

[OA] Optische Abbildungen

Einleitung:

Optische Abbildungen mit Linsen spielen eine große Rolle in unserem Alltag, z.B. in der Fotografie oder Projektionstechnik oder auch der Medizin. Im folgenden Versuch werden optische Abbildungen von Linsen untersucht. Die wichtigsten Größen zur Beschreibung dieser Abbildungen sind Brennweite f , Bildweite b und Gegenstandsweite g . Der Zusammenhang dieser Größen ist in einer Abbildungs- und Linsengleichung definiert. Zur Bestimmung der Brennweite einer Sammellinse wird das Autokollimationsverfahren und das Bessel'sche Verfahren verwendet. Auch der Weg über die Abbildungsgleichung ist möglich.

Versuchsaufbau und Versuchsdurchführung

1) Versuchsaufbau

Für das Autokollimationsverfahren werden ein starker Strahler, eine Linse und ein Spiegel auf einer „optischen Bank“ befestigt. Unmittelbar vor dem Strahler wird eine Lochblende, welche unser Objekt darstellt, angebracht. Für das Bessel'sche Verfahren und den Weg über die Abbildungsgleichung wird lediglich der Spiegel durch einen Schirm ersetzt.

2) Versuchsdurchführung

Bestimmung der Brennweite zweier Sammellinsen mit verschiedenen Verfahren:

- a) Autokollimationsverfahren: Befindet sich die Linse im Abstand f (Brennweite) zum Objekt, bewirkt eine Verschiebung des Spiegels keine Änderung des Bildes, da die Strahlen die Linse parallel zur optischen Achse verlassen. Diese Position wird erreicht durch schrittweises Herantasten an die Brennebene durch Verschieben der Linse.
- b) Bessel-Verfahren: Bei vorgegebenem Abstand d des Schirmes zur Lochblende (der mindestens $4f$ beträgt) werden die beiden Positionen der Linse ermittelt, an denen ein scharfes Bild entsteht. Daraus wird die Differenz e der beiden Linsenpositionen errechnet. Die Bestimmung der Brennweite erfolgt mit Gleichung (OA.10).
- c) Bestimmung der Brennweite einer Linse mit Hilfe der Linsengleichung: Es wird eine Position von Schirm und Linse gesucht, in der der Gegenstand scharf abgebildet wird. Dann wird die Brennweite mithilfe der Gleichung $\frac{1}{b} + \frac{1}{g} = \frac{1}{f}$ (Gl.1) bestimmt.

- 3) Nun wird für das Linsensystem aus beiden Linsen das Besselsche Verfahren angewendet. Der Abstand der Linsen bleibt durch einen Doppelständer konstant bei 2 cm.

Bestimmung der Brennweite der beiden Sammellinsen unter Verwendung der Abbildungsgleichung:

Brennweite mit (Gl.1): a) ist der Fall $|g| > 2|f|$
 b) ist der Fall $|f| < |g| < 2|f|$

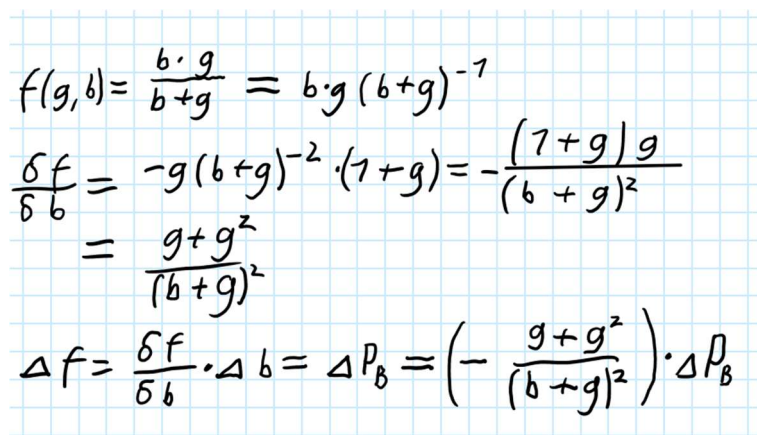
Für Linse 1: a) $f = 56\text{mm}$

 b) $f = 59\text{mm}$

Für Linse 2: a) $f = 287\text{mm}$

 b) $f = 284\text{mm}$

Fehlerrechnung:


$$f(g, b) = \frac{b \cdot g}{b + g} = b \cdot g (b + g)^{-1}$$
$$\frac{\delta f}{\delta b} = -g (b + g)^{-2} \cdot (1 + g) = -\frac{(1 + g)g}{(b + g)^2}$$
$$= \frac{g + g^2}{(b + g)^2}$$
$$\Delta f = \frac{\delta f}{\delta b} \cdot \Delta b = \Delta p_b = \left(-\frac{g + g^2}{(b + g)^2} \right) \cdot \Delta p_b$$

Für Linse 1: Pos (a): $\Delta f = 2,3\text{mm}$

 Pos (b): $\Delta f = 2,2\text{mm}$

Für Linse 2: Pos (a): $\Delta f = 7,33\text{mm}$

 Pos (b): $\Delta f = 5,73\text{mm}$

Die Werte wurden zur Bestimmung der besten Methode nicht gekürzt.

Brennweitenmessung mithilfe des Autokollimationsverfahrens:

Die Brennweite entspricht beim Autokollimationsverfahren dem Abstand von Gegenstand und Linse:

Somit ist die Brennweite der

Linse 1: $f = 45\text{mm} \pm 10\text{ mm}$

Linse 2: $f = 300\text{mm} \pm 15\text{ mm}$

Brennweite mithilfe des Besselverfahrens:

Beim Besselverfahren wird die Brennweite mithilfe der Formel $f = \frac{d^2 - e^2}{4d}$ berechnet.

Für Linse 1: $f = 600\text{mm}$

Für Linse 2: $f = 215\text{mm}$

Fehlerrechnung:

$$f = \frac{d^2 - e^2}{4d}$$
$$\Delta f = \frac{\delta f}{e} \cdot \Delta e = \frac{e}{2d} \cdot \Delta e$$
$$= \frac{\Delta e}{2d} \cdot \sqrt{\Delta p_{L2}^2 + \Delta p_{L1}^2}$$

$$e = p_{L2} - p_{L1}$$
$$\Delta e = \sqrt{\Delta p_{L2}^2 + \Delta p_{L1}^2}$$

Für Linse 1: $\Delta f = 11,2\text{mm}$

Für Linse 2: $\Delta f = 21,4\text{mm}$

Bewertung der Genauigkeit der angewendeten Verfahren:

Die Genauigkeitsanalyse bzw. Fehlerrechnung wurde für jedes Messverfahren einmal durchgeführt. Die Genauigkeit der Messung war mit der Abbildungsgleichung am höchsten. Es folgten mit Abstand das Autokollimationsverfahren und dann das ungenaue Besselverfahren. Die Fehlertoleranz bei den letztgenannten Verfahren ist um ca. 300% bzw. 400% höher. Da bei den Fehlerrechnungen jedoch einige Faktoren vernachlässigt wurden, müssten zu einer besseren Beurteilung mehr Messungen durchgeführt werden.

Berechnen der Brennweite der kombinierten Sammellinsen mit Besselverfahren:

$e = 430\text{mm} - 50\text{mm} = 380\text{mm}$; $d = 480\text{mm}$

→ $f_{\text{ges}} = 45\text{mm}$

Berechnen der Brennweite der kombinierten Sammellinsen mit vorher berechneten Einzellinsenbrennweiten:

Es gilt die Formel: $\frac{1}{f_{ges}} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{1}{f_1 \cdot f_2}$

$$\rightarrow f_{ges}=45\text{mm}$$

Aufgrund der Fehlerberechnung gehen wir davon aus, dass das Verfahren über die Abbildungsgleichung auf Pos(b) die genauesten Werte liefert. Somit werden im folgenden $f_1=59\text{mm}$ und $f_2=284\text{mm}$ verwendet.

Für die Kombination ergibt sich somit: $f_{ges}=49\text{mm}$

Die Werte sind ähnlich, die Abweichung beträgt ca.9%.

Berechnung der Brennweite der Kombination aus Linse 1 (kurzbrennweitige Sammellinse) und Linse 3 (Zerstreuungslinse)

Mit $e=585\text{mm}-145\text{mm}=440\text{mm}$; $d=720\text{mm}$

$$\rightarrow f_{ges}=113\text{mm}$$

Berechnung der Brechkraft der Zerstreuungslinse:

$$\text{Brechkraft } D = \frac{1}{f}$$

Mit: $\frac{1}{f_{ges}} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{1}{f_1 \cdot f_2}$ ergibt sich: $f_2=-0,008$

Brennweite f der langbrennweitigen Sammellinse in Abhängigkeit von Λ

Es ist bekannt, dass Licht mit hoher Frequenz (d.h. geringer Wellenlänge) stärker gebrochen wird. Aus $D = \frac{1}{f}$ bzw. $f = \frac{1}{d}$ erschließt sich, dass je stärker die Brechung, desto kleiner die Brennweite. Also sinkt bei mit der Wellenlänge auch die Brennweite.

Berechnen der Brennweite für $\Lambda=623\text{nm}$ (roter Farbfilter)

$e=397\text{mm}$, $d=1280\text{mm}$

$$\rightarrow f_r = 289\text{mm}$$

Berechnen der Brennweite für $\Lambda=450$ (blauer Farbfilter)

$e=433\text{mm}$, $d=1280\text{mm}$

$$\rightarrow f_b=283\text{mm}$$

Man stellt fest, dass $f_b < f_r$. Das entspricht den theoretischen Überlegungen und entspricht den oben getroffenen Annahmen.

1. Linsen Nr. Bezeichnung Abbildungstyp

PR 003502	1	Sammellinse
PR 0025	2	Sammellinse
PR 0005	3	Strahl.linse

2. Linse P_G/mm P_L/mm P_B/mm $\pm \Delta P_B/\text{mm}$ g/mm b/mm f/mm β

(b) $\left\{ \begin{array}{l} 1 \\ 2 \end{array} \right.$ $\left\{ \begin{array}{l} 1 \\ 2 \end{array} \right.$ $\left\{ \begin{array}{l} 1 \\ 2 \end{array} \right.$ $\left\{ \begin{array}{l} 1 \\ 2 \end{array} \right.$ $\left\{ \begin{array}{l} 1 \\ 2 \end{array} \right.$ $\left\{ \begin{array}{l} 1 \\ 2 \end{array} \right.$ $\left\{ \begin{array}{l} 1 \\ 2 \end{array} \right.$ $\left\{ \begin{array}{l} 1 \\ 2 \end{array} \right.$

(a) $\left\{ \begin{array}{l} 1 \\ 2 \end{array} \right.$ $\left\{ \begin{array}{l} 1 \\ 2 \end{array} \right.$ $\left\{ \begin{array}{l} 1 \\ 2 \end{array} \right.$ $\left\{ \begin{array}{l} 1 \\ 2 \end{array} \right.$ $\left\{ \begin{array}{l} 1 \\ 2 \end{array} \right.$ $\left\{ \begin{array}{l} 1 \\ 2 \end{array} \right.$ $\left\{ \begin{array}{l} 1 \\ 2 \end{array} \right.$ $\left\{ \begin{array}{l} 1 \\ 2 \end{array} \right.$

3. Linse P_G/mm P_L/mm $\pm \Delta P_L/\text{mm}$

1 0 45 ± 10

2 0 30 ± 15

4. Linse P_G/mm Linseposition 1 P_L/mm $\pm \Delta P_L/\text{mm}$ Linseposition 2 P_L/mm $\pm \Delta P_L/\text{mm}$ P_B/mm

1 0 65 ± 2 415 $\pm 2,5$ 50

2 0 440 ± 10 820 ± 10 125

5. Kombination von Linsen

	P_G/mm	Pos. 1: P_L/mm	Pos. 2: P_L/mm	P_B/mm	Abstand l/mm
(a)	0	50	430	480	20
(b)	0	585	145	720	20

(a) beide Sammellinsen (1) und (2) kurzbrennweitigere Sammellinse (1) und Zerstreuungslinse (3)

6. verschiedene Wellenlängen

Farbfilter	P_G/mm	Pos. 1: P_L/mm	Pos. 2: P_L/mm	P_B/mm	Wellenlänge λ/nm
rot	0	440	840	837	623
blau	0	420	860	853	450

kleine Wellenlänge ; kleinere Brennweite

Experiment/Versuch: Optische Abbildung mit Linsen