

Aufgabe 1 **20 Punkte****Aufgabe 1.1****a) SSK**

Es werden durch verändern von R_L mehrere Wertepaare (U_{AB} / I_{AB}) aus Strom- und Spannungsmessungen bestimmt und diese in einem Diagramm grafisch dargestellt, z. B. U_{AB} über I_{AB} .

b) Es genügen zwei Messpunkte

Das Netzwerk ist linear, da es nur aus linearen Zweipolen besteht. Somit ist die Strom-Spannungs-Kennlinie eine Gerade. Eine Gerade ist durch zwei Punkte vollständig bestimmt.

1. Punkt Leerlauf: $U_{AB,LL} = 12 \text{ V}$

2. Punkt Kurzschluss: $I_{AB,KS} = 4 \text{ A}$

c) Leerlauf

$$R_L = \infty \Omega \rightarrow I_{AB} = 0 \text{ A} \rightarrow U_{AB} = U_{AB,LL}$$

$$U_{AB,LL} = 12 \text{ V}$$

d) Kurzschluss

$$R_L = 0 \Omega \rightarrow U_{AB} = 0 \text{ V} \rightarrow I_{AB} = I_{AB,KS}$$

$$I_{AB,KS} = 4 \text{ A}$$

Aufgabe 1.2**a) Strom I**

$$I_{AB,KS} = 4 \text{ A}$$

Stromteiler-Regel:
$$I_{AB,KS} = I \cdot \frac{R}{R + R} = I \cdot \frac{1}{2} = 4 \text{ A}$$

$$I = 2 \cdot I_{AB,KS} = 2 \cdot 4 \text{ A} = 8 \text{ A}$$

b) Widerstand R

$$U_{AB,LL} = R \cdot I$$

$$R = \frac{U_{AB,LL}}{I} = \frac{12 \text{ V}}{8 \text{ A}} = 1,5 \Omega$$

Aufgabe 1.3**a) Ströme bei $R_L = R$**

$$I_1 = I = 8 \text{ A}$$

$$I_2 = I \cdot \frac{R + R_L}{R + R + R_L} = I \cdot \frac{2 \cdot R}{3 \cdot R} = I \cdot \frac{2}{3} = 8 \text{ A} \cdot \frac{2}{3} = 5,333 \text{ A}$$

$$I_3 = I \cdot \frac{R}{R + R + R_L} = I_1 \cdot \frac{R}{3 \cdot R} = I \cdot \frac{1}{3} = 8 \text{ A} \cdot \frac{1}{3} = 2,667 \text{ A}$$

b) Von der Quelle in 1 h gelieferte Energie

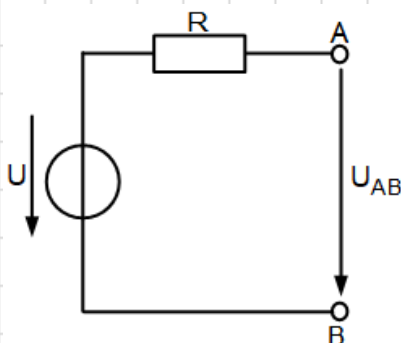
Gesamtwiderstand aus Sicht der Stromquelle:

$$R_{\text{ges}} = R + \frac{R \cdot (R + R_L)}{R + R + R_L} = R + \frac{R \cdot 2 \cdot R}{3 \cdot R} = R + \frac{2}{3} R = 1,5 \Omega + 1 \Omega = 2,5 \Omega$$

$$U = R_{\text{ges}} \cdot I = 2,5 \Omega \cdot 8 \text{ A} = 20 \text{ V}$$

$$W_q = U \cdot I \cdot t = 20 \text{ V} \cdot 8 \text{ A} \cdot 3.600 \text{ s} = 576.000 \text{ Ws} = 576 \text{ kJ}$$

$$W_q = U \cdot I \cdot t = 20 \text{ V} \cdot 8 \text{ A} \cdot 1 \text{ h} = 160 \text{ Wh} = 0,16 \text{ kWh}$$

Aufgabe 1.4**a) Ersatzspannungsquelle**

b) Quellspannung U_q und Innenwiderstand R_i

Aus SSK: $U_q = U_{AB,LL} = 12 \text{ V}$

$$I_{KS} = \frac{U_q}{R_i} = 4 \text{ A}$$

$$R_i = \frac{U_q}{I_{KS}} = \frac{12 \text{ V}}{4 \text{ A}} = 3 \Omega$$

Oder: Stromquelle wirkungslos $\rightarrow$ auftrennen!! $R_i = R + R = 1,5 \Omega + 1,5 \Omega = 3 \Omega$

Aufgabe 2 **20 Punkte**
Aufgabe 2.1

- a) Im Gegensatz zum Ohmwiderrstand ist die Spule ein Energiespeicher.

Das Grundgesetz lautet $u_L(t) = L \cdot \frac{di_L(t)}{dt}$

b) Energie kennzeichnende Größe

Der Spulenstrom $i_L(t)$ wegen der zeitlichen Ableitung.

→ Er darf / kann nicht Springen, d. h. er muss stetig verlaufen!

c) Verhalten von L bei $t = 0$ s und $t \rightarrow \infty$ s

$t = 0$ s: Wie ein Leerlauf, d. h. ein unendlich großer Widerstand, denn es fließt im ersten Moment kein Strom.

$t \rightarrow \infty$ s Wie ein Kurzschluss, d. h. ein Widerstand von null Ohm.

Aufgabe 2.2 **10 Punkte**

- a) Zeigen, dass S vor dem Schließen von S stromlos war:

Gleichung (1) mit $t = 0$ s liefert: $i_L(t = 0 \text{ s}) = \frac{U}{R_1} \cdot (1 - e^0) = \frac{U}{R_1} \cdot (1 - 1) = 0 \text{ A}$

Es muss gelten: $i_L(t = 0 \text{ s}) = i_L(t < 0 \text{ s}) = 0 \text{ A}$

b) Ströme und Spannungen zum Zeitpunkt $t = 0$ s

$i_L(t = 0 \text{ s}) = 0 \text{ A}$ (siehe oben)

Aus KR und MR: $i(t = 0 \text{ s}) = i_2(t = 0 \text{ s}) = \frac{U}{R_1 + R_2}$

OG und MR: $u_{R2}(t = 0 \text{ s}) = R_2 \cdot i_2(t = 0 \text{ s}) = \frac{U \cdot R_2}{R_1 + R_2} = u_L(t = 0 \text{ s})$

$u_L(t = 0 \text{ s}) = u_{R2}(t = 0 \text{ s}) = \frac{U \cdot R_2}{R_1 + R_2}$

c) Zeitfunktion für $u_L(t)$

$$u_L(t) = L \cdot \frac{di_L(t)}{dt} = L \cdot \frac{d}{dt} \left[\frac{U}{R_1} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \right] = -L \cdot \frac{U}{R_1} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \cdot \left(-\frac{1}{\tau} \right) = L \cdot \frac{U}{R_1} \cdot \frac{1}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Mit τ :

$$u_L(t) = L \cdot \frac{U}{R_1} \cdot \frac{R_1 \cdot R_2}{L \cdot (R_1 + R_2)} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{U \cdot R_2}{(R_1 + R_2)} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

d) Zeitpunkt t_1 :

$$u_L(t_1) \stackrel{!}{=} \frac{1}{2} \cdot \frac{U \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{U \cdot R_2}{(R_1 + R_2)} \cdot e^{-\frac{t_1}{\tau}}$$

$$\frac{1}{2} = e^{-\frac{t_1}{\tau}} \rightarrow \ln\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{t_1}{\tau} \rightarrow t_1 = -\tau \cdot \ln\left(\frac{1}{2}\right) = \tau \cdot \ln(2) \approx 0,693 \cdot \tau$$

Aufgabe 2.3 **4 Punkte****a) Schalter S ist unendlich lange geschlossen.**

$$\text{Aus (1) mit } t = \infty \text{ s: } i_L(t = \infty \text{ s}) = \frac{U}{R_1} \cdot (1 - e^{-\infty}) = \frac{U}{R_1} \cdot (1 - 0) = \frac{U}{R_1}$$

$$u_L(t = \infty \text{ s}) = \frac{U \cdot R_2}{(R_1 + R_2)} \cdot e^{-\frac{\infty}{\tau}} = 0 \text{ V} \quad (\text{Kurzschluss})$$

$$u_{R2}(t = \infty \text{ s}) = u_L(t = \infty \text{ s}) = 0 \text{ V}$$

$$i_2(t = \infty \text{ s}) = 0 \text{ A} \qquad i(t = \infty \text{ s}) = i_L(t = \infty \text{ s}) = \frac{U}{R_1}$$

b) Leistung der Quelle.

$$P = R_1 \cdot i(t = \infty \text{ s})^2 = \frac{U^2}{R_1}$$

Aufgabe 2.4**a) S wird wieder geöffnet**

$$i(t_2) = 0 \text{ A} \quad \text{S offen} \rightarrow \text{Kein geschlossener Stromkreis!}$$

$$i_L(t_2) = i_L(t = \infty \text{ s}) = \frac{U}{R_1} \quad \rightarrow \quad \text{muss stetig verlaufen!}$$

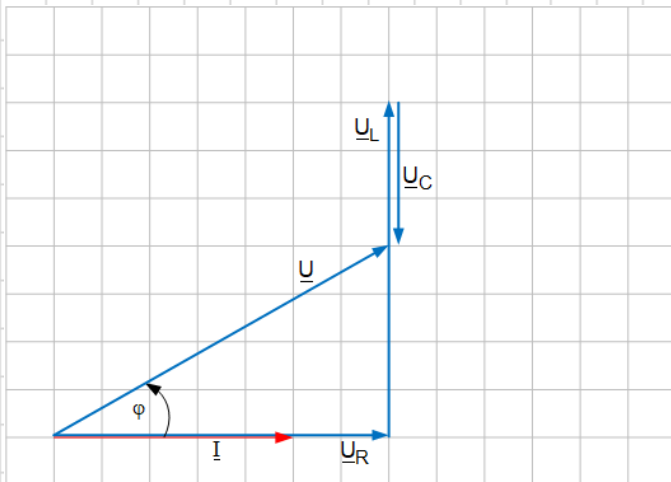
$$i_2(t_2) = -i_L(t_2) = -\frac{U}{R_1}$$

$$u_L(t_2) = u_{R2}(t_2) = R_2 \cdot i_2(t_2) = -\frac{U \cdot R_2}{R_1}$$

b) Was passiert mit der in der Spule anfangs gespeicherten Energie?

Die Energie der Spule wird nach und nach in R_2 in Wärme umgewandelt.

Nach theoretisch unendlich langer Zeit ist die gesamte in der Spule gespeicherte Energie in Wärme umgewandelt worden!

Aufgabe 3 **20 Punkte****Aufgabe 3.1****a) Zeigerdiagramm (qualitativ)****b) Verhalten der Schaltung nach obigem ZD:**

Da $0^\circ < \varphi < 90^\circ$ wirkt die Schaltung ohmsch-induktiv!

Aufgabe 3.2 **7 Punkte****a) Ersatzimpedanz $\underline{Z}$.**

$$X_L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L = 2 \cdot \pi \cdot 50 \frac{1}{s} \cdot 47,75 \cdot 10^{-3} \text{ H} = 15 \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 50 \frac{1}{s} \cdot 106,1 \cdot 10^{-6} \text{ F}} = 30 \Omega$$

$$\underline{Z} = R + j \cdot (X_L - X_C) = 2 \Omega + j \cdot (15 - 30) \Omega = (2 - j \cdot 15) \Omega = 15,13 \cdot e^{-j \cdot 82,4^\circ} \Omega$$

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} = \frac{30 \text{ V}}{15,13 \Omega} \cdot e^{j \cdot 82,4^\circ} = 1,982 \text{ A} \cdot e^{j \cdot 82,4^\circ} = (0,262 + j \cdot 1,965) \text{ A}$$

$$I = |\underline{I}| = 1,982 \text{ A}$$

$$U_R = R \cdot I = 2 \Omega \cdot 1,982 \text{ A} = 3,964 \text{ V}$$

$$U_L = X_L \cdot I = 15 \Omega \cdot 1,982 \text{ A} = 29,73 \text{ V}$$

$$U_C = X_C \cdot I = 30 \Omega \cdot 1,982 \text{ A} = 59,46 \text{ V}$$

$$U_{LC} = |U_L - U_C| = |29,73 \text{ V} - 59,46 \text{ V}| = 29,73 \text{ V}$$

b) Leistungen $\underline{S}$, P und Q .

$$\underline{S} = \underline{U} \cdot \underline{I}^* = 30 \text{ V} \cdot (0,262 - j \cdot 1,965) \text{ A} = (7,86 - j \cdot 58,95) \text{ VA}$$

$$P = \operatorname{Re}\{\underline{S}\} = 7,86 \text{ W}$$

$$Q = \operatorname{Im}\{\underline{S}\} = -58,95 \text{ var} \quad \text{kapazitiv, da negativ!}$$

Aufgabe 3.3 **9 Punkte****a) Ausgangsbedingung zur Berechnung der Resonanzfrequenz.**

Bei der Resonanzfrequenz verschwindet der Imaginärteil der Impedanz, d. h.:

$$\operatorname{Im}(\underline{Z}) = 0 \Omega \quad \text{bei } f = f_R$$

b) Resonanzfrequenz f_R .

$$f_R = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{47,75 \cdot 10^{-3} \text{ H} \cdot 106,1 \cdot 10^{-6} \text{ F}}} = 70,71 \text{ Hz}$$

c) Impedanz $\underline{Z}$ bei $f = f_R$.

$$X_L = 2 \cdot \pi \cdot f_R \cdot L = 2 \cdot \pi \cdot 70,71 \frac{1}{\text{s}} \cdot 47,75 \cdot 10^{-3} \text{ H} = 21,21 \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f_R \cdot C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 70,71 \frac{1}{\text{s}} \cdot 106,1 \cdot 10^{-6} \text{ F}} = 21,21 \Omega$$

$$\underline{Z} = R + j \cdot (X_L - X_C) = 2 \Omega + j \cdot (21,21 - 21,21) \Omega = 2 \Omega$$

d) Effektivwerte vom Strom und den Spannungen.

$$I = \frac{U}{R} = \frac{30 \text{ V}}{2 \Omega} = 15 \text{ A}$$

$$U_R = U = 30 \text{ V}$$

$$U_L = U_C = X_L \cdot I = 21,21 \Omega \cdot 15 \text{ A} = 318,15 \text{ V}$$

$$U_{LC} = |U_L - U_C| = 0 \text{ V}$$

Bei $f = f_R$ können die Spannungen an L und C viel größer werden als die angelegte Spannung U. An R fällt die Spannung U ab.

e) Der Resonanzfall ist besonders gefährlich, wenn ...

Je kleiner R wird, desto größer werden die Spannungen an L und C.

Bei zu großen Spannungen können L und / oder C zerstört werden.

f) Leistungen

$$S = U \cdot I = 30 \text{ V} \cdot 15 \text{ A} = 450 \text{ VA}$$

$$P = 450 \text{ VA}$$

$$Q = 0 \text{ var}$$

Aufgabe 4 **20 Punkte****Aufgabe 4.1****a) Eingangsspannung u_e .**Abgelesen: $\hat{u}_e = 10 \text{ mV}$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,5 \text{ ms}} = 2.000 \text{ Hz}$$

$$u_e(t) = \hat{u}_e \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t) = 10 \text{ mV} \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 2.000 \text{ Hz} \cdot t)$$

b) Spannung u_{CE} .Abgelesen: $\hat{u}_{CE} = 5 \text{ V} - 3 \text{ V} = 2 \text{ V}$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,5 \text{ ms}} = 2.000 \text{ Hz}$$

Gleichanteil von u_{CE} abgelesen: $U_{CE,AP} = 3 \text{ V}$

$$u_{CE} = U_{CE,AP} - \hat{u}_{CE} \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t) = 3 \text{ V} - 2 \text{ V} \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 2.000 \text{ Hz} \cdot t)$$

c) Wirkung von C_2 . C_2 unterdrückt den Gleichanteil $U_{CE,AP}$.

$$u_a(t) = -\hat{u}_{CE} \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t) = -2 \text{ V} \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 2.000 \text{ Hz} \cdot t)$$

d) Unterschiede zwischen $u_a(t)$ und $u_e(t)$. $u_a(t)$ unterscheidet sich von $u_e(t)$ in der Amplitude und im Nullphasenwinkel. $u_a(t)$ ist gegenüber $u_e(t)$ um 180° phasenverschoben $\rightarrow$ Minuszeichen!**e) Leerlaufspannungsverstärkung v_U .**

$$v_U = \frac{\hat{u}_a}{\hat{u}_e} = \frac{2 \text{ V}}{10 \text{ mV}} = 200$$

f) Versorgungsspannung U_{Bat} .

$$U_{Bat} = 2 \cdot U_{CE,AP} = 2 \cdot 3 \text{ V} = 6 \text{ V}$$

g) Berechnung von R_C .

$$R_C = \frac{U_{RC}}{I_{C,AP}} = \frac{U_{Bat} - U_{CE,AP}}{I_{C,AP}} = \frac{6\text{ V} - 3\text{ V}}{10\text{ mA}} = 300\ \Omega$$

h) Gleichanteil des Basisstromes im AP – $I_{B,AP}$.

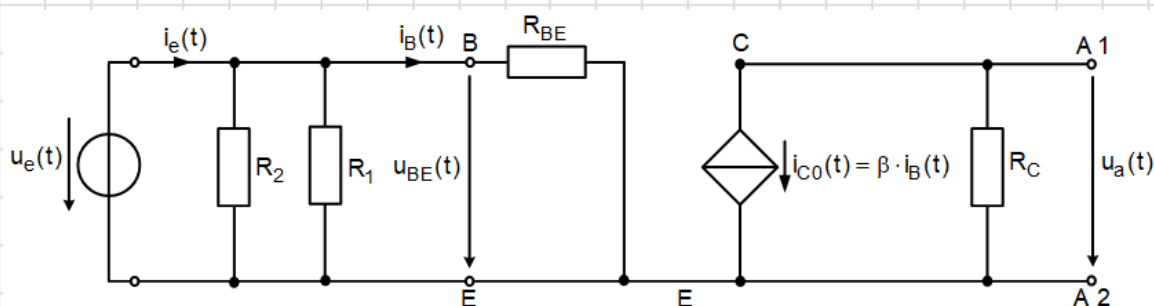
$$I_{B,AP} = \frac{I_{C,AP}}{\beta} = \frac{10\text{ mA}}{200} = 50\ \mu\text{A}$$

$$I_{2,AP} = 10 \cdot I_{B,AP} = 10 \cdot 50\ \mu\text{A} = 0,5\text{ mA}$$

$$R_2 = \frac{U_{BE,AP}}{I_2} = \frac{0,6\text{ V}}{0,5\text{ mA}} = 1.200\ \Omega$$

$$I_{1,AP} = I_{B,AP} + I_{2,AP} = 0,05\text{ mA} + 0,5\text{ mA} = 0,55\text{ mA}$$

$$R_1 = \frac{U_{Bat} - U_{BE,AP}}{I_{1,AP}} = \frac{6\text{ V} - 0,6\text{ V}}{0,55\text{ mA}} = 9.818\ \Omega$$

Aufgabe 4.2**a) Wechselstrom-Ersatzschaltbild****b) Amplitude des Wechselanteils des Basisstromes:**

$$\hat{i}_B = \frac{\hat{u}_e}{R_{BE}} = \frac{10\text{ mV}}{250\ \Omega} = 0,04\text{ mA}$$

c) $\hat{i}_{C0}$ und R_{CE} .

$$\hat{i}_{C0} = \beta \cdot \hat{i}_B = 100 \cdot 0,04\text{ mA} = 4\text{ mA}$$

$$R_{CE} = \frac{\hat{u}_{CE}}{\hat{i}_{C0}} = \frac{2\text{ V}}{4\text{ mA}} = 500\ \Omega$$

Aufgabe 5**20 Punkte****Aufgabe 5.1****a) Widerstandswerte**

$$R_1(20^\circ\text{C}) = 100 \, \Omega \cdot \left(1 + \frac{20^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C}}{100^\circ\text{C}}\right) = 100 \, \Omega$$

$$R_1(45^\circ\text{C}) = 100 \, \Omega \cdot \left(1 + \frac{45^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C}}{100^\circ\text{C}}\right) = 125 \, \Omega$$

$$R_1(55^\circ\text{C}) = 100 \, \Omega \cdot \left(1 + \frac{55^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C}}{100^\circ\text{C}}\right) = 135 \, \Omega$$

b) Heißleiter oder Kaltleiter?

Es handelt sich um einen Kaltleiter, weil mit abnehmender Temperatur der Widerstand kleiner wird (θ kleiner → Widerstand kleiner).

c) Spannung $u_{e1}(\theta)$ bei den obigen Temperaturen.

Da R_3 und R_4 im Vergleich zu R_2 viel größer sind, können sie in der Parallel-Schaltung zu R_2 praktisch vernachlässigt werden:

$$U_{e1}(\theta) = U_{\text{Bat}} \cdot \frac{R_2}{R_1(\theta) + R_2}$$

$$U_{e1}(20^\circ\text{C}) = U_{\text{Bat}} \cdot \frac{R_2}{R_1(20^\circ\text{C}) + R_2} = 12 \, \text{V} \cdot \frac{500 \, \Omega}{100 \, \Omega + 500 \, \Omega} = 10 \, \text{V}$$

$$U_{e1}(45^\circ\text{C}) = U_{\text{Bat}} \cdot \frac{R_2}{R_1(45^\circ\text{C}) + R_2} = 12 \, \text{V} \cdot \frac{500 \, \Omega}{125 \, \Omega + 500 \, \Omega} = 9,6 \, \text{V}$$

$$U_{e1}(55^\circ\text{C}) = U_{\text{Bat}} \cdot \frac{R_2}{R_1(55^\circ\text{C}) + R_2} = 12 \, \text{V} \cdot \frac{500 \, \Omega}{135 \, \Omega + 500 \, \Omega} = 9,5 \, \text{V}$$

Aufgabe 5.2

a) Spannung U_{e2} .

Es gilt: $U_{\text{Bat}} = R_Z \cdot I_Z + U_{e2} \quad (1)$

$$U_{e2} = U_Z = R_{DZ} \cdot I_Z + U_{Z0} \quad (2)$$

Aus (1): $I_Z = \frac{U_{\text{Bat}} - U_{e2}}{R_Z} \quad (3)$

(3) in (2) und nach U_{e2} auflösen ergibt: $U_{e2} = \frac{R_{DZ} \cdot U_{\text{Bat}} + R_Z \cdot U_{Z0}}{R_Z + R_{DZ}}$

b) Widerstand R_Z .

Vorige Gleichung nach R_Z umstellen ergibt: $R_Z = R_{DZ} \cdot \frac{U_{\text{Bat}} - U_{e2}}{U_{e2} - U_{Z0}}$

Werte einsetzen: $R_Z = 10 \, \Omega \cdot \frac{12 \, \text{V} - 10 \, \text{V}}{10 \, \text{V} - 9,9 \, \text{V}} = 200 \, \Omega$

Aufgabe 5.3

a) OP-Grundsaltung.

Aus dem Schaltungskatalog: Es handelt sich um einen Subtrahierer.

b) Spannung U_a .

Aus der Formelsammlung: $U_a = \frac{R_4}{R_3} \cdot (U_{e1} - U_{e2})$

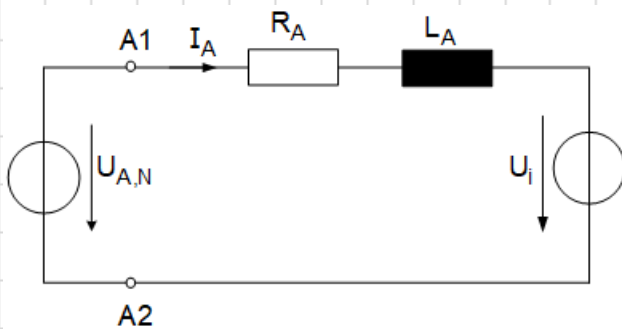
c) Ist-Temperatur, wenn $U_a = -0,8 \, \text{V}$ beträgt.

Vorige Gleichung nach U_{e1} auflösen ergibt:

$$U_{e1} = \frac{R_3}{R_4} \cdot U_a + U_{e2}$$

$$U_{e1} = \frac{5 \, \text{k}\Omega}{10 \, \text{k}\Omega} \cdot (-0,8 \, \text{V}) + 10 \, \text{V} = 9,6 \, \text{V}$$

Vergleich der Spannungen aus Aufgabe 5.1 c) liefert $\vartheta = 45^\circ\text{C}$

Aufgabe 6**20 Punkte****Aufgabe 6.1****a) Ersatzschaltbild****b) Induktivität**

Stationäre Verhältnisse $\rightarrow$ Gleichgrößen $\rightarrow$ Kein Spannungsabfall an L_A .

Aufgabe 6.2**Nennbetrieb**

$$P_{A,N} = \frac{P_N}{\eta_N} = \frac{2 \text{ W}}{50 \%} = 4 \text{ W}$$

$$I_{A,N} = \frac{P_{A,N}}{U_{A,N}} = \frac{4 \text{ W}}{12 \text{ V}} = 0,333 \text{ A}$$

$$P_{VA,N} = P_{A,N} - P_N = 4 \text{ W} - 2 \text{ W} = 2 \text{ W}$$

$$R_A = \frac{P_{VA,N}}{I_{A,N}^2} = \frac{2 \text{ W}}{(0,333 \text{ A})^2} = 18 \Omega$$

$$U_{i,N} = U_{A,N} - R_A \cdot I_{A,N} = 12 \text{ V} - 18 \Omega \cdot 0,333 \text{ A} = 6 \text{ V}$$

$$M_N = \frac{P_N}{2 \cdot \pi \cdot \eta_N} = \frac{2 \text{ W}}{2 \cdot \pi \cdot 4.000 \text{ min}^{-1} \cdot \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}}} = 0,004775 \text{ Nm} \cdot \frac{100 \text{ cm}}{\text{m}} = 0,4775 \text{ Ncm}$$

$$(c \cdot \Phi) = \frac{M_N}{I_{A,N}} = \frac{0,004775 \text{ Nm}}{0,333 \text{ A}} = 14,34 \text{ mVs}$$

Aufgabe 6.3

Stillstandmoment:

$$M_{\text{St}} = (c \cdot \Phi) \cdot I_{A,\text{St}} = (c \cdot \Phi) \cdot \frac{U_{A,N}}{R_A} = 14,34 \cdot 10^{-3} \text{ Vs} \cdot \frac{12 \text{ V}}{18 \Omega} = 0,956 \text{ Ncm}$$

Leerlaufdrehzahl: $n_0 = \frac{U_{i,0}}{U_{i,N}} \cdot n_N = \frac{12 \text{ V}}{6 \text{ V}} \cdot 4.000 \text{ min}^{-1} = 8.000 \text{ min}^{-1}$

Aufgabe 6.4**a) M-n-Charakteristik.**

$$U_i = U_A - R_A \cdot I_A \quad (1)$$

$$U_i = c \cdot \Phi \cdot 2 \cdot \pi \cdot n \quad (2)$$

$$M = c \cdot \Phi \cdot I_A \quad (3)$$

$$I_A = \frac{M}{c \cdot \Phi} \quad (4)$$

(2) und (4) in (1) einsetzen: $c \cdot \Phi \cdot 2 \cdot \pi \cdot n = U_A - R_A \cdot \frac{M}{c \cdot \Phi}$

Vorfaktor bei n zu 1 machen: $n = \frac{U_A}{c \cdot \Phi \cdot 2 \cdot \pi} - R_A \cdot \frac{M}{(c \cdot \Phi)^2 \cdot 2 \cdot \pi}$

Nach M auflösen: $M(n) = \frac{\frac{U_A}{c \cdot \Phi \cdot 2 \cdot \pi} - n}{\frac{R_A}{(c \cdot \Phi)^2 \cdot 2 \cdot \pi}}$

$$a = \frac{U_A}{c \cdot \Phi \cdot 2 \cdot \pi} = \frac{12 \text{ V}}{14,34 \cdot 10^{-3} \text{ Vs} \cdot 2 \cdot \pi} = 133,18 \frac{1}{\text{s}}$$

$$b = \frac{R_A}{(c \cdot \Phi)^2 \cdot 2 \cdot \pi} = \frac{18 \Omega}{(14,34 \cdot 10^{-3} \text{ Vs})^2 \cdot 2 \cdot \pi} = 13.931 \frac{1}{\text{Nm} \cdot \text{s}}$$

Einheitenrechnung:

$$b = \frac{\Omega}{\text{V}^2 \cdot \text{s}^2} = \frac{\text{V}}{\text{A} \cdot \text{V} \cdot \text{V} \cdot \text{s}^2} = \frac{1}{\text{A} \cdot \text{V} \cdot \text{s}^2} = \frac{1}{\text{W} \cdot \text{s}^2} = \frac{1}{\text{Ws} \cdot \text{s}} = \frac{1}{\text{J} \cdot \text{s}} = \frac{1}{\text{Nm} \cdot \text{s}}$$

Oder: $[M] = \frac{[a - n]}{[b]}$ $[b] = \frac{[a - n]}{[M]} = \frac{s^{-1}}{Nm} = \frac{1}{Nms}$

b) Stationäre Drehzahl n_{AP} .

Im AP gilt: $M(n_{AP}) = M_L(n_{AP})$

$$1 \cdot 10^{-2} \text{ Nm} - 70 \cdot 10^{-6} \text{ Nms} \cdot n_{AP} = 1 \cdot 10^{-6} \text{ Nms}^2 \cdot n_{AP}^2$$

Umformen:

$$1 \cdot 10^{-6} \text{ Nms}^2 \cdot n_{AP}^2 - 70 \cdot 10^{-6} \text{ Nms} \cdot n_{AP} - 1 \cdot 10^{-2} \text{ Nm} = 0$$

$$n_{AP}^2 - 70 \frac{1}{s} \cdot n_{AP} - 10.000 \frac{1}{s^2} = 0$$

Lösen der quadratischen Gleichung:

$$n_{AP,1/2} = -\frac{70}{2s} \pm \sqrt{\left(\frac{70}{2s}\right)^2 + 10.000 \frac{1}{s^2}}$$

$$n_{AP,1/2} = -35 s^{-1} \pm 106 s^{-1}$$

$$n_{AP,1} = -35 s^{-1} + 106 s^{-1} = 71 s^{-1} = 4.260 \text{ min}^{-1}$$

$$n_{AP,2} = -35 s^{-1} - 106 s^{-1} = -141 s^{-1} = -8.460 \text{ min}^{-1} \quad \text{physikalisch sinnlos!!}$$

D. h.: $n_{AP} = n_{AP,1} = 4.260 \text{ min}^{-1}$