

	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°	210°	225°	240°	270°	300°	315°	330°	360°
$\sin$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0
$\cos$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\tan$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	-	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	-	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0

Rechenetze Binome

$$\begin{aligned}(a+b)^2 &= a^2 + 2ab + b^2 \\ (a-b)^2 &= a^2 - 2ab + b^2 \\ (a+b)(a-b) &= a^2 - b^2 \\ (a+b)^3 &= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \\ (a-b)^3 &= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3\end{aligned}$$

Komplexe Zahlen

$$\begin{aligned}z &= a+bi = r(\cos(\varphi) + i\sin(\varphi)) \\ (\text{Wandelsatz}) \quad (Polar \rightarrow \text{Koordinat})\end{aligned}$$

Allg.

$$\begin{aligned}r &= \sqrt{a^2+b^2} \quad \varphi = \arctan\left(\frac{b}{a}\right) \\ z &= a+bi \quad |z| = \sqrt{a^2+b^2}\end{aligned}$$

Arg

$$\begin{aligned}\arg(z_1 z_2) &= \arg(z_1) + \arg(z_2) \\ \arg\left(\frac{z_1}{z_2}\right) &= \arg(z_1) - \arg(z_2) \\ \arg(-z) &= \arg(z) + \pi \\ \arg(\bar{z}) &= -\arg(z) \\ \arg(-z) &= \pi - \arg(z)\end{aligned}$$

Vektorräume

$$\begin{aligned}\text{Untervektorraum U} &= \{u \in V \mid u+u' \in U, \lambda u \in U\} \\ \text{U} &= \{u \in V \mid u+u' \in U, \lambda u \in U\} \\ \text{U} &= \{u \in V \mid u+u' \in U, \lambda u \in U\}\end{aligned}$$

Skalarprodukt

$$\begin{aligned}|u| &= \sqrt{u \cdot u} \\ \langle u, v \rangle &= |u||v| \cos(\varphi) \\ \langle u, u \rangle &= |u|^2 \\ \langle u, v \rangle &= 0 \Rightarrow u \perp v\end{aligned}$$

Ebene, Gerade, Punkt

$$\begin{aligned}\text{Gerade: Ebene} &= \{p + s \cdot v + t \cdot w\} \\ g: E &= \{p + s \cdot v + t \cdot w\} \\ \text{LGS mit 2 und Parameter setzen} &= \{p + s \cdot v + t \cdot w\} \\ d: \langle n, p - p_0 \rangle &= 0 \\ \text{Gerade: } g &= \{p + s \cdot v + t \cdot w\}\end{aligned}$$

Binomialkoeffizient

$$\begin{aligned}\binom{n}{k} &= \frac{n!}{k!(n-k)!} \\ \binom{n}{k} &= \binom{n}{n-k} \\ \binom{n}{0} &= \binom{n}{n} = 1 \\ \binom{n}{1} &= \binom{n}{n-1} = n \\ \binom{n}{2} &= \frac{n(n-1)}{2}\end{aligned}$$

Polar-Koordinaten

$$\begin{aligned}z &= r(\cos(\varphi) + i\sin(\varphi)) \\ \bar{z} &= r(\cos(\varphi) - i\sin(\varphi)) \\ \frac{1}{z} &= \frac{1}{r}(\cos(\varphi) - i\sin(\varphi)) \\ |z|^2 &= z \cdot \bar{z} = r^2 \\ |z| &= r = \sqrt{a^2+b^2}\end{aligned}$$

Kreis-Mittelpunkt

$$\begin{aligned}\text{Kreis-Mittelpunkt } (x_0, y_0) &= (x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 = r^2 \\ \text{Gerade } y = mx + c &= b \cdot m + c \quad (\text{konstante Zahlen})\end{aligned}$$

Hilf:

$$\begin{aligned}E: \{x \in \mathbb{R}^2 \mid \frac{1}{\sqrt{a^2+b^2}}(ax+by) = d\} \\ R: \{x \in \mathbb{R}^2 \mid ax+by = d\} \\ \text{Polar-Koordinaten } R: \{x \in \mathbb{R}^2 \mid r = \frac{d}{\cos(\varphi - \varphi_0)}\}\end{aligned}$$

LGS und Gauß

$$\begin{aligned}\text{Lösung wenn det } \neq 0 &\rightarrow \text{lineare Unabhängigkeit} \\ \text{Lösungen für det } = 0 &= \text{LGS mit } \begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2 \times 2} \\ \text{homogen } b=0 &= \text{homogenes LGS} \\ \text{inhomogen } b \neq 0 &= \text{inhomogenes LGS} \\ \text{Bsp.} &= \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

Lineare Abbildungen

$$\begin{aligned}f: V \rightarrow W \text{ linear wenn } f(u+v) &= f(u) + f(v) \\ f(\lambda u) &= \lambda f(u) \\ \text{Bsp.} &= \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ \text{RG}(A) &= \text{Kern}(A) = \{x \in V \mid Ax = 0\}\end{aligned}$$

Orthogonal

$$\begin{aligned}A^T A &= E_n \quad A^T = A^{-1} \quad \det(A^T) = \det(A) \\ \text{Spalten } = \text{OWB} &= \text{Orthogonalbasis} \\ \text{Orthogonalisierbar } \Leftrightarrow \text{Bijektiv} &= \text{Orthogonalbasis} \\ \langle Au, v \rangle &= \langle u, A^T v \rangle \\ \text{Adjunkt: } \langle Au, v \rangle &= \langle u, Av \rangle \\ \text{OWB} &= \text{Orthogonalbasis} \\ \text{OWB} &= \text{Orthogonalbasis} \\ \text{OWB} &= \text{Orthogonalbasis}\end{aligned}$$

Dimension, Kern, Bild

$$\dim(V) = \dim(\text{Bild}(A)) + \dim(\text{Kern}(A))$$

$$\begin{aligned}\text{7. A: } \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2 \text{ ist ein } &= \text{Bijektiv} \\ \text{Bsp.} &= \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \text{7. A: } \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2 \text{ ist ein } &= \text{Bijektiv}\end{aligned}$$

Dimension, Kern, Bild

$$\begin{aligned}\dim(V) &= \dim(\text{Bild}(A)) + \dim(\text{Kern}(A)) \\ \text{Basis Bild} &= \text{Spalte von } A \text{ in Zeilenform} \\ \text{Basis Kern} &= \text{Parameter setzen} \\ \text{injektiv } \Leftrightarrow \text{Kern}(A) &= \{0\} \\ \text{surjektiv } \Leftrightarrow \text{Z} &= \dim(\text{Bild}(A)) \\ \text{bijectiv } \Leftrightarrow \text{Z} &= \dim(\text{Bild}(A))\end{aligned}$$

Rang Matrix

$$\begin{aligned}\text{Rang}(A) &= \dim(\text{Bild}(A)) \\ \text{Zeilen-Rang} &= \dim(\text{Bild}(A)) \\ \text{Spalten-Rang} &= \dim(\text{Bild}(A)) \\ \text{Rang}(A) &= \dim(\text{Bild}(A)) \\ \text{Rang}(A) &= \dim(\text{Bild}(A))\end{aligned}$$

Inverse

$$\begin{aligned}\text{Inverse} &= \text{Inverse} \\ \text{Inverse} &= \text{Inverse} \\ \text{Inverse} &= \text{Inverse}\end{aligned}$$

Determinanten

$$\begin{aligned}\det(A) &= \det(A) \\ \det(A) &= \det(A) \\ \det(A) &= \det(A)\end{aligned}$$

Orthogonal

$$\begin{aligned}A^T A &= E_n \\ \text{Spalten } = \text{OWB} &= \text{Orthogonalbasis} \\ \text{Orthogonalisierbar } \Leftrightarrow \text{Bijektiv} &= \text{Orthogonalbasis} \\ \langle Au, v \rangle &= \langle u, A^T v \rangle \\ \text{Adjunkt: } \langle Au, v \rangle &= \langle u, Av \rangle \\ \text{OWB} &= \text{Orthogonalbasis}\end{aligned}$$

Schnittliches Verfahren

$$\begin{aligned}(L_1, L_2) &= L_1 \cap L_2 \\ f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2 &= \text{Bijektiv} \\ f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2 &= \text{Bijektiv}\end{aligned}$$

Affine Abbildungen

$$\begin{aligned}\text{Drehung } A &= \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix} \\ \text{Drehung } A &= \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix} \\ \text{Drehung } A &= \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix}\end{aligned}$$

Koordinatentransformation

$$\begin{aligned}F &= \begin{pmatrix} f_1 & f_2 \\ f_3 & f_4 \end{pmatrix} \\ F &= \begin{pmatrix} f_1 & f_2 \\ f_3 & f_4 \end{pmatrix} \\ F &= \begin{pmatrix} f_1 & f_2 \\ f_3 & f_4 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

Eigenschaften

$$\begin{aligned}\text{Eigenschaften} &= \text{Eigenschaften} \\ \text{Eigenschaften} &= \text{Eigenschaften} \\ \text{Eigenschaften} &= \text{Eigenschaften}\end{aligned}$$

Orthogonal

$$\begin{aligned}\text{Orthogonal} &= \text{Orthogonal} \\ \text{Orthogonal} &= \text{Orthogonal} \\ \text{Orthogonal} &= \text{Orthogonal}\end{aligned}$$

Orthogonal

$$\begin{aligned}\text{Orthogonal} &= \text{Orthogonal} \\ \text{Orthogonal} &= \text{Orthogonal} \\ \text{Orthogonal} &= \text{Orthogonal}\end{aligned}$$

Euklidische Bewegung

$$\begin{aligned}\text{Euklidische Bewegung} &= \text{Euklidische Bewegung} \\ \text{Euklidische Bewegung} &= \text{Euklidische Bewegung} \\ \text{Euklidische Bewegung} &= \text{Euklidische Bewegung}\end{aligned}$$

Affine Abbildungen

$$\begin{aligned}\text{Affine Abbildungen} &= \text{Affine Abbildungen} \\ \text{Affine Abbildungen} &= \text{Affine Abbildungen} \\ \text{Affine Abbildungen} &= \text{Affine Abbildungen}\end{aligned}$$

Koordinatentransformation

$$\begin{aligned}\text{Koordinatentransformation} &= \text{Koordinatentransformation} \\ \text{Koordinatentransformation} &= \text{Koordinatentransformation} \\ \text{Koordinatentransformation} &= \text{Koordinatentransformation}\end{aligned}$$

Eigenschaften

$$\begin{aligned}\text{Eigenschaften} &= \text{Eigenschaften} \\ \text{Eigenschaften} &= \text{Eigenschaften} \\ \text{Eigenschaften} &= \text{Eigenschaften}\end{aligned}$$

Orthogonal

$$\begin{aligned}\text{Orthogonal} &= \text{Orthogonal} \\ \text{Orthogonal} &= \text{Orthogonal} \\ \text{Orthogonal} &= \text{Orthogonal}\end{aligned}$$

Orthogonal

$$\begin{aligned}\text{Orthogonal} &= \text{Orthogonal} \\ \text{Orthogonal} &= \text{Orthogonal} \\ \text{Orthogonal} &= \text{Orthogonal}\end{aligned}$$

Quadricken

$$Q := \{x \in \mathbb{R}^n \mid x^T A x + 2b^T x + c = 0\}$$

Anw.: $\begin{pmatrix} a & b \\ b^T & c \end{pmatrix} \Rightarrow$ $\begin{matrix} \text{Rang} = \text{Bil. Skulptur} \\ \text{Rang} = \text{Rang} \\ \text{Rang} = \text{Rang} \end{matrix}$

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ b^T & c \end{pmatrix}, \quad n = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$$

Elliptische Normalform

1. $D = F^T A F = F^T A F \Rightarrow E W$ von A
2. $F \in E W$ bestimmen und normieren
3. Diagonalisieren: $\tilde{F} D \tilde{F} + 2 \tilde{F} b + c = 0$
4. Verschieben (Quadrat Ergänzung)
 $Q = a_1^2 x_1^2 + \dots + a_n^2 x_n^2 + 1$
 $\Rightarrow Q = a_1^2 x_1^2 + \dots + a_n^2 x_n^2 + 1$
5. Substituieren $Q = a_1^2 x_1^2 + \dots + a_n^2 x_n^2 + 1$
6. Wenn $Q = 0$ dann Q mit C klammern
und Substituieren $Q = \frac{x_1^2}{a_1^2} + \dots + \frac{x_n^2}{a_n^2} = 1$

Elliptische

$$\begin{pmatrix} a_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & a_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & a_3^2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} x_1^2 & x_2^2 & x_3^2 \end{pmatrix} = F^T \begin{pmatrix} a_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & a_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & a_3^2 \end{pmatrix} F$$

positiv definit: alle EW > 0
negativ: alle EW < 0
indefinit: gemischt

Kugelige $Q: a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 = 1$
Elliptisches: $a_1^2 x_1^2 + a_2^2 x_2^2 + a_3^2 x_3^2 = 1$
Parabolisches: $a_1^2 x_1^2 + a_2^2 x_2^2 = 1$

Hauptachsente Ellipse
 $\frac{x_1^2}{a_1^2} + \frac{x_2^2}{a_2^2} = 1$

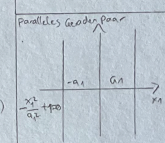
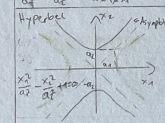
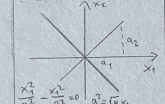
$$x_1^2 + x_2^2 = 1 \Rightarrow \text{Kreis (Kreis)} \\ \text{bzw. (Kreis)}$$

KS:

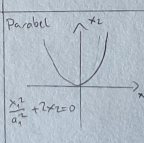
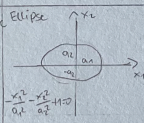
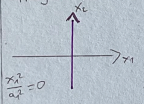
1. nach $z \rightarrow F = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, f_1, f_2$
2. nach $z \rightarrow G = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, f_1, f_2$
3. nach $z \rightarrow H = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, f_1, f_2$

x_1^2	x_2^2	x_3^2	c	Raum
+	+	+	0	ein Punkt
+	+	0	0	Doppelkegel
+	+	+	+	Ø Punkt
+	+	+	-	Zweischaliges Hyperboloid
+	+	0	-	Einseitiges Hyperboloid
+	+	+	-	Ellipsoid
+	+	0	-	elliptisches Paraboloid
+	+	0	0	hyperbolisches Paraboloid
+	+	0	+	ein Punkt (keine Gerade)
+	+	0	-	Schneidendes Geraden-/Ebenenpaar
+	+	0	0	Doppelgerade / Doppellebene
+	+	0	+	Ø Punkt
+	+	0	-	Hyperbel / hyperbolischer Zylinder
+	+	0	-	Ellipse / elliptischer Zylinder
+	+	0	+	Ø Punkt
+	+	0	-	paralleles Geraden-/Ebenenpaar
+	+	0	0	Parabel / parabolischer Zylinder

Schneidendes Geradenpaar



Doppelgerade



Spezial:

1. $p(x) = 1$
2. $p(x) = x + 1$
3. $p(x) = x^2 + 1$

Vektorprodukt

1. $b \times a = -b \times a$
2. $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$
3. $(a \times b) \times c = a(b \cdot c) - b(a \cdot c)$
4. $|a \times b| = |a||b| \sin(\alpha, \beta)$

Induktion

1. $A(n) = \dots$
2. Es gibt ein $n \in \mathbb{N}$ für das gilt.
3. $A(n) \Rightarrow A(n+1)$

Damit ist die Aussage für alle $n \in \mathbb{N}$ bewiesen.

nicht: $(a, b) \in A \Rightarrow (a, b) \in B$
bzw. $a, b \in A \Rightarrow (a, b) \in B$

Surjektiv: $\forall y \in B \exists x \in A: f(x) = y$
 $f: A \rightarrow B$ - Abbildung
bijektiv: f

WZ: $a \in U$ liegt auch in $a \in U$
 $a \in U \Rightarrow S \in U$ auch $S \in U$
 $U \in U$