

Universität Stuttgart

Musterlösung

Biomechanik – Probeklausur Musterlösung

Prof. Dr.-Ing. Giorgio Cattaneo

Institut für Biomedizinische Technik

Universität Stuttgart

Seidenstraße 36, 70174 Stuttgart



Probeklausur

Diese Probeklausur soll einen Überblick über die Art und vor allem die Tiefe der Fragen bei der bevorstehenden Klausur ermöglichen.

Die Musterlösung werden wir zeitnah in ILIAS hochladen.

Wichtig:

Der Umfang dieser Probeklausur, das heißt die Anzahl von Fragen, ist nicht unbedingt repräsentativ.

Die Klausur ist in den zwei zur Verfügung stehenden Stunden durchführbar.

Bitte betrachten Sie auch alle Aufgaben, die wir vorlesungsbegleitend bereitgestellt haben, als klausurvorbereitend.

Hilfsmittel:

In der Klausur wird es möglich sein:

- einen wissenschaftlichen, nicht programmierbaren Taschenrechner und
- eine eigenhändig, auf einem DIN-A5 Blatt (beidseitig) verfasste Formensammlung (ohne Textangaben) mitzunehmen.

Aufgabe 1

Was ist der Unterschied zwischen Biomechanik und Mechanobiologie? Erklären Sie anhand eines Beispiels.

Biomechanik beschreibt die Relation zwischen Kraft und Deformation.

Mechanobiologie beschreibt biologische Reaktionen in Folge von Kraft und Deformation.

Beispiel: Durch Krafteinwirkung auf ein Kreuzband wird dieses gedehnt (Biomechanik). Es kommt zu einer Entzündung des Kreuzbandes abhängig von der Krafteinwirkung über die Zeit (Mechanobiologie).

Aufgabe 2

Schreiben Sie in das freie Feld, ob die Aussagen für Festkörper oder Fluide zutreffen. Eine Aussage trifft immer nur auf einen Festkörper oder ein Fluid zu.

Fluid : Die Form ändert sich auch bei kleinen Kräften.

Festkörper : Ist formstabil bei kleinen Kräften.

Festkörper : Feste, sich wiederholende, dreidimensionale, oft kristalline Struktur.

Fluid : Die Anordnung der Moleküle ist variabel.

Festkörper : Die wichtigsten Größen zur Beschreibung sind Masse und Kraft.

Fluid : Die wichtigsten Größen zur Beschreibung Druck und Dichte

Fluid : Es besteht ein Zusammenhang zwischen der Kraft und der Deformationsgeschwindigkeit

Festkörper : Es besteht ein Zusammenhang zwischen Deformation und Kraft

Aufgabe 3

Als Modell einer Lunge soll in einem Versuch ein Luftballon verwendet werden, ein Gemisch aus N₂ und O₂ wird für Strömungsmessungen verwendet.

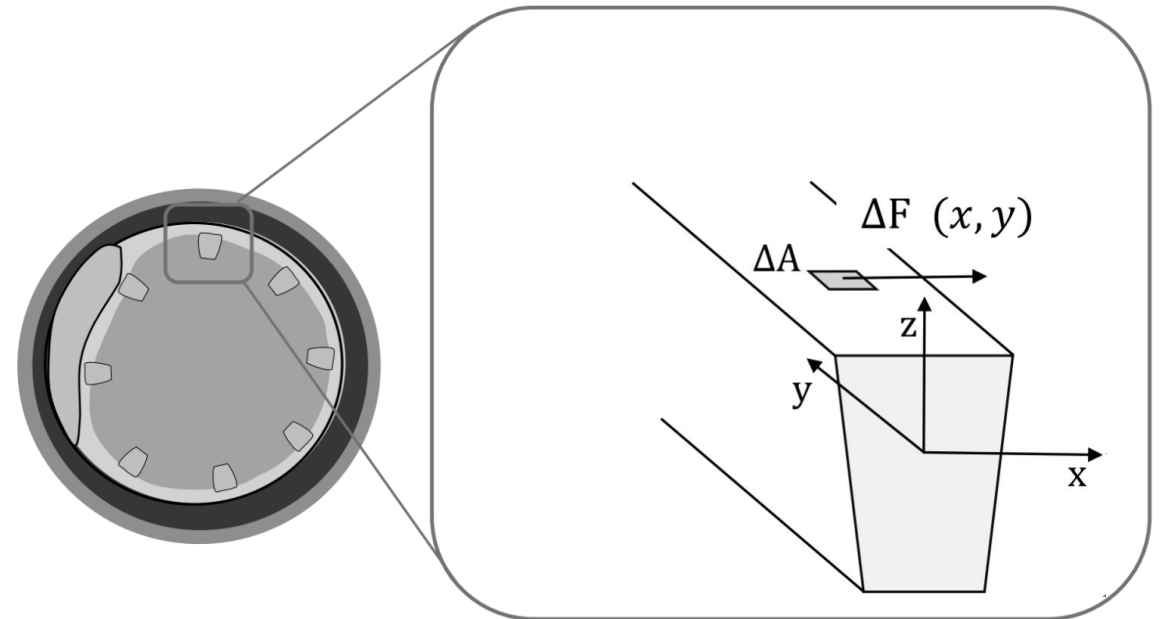
Welche der folgenden Parameter ist in Bezug auf die Nachbildung der Compliance von Bedeutung:

- ☒ Dicke des Ballons
- ☒ Durchmesser des Ballons
- ☐ Rauheit des Ballons
- ☒ E-Modul des Ballons
- ☐ Viskosität des Fluids
- ☐ Dichte des Fluids

Aufgabe 4

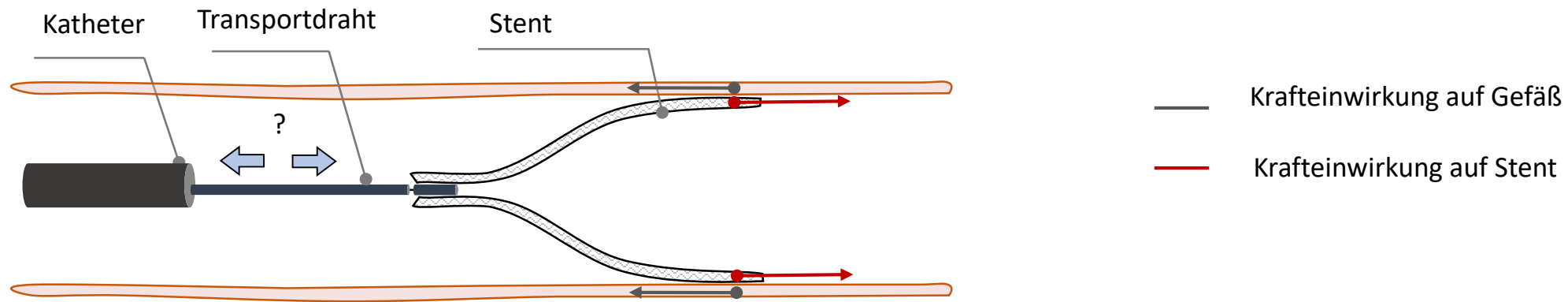
Auf ein infinitesimales Flächenelement ΔA wirkt eine tangentielle Kraft $\Delta F(x, y)$, wie in der Abbildung dargestellt. Kreuzen Sie die richtigen Antworten im Bezug auf die wirkende Spannung an.

- ☐ Die wirkende Spannung lautet: $\lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F(x, y)}{\Delta A} = \tau_y$
- ☒ Die wirkende Spannung lautet: $\lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F(x, y)}{\Delta A} = \tau_x$
- ☐ Die wirkende Spannung lautet: $\lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F(x, y)}{\Delta A} = \sigma_y$
- ☒ Die wirkende Spannung ist eine Schubspannung.
- ☐ Die wirkende Spannung ist eine Dilatanz.
- ☐ Die wirkende Spannung ist eine Normalspannung.



Aufgabe 5

- a) Das dritte Newtonsches Gesetz besagt, dass Kräfte immer paarweise auftreten. Woher entstehen die Kräfte, welche in der Abbildung dargestellt werden? Erklären Sie, in welcher Richtung der Transportdraht bewegt wird.

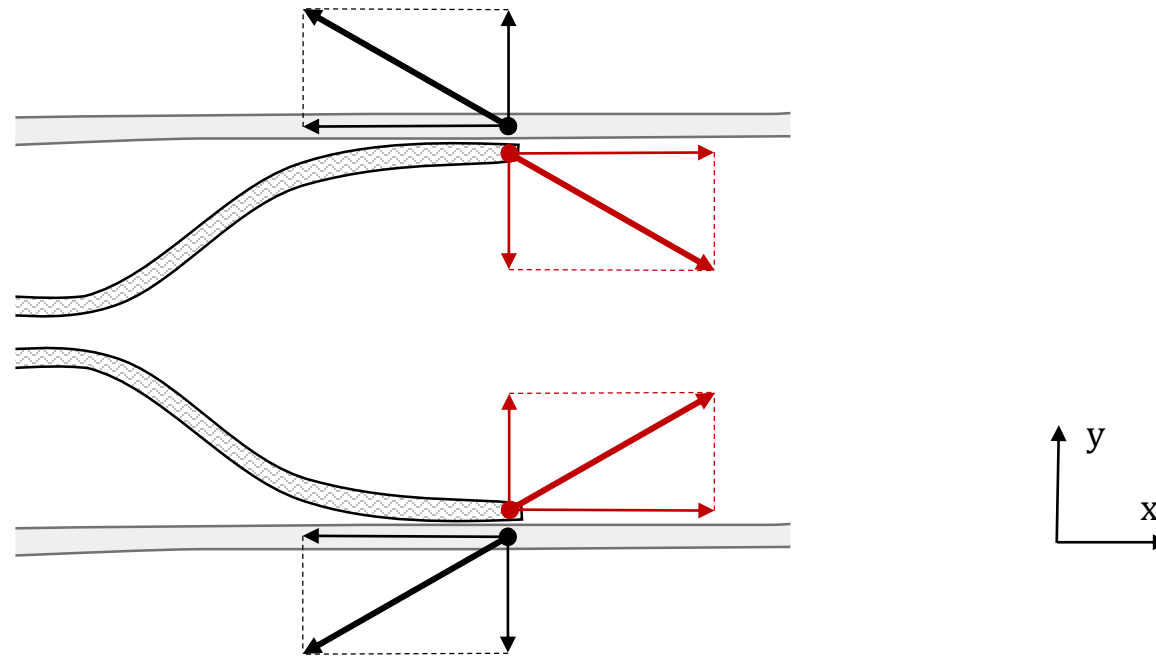


Die Kräfte entstehen durch die Reibung zwischen dem Stent und der Gefäßinnenwand, bei der axial gerichteten Bewegung des Stents.

Der Transportdraht wird in der Abbildung nach links bewegt (gezogen).

Aufgabe 5

- b) Die Abbildung zeigt einen Stent in einem Gefäß. Die resultierenden Kräfte und die x- und y-Komponenten sind für das Gefäß dargestellt. Zeichnen Sie qualitativ die resultierenden Kräfte und die x- und y-Komponenten auf den Stent ein. Die Umfangskraft wird nicht betrachtet.



Aufgabe 6

Der Oberschenkelknochen (Femur) wird bei einer Temperatur von $T = 37^\circ\text{C}$ mit einer Kraft von $F = 641,25 \text{ N}$ belastet. Der Knochen der Länge $L = 40 \text{ cm}$ längt sich dabei im elastischen Bereich um $0,5 \text{ cm}$. Gehen Sie von einem durchschnittlichen Querschnitt von $A = 3 \text{ mm}^2$ aus und geben Sie das Elastizitätsmodul E des Knochens in der Einheit MPa an.

Warum ist es bei der Aufgabestellung wichtig, den Knochen als Kontinuum zu betrachten?

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L} = \frac{0,5 \text{ cm}}{40 \text{ cm}} = 0,0125$$

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{F}{A \cdot \varepsilon} = \frac{F}{A \cdot \varepsilon} = \frac{641,25 \text{ N}}{3 \text{ mm}^2 \cdot 0,0125} = 17100 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 17100 \text{ MPa}$$

Bei der Betrachtung des Knochens als Kontinuum wird die Heterogenität der Knochenstruktur vernachlässigt. Somit wird es möglich, die mechanischen Eigenschaften mit einem einheitlichen Wert des E-Moduls (vereinfachend) zu beschreiben.

Aufgabe 7

Kreuzen Sie die richtigen Aussagen zum physikalischen Druck an.

- ☐ Der Druck ist eine vektorielle Größe, vergleichbar mit kinematischen Größen wie der Geschwindigkeit oder der Beschleunigung.
- ☒ Der Druck ist definiert als Verhältnis zwischen einer Normalkraft und einer Fläche.
- ☒ Innerhalb eines infinitesimalen Flächenelements dA wird der Druck als unverändert angenommen.
- ☒ Die SI-Einheit für den Druck ist Pascal. Es gilt $1 \text{ Pa} = 1 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$
- ☒ Körperflüssigkeiten werden in der Maßeinheit Millimeter-Quecksilbersäule angegeben und $1 \text{ mmHg} \approx 133,322 \text{ Pa}$

Aufgabe 8

Bei der Eulerschen, ortsfesten Betrachtungsweise der Kinematik wird die Beschleunigung durch die unten Angegebene Formel beschrieben. Tragen Sie die Bezeichnungen für die beiden Terme auf den vorgegebenen Linien ein.

Konvektive Ableitung / zeitliche Änderung / Beschleunigung

$$\vec{a} = \underbrace{\frac{\partial \vec{v}}{\partial t}}_{\text{Lokale Ableitung}} + \overbrace{\frac{\partial \vec{v}}{\partial x} v_x + \frac{\partial \vec{v}}{\partial y} v_y + \frac{\partial \vec{v}}{\partial z} v_z}^{\text{Konvektive Ableitung}}$$

Lokale Ableitung / räumliche Änderung / Beschleunigung

Aufgabe 9

Vervollständigen Sie folgenden Lückentext:

Eine Bilanzgleichung kann als Erhaltungsgleichung definiert werden, wenn die Erzeugungsrate vernachlässigt wird und nur Zu- oder Abstrom betrachtet werden. Die zeitliche Änderung einer beliebigen Größe G kann dann als Formel $\frac{dG}{dt} = J_{G, \text{Ein}} - J_{G, \text{Aus}}$ formuliert werden.

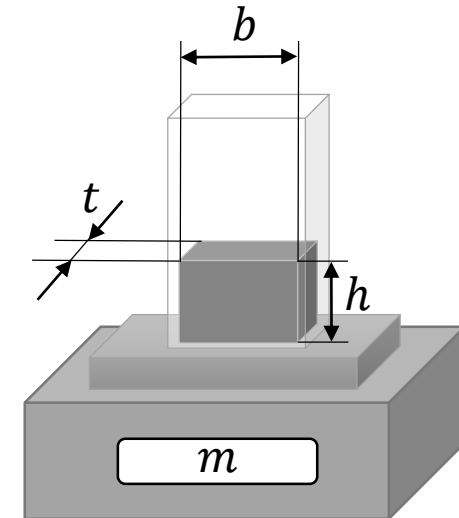
Aufgabe 10

Zwei Studierende haben die Dichte von Blut vergessen. Sie nehmen ein rechteckiges Gefäß und füllen es bis zur Höhe $h = 10\text{ cm}$ mit Blut. Sie stellen es auf eine Waage. Die Innenmaße des Behälters betragen $t = 5\text{ cm}$ und $b = 7\text{ cm}$. Die Waage zeigt $m = 742\text{ g}$ an und das leere Gefäß wiegt genau die Hälfte der angezeigten Masse. Bestimmen Sie die Dichte ρ_{Blut} des Blutes.

Wäre eine Selbstabnahme des gesamten Blutvolumens aus den beiden Studierenden möglich oder lebensgefährlich (☺)?

$$\rho_{\text{Blut}} = \frac{m}{V} = \frac{742 \cdot 0,5}{10\text{ cm} \cdot 5\text{ cm} \cdot 7\text{ cm}} = 1,06 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

Die zwei Studierende geben jeweils 175 ml Blut ab. Das ist möglich (allerdings sollte später viel Wasser getrunken und Ruhe gewährt werden...).



Aufgabe 11

Um Rechenleistung bei der Simulation eines komplizierten Gefäßsystems einzusparen soll eine Bifurkation (Modell 1) durch ein aufgeweitetes Rohrstück (Modell 2) ersetzt werden.

a) Berechnen Sie die mittlere Geschwindigkeit v_3 in Modell 1 mit den Werten aus der Tabelle.

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 + A_3 v_3 \quad \rightarrow \quad v_3 = \frac{A_1 v_1 - A_2 v_2}{A_3} = \frac{1,2 \text{ mm}^2 \cdot 3,2 \text{ cm/s} - 0,8 \text{ mm}^2 \cdot 2,7 \text{ cm/s}}{0,7 \text{ mm}^2} = 2,4 \text{ cm/s}$$

b) A_1 und v_1 bleiben in Modell 2 unverändert. Berechnen Sie v_4 , wenn $A_4 = A_2 + A_3$ gilt.

$$A_1 v_1 = A_4 v_4 = (A_2 + A_3) \cdot v_4 \quad \rightarrow \quad v_4 = \frac{A_1 v_1}{(A_2 + A_3)} = 2,56 \text{ cm/s}$$

Aufgabe 11

c) v_4 darf jeweils nur 10% von v_2 und v_3 abweichen. Wird diese Vorgabe eingehalten?

$$v_4 = 2,56 \text{ cm/s}$$

$$i) \quad \frac{(2,56-2,4) \frac{\text{cm}}{\text{s}}}{2,4 \text{ cm/s}} \cdot 100\% = 6,67 \% < 10\%$$

$$ii) \quad \frac{(2,7-2,56) \frac{\text{cm}}{\text{s}}}{2,7 \text{ cm/s}} \cdot 100\% = 5,19 \% < 10\%$$

Die Vorgabe ist erfüllt.

Aufgabe 12

Das Newtonsche Reibungsgesetz lautet: $\tau = \mu \left(\frac{dv_x}{dz} \right)$

Es wird genutzt um die Spannung auf ein infinitesimales Volumenelement eines Fluids herzuleiten.

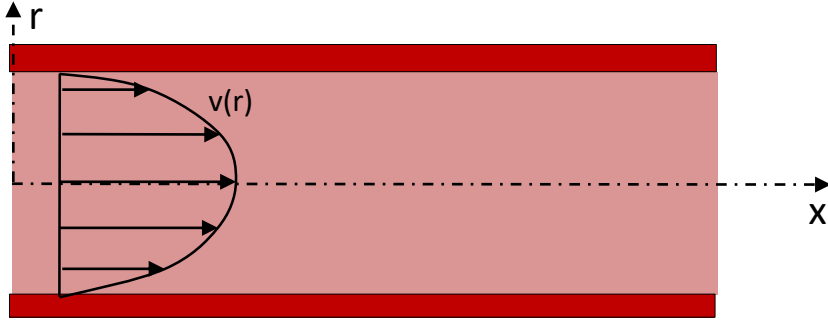
In der x-Koordinate lautet die Normalspannung:

$$\sigma_{xx} = 2 \cdot \mu \cdot \frac{\partial v_x}{\partial x} - \frac{2}{3} \mu \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right)$$

- a) Der Parameter μ beschreibt die (dynamische) Viskosität oder Zähigkeit des Fluids.
- b) Ein Newtonsches Fluid hat eine konstante Viskosität (unabhängig von der Scherrate). Die Schubspannung ist somit proportional zur Scherrate.
- c) Newtonsches Fluid: Wasser, Luft.
Nicht-Newtonsches Fluid: Blut, Treibsand, Ketchup, Wandfarbe ...

Aufgabe 13

- a) Zeichnen Sie ein laminares Geschwindigkeitsprofil in den gegebenen zylindrischen **Gefäßlängsschnitt**. Wo ist die entstehende Schubspannung am größten?



Die Schubspannung ist am Gefäßrand am größten.

- b) Wie wird bestimmt, ob es sich um eine laminare oder turbulente Strömung handelt?

Mithilfe der Reynoldszahl: für eine laminare Strömung gilt $Re < 2300$.

- c) Von welchen Dimensionen und flüssigkeitsspezifischen Größen hängt es ab, ob die Strömung im Gefäß laminar ist?

Dimensionen: Durchmesser, Länge; Flüssigkeit: Dichte, Viskosität

Aufgabe 13

- d) Wie ändert sich der Gefäßwiderstand bei einer Halbierung des Durchmessers aufgrund einer Stenose (Annahme: laminare Strömung)?
Der Widerstand ist 16-fach größer (Hagen-Poiseuille).

$$R = \frac{-8 \cdot \mu \cdot \Delta x}{\pi \cdot \left(\frac{r_0}{2}\right)^4} = 16 \cdot \frac{-8 \cdot \mu \cdot \Delta x}{\pi \cdot r_0^4}$$

- e) Im herznahen Bereich der Aorta kommt es zu turbulenter Strömung. Darf das Hagen-Poiseuille Gesetz hier angewandt werden?
Nein, das Hagen-Poiseuille-Gesetz gilt nur für laminare Strömungen.

- f) Richtig: b

Aufgabe 14

a) Warum muss bei einer Blutdruckmessung am Handgelenk dieses auf Herzhöhe gehalten werden?

Die Blutdruckmessung sollte auf Herzhöhe durchgeführt werden, da sonst der potentielle Anteil der Energie die Druckmessung beeinflusst. Bei hochgehobenem Arm werden kleinere Drücke gemessen, bei herunterhängendem Arm zu hohe Drücke.

b) Nach Kontinuitätsgleichung steigt die Strömungsgeschwindigkeit bei einer Querschnittsverkleinerung an. In der Aorta mit einem Durchmesser von ca. 2 cm beträgt die Blutgeschwindigkeit etwa 2,5 m/s. Wieso sinkt die Blutgeschwindigkeit in den Kapillaren auf nahezu 0 m/s, obwohl der Durchmesser einer einzelnen Kapillare ca. 5 μm beträgt?

Ausschlaggebend ist nicht der Durchmesser einer einzelnen Kapillare, sondern deren gesamter Querschnitt, welcher viel größer ist als der Querschnitt der Aorta. Dadurch ist die Blutgeschwindigkeit in den Kapillaren sehr gering (nach Massenerhaltung).

Aufgabe 15

a) Was beschreibt Hämostase und Hämolysen?

Hämostase: Bildung eines Gerinnsels zum Stillstand einer Blutung.

Hämolysen: Beschädigung bzw. Bruch der Erythrozytenmembran

b) Welche Aufgaben haben elastische Arterien und welche muskuläre Arterien?

Elastische Arterien: hohe Speicherfähigkeit während Herzzyklus

Muskuläre Arterien: Verteilung und Regelung des Blutflusses über Muskelkontraktion

c) Richtig: a) und c)

d) Benennen Sie die drei Schichten aus denen ein Blutgefäß aufgebaut ist und deren Funktion.

Intima: Einfluss auf Hämostase, Kontakt zum Blut, Signalübertragung vom Blut zur nächstliegenden Lage im Gefäß

Media: Regulation des Widerstandes

Adventitia: Stabilisierung, Verbindung mit Außengewebe

Aufgabe 15

- e) Skizzieren Sie qualitativ das Spannungs-Dehnungsdiagramm von Elastin, Kollagen und Gewebe. Erklären Sie weshalb es nicht reicht für das Gewebe einen einzigen Wert des E-Moduls anzugeben.

Elastin und Kollagen haben unterschiedliche E-Module, Kollagen wirkt sich allerdings erst ab einer gewissen Dehnung aus.

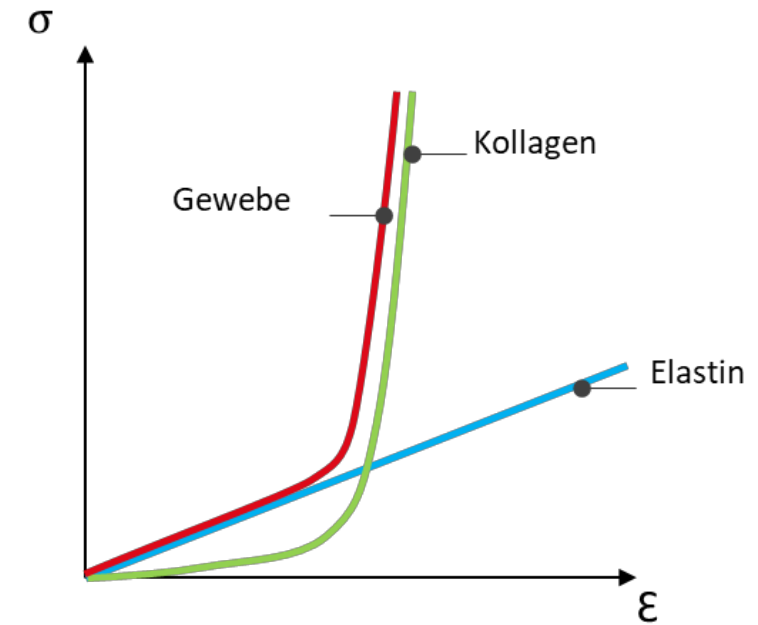
- f) Wie verändert sich die Pulswellengeschwindigkeit bzw. die Blutflussgeschwindigkeit zur Peripherie hin?

Die Pulswellengeschwindigkeit nimmt zur Peripherie hin zu.

Die Blutflussgeschwindigkeit nimmt zur Peripherie hin ab (um Gasaustausch zu ermöglichen).

- g) Auf welche Gefäßveränderung weist eine erhöhte Pulswellengeschwindigkeit hin?

Eine erhöhte Pulswellengeschwindigkeit weist meist auf ein erhöhtes E-Modul der Gefäße hin (Verlust von Elastin und Austausch durch Kollagen). Dies kann im Alter durch zyklische Dehnung vorkommen oder ist ein Hinweis auf kardiovaskuläre Krankheiten.



Aufgabe 16

a) Erklären Sie den Frank-Starling-Mechanismus, der bei der Dehnung von Herzmuskelzellen auftritt.

Erhöhte Dehnung der Herzwand/Muskelzellen/Sarkomere → Erhöhung der Kontraktionskraft durch:

- Optimale Überlappung der Aktin- und Myosinfilamente zur Krafterzeugung
- Erhöhung der Ca^{2+} -Sensitivität zur weiteren Steigerung der Kraft während der Kontraktion

b) Erklären Sie, wie der linke Ventrikel nach dem Frank-Starling-Mechanismus auf eine erhöhte Füllung reagiert.

Erhöhte Füllung des Ventrikels → Erhöhung der Dehnung der Muskelzellen → Erhöhung der Kontraktionskraft der Muskelzellen, somit der Spannung im Ventrikel → Schlagvolumen und Herzarbeit erhöhen sich.

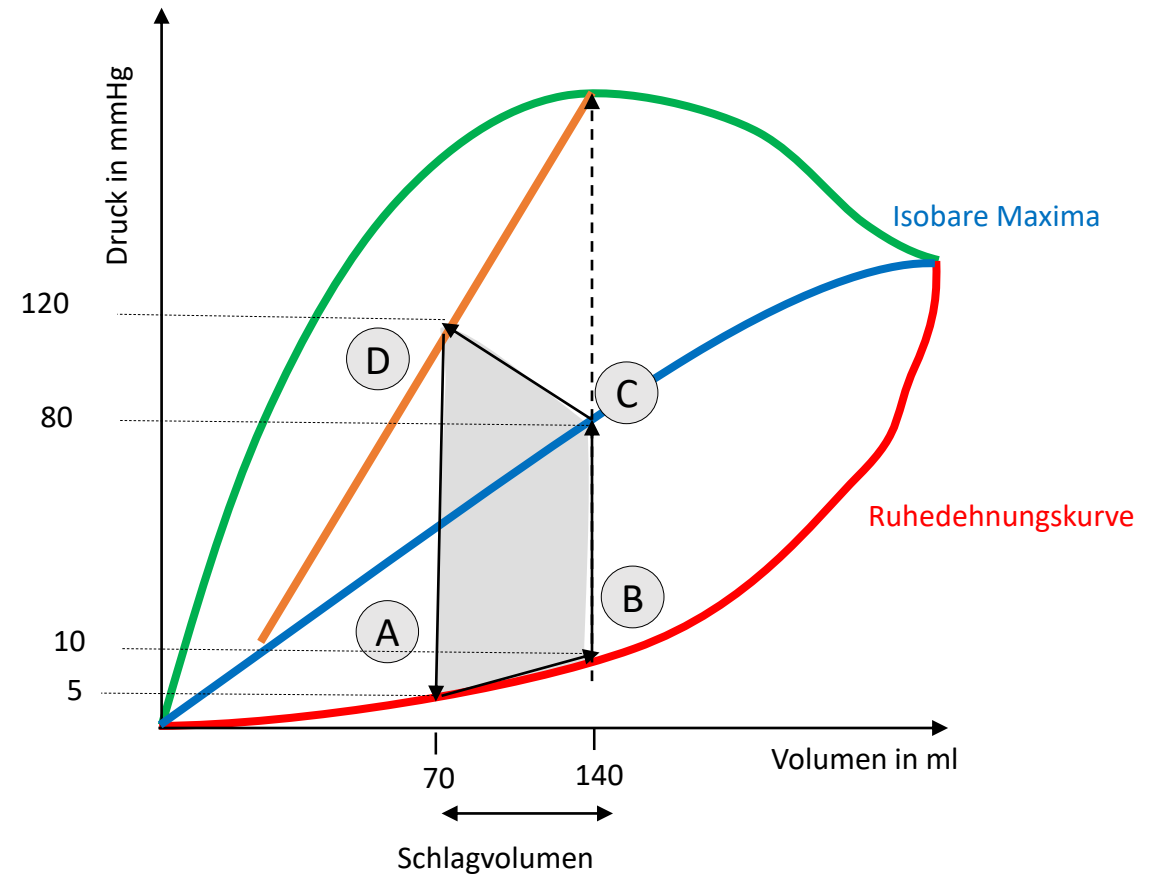
Aufgabe 16

- c) Kennzeichnen Sie im Druck-Volumen-Diagramm die isovolumetrische Anspannungsphase, das Schließen der Aortenklappe, die isobare Maxima, die Ruhedehnungskurve, das Schlagvolumen und die Herzarbeit.

Isovolumetrische Anspannungsphase: zwischen B und C

Schließen der Taschenklappen: D

Herzarbeit: eingeschlossene graue Fläche



Aufgabe 16

d) Berechnen Sie die Herzarbeit mit den im Diagramm angegebenen Werten des Drucks und des Volumens

$$W = -70 \text{ ml} \cdot 80 \text{ mmHg} - \frac{1}{2} \cdot 70 \text{ ml} \cdot (120 - 80) \text{ mmHg} + 70 \text{ ml} \cdot 5 \text{ mmHg} + \frac{1}{2} \cdot 70 \text{ ml} \cdot (10 - 5) \text{ mmHg} = -0,86 \text{ J}$$

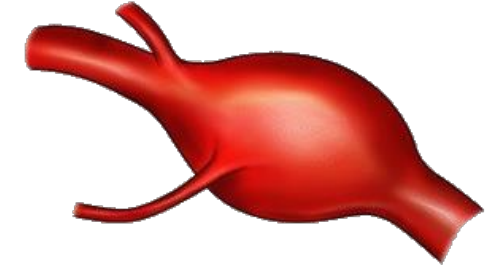
e) Warum steigt die Ruhedehnungskurve nicht linear an?

Bei der Füllung des Ventrikels (entlang der Ruhedehnungskurve) wird die Herzwandung in Umfangsrichtung gedehnt. Die Dehnung von Elastin und Kollagen bestimmen die Kurve. Bei geringer Dehnung bestimmt Elastin die Steigung der Kurve (geringe Steigung), da Kollagenfasern noch gewellt vorliegen. Mit zunehmender Dehnung werden Kollagenfasern gestrafft und deren größeres E-Modul bestimmt die Steigung der Kurve (große Steigung).

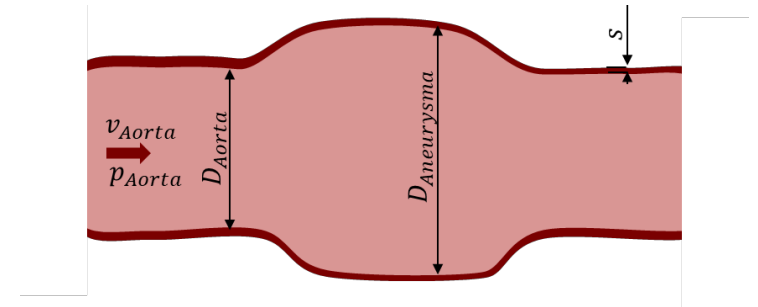
Aufgabe 17

Ein Teil der Aorta mit Durchmesser $D_{Aorta} = 20\text{ mm}$ hat sich aufgrund von Gewebeschaden auf einen Durchmesser von $D_{Aneurysma} = 50\text{ mm}$ ausgebeult. Der durchschnittliche Blutdruck vor dem Aneurysma beträgt $p_{Aorta} = 100\text{ mmHg}$ und das Blut strömt hier mit einer mittleren Geschwindigkeit von $v_{Aorta} = 20\frac{\text{cm}}{\text{s}}$. Die Blutdichte ρ_{Blut} beträgt $1050\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.

Anmerkung: sowohl die viskösen Kräfte als auch der hydrostatische Druck werden vernachlässigt



Vereinfacht:



Aufgabe 17

- a) Wie groß ist die Geschwindigkeit des Bluts im Aneurysma? Wie groß ist der statische Druck im Aneurysma? Vergleichen Sie mit dem Druck in der Aorta.

Die Geschwindigkeit des Blutes nimmt im Bereich des Aneurysmas ab, da sich die Querschnittsfläche durch die Ausbeulung vergrößert (siehe Kontinuitätsgleichung $v_{Aorta} \cdot A_{Aorta} = v_{Aneurysma} \downarrow \cdot A_{Aneurysma} \uparrow$).

$$v_{Aorta} \cdot A_{Aorta} = v_{Aneurysma} \cdot A_{Aneurysma}$$

$$v_{Aneurysma} = \frac{A_{Aorta}}{A_{Aneurysma}} \cdot v_{Aorta} = \frac{\frac{1}{4} \cdot \pi \cdot D_{Aorta}^2}{\frac{1}{4} \cdot \pi \cdot D_{Aneurysma}^2} \cdot v_{Aorta} = \frac{(20 \text{ mm})^2}{(50 \text{ mm})^2} \cdot 20 \frac{\text{cm}}{\text{s}} = 3,2 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

$$\text{Bernoulli-Gleichung: } \frac{1}{2} \rho v_{Aorta}^2 + p_{Aorta} = \frac{1}{2} \rho v_{Aneurysma}^2 + p_{Aneurysma}$$

$$p_{Aneurysma} = \frac{1}{2} \rho (v_{Aorta}^2 - v_{Aneurysma}^2) + p_{Aorta} = \frac{1}{2} \cdot 1050 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \left(\left(20 \frac{\text{cm}}{\text{s}} \right)^2 - \left(3,2 \frac{\text{cm}}{\text{s}} \right)^2 \right) + 100 \text{ mmHg} = 13353 \text{ Pa}$$

$$= \mathbf{100,15 \text{ mmHg}}$$

Der Druck ist leicht gestiegen.

Aufgabe 17

- b) Der Gefäßinnendruck muss von der Gefäßwand getragen werden. Bestimmen Sie die dabei auftretende tangential Gefäßwandspannung. Nehmen Sie dabei an, dass die Gefäßwanddicke $s = 1 \text{ mm}$ konstant bleibt.

$$\sigma_{Aneurysma} = \frac{p_{Aneurysma} \cdot D_{Aneurysma}}{2 \cdot s} = \frac{100,15 \text{ mmHg} \cdot 50 \text{ mm}}{2 \cdot 1 \text{ mm}} = \mathbf{0,334 \text{ MPa}}$$

Aufgabe 18

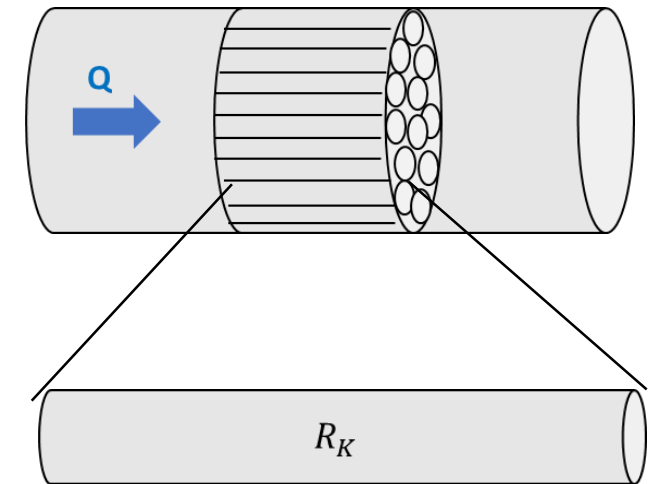
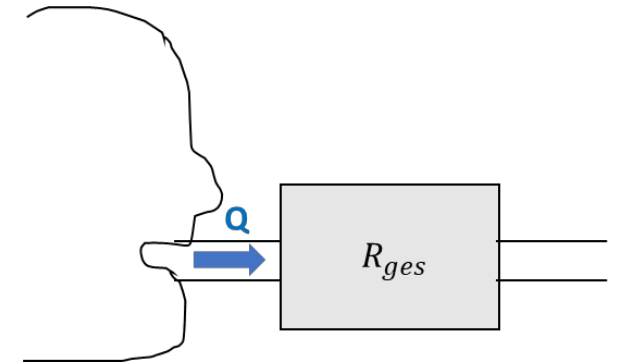
Zur Bestimmung des Atemdurchflusses eines Patienten werden Pneumotachographen verwendet. Der Patient atmet dabei gegen einen Strömungswiderstand aus, wie z.B. ein Bündel von kleinen Kapillaren. Eine Kapillare hat einen Durchmesser von 1 mm und eine Länge von 50 mm. Weiter gilt $\mu_{Luft} = 17,2 \mu Pas$ und $\rho_{Luft} = 1,2041 kg/m^3$.

- a) Betrachten Sie eine einzelne Kapillare. Bis zu welcher mittleren Luftgeschwindigkeit handelt es sich um eine laminare Strömung?

Für eine laminare Strömung muss gelten $Re = \frac{\rho h v}{\mu} < 2300$.

$$Re = \frac{\rho h v}{\mu} \Rightarrow v = \frac{Re \cdot \mu}{\rho \cdot h} = \frac{2300 \cdot 17,2 \mu Pas}{1,2041 \frac{kg}{m^3} \cdot 1 mm} = 32,85 \frac{m}{s}$$

Bis zu einer Geschwindigkeit von **32,85 $\frac{m}{s}$** handelt es sich um eine laminare Strömung.



Aufgabe 18

- b) Berechnen Sie den Strömungswiderstand R_K einer einzelnen Kapillare mit der Annahme, dass es sich um eine laminare Strömung handelt).

$$R = \frac{-8 \cdot \mu \cdot \Delta x}{\pi \cdot \left(\frac{r_0}{2}\right)^4} = 16 \cdot \frac{-8 \cdot \mu_R \cdot \Delta x}{\pi \cdot r_0^4} = \frac{8 \cdot 17,2 \mu Pa s \cdot 50 mm}{\pi \cdot (0,5 mm)^4} = 35,04 \cdot 10^6 \frac{Pa s}{m^3}$$

- c) Der gesamte Strömungswiderstand berechnet sich aus der Parallelschaltung von 800 Kapillaren. Berechnen Sie den gesamten Strömungswiderstand R_G des Kapillarbündels.

$$\frac{1}{R_{ges}} = 800 \cdot \frac{1}{R} \Rightarrow R_{ges} = \frac{R}{800} = 43,8 \cdot 10^3 \frac{Pa s}{m^3}$$

- d) Wenn der Patient stark ausatmet wird ein Druckabfall über das Kapillarbündel von 0,5 mbar gemessen. Wie groß ist der Atemdurchfluss in diesem Moment?

$$\Delta P = R_{ges} \cdot Q \Rightarrow Q = \frac{\Delta P}{R_{ges}} = \frac{5 mbar}{35,04 \cdot 10^3 \frac{Pa s}{m^3}} = \frac{500 Pa}{35,04 \cdot 10^3 \frac{Pa s}{m^3}} = 0,014 \frac{m^3}{s} = 14 \frac{l}{s}$$

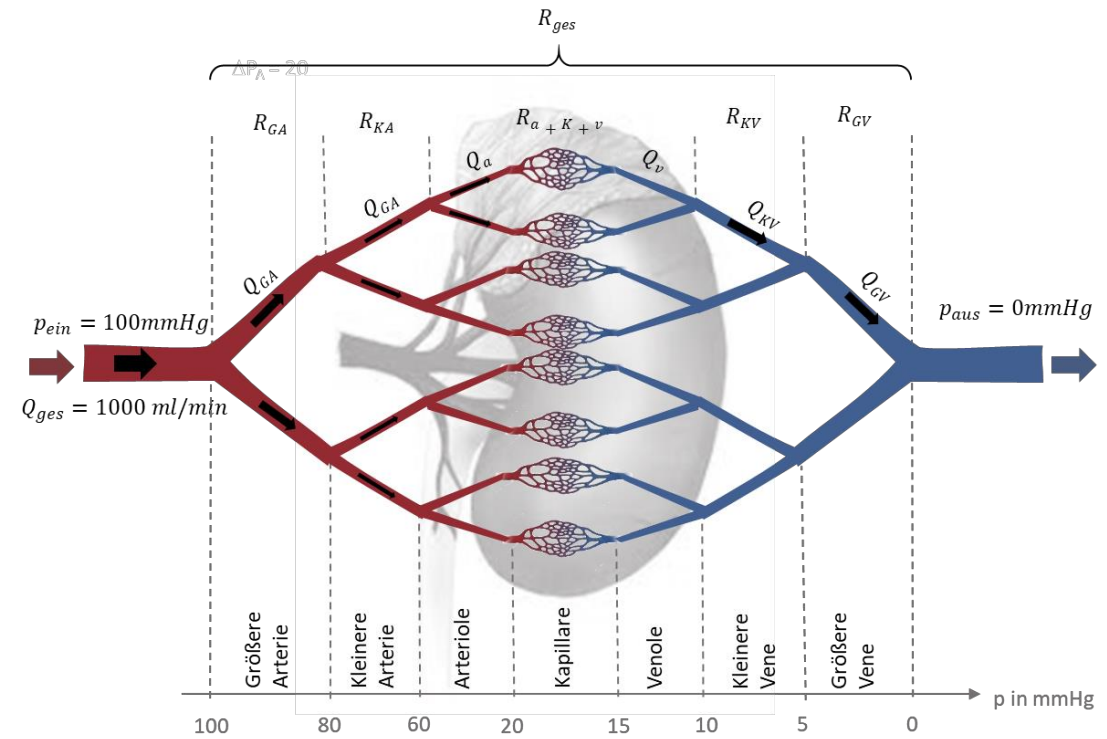
Aufgabe 19

Hier ist beispielhaft die Blutversorgung einer Niere auf vereinfachter Weise dargestellt. Die Gefäße verzweigen sich bis zu den Kapillaren, in denen der Gasaustausch stattfindet.

- a) Wie groß ist der Durchfluss Q_a in jedem der dargestellten Kapillarbetten bei einem Gesamtdurchfluss Q_{ges} von 1000 ml/min?

$$Q_a = \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot Q_{ges} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot 1000 \text{ ml/min} = 125 \text{ ml/min}$$

(Der Durchfluss halbiert sich an jeder Abzweigung.)



Aufgabe 19

- b) Berechnen Sie den gesamten Gefäßwiderstand R_{ges} , sowie den Widerstand einer größeren Arterie R_{GA} , einer kleineren Arterie R_{KA} , einer größeren Vene R_{GV} , einer kleineren Vene R_{KV} sowie den Widerstand R_{a+K+v} mithilfe der in der Abbildung angegebenen Druckabfällen.

$$R_{ges} = \frac{\Delta P_{ges}}{Q_{ges}} = \frac{P_{ein} - P_{aus}}{Q_{ges}} = \frac{100 \text{ mmHg}}{1000 \text{ ml/min}} = 0,1 \frac{\text{mmHg}}{\text{ml/min}}$$

$$R_{GA} = \frac{\Delta P_{GA}}{Q_{GA}} = \frac{(100 - 80) \text{ mmHg}}{500 \text{ ml/min}} = 0,04 \frac{\text{mmHg}}{\text{ml/min}}$$

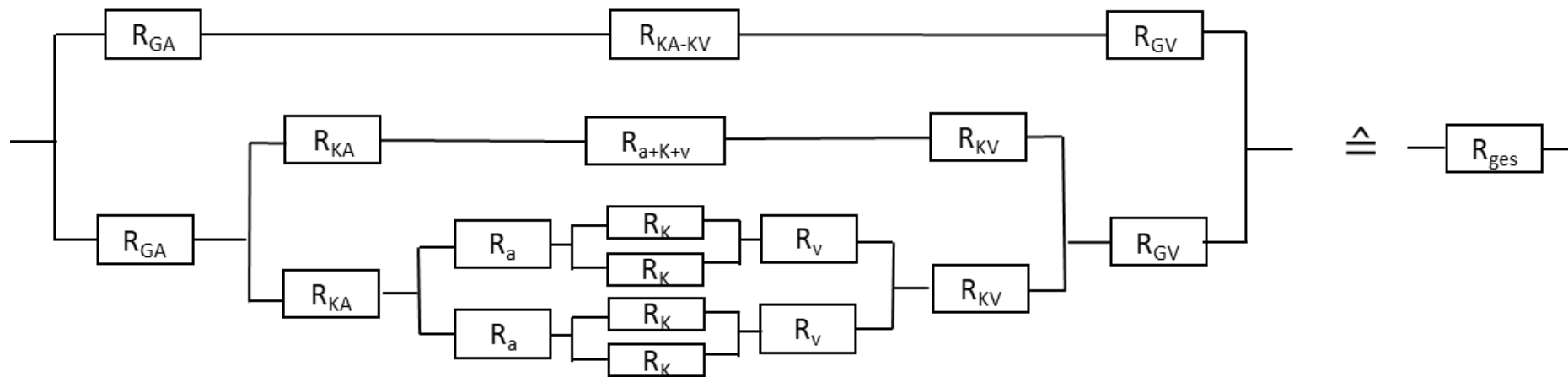
$$R_{KA} = \frac{\Delta P_{KA}}{Q_{KA}} = \frac{(80 - 60) \text{ mmHg}}{250 \text{ ml/min}} = 0,08 \frac{\text{mmHg}}{\text{ml/min}}$$

$$R_{GV} = \frac{\Delta P_{GV}}{Q_{GV}} = \frac{(5 - 0) \text{ mmHg}}{500 \text{ ml/min}} = 0,01 \frac{\text{mmHg}}{\text{ml/min}}$$

$$R_{KV} = \frac{\Delta P_{KV}}{Q_{KV}} = \frac{(10 - 5) \text{ mmHg}}{250 \text{ ml/min}} = 0,02 \frac{\text{mmHg}}{\text{ml/min}}$$

$$R_{a+K+v} = \frac{\Delta P_{a+K+v}}{Q_{a+K+v}} = \frac{(60 - 10) \text{ mmHg}}{250 \text{ ml/min}} = 0,2 \frac{\text{mmHg}}{\text{ml/min}}$$

Aufgabe 19



GA: große Arterie
 KA: kleine Arterie
 a: Arteriole
 K: Kapillarbett
 v: Venole
 KV: kleine Vene
 GV: große Vene

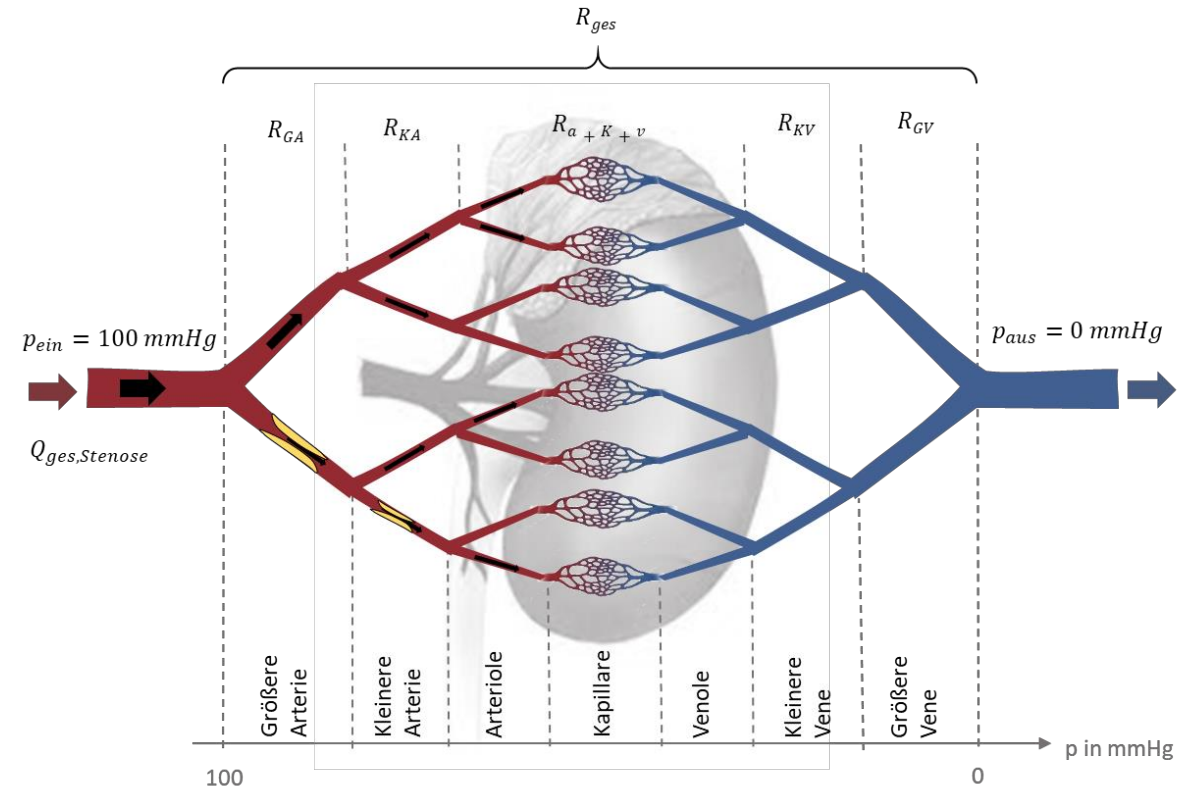
Die Gefäße haben vereinfacht angenommen auf jeder Ebene dieselben Dimensionen.

Aufgabe 19

Eine stenotische Verengung in der größeren Arterie verdoppelt den Widerstand des Gefäßes. Eine weitere Stenose in einer kleineren Arterie verdoppelt auch hier den Gefäßwiderstand.

- c) Berechnen Sie die prozentuale Durchmesserverringering in den beiden Gefäßen. Geben Sie weiterhin die Gleichung zur Berechnung des Widerstandes in dem gesamten unteren Kompartiment $R_{U, Stenose}$ an.

(**Tipp:** die Widerstände R_{a+K+v} so wie die Widerstände der nicht stenotischen Gefäße bleiben unverändert)



Aufgabe 19

In jedem Gefäß (große und kleine Arterie) gilt:

$$R_{A,Stenose} = \frac{-128 \mu L}{\pi D_{Stenose}^4} = 2 \cdot R_A = 2 \cdot \frac{-128 \mu L}{\pi D^4} \quad \rightarrow \quad \frac{D_{Stenose}^4}{D^4} = \frac{1}{2}$$

$$D_{Stenose} = \sqrt[4]{\frac{1}{2}} \cdot D \approx 0,84 \cdot D \quad \frac{D - D_{Stenose}}{D} \cdot 100\% \approx 16\% \quad (\text{prozentuale Verringerung})$$

Der Durchmesser beider Gefäße wird jeweils um $\approx 16\%$ verringert.

Gleichung zur Berechnung des Widerstandes $R_{U,Stenose}$:

$$R_{U,Stenose} = R_{GA,Stenose} + \frac{(R_{KA,Stenose} + R_{a+K+v} + R_{KV}) \cdot (R_{KA} + R_{a+K+v} + R_{KV})}{(R_{KA,Stenose} + R_{a+K+v} + R_{KV}) + (R_{KA} + R_{a+K+v} + R_{KV})} + R_{GV}$$

Aufgabe 19

Nur als Ergänzung, in der Aufgabe nicht verlangt:

$$\left[0,08 + \frac{(0,16 + 0,2 + 0,02) \cdot (0,08 + 0,2 + 0,02)}{(0,16 + 0,2 + 0,02) + (0,08 + 0,2 + 0,02)} + 0,01 \right] = 0,08 + \frac{0,38 \cdot 0,3}{0,38 + 0,3} + 0,01 = 0,2576 \frac{\text{mmHg}}{\text{ml/min}}$$

Werte:

$$R_{GA} = \frac{\Delta P_{GA}}{Q_{GA}} = \frac{(100 - 80) \text{ mmHg}}{500 \text{ ml/min}} = 0,04 \frac{\text{mmHg}}{\text{ml/min}} \quad R_{GA, \text{Stenose}} = \frac{\Delta P_{GA}}{Q_{GA}} = \frac{(100 - 80) \text{ mmHg}}{500 \text{ ml/min}} = 0,08 \frac{\text{mmHg}}{\text{ml/min}}$$

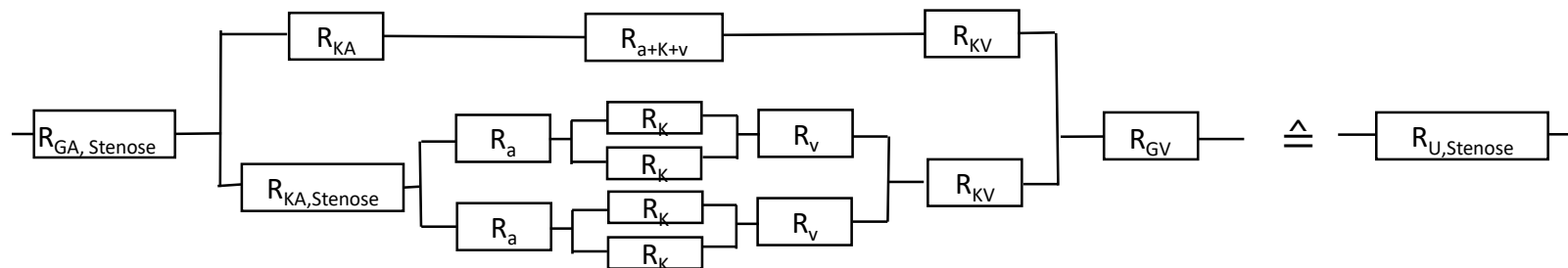
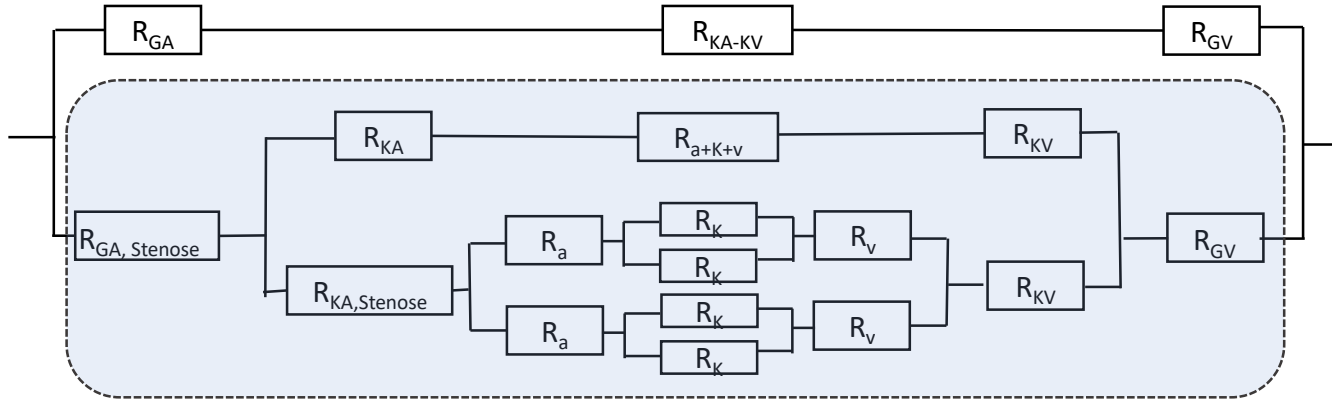
$$R_{KA} = \frac{\Delta P_{KA}}{Q_{KA}} = \frac{(80 - 60) \text{ mmHg}}{250 \text{ ml/min}} = 0,08 \frac{\text{mmHg}}{\text{ml/min}} \quad R_{KA, \text{Stenose}} = 0,16 \frac{\text{mmHg}}{\text{ml/min}}$$

$$R_{GV} = \frac{\Delta P_{GV}}{Q_{GV}} = \frac{(5 - 0) \text{ mmHg}}{500 \text{ ml/min}} = 0,01 \frac{\text{mmHg}}{\text{ml/min}}$$

$$R_{KV} = \frac{\Delta P_{KV}}{Q_{KV}} = \frac{(10 - 5) \text{ mmHg}}{250 \text{ ml/min}} = 0,02 \frac{\text{mmHg}}{\text{ml/min}}$$

$$R_{a+K+v} = \frac{\Delta P_{a+K+v}}{Q_{a+K+v}} = \frac{(60 - 10) \text{ mmHg}}{250 \text{ ml/min}} = 0,2 \frac{\text{mmHg}}{\text{ml/min}}$$

Aufgabe 19



GA: große Arterie
 KA: kleine Arterie
 a: Arteriole
 K: Kapillarbett
 v: Venole
 KV: kleine Vene
 GV: große Vene

Aufgabe 20

a) Kreuzen Sie die richtigen Aussagen zum respiratorischen System an.

- ☒ Der Rachenraum ist Teil der Oberen Atemwege.
- ☐ Der rechte und der linke Lungenflügel haben jeweils drei Lungenlappen.
- ☐ Der Transport von Gasen innerhalb der Lunge erfolgt über Gaskonvektion und Gasdiffusion.
- ☒ Die Gesetze der Thermodynamik können angewendet werden, um die Transportprozesse zu beschreiben.
- ☒ Der Bronchialbaum ist eingeteilt in eine Leitungszone, eine Übergangszone und eine Respirationszone.

Aufgabe 20

b) Kreuzen Sie die richtigen Aussagen zum respiratorischen System an.

- ☐ Die Ruheatmung wird vom somatischen (willkürlichen) Nervensystem gesteuert.
- ☒ Der Begriff Ventilation beschreibt die Belüftung der Lunge über die Lungenmuskulatur.
- ☒ Die Expiration erfolgt in Ruhe passiv durch die elastischen Eigenschaften der Lunge.
- ☐ Die Vitalkapazität beschreibt das Volumen, das bei jedem Atemzug aufgenommen und wieder abgegeben wird.
- ☒ Mit steigendem Alter nimmt die Vitalkapazität ab.

c) Vervollständigen Sie diesen Lückentext:

Der Pleuraspalt trennt die Pleura parietalis und die Pleura visceralis und ist mit einer Flüssigkeit gefüllt. Die Flüssigkeit ermöglicht eine abgleitende Bewegung von Lunge und Thorax/Rippen. Die Flüssigkeit ist inkompressibel, würde beispielsweise Luft durch eine Perforation eindringen, kann die Lunge kollabieren/ zusammensacken / ihre Arbeit nicht verrichten ...

Aufgabe 21

Berechnen Sie die Totalkapazität und die Vitalkapazität der Lunge einer Probandin und entnehmen Sie die gemessenen Volumenwerte der Tabelle.

Bezeichnung	Volumen [ml]
Inspiratorisches Reservevolumen	1900
Atemzugvolumen	500
Funktionelle Residualkapazität	1800
Residualvolumen	1100

→ Totalkapazität = Inspiratorisches Reservevolumen + Atemzugvolumen + Funktionelle Residualkapazität
= 1900 ml + 500 ml + 1800 ml = 4200 ml

→ Vitalkapazität = Totalkapazität - Residualvolumen
= 4200 ml – 1100 ml = 3100 ml

Aufgabe 22

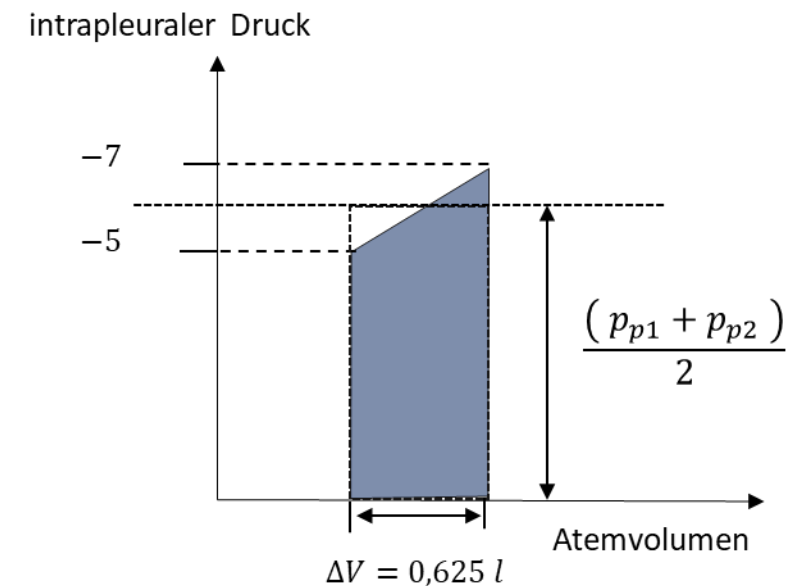
Eine Probandin leistet bei einem Atemzug eine Lungenarbeit von $W = -0,5J$.

- a) Berechnen Sie das bewegte Volumen ΔV bei diesem Vorgang, wenn der intrapleurale Druck von $p_{p1} = -5mmHg$ auf $p_{p2} = -7mmHg$ bei der Inspiration absinkt.

$$W = \Delta V \frac{(p_{p1} + p_{p2})}{2} \rightarrow \Delta V = \frac{2 \cdot W}{(p_{p1} + p_{p2})} = \frac{-1J}{-12 mmHg} \approx \frac{-1 \frac{kg m^2}{s^2}}{-1.600 \frac{kg}{m s^2}} = 0,000625 m^3 = 0,625 l \quad (\text{Integralfläche})$$

- b) Zeichnen Sie quantitativ die Lungenarbeit in das Diagramm ein und markieren Sie diese farblich.

Hinweis: $1J = 1 \frac{kg m^2}{s^2}$ und $1 mmHg = 133,322 \frac{kg}{m s^2}$



Aufgabe 23

a) Geben Sie zwei Vorteile einer Schlauchpumpe an.

Mögliche Vorteile sind

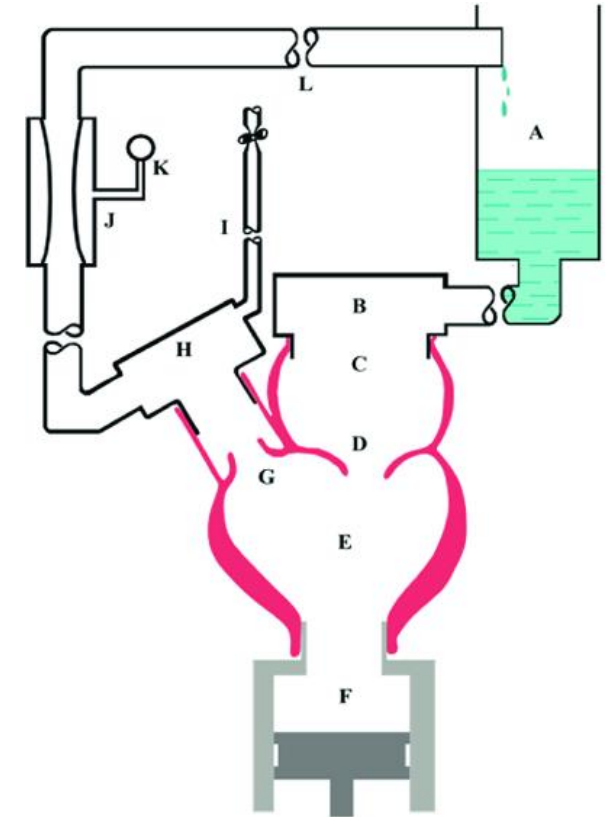
- Kontakt des Mediums (Blut) lediglich mit dem Schlauch
- Exakt und reproduzierbar
- Keine Rückschlagventile

b) Betrachten Sie den in vitro Aufbau in der Abbildung. Welche Vereinfachung wird im Bezug auf die Ventrikelbewegung getroffen?

Bei der Systole kontrahiert der Ventrikel nicht, sondern weitet sich auf.

c) Bei der Strömungsmessung über PIV wird die Position von Partikeln zu zwei verschiedenen Zeitpunkten erfasst. Welche Schwierigkeit besteht bei der Rechnung der Geschwindigkeit, wenn der Zeitabstand zwischen den beiden Erfassungen sehr klein sein.

Die Partikel können nicht mehr korrekt zugeordnet werden.



Zu Aufgabe b)

Aufgabe 23

d) Geben Sie zwei Nachteile der Strömungsmessung über PIV.

Einsatz von durchsichtiger Flüssigkeit

Einsatz von transparentem Modell

e) Kreuzen Sie die richtige(n) Angabe(n).

Gerade Schläuche zur Modellierung eines Gefäßes:

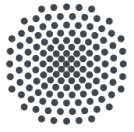
☐ Kommen auf Grund der Vereinfachung (Gefäße sind gewunden) nicht zum Einsatz im Rahmen Laboruntersuchungen

☒ Werden beispielsweise im Chandler Loop verwendet

☐ können die Compliance eines Gefäßes nicht abbilden

☒ Sind von Vorteil, wenn eine laminare Strömung nachgebildet werden soll

☒ Werden beispielsweise für die Untersuchung der biologischen Wechselwirkung von Implantaten verwendet.



Universität Stuttgart

Musterlösung

Biomechanik – Probeklausur Musterlösung

Prof. Dr.-Ing. Giorgio Cattaneo

Institut für Biomedizinische Technik

Universität Stuttgart

Seidenstraße 36, 70174 Stuttgart

