

Formelblatt zur Prüfung „Einführung in die Festigkeitslehre“

Sommersemester 2020

Verallgemeinertes Hooke'sches Gesetz

Hooke'sches Gesetz		
Beanspruchung	Dehnungen	Spannungen
σ_x ($\sigma_y = \sigma_z = 0$)	$\varepsilon_x = \frac{1}{E} \sigma_x$ $\varepsilon_y = -\frac{\mu}{E} \sigma_x$ $\varepsilon_z = -\frac{\mu}{E} \sigma_x$	$\sigma_x = E \cdot \varepsilon_x$ $\sigma_y = 0$ $\sigma_z = 0$
$\sigma_x; \sigma_y$ ($\sigma_z = 0$)	$\varepsilon_x = \frac{1}{E} (\sigma_x - \mu \sigma_y)$ $\varepsilon_y = \frac{1}{E} (\sigma_y - \mu \sigma_x)$ $\varepsilon_z = -\frac{\mu}{E} (\sigma_x + \sigma_y)$	$\sigma_x = \frac{E}{1-\mu^2} (\varepsilon_x + \mu \cdot \varepsilon_y)$ $\sigma_y = \frac{E}{1-\mu^2} (\varepsilon_y + \mu \cdot \varepsilon_x)$ $\sigma_z = 0$
$\sigma_x; \sigma_y; \sigma_z$	$\varepsilon_x = \frac{1}{E} (\sigma_x - \mu (\sigma_y + \sigma_z))$ $\varepsilon_y = \frac{1}{E} (\sigma_y - \mu (\sigma_x + \sigma_z))$ $\varepsilon_z = \frac{1}{E} (\sigma_z - \mu (\sigma_x + \sigma_y))$	$\sigma_x = \frac{E}{1+\mu} \left(\varepsilon_x + \frac{\mu}{1-2\mu} \cdot e \right)$ $\sigma_y = \frac{E}{1+\mu} \left(\varepsilon_y + \frac{\mu}{1-2\mu} \cdot e \right)$ $\sigma_z = \frac{E}{1+\mu} \left(\varepsilon_z + \frac{\mu}{1-2\mu} \cdot e \right)$ mit $(e = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z)$

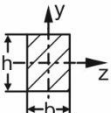
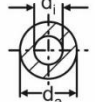
Schubspannungs-/Schiebungsbeziehungen:

$$\tau_{xy} = G \cdot \gamma_{xy}$$

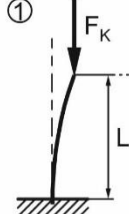
$$\tau_{yz} = G \cdot \gamma_{yz} \quad \left(G = \frac{E}{2(1+\mu)} \right)$$

$$\tau_{xz} = G \cdot \gamma_{xz}$$

Trägheits-/Widerstandsmomente

Querschnittsform	Biegung		Torsion	
	Axiales Flächenträgheitsmoment	Widerstandsmoment gegen Biegung	Polares Flächenträgheitsmoment	Widerstandsmoment gegen Torsion
	$I_z = \frac{bh^3}{12}$	$W_{b,z} = \frac{bh^2}{6}$	nicht elementar lösbar	
	$I = \frac{\pi}{64} d^4$	$W_b = \frac{\pi}{32} d^3$	$I_p = \frac{\pi}{32} d^4$	$W_t = \frac{\pi}{16} d^3$
	$I = \frac{\pi}{64} (d_a^4 - d_i^4)$	$W_b = \frac{\pi}{32} \left(\frac{d_a^4 - d_i^4}{d_a} \right)$	$I_p = \frac{\pi}{32} (d_a^4 - d_i^4)$	$W_t = \frac{\pi}{16} \left(\frac{d_a^4 - d_i^4}{d_a} \right)$

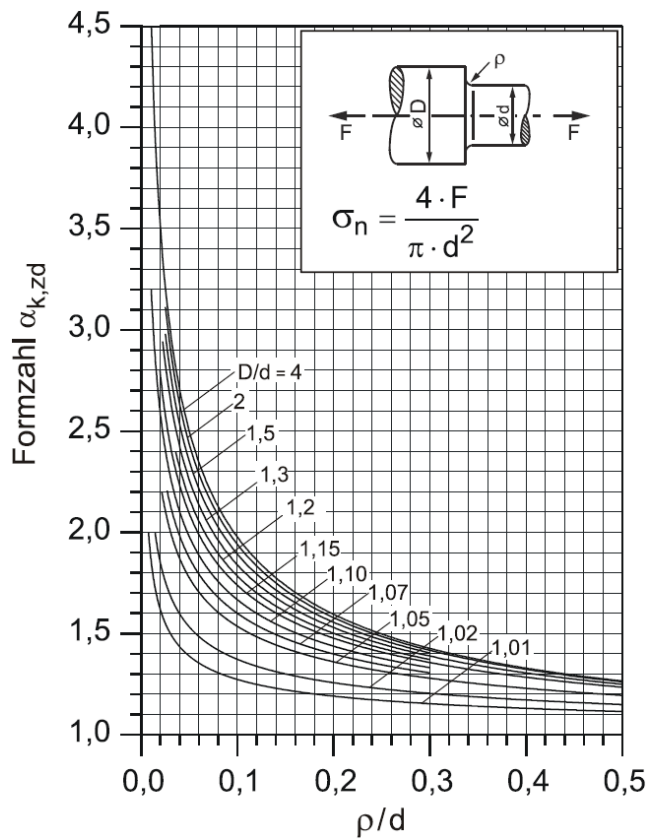
Euler'sche Knickfälle

Knickfälle nach Euler	①	②	③	④
				
Knicklast F_K	$\frac{\pi^2}{4} \cdot \frac{EI}{L^2}$	$\pi^2 \cdot \frac{EI}{L^2}$	$2\pi^2 \cdot \frac{EI}{L^2}$	$4\pi^2 \cdot \frac{EI}{L^2}$

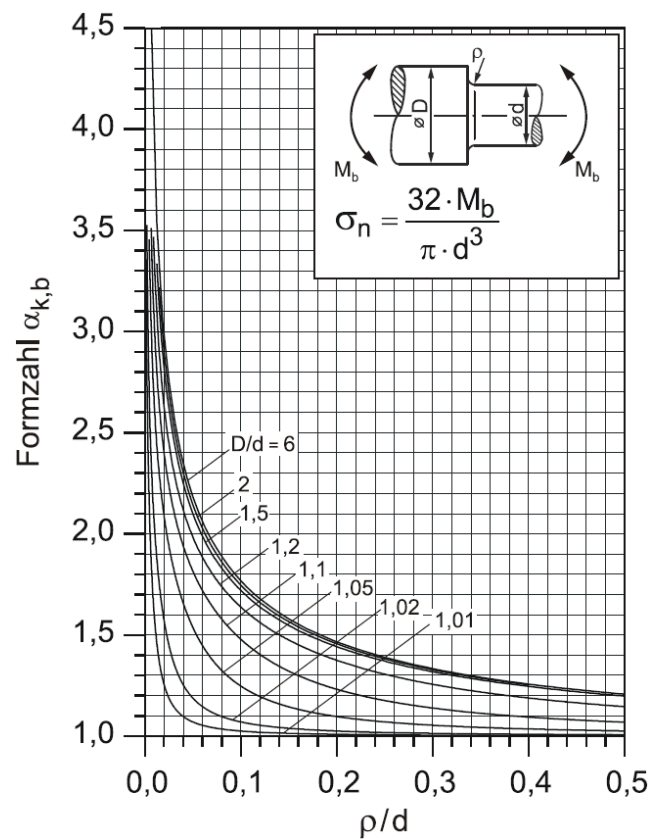
I: axiales Trägheitsmoment

F_K : Knicklast

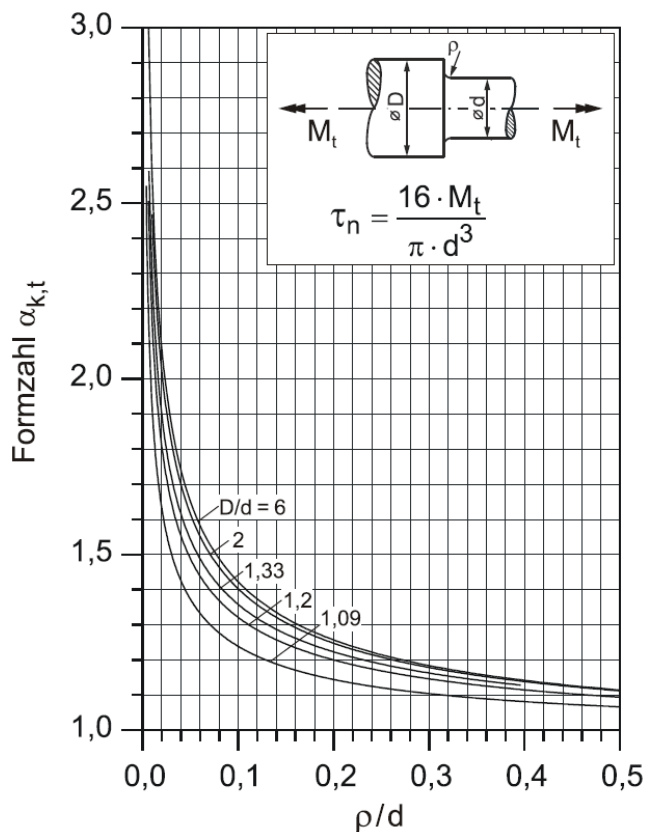
Formzahl – abgesetzte Welle unter Zug/Druck



Formzahl – abgesetzte Welle unter Biegung



Formzahl – abgesetzte Welle unter Torsion



Formeln zur Berechnung dünnwandiger Hohlzylinder unter Innendruck

Tangential-/Umfangsspannung: Längs-/Axialspannung:

$$\sigma_u = \frac{p \cdot d_i}{2 \cdot s}$$

$$\sigma_a = \frac{p \cdot d_i}{4 \cdot s}$$

Radialspannung (Wandmitte): Kesselformel:

$$\sigma_r = -\frac{p}{2}$$

$$\sigma_v = \frac{p \cdot d_m}{2 \cdot s}$$

Verdrehwinkel bei Torsionsbeanspruchung

$$\varphi = \frac{M_t \cdot L}{G \cdot I_p}$$

φ in [rad]

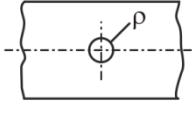
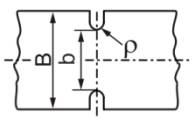
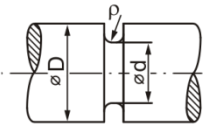
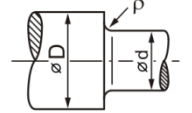
Erdbeschleunigung

$$g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

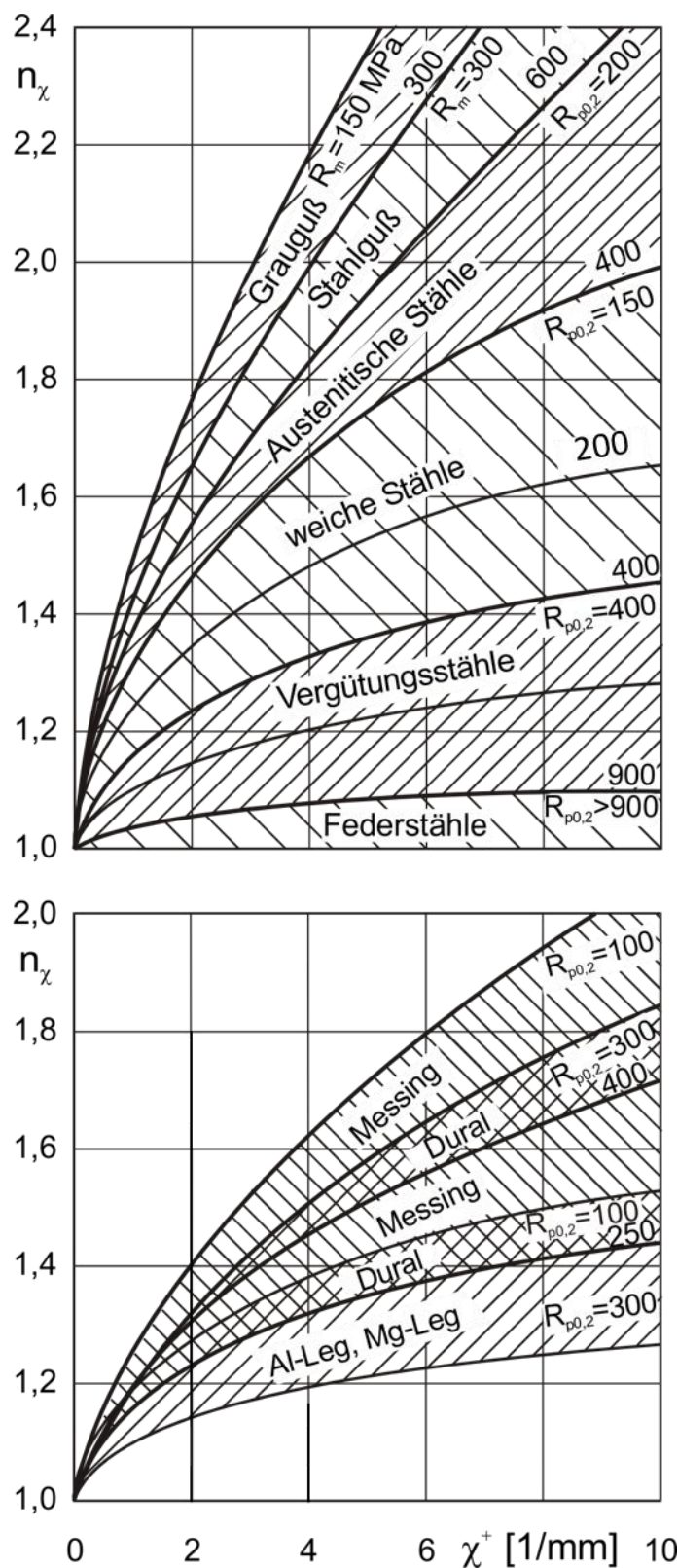
Berechnung der Kerbwirkungszahl nach Siebel

$$\beta_k = \frac{\alpha_k}{n_\chi}$$

Bezogenes Spannungsgefälle

Kerbform	Beanspruchungsart	$\chi^+ = \chi_0^+ + \chi_k^+$ [mm ⁻¹]
	Zug-Druck	$\frac{2}{\rho}$
	Zug-Druck	$\frac{2}{\rho}$
	Biegung	$\frac{2}{b} + \frac{2}{\rho}$
	Zug-Druck	$\frac{2}{\rho}$
	Biegung	$\frac{2}{d} + \frac{2}{\rho}$
	Torsion	$\frac{2}{d} + \frac{1}{\rho}$
	Zug-Druck	$\frac{2}{\rho}$
	Biegung	$\frac{4}{D+d} + \frac{2}{\rho}$
	Torsion	$\frac{4}{D+d} + \frac{1}{\rho}$

Dynamische Stützziffer n_χ



Kerbwirkungszahl nach Dietmann (Näherung für ferritisch-perlitische Stähle)

$$\beta_k = \frac{\alpha_k}{1 + \frac{55}{R_e} \cdot \sqrt{\frac{C}{\rho}}}$$

R_e : Streckgrenze [in MPa]

ρ : Kerbradius [in mm]

$C = 2$: bei Zug/Druck und Biegung

$C = 1$: bei Torsion

Festigkeitshypothesen

Vergleichsspannungen				
Spannungszustand				
Hypothese	dreiachsig	zweiachsig		
	$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3 = 0^{+)}$	$\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$	σ_b, τ_t
NH	σ_1 (Zug) bzw. σ_3 (Druck)	σ_1	$\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}$	$\frac{\sigma_b}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\sigma_b^2 + 4\tau_t^2}$
SH	$\sigma_1 - \sigma_3$	σ_1	$\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}^{++)}$	$\sqrt{\sigma_b^2 + 4\tau_t^2}$
GEH	$\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}$	$\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \sigma_2}$	$\sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \sigma_y + 3\tau_{xy}^2}$	$\sqrt{\sigma_b^2 + 3\tau_t^2}$

^{+) Für die Fälle $\sigma_1 > 0; \sigma_2 = 0; \sigma_3 < 0$ bzw. $\sigma_1 = 0; \sigma_2 < 0; \sigma_3 < 0$ ergibt sich σ_v aus Spalte 1}

^{++) gilt nur für $\sigma_x \sigma_y \leq \tau_{xy}^2$; für $\sigma_x \sigma_y > \tau_{xy}^2$ ist $\sigma_v(\text{SH}) = \sigma_v(\text{NH})$}

Näherungsformeln für die dauerhaft ertragbare Spannungsamplitude

Für zähe Werkstoffe: $\sigma_A = \sigma_W \sqrt{1 - \frac{\sigma_m}{R_m}}$

Für spröde Werkstoffe: $\sigma_A = \sigma_W \left(1 - \frac{\sigma_m}{R_m}\right)$

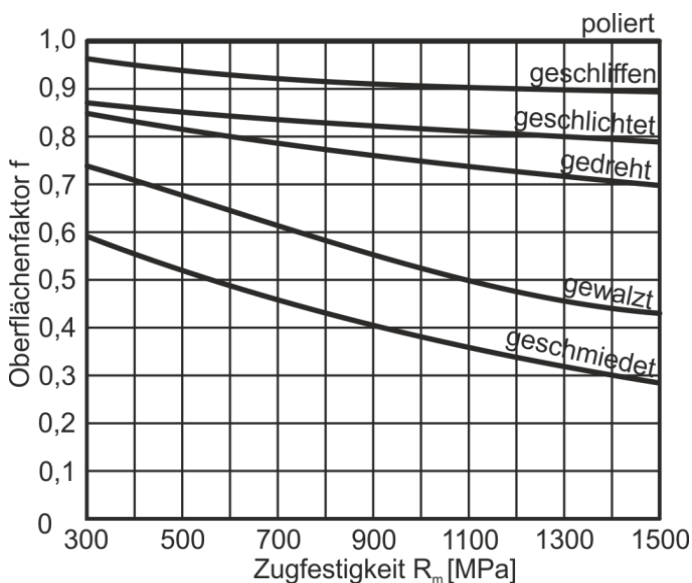
Näherungsformel für die plastische Stützziffer

$$\eta_{pl} = \sqrt{\frac{\varepsilon_{ges}}{\varepsilon_F}} = \sqrt{1 + \frac{\varepsilon_{pl}}{\varepsilon_F}}$$

ε_{ges} : Gesamtdehnung an der höchstbeanspruchten Stelle

ε_F : Dehnung bei Fließbeginn

Oberflächenfaktor



Schwingfestigkeitskennwerte

in Abhängigkeit von der Zugfestigkeit (gültig für Stahl)

