

Master-/Bachelorprüfung im Fach **Systemdynamische Grundlagen der Regelungstechnik**

Prof. Dr.-Ing. C. Tarín Sauer

Wintersemester 2019/2020

am 28. Februar 2020, 17:30 – 19:00 Uhr

Bitte tragen Sie auf diesem Doppelblatt Ihren Namen, Ihre Fachrichtung und Ihre Matrikelnummer ein. Versehen Sie alle Lösungsblätter mit Ihrem Namen und legen Sie diese Blätter in das Doppelblatt ein.

Name, Vorname: _____

Fachrichtung/Prüfungsordnung: _____ Matr.-Nr.: _____

☐ Pflichtfach

Zutreffendes bitte ankreuzen und eventuell ausfüllen!

☐ Wahl-/Ergänzungsfach im Haupt-/Vertiefungsfach: _____

Prüfer, Institut: _____

☐ Wiederholungsprüfung

Studierende, die diese schriftliche Prüfung als Wiederholungsprüfung ablegen und nicht bestehen, sind verpflichtet, sich unmittelbar nach Bekanntgabe der Prüfungsergebnisse an den Anschlagbrettern des Instituts persönlich im Sekretariat für eine mündliche Nachprüfung anzumelden.

Zur Kenntnis genommen:

(Unterschrift)

Zugelassen sind alle nichtelektronischen Hilfsmittel sowie ein nichtvernetzbarer nichtgrafikfähiger Taschenrechner. Zugelassene Taschenrechner sind in einer Liste vermerkt, die vorab vom Institut für Systemdynamik zur Verfügung gestellt wurde.

Aufgabe	Punktezahl	Erreichte Punktezahl
1	26	
2	11	
3	6	
4	11	
5	10	
6	9	
7	6	
8	12	
Summe:	90	

Korrektur: _____

Prüfer: _____

Einsicht: _____

Note: _____

Name, Matrikelnummer: _____

Aufgabe 1: (26 Punkte)

Markieren Sie die von Ihnen gewählte Antwort eindeutig. Bitte beachten Sie, dass mehrere Antworten richtig sein können. Falschantworten führen nicht zu Punktabzug bei anderen Aufgabenteilen.

- a) Die Sprungantwort eines asymptotisch stabilen Systems konvergiert immer gegen 0 für $t \rightarrow \infty$! (1 Punkt)

☐ Wahr
☐ Falsch

- b) Ein lineares System der Ordnung n besitzt genau n Polstellen! (1 Punkt)

☐ Wahr
☐ Falsch

- c) Ist die Differentialgleichung $\ddot{y} + (a(t)\dot{y} + \dot{y})y = 0$ linear? (1 Punkt)

☐ Ja
☐ Nein

- d) Geben Sie die Gleichung für das Ein-Ausgangsverhalten eines Totzeit-Glieds mit Verstärkung $k = 2$ und Totzeit $T_t = 1$ an! (1 Punkt)

- e) Ist das System

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \mathbf{x}, \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0$$

diagonalisierbar? (1 Punkt)

☐ Ja
☐ Nein

f) Welche Aussage über die Sprungantwort $h_1(t)$ der Übertragungsfunktion $G_1(s)$

$$G_1(s) = \frac{4s^2 + s}{s^2 - 5s + 2}$$

trifft zu? (2 Punkte)

- ☐ $\lim_{t \rightarrow \infty} h_1(t) = 0$
☐ $\lim_{t \rightarrow 0} h_1(t) = 0.5$
☐ $\lim_{t \rightarrow 0} h_1(t) = 4$
☐ $\lim_{t \rightarrow \infty} h_1(t) = \infty$

g) Untersuchen Sie die Übertragungsfunktion eines Systems 4. Ordnung

$$G_2(s) = \frac{s^2 + s + 1}{(s^3 + 0.5s^2 + 10s + 4)(s + 1)}$$

auf asymptotische Stabilität! (2 Punkte)

- ☐ Sie ist asymptotisch stabil.
☐ Sie ist nicht asymptotisch stabil.

h) Geben Sie den asymptotischen Phasenwinkel der Frequenzgänge $\varphi(\omega)$ der folgenden Übertragungsfunktionen für $\omega \rightarrow \infty$ an!

$$G_3(s) = \frac{s^2 - 2s - 3}{s^3 + 3s^2 + 2s + 1}$$

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} \varphi_3(\omega) = \boxed{} \quad (1 \text{ Punkt})$$

$$G_4(s) = \frac{s^2 + 2s + 3}{s^3 + 3s^2 + 2s}$$

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} \varphi_4(\omega) = \boxed{} \quad (1 \text{ Punkt})$$

i) Geben Sie die asymptotische Steigung des Amplitudengangs $\frac{dA(\omega)}{d\omega}$ in $\frac{\text{dB}}{\text{dec}}$ der Frequenzgänge der folgenden Übertragungsfunktionen für $\omega \rightarrow \infty$ an!

$$G_3(s) = \frac{s^2 - 2s - 3}{s^3 + 3s^2 + 2s + 1}$$

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} \frac{dA_3(\omega)}{d\omega} = \boxed{} \quad (1 \text{ Punkt})$$

$$G_5(s) = \frac{s^3 - 2s^2 - 3s - 1}{s^2 + 2s + 3}$$

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} \frac{dA_4(\omega)}{d\omega} = \boxed{} \quad (1 \text{ Punkt})$$

- $$G_1(s) = \boxed{} \qquad G_2(s) = \boxed{}$$

- ☐ 0 ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3

- $$\square \quad \begin{aligned} \dot{\underline{x}} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \underline{x} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} u, \\ y &= \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \underline{x} \end{aligned}$$

$$\square \quad \begin{aligned} \dot{\underline{x}} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \underline{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u, \\ y &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \underline{x} \end{aligned}$$

$$\square \quad \begin{aligned} \dot{\underline{x}} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \underline{x} + \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} u, \\ y &= \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \underline{x} \end{aligned}$$

$$\square \quad \begin{aligned} \dot{\underline{x}} &= \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \underline{x} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} u, \\ y &= \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \underline{x} \end{aligned}$$

$$\square \quad \begin{aligned} \dot{\underline{x}} &= \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \underline{x} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} u, \\ y &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \underline{x} \end{aligned}$$

$$\square \quad \begin{aligned} \dot{\underline{x}} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \underline{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u, \\ y &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \underline{x} \end{aligned}$$

- $$\square \quad y(t) = t^2 + 4e^{-0.25t} - 2t + 4$$

$$\square \quad y(t) = t^2 - 4e^{-0.25t} - 4t + 4$$

$$\square \quad y(t) = t^2 - 8e^{-0.25t} - 4t + 8$$

$$\square \quad y(t) = t^2 - 4e^{-0.25t} - 2t + 4$$

$$\square \quad y(t) = t^2 + 8e^{-0.25t} + 4t - 8$$

$$\square \quad y(t) = t^2 + 8e^{-0.25t} - 4t + 8$$

- 1) Ordnen Sie die folgenden Übertragungsfunktionen ihren Ortskurven (Abbildung 1) sowie Sprungantworten (Abbildung 2) zu! (4 Punkte)

Übertragungsfunktion	Ortskurve				Sprungantwort			
	(1)	(2)	(3)	(4)	(1)	(2)	(3)	(4)
$G_1(s) = \frac{2s^2}{2s^2 + 5s + 40}$	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
$G_2(s) = \frac{4s^2 + 20}{2s^2 - 3s + 20}$	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
$G_3(s) = \frac{s + 20}{s^3 + 6s^2 + 9s}$	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
$G_4(s) = \frac{80}{s^3 + 15s^2 + 66s + 80}$	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

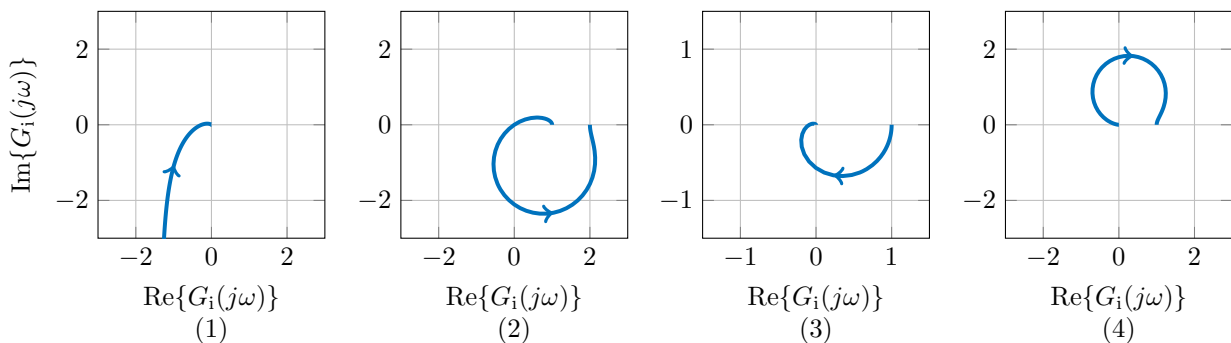


Abbildung 1: Ortskurven der Übertragungsfunktion $G_i(s)$ $i = 1 \dots 4$

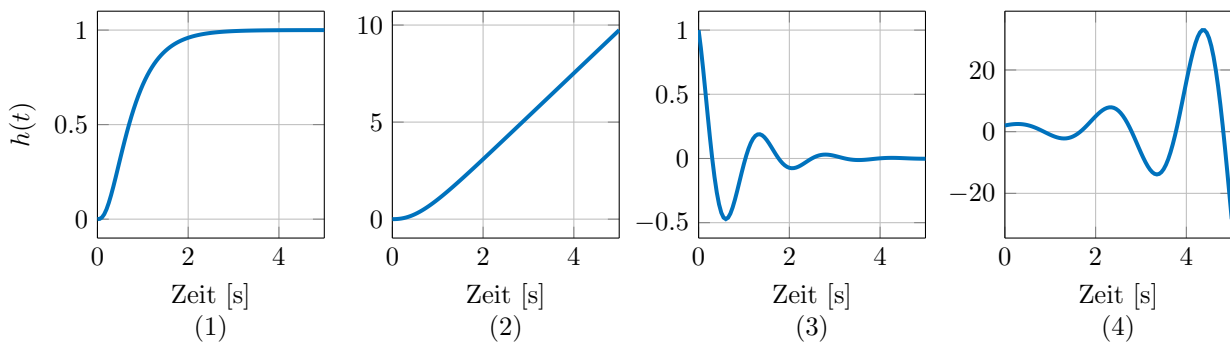
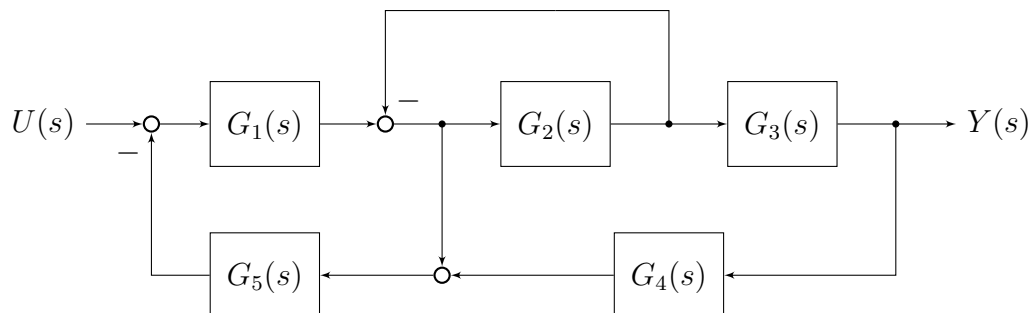


Abbildung 2: Sprungantworten der Übertragungsfunktion $G_i(s)$ $i = 1 \dots 4$

Aufgabe 2: (11 Punkte)

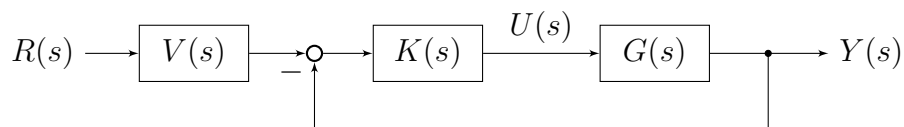
Das folgende Blockschaltbild zeigt die Strecke eines linearen Systems mit Eingang $U(s)$ und Ausgang $Y(s)$.



- Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion der Strecke $G(s) = Y(s)/U(s)$ ohne Verwendung von Doppelbrüchen! (4 Punkte)
- Wo liegen den Pole der Strecke $G(s)$, wenn folgende Übertragungsfunktionen angenommen werden? (2 Punkte)

$$G_1(s) = \frac{1}{2s}, \quad G_2(s) = \frac{3}{s}, \quad G_3(s) = \frac{2}{3}, \quad G_4(s) = \frac{3}{2}, \quad G_5(s) = -2.$$

Diese Strecke soll nun mit Hilfe des Reglers $K(s) = k$ und des Vorfilters $V(s) = v$ geregelt werden.



- Wie lautet die Übertragungsfunktion des geschlossenen Kreises $G_{\text{gk}}(s) = Y(s)/R(s)$? (2 Punkte)
- Bestimmen Sie k und v so, dass der geschlossene Kreis einen doppelten Pol bei $s_{1,2} = -1$ hat und für die Sprungantwort $\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = 1$ gilt! (3 Punkte)

Aufgabe 3: (6 Punkte)

Gegeben sei das nichtlineare System

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_1 x_2 + x_1 u, \\ \dot{x}_2 &= x_1 + x_2^2 - 1,\end{aligned}$$

das einen Eingang u besitzt.

a) Bestimmen Sie die Ruhelagen des Systems! (4 Punkte)

- zunächst für $u = 0$,
- dann für beliebiges $u = u_0 \neq 0$.

b) Linearisieren Sie das System für ein Eingangssignal $u = u_0 + \Delta u$, $u_0 = \text{const.}$ um die Ruhelage $[x_{1,R} \quad x_{2,R}]^T = [0 \quad 1]^T$, $u = u_0$! (2 Punkte)

Aufgabe 4: (11 Punkte)

Für die Identifikation eines unbekannten dynamischen Systems wird das System zum Zeitpunkt $t = 0$ mit einem Einheitssprung angeregt. Die folgende Systemantwort wird dabei aufgenommen:

$$y(t) = 2t - e^{-t} \sin(2t), \quad t > 0.$$

Es wird davon ausgegangen, dass es sich um ein lineares zeitinvariantes System handelt.

- a) Beurteilen basierend auf der Sprungantwort die Stabilität des Systems! (2 Punkte)
- b) Wie lautet die Laplace-Transformierte $U(s)$ des Eingangs $u(t)$? (1 Punkt)
- c) Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$! (3 Punkte)
- d) Gegen welchen Wert konvergiert die Impulsantwort $g(t)$ des Systems für $t \rightarrow \infty$? *Hinweis: Sollten Sie auf keine Lösung im vorherigen Aufgabenteil gekommen sein, dann rechnen Sie mit der Übertragungsfunktion $\hat{G}(s)$ weiter.* (2 Punkte)

$$\hat{G}(s) = \frac{2s + 5}{s(s^2 + 3s + 7)}$$

- e) Geben Sie zwei mögliche Zustandsraumdarstellungen des Systems an! (3 Punkte)

Aufgabe 5: (10 Punkte)

Ein physikalisches System wird durch folgende lineare Differentialgleichung

$$a\ddot{y} + b\dot{y} - \dot{y} + cy = d\dot{u} + e u,$$

mit den Anfangsbedingungen

$$y(0) = 3, \dot{y}(0) = 0, u(0) = 1,$$

und Parametern $a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$ beschrieben.

- a) Geben Sie die Laplace-Transformierte von $y(t)$, also $Y(s)$, in Abhängigkeit von $U(s)$ an! (3 Punkte)
- b) Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion $G(s) = Y(s)/U(s)$ des Systems! (1 Punkt)

Im Folgenden sei $a = 1, b = 0, c = -6, d = 3, e = 11$.

- c) Erklären Sie, wie Sie die Stabilität des Systems ohne Berechnung der Pole und Nullstellen beurteilen können! (1 Punkt).
- d) Berechnen Sie die Pole und Nullstellen der Übertragungsfunktion und bestätigen Sie damit Ihre Aussage bezüglich der Stabilität aus Aufgabenteil c)! (2 Punkte)
- e) Ermitteln Sie die Impulsantwort $g(t)$! (3 Punkte)

Aufgabe 6: (8 Punkte)

In dieser Aufgabe soll die Dynamik eines tauchenden U-Boots modelliert werden. Abbildung 3 zeigt das U-Boot im betrachteten x - z -Koordinatensystem.

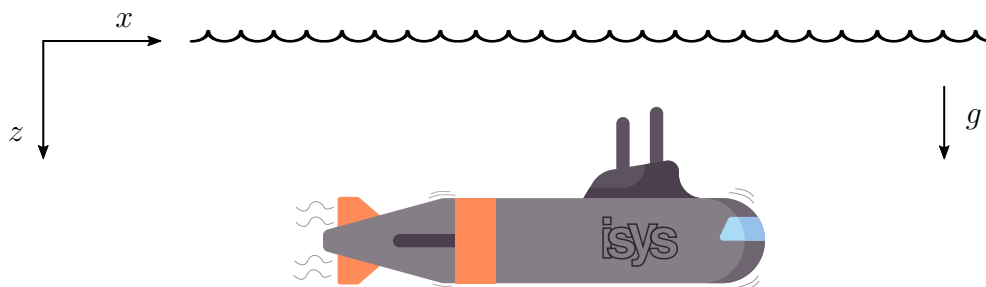


Abbildung 3: Betrachtetes U-Boot im x - z -Koordinatensystem

Das U-Boot besitzt die Masse $m_u = \bar{\rho}_u V_u$ bei konstantem Volumen V_u und der konstanten mittleren Dichte $\bar{\rho}_u$. Ein Propeller stellt die Antriebskraft F_p . Der Strömungswiderstand in x -Richtung kann durch die Gleichung

$$F_{W,x}(\dot{x}, \alpha) = c_W(\alpha) \frac{\rho_w}{2} \dot{x}^2 A$$

beschrieben werden und wirkt entgegen der Bewegungsrichtung. Hierbei ist ρ_w die Dichte des Wassers, A die Flügelfläche und $c_W(\alpha)$ der Widerstandsbeiwert, welcher abhängig vom Anstellwinkel α ist.

Die vertikale Dynamik des U-Boots lässt sich mithilfe der dynamischen und statischen Auftriebskraft beschreiben. Hierbei ist statische Auftriebskraft $F_{A,stat}$ gleich der Gewichtskraft des verdrängten Wassers und für die dynamische Auftriebskraft gilt

$$F_{A,dyn}(\dot{x}, \alpha) = c_A(\alpha) \frac{\rho_w}{2} \dot{x}^2 A$$

- Stellen Sie die Impulssätze in horizontaler (entlang der x -Achse) sowie vertikaler Richtung (entlang der z -Achse) auf! (3 Punkte)
- Welche stationäre Horizontalgeschwindigkeit $\dot{x}_0$ stellt sich für eine konstante Antriebskraft $F_{p,0}$ in Abhängigkeit des Anstellwinkels α ein? (2 Punkte)
- Es gelte nun $\bar{\rho}_u = \rho_w$ und $\dot{x} = \dot{x}_0(\alpha)$. Zu Beginn befindet sich das U-Boot in einer Tiefe z_0 und es sinkt nicht. Wie lautet die Zustandsraumdarstellung der resultierenden Vertikaldynamik? Der Ausgang y sei die Tauchtiefe des U-Boots und der Eingang u sei das Verhältnis $c_A(\alpha)/c_W(\alpha)$. (3 Punkte)

Aufgabe 7: (6 Punkte)

Aus der Linearisierung eines mechanischen Systems ergibt sich die Zustandsraumdarstellung

$$\begin{aligned}\Sigma_7 : \quad \dot{x} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -m^2 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u, \\ y &= \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} x + 2u\end{aligned}$$

mit $m > 0$.

- a) Bestimmen Sie die Transitionsmatrix e^{At} des Systems Σ_7 ! (4 Punkte)
- b) Berechnen Sie die Lösungen $x(t)$ und $y(t)$ des Systems Σ_7 , die sich für die Anfangsbedingungen $x(t_0 = 0) = [1 \ 0]^T$ ergeben! Hierbei gelte $u(t) = 0$. (2 Punkte)

Aufgabe 8: (12 Punkte)

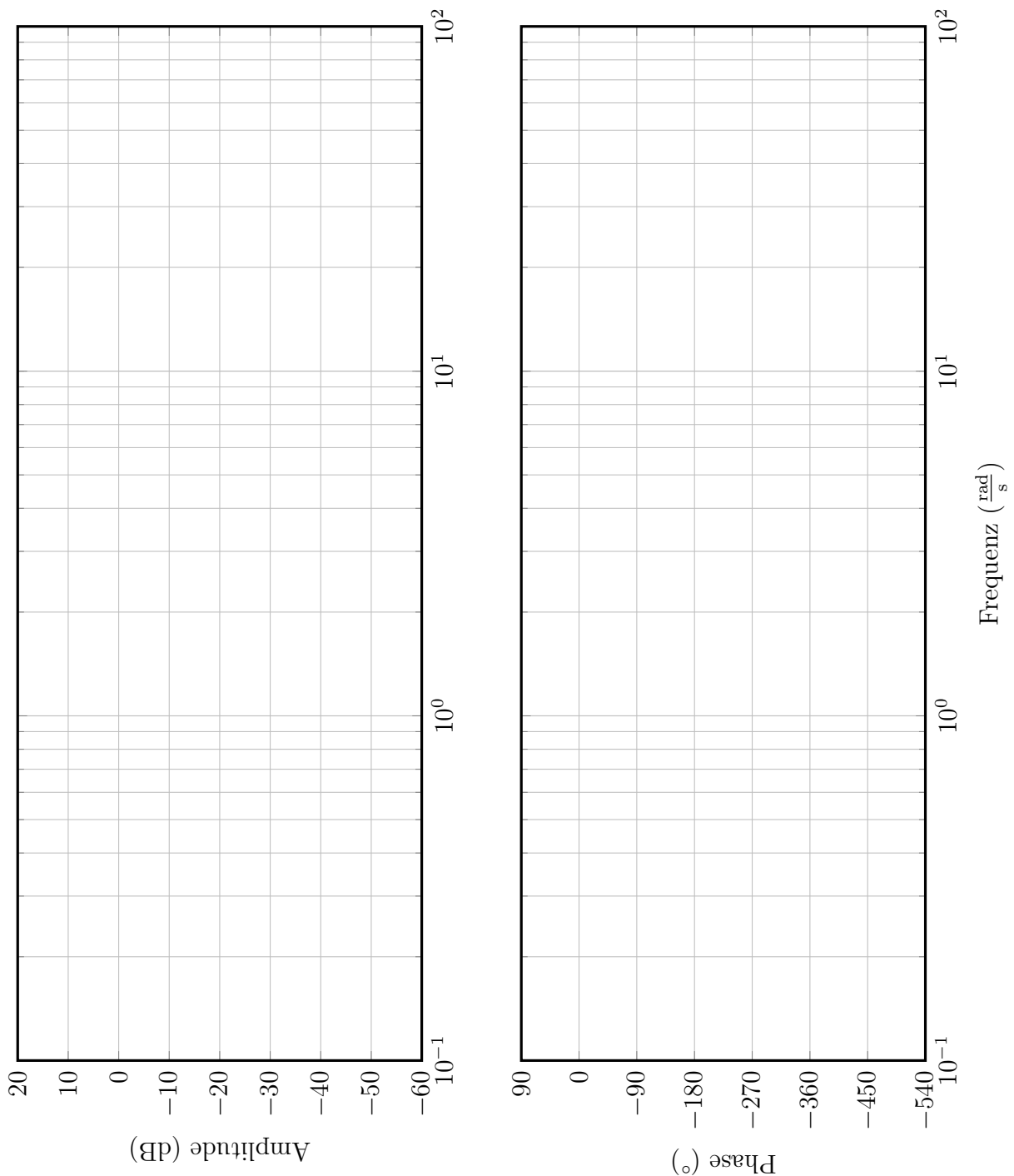
Gegeben sei die Übertragungsfunktion

$$G_8(s) = \frac{(5s + 1)(s^2 - 20s)}{(\frac{1}{2}s^2 + 11s + 20)(s^2 + 7s + 16)} .$$

- a) Faktorisieren Sie die Übertragungsfunktion $G_8(s)$ in Teilsysteme minimaler Ordnung ($n = 1$ bei reeller Polstelle, $n = 2$ bei konjugiert komplexem Polpaar)! (3 Punkte)
- b) Berechnen Sie Frequenzgang von $G_8(s)$ und ermitteln Sie daraus den Amplituden- und Phasengang des Systems! (5 Punkte)
- c) Zeichnen Sie die Geradenapproximation des Amplitudengangs sowie die Treppenapproximation des Phasengangs! Verwenden Sie zum Zeichnen bitte einen der Vordrucke auf den nächsten Seiten. (4 Punkte)

Dieses Blatt bewerten ☐

Hinweis: Sind Blätter 14 und 15 zur Bewertung markiert oder ist kein Blatt zur Bewertung markiert, wird Blatt 15 bewertet.



Dieses Blatt bewerten ☐

Hinweis: Sind Blätter 14 und 15 zur Bewertung markiert oder ist kein Blatt zur Bewertung markiert, wird Blatt 15 bewertet.

