

Teil 1: Spindel-Vorauslegung

① Bestimmung Axialkraft

An Lager E tritt die größte Axialkraft auf. Diese ist dort am Maximum, wenn der kleinstmögliche Winkel der Rückenlehne erreicht ist. Bedeutet, wenn die Rückenlehne am Aufrechtsten ist. Das kommt daher, dass, sobald die Rückenlehne angewinkelt wird, diese aus Lager D gelöst wird und somit Lager E die Kraft alleine bei kleinem Winkel tragen muss.

② Berechnung des Drehmoments

gegeben: max. axiale Kraft an Lager E $F_A = 1100 \text{ N}$, Steigung Gewinde = 5 mm , Flankendurchmesser $d_2 = 21,5 \text{ mm}$, Gewindereibungszahl $\mu_a = 0,1$
 Flankenwinkel $\beta = 30^\circ$

a) Berechnung des Steigungswinkels φ

$$\tan(\varphi) = \frac{p}{d_2 \cdot \pi}$$

$$\varphi = \tan^{-1}\left(\frac{p}{d_2 \cdot \pi}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{5 \text{ mm}}{21,5 \text{ mm} \cdot \pi}\right)$$

$$\varphi \approx 4,23^\circ$$

b) Berechnung des Gewindereibungswinkels ρ

$$\rho = \tan^{-1}\left(\frac{\mu_a}{\cos(\beta/2)}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{0,1}{\cos(30^\circ/2)}\right)$$

$$\rho \approx 5,91^\circ$$

c) Berechnung des Drehmoments/Torsionsmoments M_T

$$M_T = F_u \cdot \frac{d_2}{2} = F_A \cdot \tan(\varphi + \rho) \cdot \frac{d_2}{2}$$

$$M_T = 1100 \text{ N} \cdot \tan(4,234^\circ + 5,911^\circ) \cdot \frac{21,5 \text{ mm}}{2}$$

$$M_T = 2115,780958 \text{ Nmm} = 2,115780958 \text{ Nm}$$

$$M_T \approx 2,12 \text{ Nm}$$

③ Vordimensionierung

gegeben: Sicherheitsbeiwert $S = 12$, Torsionsschwellfestigkeit $\tau_{t, sch} = 340$, erforderlicher Durchmesser $d_{eff} = 18,5$

$$d_{eff} \geq d_u$$

$$d_u = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot M_T}{\pi \cdot \tau_{t, zul}}}$$

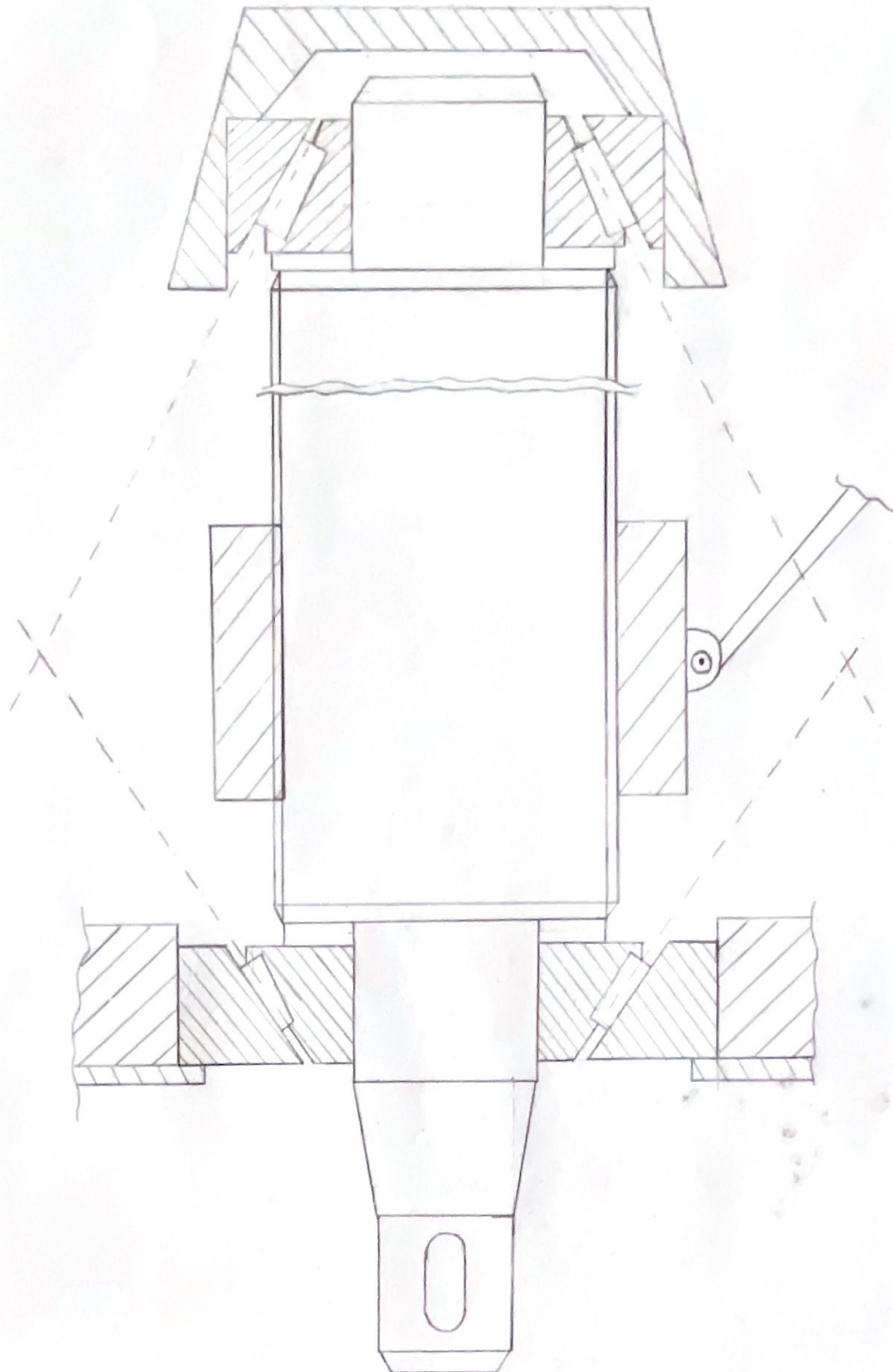
$$d_u = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 2115,781 \text{ Nmm}}{\pi \cdot 28,3 \text{ N/mm}^2}}$$

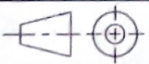
$$\Rightarrow \tau_{t, zul} = \frac{\tau_{t, sch}}{S} = \frac{340}{12} = 28,3 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

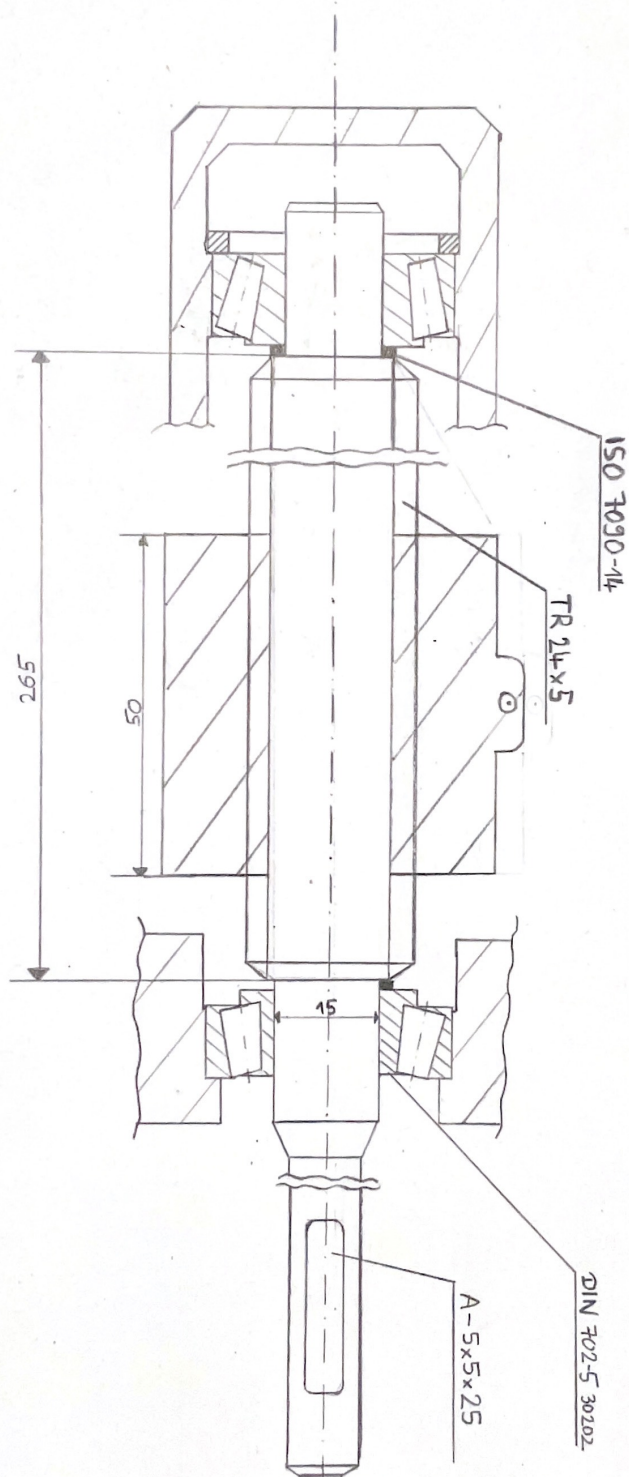
$$d_{eff} \geq d_u = 7,245$$

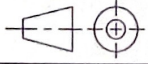
$$d_{eff} = 18,5 \geq d_u = 7,245$$

$\Rightarrow$ Der Durchmesser ist klein genug und somit passend für die Torsionsbeanspruchung!



Allgemeintoleranzen DIN ISO 2768-mK	Werkstückkanten ISO 13715	Maßstab
Verantwortliche Abteilung/Projekt Institut für Medizingerätetechnik	Genehmigt von Prof. Dr. rer. nat. habil P. Pott	Erstellt durch GESA HÖHN
	Dokumentenart	Dokumentenstatus
Institut für IM Medizingerätetechnik	Titel Skizze Spindel	Sachnummer
Werkstoff	Stk.	Ausgabedatum
		Papierformat A4 Blatt 01



Allgemeintoleranzen DIN ISO 2768-mK	Werkstückkanten ISO 13715	Maßstab 1:1
Verantwortliche Abteilung/Projekt Institut für Medizingerätetechnik	Genehmigt von Prof. Dr. rer. nat. habil P. Pott	Erstellt durch Gesa Höhn
	Dokumentenart	Dokumentenstatus
Institut für Medizingerätetechnik IMT	Titel Detailzeichnung Spindel	
	Werkstoff C45E	Stk.
	Ausgabedatum 	Sachnummer
Papierformat A4		Blatt 01

Teil 4: Nachrechnung der Spindel

① Moment M_m des Motors

$$P = \frac{W}{t} \Leftrightarrow P = \frac{F_s}{1/n} \Leftrightarrow F = \frac{P}{sn} \Leftrightarrow F = \frac{P}{\pi d n}$$
$$F = \frac{350 \text{ W}}{\pi \cdot 24 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot 10 \frac{1}{s}}$$
$$F = 464,2019174 \text{ N}$$

$$M_m = F \cdot l = F \cdot \frac{d}{2} = 464,2019174 \text{ N} \cdot \frac{24 \cdot 10^{-3} \text{ m}}{2}$$
$$M_m = 5,57 \text{ Nm}$$

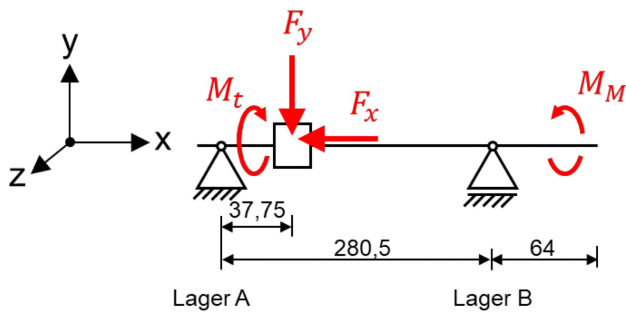
$\Rightarrow$ Mindesttorsionsmoment $M_{T,\min}$:

$\rightarrow$ Tabellenbuch Metall: metrisches ISO-Trapezgewinde TR24x5 Flankendurchmesser $d_2 = 21,5 \text{ mm}$

$$M_{T,\min} = F_x \cdot \tan(\varphi + \rho) \cdot \frac{d_2}{2}$$
$$M_{T,\min} = 2000 \text{ N} \cdot \tan(4,23^\circ + 5,91^\circ) \cdot \frac{21,5 \cdot 10^{-3}}{2}$$
$$M_{T,\min} = 3,85 \text{ Nm}$$

$\Rightarrow$ Um die Spindel zu bewegen ist ein Mindesttorsionsmoment von 3,85 Nm nötig. Der Motor bringt ein Moment von 5,57 Nm auf.

② Lagerkräfte und Momente



$$\rightarrow \sum x = 0$$

$$A_x - F_x = 0$$

$$A_x = F_x = \frac{M_m}{\tan(\varphi + \rho) \cdot \frac{d_2}{2}} = \frac{5,57 \text{ Nm}}{\tan(10,14^\circ) \cdot \frac{21,5 \cdot 10^{-3}}{2}}$$

$$A_x = 2897,1 \text{ N}$$

$$\swarrow \sum z = 0$$

$$-A_z - B_z = 0$$

$$A_z + B_z = 0$$

$$A_z = B_z = 0 \text{ N}$$

$$\curvearrowright \sum M_{A,z} = 0$$

$$280,5 \text{ mm} \cdot B_y - 37,75 \text{ mm} \cdot F_y = 0$$

$$B_y = \frac{400 \text{ N} \cdot 37,75 \text{ mm}}{280,5 \text{ mm}}$$

$$B_y = 53,83 \text{ N}$$

$$\uparrow \sum y = 0$$

$$A_y + B_y - F_y = 0$$

$$A_y = -53,83 \text{ N} + 400 \text{ N}$$

$$A_y = 346,17 \text{ N}$$

③ Spannungsberechnung

- Die Spannungsberechnung erfolgt an den Punkten A & B:
 - ▷ Punkt A: ist der Mittelpunkt der Spindelmutter, Stelle der maximalen Beanspruchung (siehe MS2)
 - ▷ Punkt B: Belastung durch Moment M_m des Motors → Kerbwirkung

④ Belastungsarten und -fälle

- ▷ Punkt A: in der Spindelmutter
 - statische Belastung: Zug/Druck, Torsion
 - dynamische Belastung: Biegung, Schub (da $l \gg d \rightarrow$ wird vernachlässigt)
- ▷ Punkt B: in der Kerbe
 - statische Belastung: Torsion
 - dynamische Belastung: Biegung, Schub (da $l \gg d \rightarrow$ wird vernachlässigt)

⑤ Vergleichsspannung

▷ Punkt A: statische Belastung

• Zug/Druck σ_z

• Oberspannung $\sigma_{z,o} = \frac{F}{A} = \frac{2897,1 \text{ N}}{\pi \cdot (12 \text{ mm})^2} = 6,4 \text{ MPa}$

• Unterspannung $\sigma_{z,u} = \sigma_{z,o} = 6,4 \text{ MPa}$

• Mittelspannung $\sigma_{z,m} = \frac{1}{2} (\sigma_{z,o} + \sigma_{z,u}) = 6,4 \text{ MPa}$

• Ausschlagsspannung $\sigma_{z,a} = \frac{1}{2} (\sigma_{z,o} - \sigma_{z,u}) = 0 \text{ MPa}$

• Torsion τ_t

• Oberspannung $\tau_{t,o} = \frac{M_m}{W_t} = \frac{5570 \text{ Nmm}}{\frac{\pi}{32} \cdot (24 \text{ mm})^3} = 2,05 \text{ MPa}$

• Unterspannung $\tau_{t,u} = \tau_{t,o} = 2,05 \text{ MPa}$

• Mittelspannung $\tau_{t,m} = \frac{1}{2} (\tau_{t,o} + \tau_{t,u}) = 2,05 \text{ MPa}$

• Ausschlagsspannung $\tau_{t,a} = \frac{1}{2} (\tau_{t,o} - \tau_{t,u}) = 0 \text{ MPa}$

▷ Punkt A: dynamische Belastung

• Biegung σ_b

• Oberspannung $\sigma_{b,o} = \frac{M_{b,o}}{W_b} = \frac{F \cdot l}{\frac{\pi}{32} \cdot d^3} = \frac{346,17 \text{ N} \cdot 37,75 \text{ mm}}{\frac{\pi}{32} \cdot (24 \text{ mm})^3} = 9,63 \text{ MPa}$

• Unterspannung $\sigma_{b,u} = -\sigma_{b,o} = -9,63 \text{ MPa}$

• Mittelspannung $\sigma_{b,m} = \frac{1}{2} (\sigma_{b,o} + \sigma_{b,u}) = 0 \text{ MPa}$

• Ausschlagsspannung $\sigma_{b,a} = \frac{1}{2} (\sigma_{b,o} - \sigma_{b,u}) = 9,63 \text{ MPa}$

▷ Punkt A: Vergleichsspannungen: Hypothese GEH, zweiachsig $\sigma_z, \sigma_b, \tau_t$

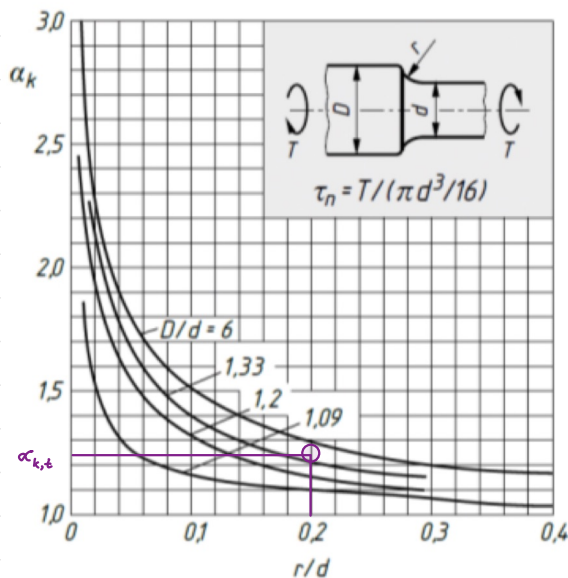
Vergleichsoberspannung: $\sigma_{v,o} = \sqrt{(\sigma_{z,o} + \sigma_{b,o})^2 + 3 \tau_t^2} = \sqrt{(6,4 \text{ MPa} + 9,63 \text{ MPa})^2 + 3 \cdot (2,05 \text{ MPa})^2} = 16,42 \text{ MPa}$

Vergleichsmittelspannung: $\sigma_{v,m} = \sqrt{(\sigma_{z,m} + \sigma_{b,m})^2 + 3 \tau_t^2} = \sqrt{(6,4 \text{ MPa} + 0 \text{ MPa})^2 + 3 \cdot (2,05 \text{ MPa})^2} = 7,82 \text{ MPa}$

Vergleichsausschlagsspannung $\sigma_{v,a} = \sqrt{\sigma_{b,a}^2} = 9,63 \text{ MPa}$

▷ Punkt B: statische Beanspruchung

• Torsion τ_t



$$\frac{D}{d} = \frac{24 \text{ mm}}{15 \text{ mm}} = 1,6$$

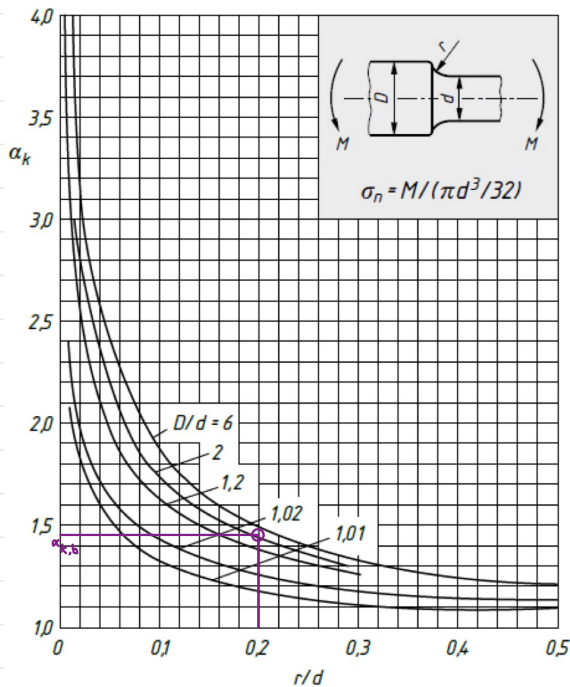
$$\frac{r}{d} = \frac{3 \text{ mm}}{15 \text{ mm}} = 0,2$$

$$\Rightarrow \alpha_{k,t} \approx 1,25 \approx 1,3$$

- Oberspannung $\tau_{t,o} = \tau_{t,k} \cdot \alpha_{k,t} = \frac{M_m}{W_t} \cdot \alpha_{k,t} = \frac{5570 \text{ Nmm}}{\frac{\pi}{32} \cdot (15 \text{ mm})^3} \cdot 1,3 = 10,93 \text{ MPa}$
- Unterspannung $\tau_{t,u} = \tau_{t,o} = 10,93 \text{ MPa}$
- Mittelspannung $\tau_{t,m} = \frac{1}{2} (\tau_{t,o} + \tau_{t,u}) = 10,93 \text{ MPa}$
- Ausschlagsspannung $\tau_{t,a} = \frac{1}{2} (\tau_{t,o} - \tau_{t,u}) = 0 \text{ MPa}$

▷ Punkt B: dynamische Beanspruchung

- Biegung σ_b



$$\frac{D}{d} = \frac{24 \text{ mm}}{15 \text{ mm}} = 1,6$$

$$\frac{r}{d} = \frac{3 \text{ mm}}{15 \text{ mm}} = 0,2$$

$$\Rightarrow \alpha_{k,b} \approx 1,45 \approx 1,5$$

- Oberspannung $\sigma_{b,o} = \sigma_{b,n} \cdot \alpha_{k,b} = \frac{M_b}{W_b} \cdot \alpha_{k,b} = \frac{53,38 \text{ N} \cdot 15/2 \text{ mm}}{\frac{\pi}{32} (15 \text{ mm})^3} \cdot 1,5 = 1,81 \text{ MPa}$
- Unterspannung $\sigma_{b,u} = -\sigma_{b,o} = -1,81 \text{ MPa}$
- Mittelspannung $\sigma_{b,m} = \frac{1}{2} (\sigma_{b,o} + \sigma_{b,u}) = 0 \text{ MPa}$
- Ausschlagsspannung $\sigma_{b,a} = \beta_{k,b} \cdot \sigma_b = \frac{\alpha_{k,b}}{1 + \frac{55}{Re} \sqrt{\frac{r}{D}}} \cdot \frac{M_b}{W_b} = \frac{1,5}{1 + \frac{55}{430 \text{ N/mm}^2} \sqrt{\frac{2}{3 \text{ mm}}}} \cdot \frac{53,38 \text{ N} \cdot 15/2 \text{ mm}}{\frac{\pi}{32} (15 \text{ mm})^3} = 1,64 \text{ MPa}$

▷ Punkt B: Vergleichsspannungen: Hypothese GEH, zweiachsig σ_b, τ_t

- Vergleichsoberspannung $\sigma_{v,o} = \sqrt{\sigma_{b,o}^2 + 3\tau_t^2} = \sqrt{(1,81 \text{ MPa})^2 + 3(10,93 \text{ MPa})^2} = 19,02 \text{ MPa}$
- Vergleichsmittelspannung $\sigma_{v,m} = \sqrt{\sigma_{b,m}^2 + 3\tau_t^2} = \sqrt{(0 \text{ MPa})^2 + 3(10,93 \text{ MPa})^2} = 18,93 \text{ MPa}$
- Vergleichsausschlagsspannung $\sigma_{v,a} = \sqrt{\sigma_{b,a}^2} = 1,64 \text{ MPa}$

⑥ Sicherheitswerte

▷ Punkt A

→ max. auftretende Spannung: $\sigma_{v,a} = 16,42 \text{ MPa} \Rightarrow \sigma_{\text{wirk}} \leq \sigma_{\text{zul}}$

- Fließen, $> 1,5$

$$\sigma_{\text{wirk}} \leq \frac{R_e}{S_F}$$

$$S_F \leq \frac{R_e}{\sigma_{\text{wirk}}} = \frac{430 \text{ MPa}}{16,42 \text{ MPa}} = 26,19$$

$$\Rightarrow 1,5 \leq 26,19 \checkmark$$

- Bruch, > 2

$$\sigma_{\text{wirk}} \leq \frac{R_m}{S_B}$$

$$S_B \leq \frac{R_m}{\sigma_{\text{wirk}}} = \frac{650 \text{ MPa}}{16,42 \text{ MPa}} = 39,59$$

$$\Rightarrow 2 \leq 39,59 \checkmark$$

- Schwingungsbruch, > 2

$$\sigma_{\text{wirk}} \leq \frac{\sigma_A}{S_D}$$

$$S_D \leq \frac{\sigma_A}{\sigma_{\text{wirk}}} = \frac{\sigma_A \cdot b_o \cdot b_s}{\sigma_{v,a}} = \frac{343,05 \text{ MPa} \cdot 0,925 \cdot 0,95}{1,63 \text{ MPa}} = 31,3$$

$$\Rightarrow 2 \leq 31,3 \checkmark$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_A = \sigma_{b,w} \cdot \sqrt{1 - \frac{\sigma_{v,m}}{R_m}} = 345 \text{ MPa} \cdot \sqrt{1 - \frac{7,32}{650}} = 343,05 \text{ MPa} \\ b_o = 0,925 \\ b_s = 0,95 \end{array} \right.$$

· Knicken, $> 3,5$

↳ Knickfall 4 nach Euler: Welle fest im Lager eingespannt, Spindelmutter $\hat{=}$ Führung

$$\beta = 0,5 \quad s = 0,5 \cdot L \quad F_{krit} = \frac{4\pi^2}{L^2} \cdot E \cdot I = \frac{4\pi^2}{(37,75 \text{ mm})^2} \cdot 210000 \text{ MPa} \cdot \frac{\pi}{64} \cdot (24 \text{ mm})^4 = 94,75 \cdot 10^6 \text{ N}$$

$$S_k \hat{=} \frac{F_k}{F_x} = \frac{94,75 \cdot 10^6 \text{ N}}{2000 \text{ N}} = 47375$$

$$\Rightarrow 3,5 < 47375 \quad \checkmark$$

▷ Punkt B

→ max. auftretende Spannung: $\sigma_{v,0} = 19,02 \text{ MPa}$

· Fließen, $> 1,5$

$$\sigma_{wirk} \hat{=} \frac{R_e}{S_F} \quad S_F \hat{=} \frac{R_e}{\sigma_{wirk}} = \frac{430 \text{ MPa}}{19,02 \text{ MPa}} = 22,61$$

$$\Rightarrow 1,5 \leq 22,61 \quad \checkmark$$

· Bruch, > 2

$$\sigma_{wirk} \hat{=} \frac{R_m}{S_B} \quad S_B \hat{=} \frac{R_m}{\sigma_{wirk}} = \frac{650 \text{ MPa}}{19,02 \text{ MPa}} = 34,17$$

$$\Rightarrow 2 \leq 34,17 \quad \checkmark$$

· Schwingungsbruch, > 2

$$\sigma_{wirk} \hat{=} \frac{\sigma_A}{S_D} \quad S_D \hat{=} \frac{\sigma_A}{\sigma_{wirk}} = \frac{\sigma_A \cdot b_o \cdot b_s}{\sigma_{v,a}} = \frac{339,94 \text{ MPa} \cdot 0,925 \cdot 0,95}{1,64 \text{ MPa}} = 192,15$$

$$\Rightarrow 2 \leq 192,15 \quad \checkmark$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_A = \sigma_{b,w} \cdot \sqrt{1 - \frac{\sigma_{v,im}}{R_m}} = 345 \text{ MPa} \cdot \sqrt{1 - \frac{18,93}{650}} = 339,94 \text{ MPa} \\ b_o = 0,925 \\ b_s = 0,95 \end{array} \right.$$

· Knicken → nicht erforderlich

⇒ Beurteilung:

Die Sicherheitswerte gegen Fließen, Bruch, Dauerbruch und Knicken sind groß genug. Versagen kann somit ausgeschlossen werden.

⑦ Last auf Welle verringern

▷ Material ändern (höherer Wert von R_e und R_m)

▷ größerer Kerbradius (geringere Kerbwirkung)