

Ohm'sches Gesetz, Spannungsteiler und Wheatstone'sche Brücke

28.02.2023

Betreut durch Frankfurt am Main

Einleitung

Ziel dieses Versuches ist es, das Ohm'sches Gesetz experimentell zu untersuchen um somit unsere Kenntnisse zum Zusammenhang zwischen Spannung, Stromstärke und Widerstand zu vertiefen und experimentell nach zu vollziehen.

Versuchsaufbau und Durchführung

Aus einer Spannungsquelle und einem Messdraht entsteht ein Stromkreis, ein Voltmeter zur Spannungsmessung U [V] wird parallel zum Messdraht geschaltet. Ein Amperemeter wird in Reihe mit dem Stromkreis geschaltet damit die Stromstärke I [A] gemessen werden kann. Die angelegte Spannung wird von 0 V bis 1,8 V in Schritten von 0,2 V erhöht und der dabei durch einen Messdraht fließende Strom somit als Funktion der angelegten Spannung gemessen. Dieser Ablauf erfolgt für eine Stromfehlerschaltung sowohl als auch für eine Spannungsfehlerschaltung.

Es wird zusätzlich mithilfe eines Messschiebers der Durchmesser vom Messdraht bestimmt.

Versuchsauswertung

1a) Strom-Spannungs Kennlinie für eine Stromfehlerschaltung

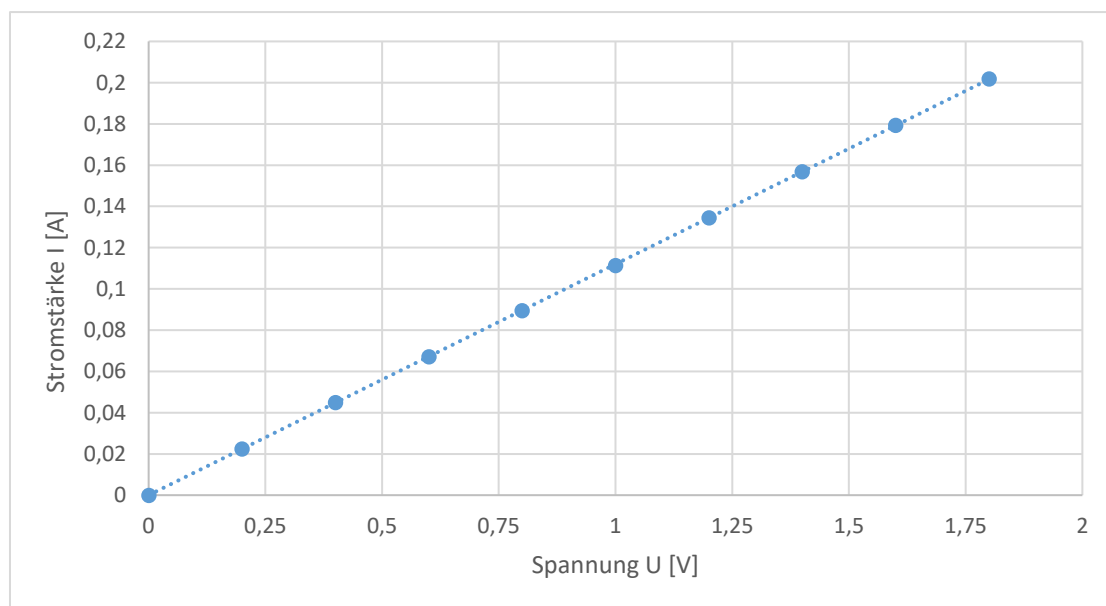


Diagramm 1: Stromstärke I [A] in Abhängigkeit von der Spannung U [V] in einer Stromfehlerschaltung

Die Steigung a und ihre Messunsicherheit Δa der Ausgleichsgeraden der obigen Tabelle lässt sich analytisch mithilfe des RGP-Befehls in Excel berechnen, daraus folgt

$$a = 0,1120 \dots \frac{1}{\Omega} \qquad \Delta a = 0,0001275 \dots \frac{1}{\Omega}$$

Der Widerstand R des Messdrahtes und deren Messunsicherheit Δu_R lassen mithilfe folgender Gleichungen bestimmen:

$$R = \frac{1}{a} \Omega \text{ und } \Delta u_R = 2 \frac{\Delta a}{a^2} \Omega \text{ daraus folgt:}$$

$$R = 8,922 \dots \Omega$$

$$\Delta u_R = 0,02032 \dots \Omega$$

Als Endergebnisse erhalten wir:

$$\begin{aligned} R &= (8,922 \pm 0,021) \Omega \\ &= 8,922 (1 \pm 0,24\%) \Omega \end{aligned}$$

1b) Bestimmung des Drahtdurchmesser

Der Durchmesser $[d_{\text{theo}}]$ und die Messunsicherheit $[\Delta u_{d_{\text{theo}}}]$ vom Draht kann rechnerisch mithilfe Widerstand R , spezifischer Widerstand ρ und der Länge mittels folgender Gleichungen berechnet werden:

$$d_{\text{theo}} = 2 \sqrt{\frac{\rho \cdot l}{\pi \cdot R}} \text{ und}$$

$$\Delta u_{d_{\text{theo}}} = \sqrt{\frac{\rho \cdot l}{\pi \cdot R^3}}$$

$$d_{\text{theo}} = 0,5025 \dots \text{mm}$$

und

$$\Delta u_{d_{\text{theo}}} = 0,02816 \dots \text{mm}$$

Daraus folgt:

$$\begin{aligned} d_{\text{theo}} &= (0,503 \pm 0,029) \text{mm} \\ &= 0,503 (1 \pm 5,8\%) \text{mm} \end{aligned}$$

Am Versuchstag wurde der Durchmesser vom Draht mithilfe eines Messschiebers gemessen $[d_{\text{experimentell}}]$, hier müssen jedoch systematische Fehler berücksichtigt werden, sie werden mit der Gleichung GR.5 berechnet:

$$\Delta l_{\text{syst}} = \pm(a + b \cdot L) \quad [\text{GR. 5}]$$

Mit konstanten a und b gegeben als: $a=0,05\text{mm}$ und $b=1 \times 10^{-4}$ [GR. Tabelle 6]

Daraus folgt:

$$\begin{aligned} d_{\text{experimentell}} &= (0,50 \pm 0,06) \text{mm} \\ &= 0,50 (1 \pm 12\%) \text{mm} \end{aligned}$$

1c) Strom-Spannungs Kennlinie für eine Spannungsfehlerschaltung

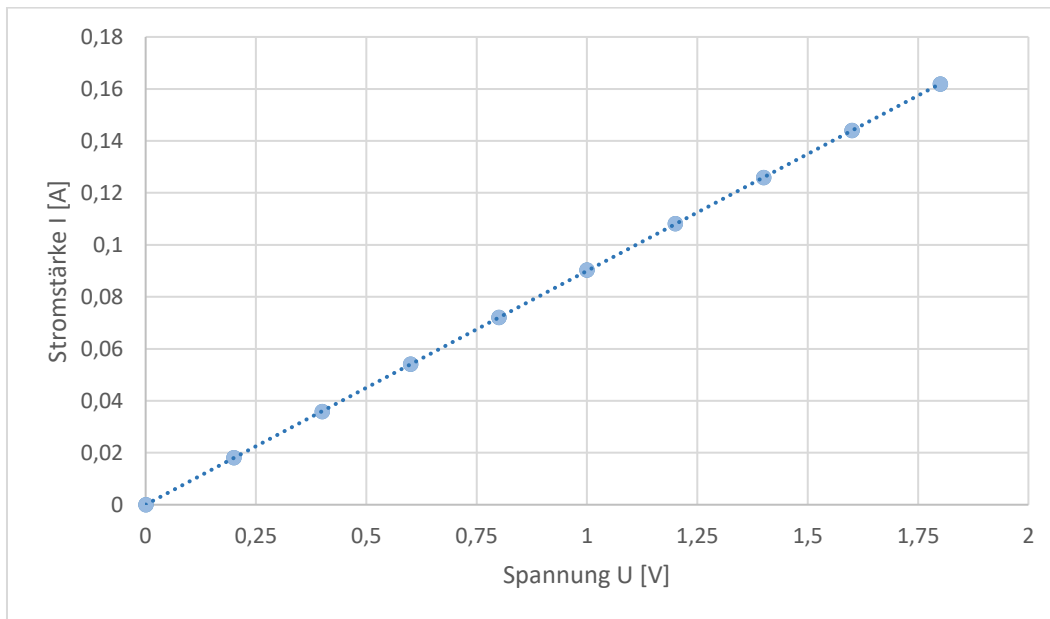


Diagramm 2: Stromstärke I [A] in Abhängigkeit von der Spannung U [V] in einer Spannungsfehlerschaltung

Die Steigung [a] und ihre Messunsicherheit [Δa] der Ausgleichsgeraden der obigen Tabelle lässt sich analytisch mithilfe des RGP-Befehls in Excel berechnen, daraus folgt

$$a = 0,08995 \dots \frac{1}{\Omega}$$

$$\Delta a = 0,00007127 \dots \frac{1}{\Omega}$$

Der Widerstand [R] des Messdrahtes und deren ihre Messunsicherheit [Δu_R] lassen mithilfe folgender Gleichungen bestimmen:

$$R = \frac{1}{a} \Omega \text{ und } \Delta u_R = 2 \frac{\Delta a}{a^2} \Omega \text{ daraus folgt:}$$

$$R = 11,11 \dots \Omega$$

$$\Delta u_R = 0,01761 \dots \Omega$$

Als Endergebnisse erhalten wir:

$$R = (11,117 \pm 0,018) \Omega$$

$$= 11,117(1 \pm 0,16\%) \Omega$$

1d)

Die Messwerte für den Widerstand R des Messdrahtes unterscheiden sich um mehr als 2,2 Ω , Gründe hierfür können verschiedene Systematische oder Statische Fehler sein oder weil die Strom- und Spannungsfehlerschaltungen sich von den aufbauten her unterscheiden.

Die Messwerte der Stromfehlerschaltung liefern vertrauenswürdiger Ergebnisse, weil diese für kleine Widerstände genauere Werte liefert. Durch den hohen Widerstand des Voltmeters (Im Vergleich zum Widerstand R) kommt es zu einem geringen Fehler am Amperemeter. Der Innenwiderstand von dem Amperemeter ist jedoch mit 2 Ω bekannt und weil der Widerstand R mit dem Amperemeter in Serie geschaltet ist kann dieser ihren Einfluss mithilfe eine Korrektur beseitigt werden.

1e)

Der Einfluss des Gesamtwiderstandes vom Amperemeter [R_1] kann durch folgender Gleichung berechnet werden:

$$R_2 = R_{ges} - R_1$$

Mit $R_1 = 2\Omega$, R_{ges} = Endergebnis der Widerstandsmessung der Spannungsfehlerschaltung

Daraus folgt der korrigierter Widerstandswert der Spannungsfehlerschaltung als:

$$R_2 = (9,117 \pm 0,018)\Omega$$

Wenn der Widerstandswert der Stromfehlerschaltung und der korrigierten Widerstandswert der Spannungsfehlerschaltung verglichen wird fällt auf das der unterschied (mit Einbezug der Messunsicherheiten) ein Minimum von ungefähr $0,16\Omega$ beträgt. Die Werte sind sich sehr nah in Vergleich zu dem ursprünglich berechneten Wert, jedoch überlappen diese weiterhin nicht. Der unterschied kann aufgrund systemische oder statische Fehler verursacht worden sein während beiden Messungen.

Einleitung

Das Ziel von diesem Versuchsteil ist um die Proportionalität der Spannung U und der Länge l des Messdrahts zu untersuchen.

Versuchsaufbau

Es wird eine Potentiometer Schaltung nach der gegebenen Abbildung OG.2 aufgebaut. Es wird bei einer konstanten Spannung von 1,8V der Spannungsabfall wird im Messdraht in 10cm schritten gemessen.

Versuchsauswertung

2. Potentiometer

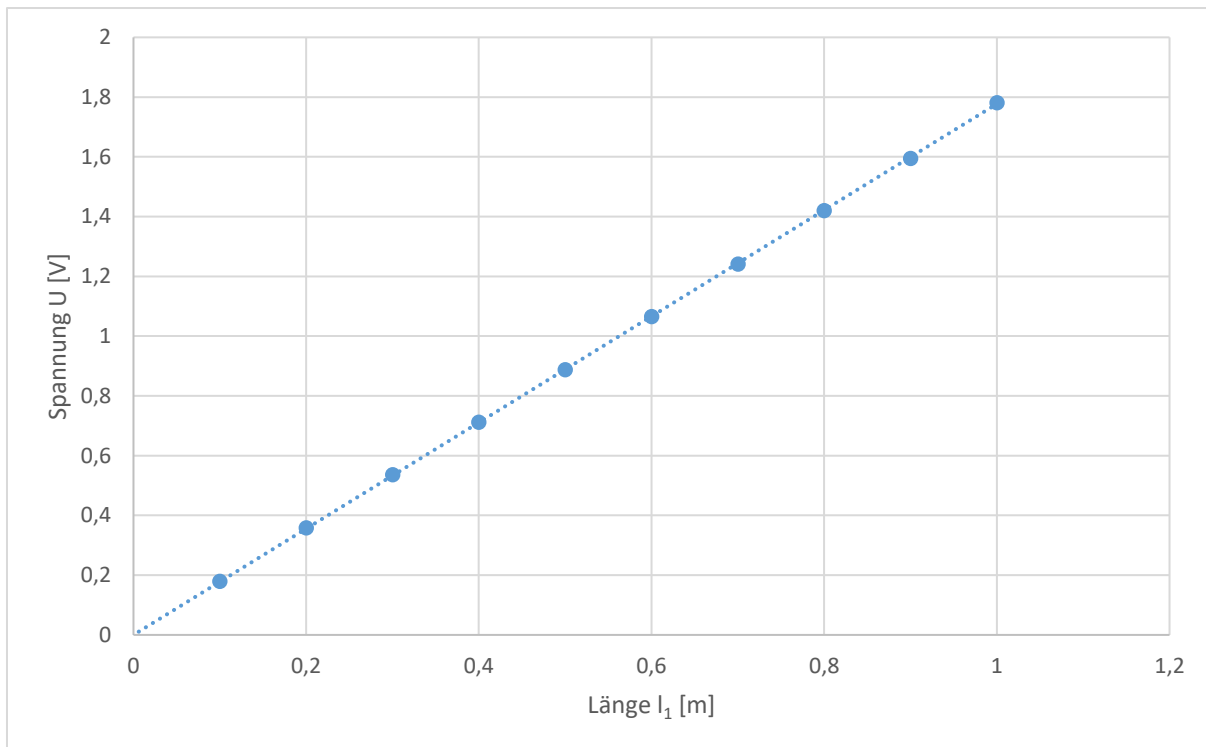


Diagramm 3: Spannungsabfall U [V] als Funktion der Länge l_1 [m]

Der Korrelationskoeffizienten lässt sich mithilfe den Korrelationsbefehl in Excel berechnen und beträgt: $0,9999880 \approx 1$.

Fazit

Eine Proportionalität ist bestehend wenn die Korrelation sich als 1 ergibt, im Versuch wurde nicht genau 1 erreicht, dies ist jedoch auf Fehler während des Versuches zurück zu weisen, zum Beispiel das ungenaue ablesen der Position vom Reiter auf dem Potentiometer. Es kann deshalb bestätigt werden das eine Proportionalität zwischen der Spannung U und der Länge des Widerstanddrahtes $[R \propto l_1]$ besteht.

Einleitung

Ziel dieses Versuchsteils ist um von zwei unbekannten Widerständen R_x und R_y mittels der Wheatstone'schen Brücke die Widerstände zu bestimmen. Diese Methode wird eingesetzt da Widerstände mit hoher Genauigkeit bestimmt werden können. Dafür werden die Widerstände einzeln sowie in Parallel- und Reihenschaltung untersucht.

Versuchsaufbau

Es wird eine Wheatstone'sche Brücke nach der gegebenen Abbildung OG.6 aufgebaut. Als Normalwiderstand R_N wird ein Rheostat-Stöpsel benutzt da verschiedene Widerstände eingestellt werden können. Eine Spannung $[U]$ von 1,6V ist während dem gesamten versuch eingestellt. Es werden die Widerstände R_x und R_y einzeln eingesetzt, am Stöpsel-Rheostat wird ein Widerstand von 30Ω bis 100Ω in schritten von 10Ω eingestellt. Anschließend wird die an der Messbrücke die Länge l_1

angepasst bis eine Brückenspannung von 0V am Spannungsmessgerät abgelesen werden kann. Analog wird für eine Reihenschaltung und für eine Parallelschaltung der beiden unbekannten Widerstände R_x und R_y vorgegangen.

Versuchsauswertung

3. Wheatstone'sche Brücke

3a)

Mit die im versuch bestimmte Messwerte können die Widerstandswerte für die unbekannten Widerstände R_x und R_y berechnet werden. Hierzu wird die Gleichung [OG 10] benutzt.

Tabelle 1: Messwerte Wheatstone Brücke mit unbekanntem Widerstand R_x

R_N in Ω	30	40	50	60	70	80	90	100
I_1	69,2	62,7	57,4	52,9	49,15	45,8	42,7	40,35
I_2	30,8	37,3	42,6	47,1	50,85	54,2	57,3	59,65
R_x in Ω	67,40...	67,23...	67,37...	67,38...	67,65...	67,60...	67,06...	67,64...

Der Mittelwert $[\bar{R}_x]$ lässt sich mithilfe der Mittelwert Funktion in Excel und die Messunsicherheit $[\Delta u_{R_x}]$ mithilfe folgender Gleichung berechnen:

$$\Delta u_{R_x} = 2 \cdot \frac{\Delta R_x}{\sqrt{n}}$$

Mit ΔR_x = Standardabweichung mittels Excel berechnet (Befehl STABW.S()), beträgt 0,20747

$$\bar{R}_x = 67,421 \dots \Omega$$

$$\Delta u_{R_x} = 0,1467 \dots \Omega$$

Tabelle 2 Messwerte Wheatstone Brücke mit unbekanntem Widerstand R_y

R_N in Ω	30	40	50	60	70	80	90	100
I_1	72,9	66,85	61,6	57,25	53,45	50,2	47,2	44,5
I_2	27,1	33,15	38,4	42,75	46,55	49,8	52,8	55,5
R_y in Ω	80,70...	80,66...	80,20...	80,35...	80,37...	80,64...	80,45...	80,18...

Der Mittelwert $[\bar{R}_y]$ lässt sich mithilfe der Mittelwert Funktion in Excel und die Messunsicherheit $[\Delta u_{R_y}]$ mithilfe folgender Gleichung berechnen:

$$\Delta u_{R_y} = 2 \cdot \frac{\Delta R_y}{\sqrt{n}}$$

Mit ΔR_y = Standardabweichung mittels Excel berechnet, beträgt 0,20433

$$\bar{R}_y = 80,447 \dots \Omega$$

$$\Delta u_{R_y} = 0,14448 \dots \Omega$$

Daraus folgen die Endergebnisse als:

$$\begin{aligned} \bar{R}_x &= (67,42 \pm 0,15) \Omega \\ &= 67,42 (1 \pm 0,22\%) \Omega \end{aligned}$$

$$\bar{R}_y = (80,45 \pm 0,15) \Omega$$

$$= 80,45 (1 \pm 0,19\%) \Omega$$

Parallelschaltung R_x und R_y

3b)

Der gesamte Widerstand $[\bar{R}_{ges}]$ und ihre Messunsicherheit $[\Delta u_{R_{ges}}]$ wird in Abhängigkeit von $\bar{R}_x$ und $\bar{R}_y$ aus 3a) mittels den Gleichungen [OG 11] und [OG13] bestimmt:

$$\bar{R}_{ges} = 36,680 \dots \Omega$$

$$\Delta u_{R_{ges}} = 0.054252 \dots \Omega$$

Daraus folgen die Endergebnisse:

$$\bar{R}_{ges} = (36,68 \pm 0.06) \Omega$$

$$= 36,68(1 \pm 0,16\%) \Omega$$

3c)

Der gesamte Widerstand der Parallelschaltung lässt sich auch mithilfe der Wheatstone'sche Brücke erfassten Messwerte bestimmen mithilfe der Gleichung [OG 11].

Tabelle 3 Messwerte Wheatstone Brücke mit unbekannten Widerständen R_y und R_x in Parallelschaltung

R_N in Ω	30	40	50	60	70	80	90	100
I_1	54,9	47,65	42,2	37,85	34,4	31,4	28,9	26,8
I_2	27,1	33,15	38,4	42,75	46,55	49,8	52,8	73,2
Errechneter Widerstand in Ω	36,51...	36,40...	36,50...	36,54...	36,70...	36,61...	36,58...	36,61...

Der Mittelwert $[\bar{R}_{x||y}]$ lässt sich mithilfe der Mittelwert Funktion in Excel und die Messunsicherheit $[\Delta u_{R_{x||y}}]$ mithilfe folgender Gleichung berechnen:

$$\Delta u_{R_{x||y}} = \frac{2 \cdot \sigma}{\sqrt{n}} \quad \text{mit } \sigma = \text{Standardabweichung mit Excel bestimmt (STABW.S), beträgt } 0,08959 \dots$$

$$\bar{R}_{x||y} = 36,561 \dots \Omega$$

$$\Delta u_{R_{x||y}} = 0,063349 \dots \Omega$$

$$\text{Daraus folgt: } \bar{R}_{x||y} = (36,56 \pm 0,07) \Omega$$

$$= 36,56 (1 \pm 0,17\%) \Omega$$

3d)

Vergleicht man diese beiden Werte für den Gesamtwiderstand $[\bar{R}_{x||y}]$ so decken sich diese im Rahmen der Messungenauigkeit. Es besteht ein minimaler Unterschied zwischen den werten von $0,12\Omega$.

Reihenschaltung R_x und R_y

3e)

Der gesamte Widerstand der Reihenschaltung lässt sich mithilfe folgender Gleichung bestimmen:

$$R_{ges} = \bar{R}_x + \bar{R}_y$$

$$= 147,86 \dots \Omega$$

Die Messunsicherheit $[\Delta u_{R_{ges}}]$ der in Reihe geschaltender Widerstände lässt sich mithilfe folgender Gleichung berechnen:

$$\Delta u_{R_{ges}} = \sqrt{(\Delta u_{R_x})^2 + (\Delta u_{R_y})^2}$$

$$\Delta u_{R_{ges}} = 0,20584 \dots \Omega$$

Daraus folgt:

$$\begin{aligned} \bar{R}_{ges} &= (147,87 \pm 0,21) \Omega \\ &= 147,87 (1 \pm 0,14\%) \Omega \end{aligned}$$

3f)

Der gesamte Widerstand der Reihenschaltung lässt sich auch mithilfe der Wheatstone'sche Brücke erfassten Messwerte bestimmen mithilfe der Gleichung [OG 11].

Tabelle 4 Tabelle 5 Messwerte Wheatstone Brücke mit unbekannten Widerständen R_y und R_x in Reihenschaltung

R_N in Ω	30	40	50	60	70	80	90	100
I_1	83,2	78,7	74,9	71,2	68,0	65,0	62,2	59,95
I_2	16,8	21,3	25,1	28,8	32	35	37,8	40,05
Errechneter Widerstand in Ω	148,57...	147,79...	149,20...	148,33...	148,75	148,57...	148,09...	149,68...

Der Mittelwert $[\bar{R}_{x,y}]$ lässt sich mithilfe der Mittelwert Funktion in Excel und die Messunsicherheit $[\Delta u_{R_{x,y}}]$ mithilfe folgender Gleichung berechnen:

$$\Delta u_{R_{x,y}} = \frac{2 \cdot \sigma}{\sqrt{n}} \quad \text{mit } \sigma = \text{Standardabweichung mit Excel bestimmt (STABW.S), beträgt } 0,60268..$$

$$\bar{R}_{x,y} = 148,62 \dots \Omega$$

$$\Delta u_{R_{x,y}} = 0,42616 \dots$$

$$\begin{aligned} \text{Daraus folgt: } \bar{R}_{x,y} &= (148,6 \pm 0,5) \Omega \\ &= 148,6 (1 \pm 0,34\%) \Omega \end{aligned}$$

3g)

Vergleicht man diese beiden Werte für den Gesamtwiderstand $[\bar{R}_{x,y}]$ überlappen sie in ihren Messunsicherheiten nicht, sondern es liegt ein minimaler Unterschied von $0,04 \Omega$ vor. Es besteht ein minimaler Unterschied zwischen den Werten von $0,75 \Omega$. Die geringen Abweichungen der Widerstandswerte voneinander können auf äußere Einflüsse wie zum Beispiel das Verstellen der Versorgungsspannung während der Messungen oder Stoßen gegen die Kabel hinweisen.

Fazit

Es wurde mithilfe einer Wheatstone-Brücke zwei unbekannte Widerstände R_x und R_y einzeln und in Parallel sowie Reihenschaltung untersucht und deren Widerstände rechnerisch bestimmt. Beim Vergleichen der Ergebnisse konnten minimale Abweichungen zwischen den Werten festgestellt werden, die Werte der Parallelschaltung überlappten sich innerhalb den Bereich der berechneten Messunsicherheiten während in der Reihenschaltung eine minimale Abweichung von $0,04 \Omega$ bestehen blieb. Die Abweichungen können auf Messfehler während dem Versuchs, wie zb.

Parallaxen-Fehler oder Stöße gegen dem Versuchsaufbau zurückgeführt werden. Es konnte also festgestellt werden das eine Widerstandsmessung mittels der Wheatstone'sche Brücke sehr genaue Ergebnisse liefert.