 \cdot 10^{-20} \text{ J}}}$$

$$b) I_{(z)} = I_0 \cdot e^{-d \cdot z} \\ 0,3 I_0 = I_0 \cdot e^{-d \cdot 1 \text{ mm}} \\ \ln(0,3) = -d \cdot 1 \text{ mm}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{d = 1,204 \frac{1}{\text{mm}}}}$$

c)

$$z_0 = \frac{\pi \cdot w_0^2}{\lambda} = \frac{\pi \cdot (1\text{mm})^2}{12566,4\text{ nm}} = 0,25\text{ m} = \underline{\underline{250\text{ mm}}}$$

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_0}\right)^2} = 1\text{mm} \cdot \sqrt{1 + \underbrace{\left(\frac{1\text{m}}{0,25\text{m}}\right)^2}_{2,5^2}}$$

$$\underline{\underline{w_{(1m)} = 4,123\text{ mm}}}$$

d)

$$I_{(r)} = I_0 \exp\left(-2 \frac{r^2}{w_0^2}\right)$$

$$\frac{1}{8} I_0 = I_0 \exp\left(-2 \frac{r^2}{w_0^2}\right)$$

$$\ln\left(\frac{1}{8}\right) = -2 \cdot \frac{r^2}{w_0^2}$$

$$\rightarrow r^2 = \ln\left(\frac{1}{8}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot w_0^2$$

$$r^2 = \ln\left(\frac{1}{8}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot (1\text{mm})^2$$

$$r^2 = 1,0397\text{ mm}^2$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{r_{1/2} = \pm 1,02\text{ mm}}}$$

e)

$$K = \frac{I_{\text{Max}} - I_{\text{Min}}}{I_{\text{Max}} + I_{\text{Min}}}$$

$$I_1 = 1I$$

$$I_2 = 9I$$

$$I_{\text{ges}} = I_1 + I_2 + 2 \sqrt{I_1 \cdot I_2} \cdot \cos(\varphi_1 - \varphi_2)$$

$$= I + 9I + 2 \sqrt{1I \cdot 9I} \cdot \cos(\varphi_1 - \varphi_2)$$

$$\Rightarrow I_{\text{Max}} = 10I + 6I = 16I$$

$$I_{\text{Min}} = 10I - 6I = 4I$$

$$K = \frac{16I - 4I}{16I + 4I} = \underline{\underline{0,6}}$$