

[Hier eingeben]

[RE]Resonanz

Einleitung

Resonanz spielt im alltäglichen Leben z.B. in der Architektur eine wichtige Rolle. Bei der erzwungenen Schwingung erfährt der Körper, zusätzlich zu den Kräften bei der freien gedämpften Schwingung, äußere Kräfte. Durch verschieden starke Dämpfungen kann sich die Resonanzamplitude dabei ändern.

Im folgenden Versuch sollen zum einen Schwingungen mit verschiedenen starken Dämpfungen und zum anderen unter Variation der Dämpfung und eines antreibenden Oszillators die unterschiedlichen Resonanzamplituden und Resonanzkreisfrequenzen beobachtet und berechnet werden.

Versuchsaufbau

Das im Versuch verwendete Federpendel besteht aus einem Gleiterschlitten, der durch zwei Schraubenfedern in Ruhelage liegt. Zur Verminderung von Reibung befindet sich der Gleiter auf einer Luftkissenbahn. Die Dämpfung wird durch den alternierenden Aufbau von Magneten auf diesem Gleiter hervorgerufen, die bei Bewegung ein Wirbelstrom verursachen. Um verschiedene Dämpfungen zu erreichen wird die Zahl der Dauermagnetpaare (0,1,3,5,7) variiert. Das Gewicht wird durch Messingringe stabil gehalten. Im zweiten Versuchsteil wirkt ein Motor, der mit dem Gleiter in Verbindung steht als erregender Oszillator. Man kann die antreibende Frequenz ändern, um verschiedene Phasendifferenzen und Resonanzamplituden zu erhalten, die das Antriebsgerät ausgibt. Hierbei werden nur zwei verschieden starke Dämpfungen in Betracht gezogen (1,5 Magnetpaare).

[Hier eingeben]

Auswertung:

Gedämpfte Schwingung

1. Bestimmen der Kreisfrequenz:

Kreisfrequenz:

$$\omega_0 = 2,5738 \quad (\text{Messwert für } b=0, \text{ ungedämpft})$$

Kreisfrequenz eines gedämpften Federpendels:

$$\omega'(b) = \sqrt{\omega_0^2 - \beta_b^2} \quad (\text{Gl. 7})$$

β_b sind Messwerte aus dem Versuch (als B gemessen)

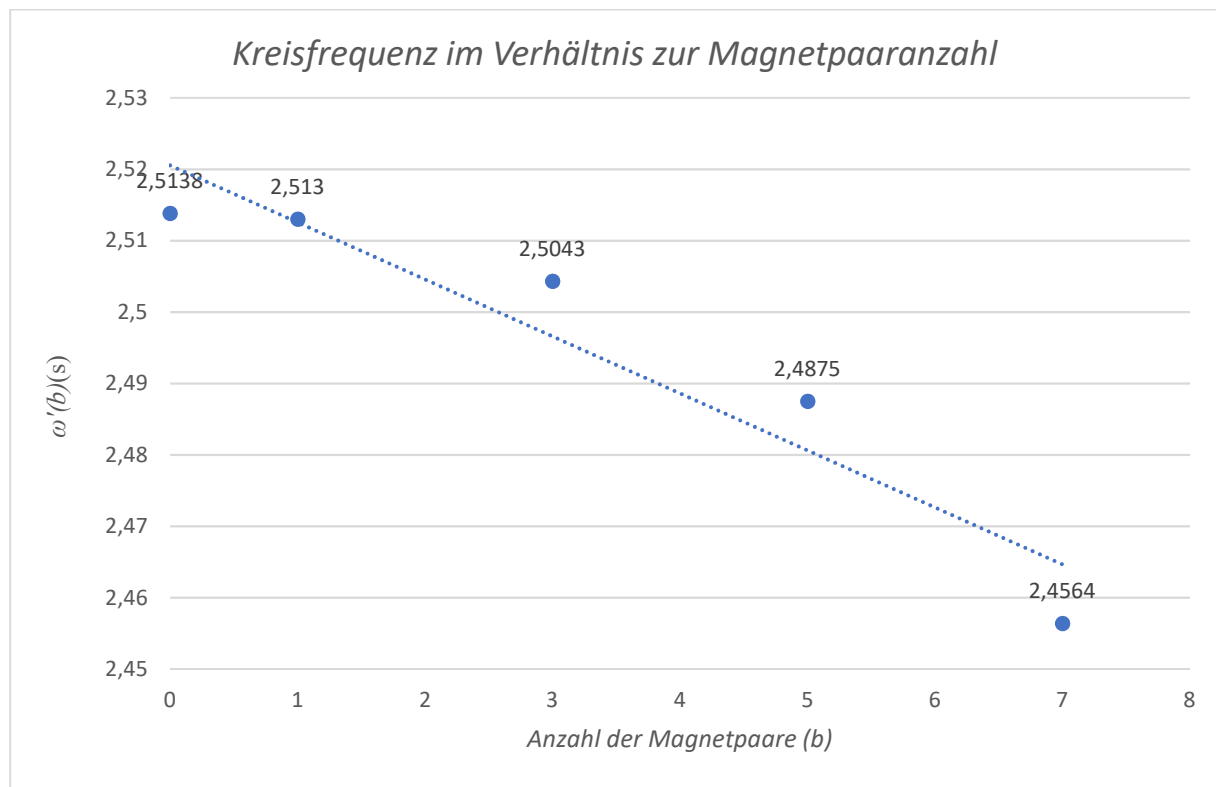
$$b=1: \omega'(1) = 2,5738$$

$$b=1: \omega'(1) = 2,5730$$

$$b=3: \omega'(3) = 2,5043$$

$$b=5: \omega'(5) = 2,4875$$

$$b=7: \omega'(7) = 2,4564$$



[Hier eingeben]

Die Dämpfung der Schwingung ist proportional zur Magnetpaaranzahl. Daher zeigt das Diagramm, dass die Kreisfrequenz, mit der der Gleiter schwingt, mit größer werdender Dämpfung näherungsweise linear abnimmt

Die Ergebnisse entsprechen den theoretischen Erwartungen. Der Zusammenhang, der sich aus (Gl1) zwischen Dämpfung und Kreisfrequenz ergibt, ist in dem Diagramm zu sehen.

2. Aperiodischer Grenzfall:

Abklingkonstanten:

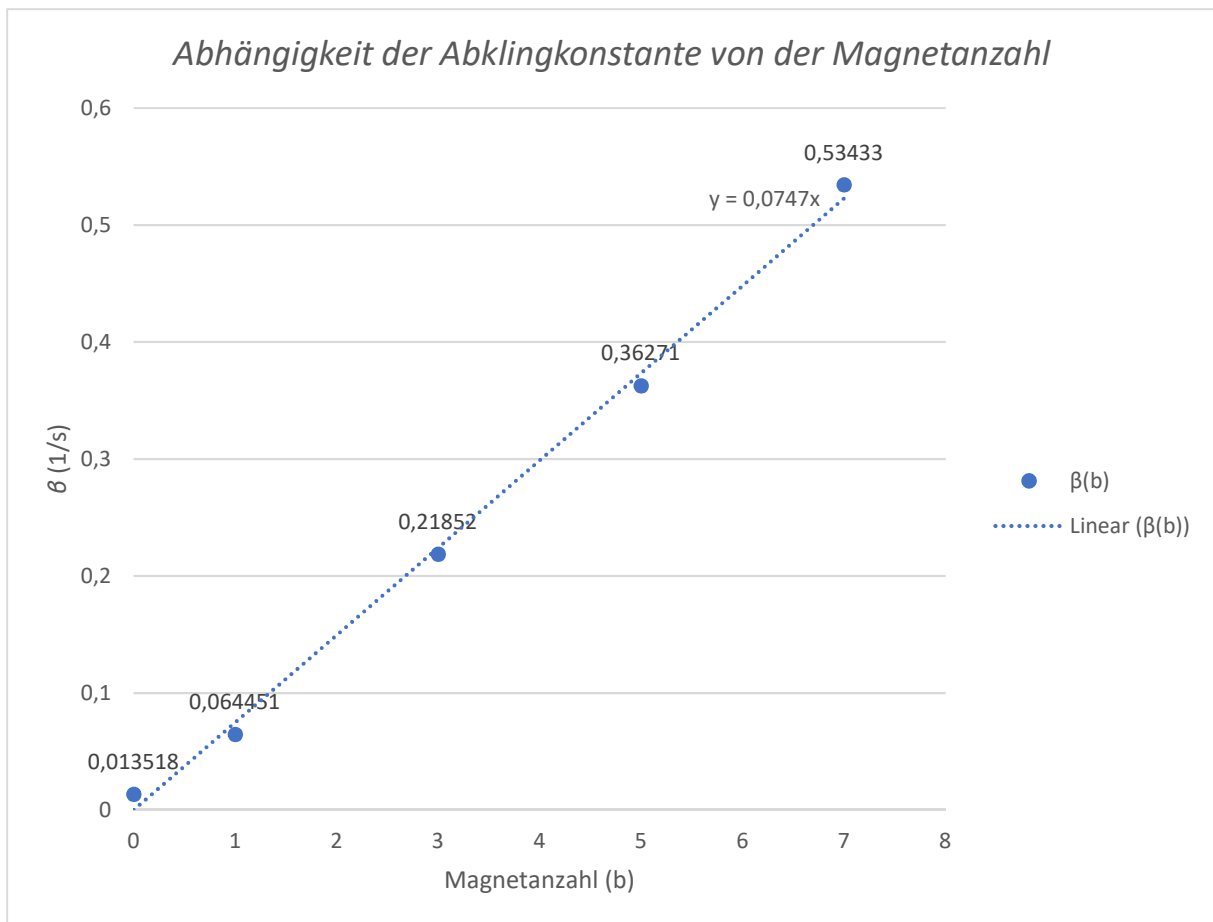
$$\beta(0) = 0,013518$$

$$\beta(1) = 0,064451$$

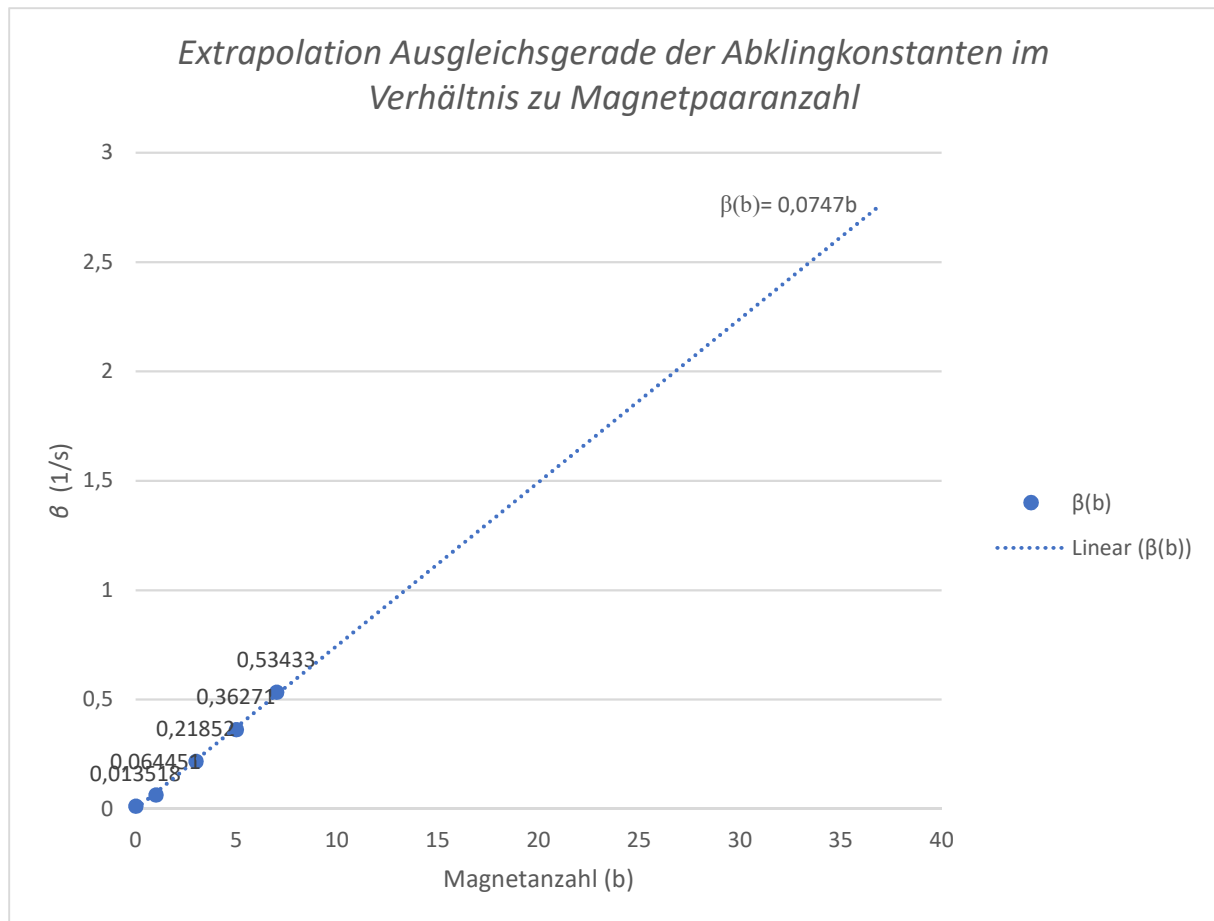
$$\beta(3) = 0,21852$$

$$\beta(5) = 0,36271$$

$$\beta(7) = 0,53433$$



[Hier eingeben]



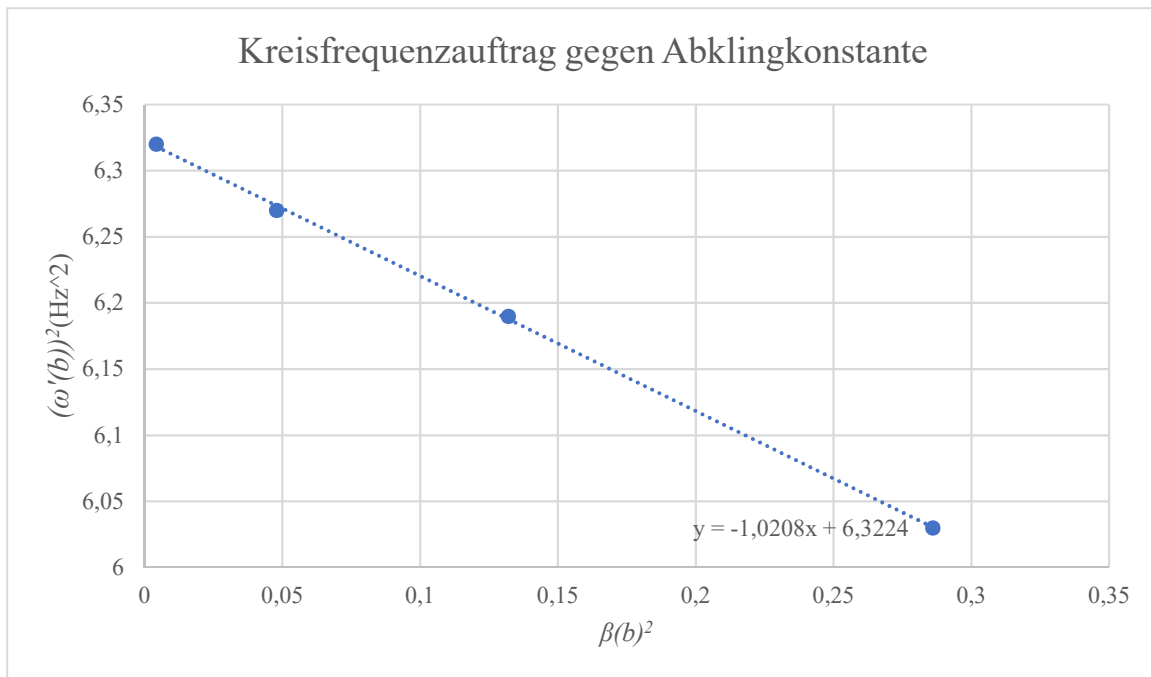
Der aperiodische Grenzfall, auch kritische Dämpfung genannt ist die schnellste Dämpfung bis zur Ruhelage. Dies tritt genau dann ein, wenn $\beta^2 = \omega^2$.

Dieser Zusammenhang ergibt sich aus:

$$\omega'(b) = -\sqrt{\omega_0^2 - \beta(b)^2}$$
$$\text{Wenn } \omega_0 = \beta(b) : 0 = -\sqrt{\omega_0^2 - \beta(b)^2}$$
$$\Rightarrow 0 = \omega'(b)$$

Im Fall für $\omega_0 = 2,5138 = \beta(b)$ ergibt sich der aperiodische Grenzfall bei $b = 34$. Dies kann man aus dem Diagramm der Extrapolation der Ausgleichsgeraden ablesen, oder mithilfe der Gleichung der Ausgleichsgeraden errechnen.

[Hier eingeben]



Aus der Gleichung der Ausgleichsgeraden kann man den y-Achsenabschnitt ablesen:

Aus der Gleichung:

$$\rightarrow \omega_0^2 = 6,3224 \text{ Hz}^2$$

Dieses ω_0 müsste dem experimentell bestimmten ω_0 entsprechen

Vorher wurde berechnet:

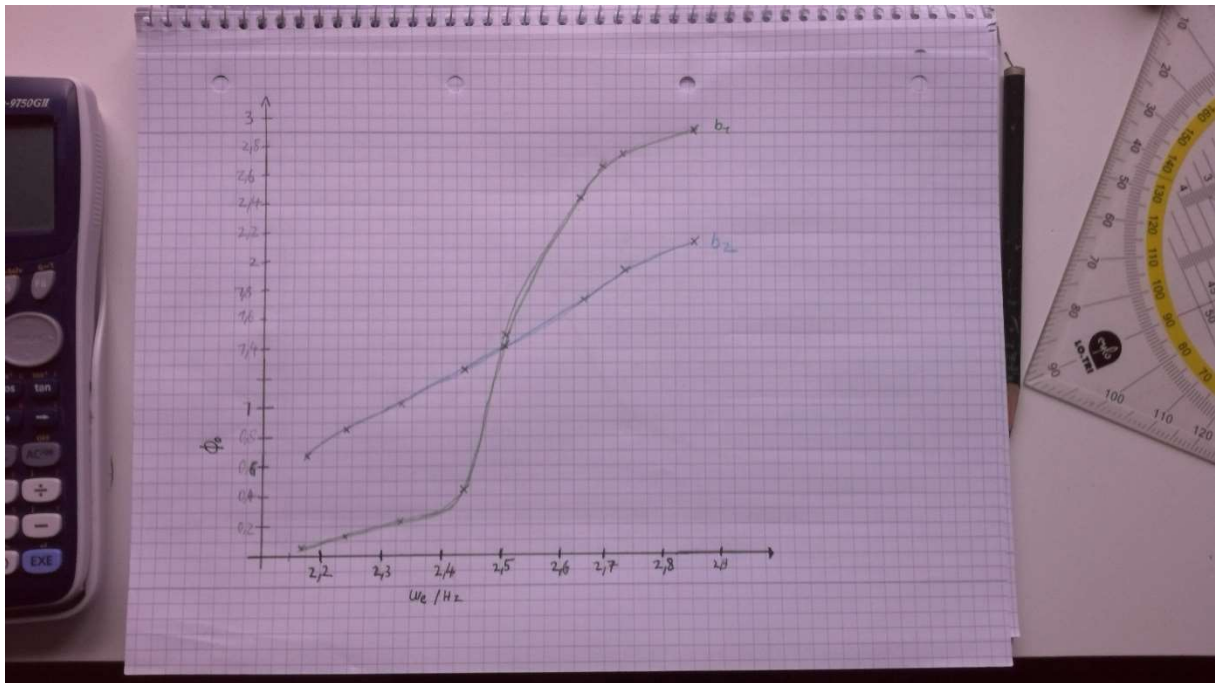
$$\omega_0 = 2,5138 \text{ Hz}$$

$$\rightarrow \omega_0^2 = 6,31919 \text{ Hz}^2 \approx 6,3224 \text{ Hz}^2$$

Trotz geringer Abweichungen ergibt sich näherungsweise der gleich Wert.

[Hier eingeben]

Erzwungene Schwingung



Abgelesene Werte für die Kreisfrequenz an der Resonanzstelle:

$b=1$: $\omega_R = 2,525 \text{ Hz}$

$b=5$: $\omega_R = 2,45 \text{ Hz}$

[Hier eingeben]

Die theoretisch zu erwartende Resonanzkreisfrequenz für erzwungene Schwingung lässt sich mit der folgenden Formel berechnen:

$$\omega_R(b) = \sqrt{\omega_0^2 - \beta(b)^2}$$
$$\omega_R(1) = 2,57 \text{ Hz}$$
$$\omega_R(2) = 2,46 \text{ Hz}$$

Diese Abweichungen zwischen rechnerisch und zeichnerisch bestimmter Resonanzkreisfrequenzen sind auf Messunsicherheiten und Ungenauigkeiten beim Ablesen aus dem Diagramm zurückzuführen und liegen im zulässigen Bereich.

[Hier eingeben]

Resonanz

Freie gedämpfte Schwingung

Anzahl der Magnetpaare	Schwingungsdauer T	A Anfangsamplitude	B Abklingkonst.	C Schwingungsdauer	D	Resonanz- hervorgr.	$\omega'(b) = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ mit $\omega_0 = 2,5132$
$b = 0$	2,49	0,24892	0,018518	2,5138	0	0,9999	2,5138
$b = 1$	2,48	0,21053	0,064454	2,5354	0	0,9986	2,5130
$b = 3$	2,5	0,15177	0,21852	2,5268	0	0,9999	2,5043
$b = 5$	2,52	0,11718	0,36271	2,5927	0	0,9992	2,4875
$b = 7$	2,48	0,089098	0,53433	2,6043	0	0,9989	2,4564

Erzwungene Schwingung

(A_0 in cm, ΔT in s) $\Phi_0 = 2\pi \cdot \frac{\Delta T}{T_{\text{Motor}}}$

T_{Motor}	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,7	2,8	2,9
$b = 1$	$\left\{ \begin{array}{l} A_0 \\ \Delta T \\ \Phi_0 \end{array} \right.$							
$b = 1$	3,1	5,05	10,1	15,98	9,43	5,97	4,28	3,44
$b = 1$	1	1,02	0,937	0,562	0,187	0,090	0,06	0,29
$b = 5$	$\left\{ \begin{array}{l} A_0 \\ \Delta T \\ \Phi_0 \end{array} \right.$							
$b = 5$	1,99	2,4	2,7	2,86	2,89	2,75	2,6	2,43
$b = 5$	0,741	0,709	0,658	0,588	0,507	0,438	0,369	0,320
$b = 1: \Phi_0$	2,86	2,79	2,45	1,41	0,452	0,209	0,135	ohne Null: 0,628
$b = 5: \Phi_0$	2,12	1,94	1,72	1,48	1,23	1,02	0,828	mit Null: 0,693

um Resonanzstelle:

T_{Motor}	2,35	2,45	2,55	2,65	2,75
$b = 1$	$\left\{ \begin{array}{l} A_0 \\ \Delta T \\ \Phi_0 \end{array} \right.$				
$b = 1$	6,72	14,43	13,12	7,74	
$b = 1$	1,01	0,80	0,317	0,133	
$b = 1$	2,70	2,05	0,781	0,315	
$b = 5$	$\left\{ \begin{array}{l} A_0 \\ \Delta T \\ \Phi_0 \end{array} \right.$				
$b = 5$		5,6	2,93	2,85	2,7
$b = 5$	0,623	0,623	0,546	0,475	0,401
$b = 5$	1,67	1,60	1,35	1,13	0,92