

[SA] Saitenschwingung

Einleitung: Wenn eine Welle an einem festen oder losen Ende reflektiert wird, entsteht durch Interferenz eine stehende Welle. Diese zeichnet sich durch Knotenpunkte, Orte der destruktiven Interferenz und Wellenberge / Bäuche, Orte der konstruktiven Interferenz aus.

Im folgenden Versuch wird eine solche Welle künstlich erzeugt, wobei zur Erforschung der Eigenschaften von stehenden Wellen die Länge der Saite, die Spannung und die Frequenz variiert wird.

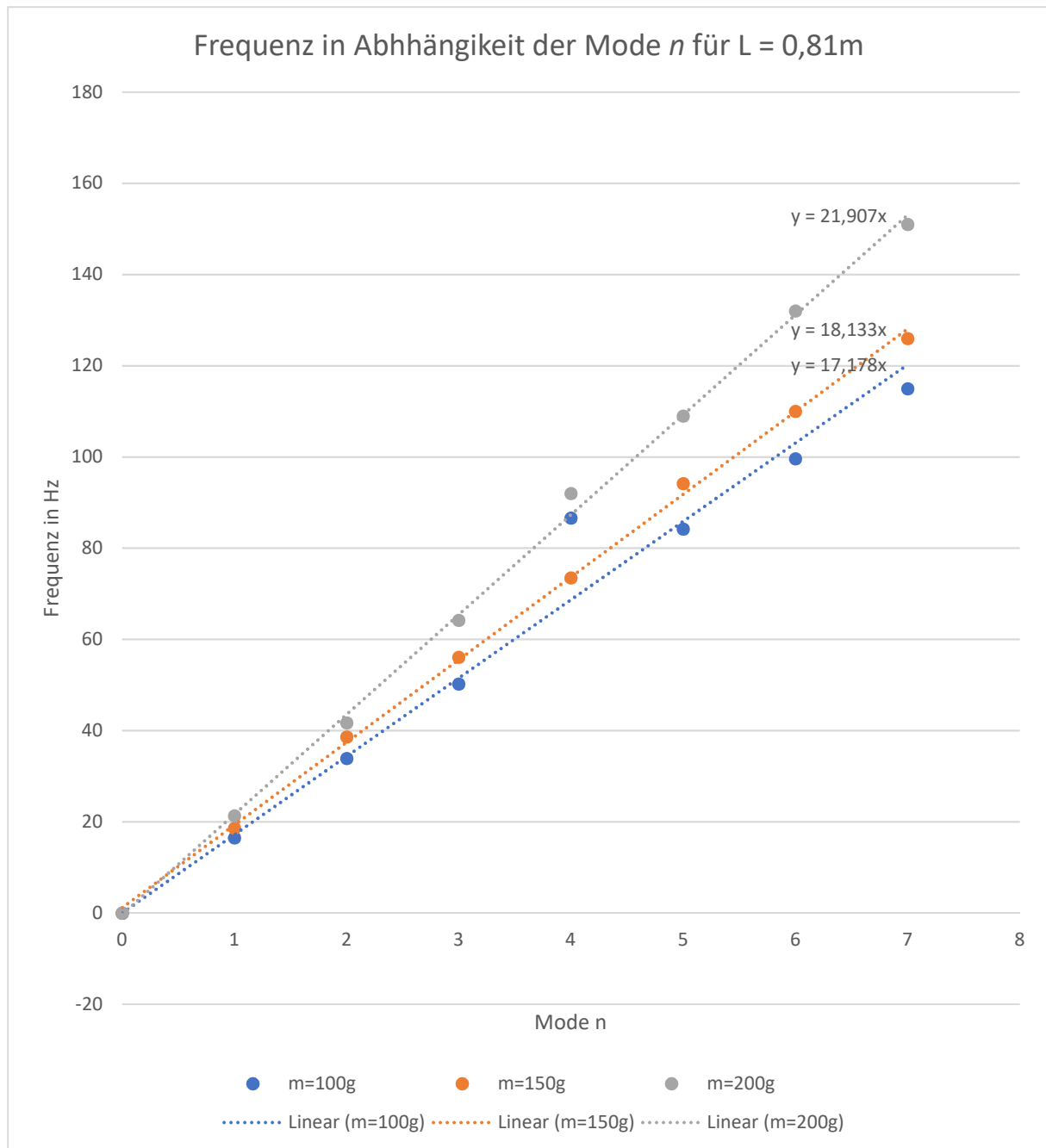
Theorie: Die schwingende Saite stellt eine Transversalwelle dar. In diesem Versuch wird sie am Ende festgeklemmt, daher ist dort ein festes Ende an dem eine Phasenverschiebung um π auftritt.

Als Bedingung für eine stehende Welle mit zwei festen Enden, muss für den Wellenträger $L = n \cdot \frac{\lambda}{2}$ gelten. Diese Bedingung ergibt sich aus dem Superpositionsprinzip zweier harmonischer Wellen mit $y(x, t) = y_0 \cos(\omega t - kx)$ und ihrem rücklaufenden Pendant: $y(x, t) = y_0 \cos(\omega t + kx)$

Für die Ausbreitungsgeschwindigkeit gilt: $c = \lambda \cdot f$ woraus für die Frequenz der n-ten Oberschwingung $f_n = \frac{c}{2L} \cdot n$

Versuchsaufbau:

Ein Gummiseil ist an einem Ende an einem Lautsprecher befestigt, über den die Saite zum Schwingen in einer bestimmten Frequenz anregen kann. Am anderen Ende befindet sich über Umlenkrollen eingespannt eine Masse, die variiert werden kann. Sobald man die Masse eingestellt hat, kann man die Saite über eine in der Länge variablen Klemme feststellen. Beide Enden (Lautsprecher und Klemme) sind feste Knoten.



Die im Diagramm eingetragene Steigung M der Geraden entspricht der Grundfrequenz f_G zur jeweiligen Spannung der Saite.

Steigung für $m = 100\text{g}$:	17,178	->	$f_G=17,2\text{ Hz}$
Steigung für $m = 150\text{g}$:	18,133	->	$f_G=18,1\text{ Hz}$
Steigung für $m = 200\text{g}$:	21,907	->	$f_G=21,9\text{ Hz}$

Die Spannung ist abhängig von der Gewichtskraft der angehängten Masse und errechnet sich mit $F_{sp} = m \cdot g$. Außerdem gilt aus der Bedingung der stehenden Welle: $c = 2L \cdot f_G$

$$\rightarrow c_1 = 2 \cdot 0,81 \text{ m} \cdot 17,2 \text{ Hz} = 27,9 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\rightarrow c_2 = 2 \cdot 0,81 \text{ m} \cdot 18,1 \text{ Hz} = 29,3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\rightarrow c_3 = 2 \cdot 0,81 \text{ m} \cdot 21,9 \text{ Hz} = 35,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Berechnung des statistischen Fehlers:

Wir gehen hier von den folgenden Messunsicherheiten aus:

$$\Delta L = 1,5 \text{ mm} ; \Delta f_G = 0,3 \text{ Hz}$$

$$\text{Relativer Fehler: } \frac{\Delta c}{c} = \sqrt{\left(\frac{\Delta f}{f}\right)^2 + \left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2}$$

Es ergeben sich die Werte:

$$\text{Für } f_G = 17,2: \frac{\Delta c}{c} = 0,02$$

$$\text{Für } f_G = 18,1: \frac{\Delta c}{c} = 0,02$$

$$\text{Für } f_G = 18,1: \frac{\Delta c}{c} = 0,02$$

$$\text{Absoluter Fehler: } \Delta c = \sqrt{(f_G \cdot 2\Delta l)^2 + (2l \cdot \Delta f_G)^2}$$

Es ergeben sich die Werte:

$$\text{Für } f_G = 17,2: \Delta c = 0,5$$

$$\text{Für } f_G = 18,1: \Delta c = 0,5$$

$$\text{Für } f_G = 18,1: \Delta c = 0,5$$

Berechnung der Saitenmasse m_s in Abhängigkeit von: m, g, L und f_G

Berechnen von m mit:

$$(1) F_{sp} = m \cdot g$$

$$(2) c = \sqrt{F_{sp} / \mu}$$

$$(3) \mu = m_s / L$$

Einsetzen von (1) und (3) in (2)

$$c^2 = \frac{m \cdot g \cdot L}{m_s} \Rightarrow m_s = \frac{m \cdot g \cdot L}{c^2} = \frac{m \cdot g}{4f_G^2 \cdot L}$$

Es ergibt sich für die Seilmasse:

Für $m_1=0,1\text{kg}$: $m_s=1,02\text{g}$

Für $m_2=0,15\text{kg}$: $m_s=1,39\text{g}$

Für $m_3=0,2\text{kg}$: $m_s=1,26\text{g}$

Fehlerrechnung:

Fehlerrechnung:

Folgende Messfehler werden angenommen:

$$\Delta m = 0,001\text{kg}; \Delta l = 0,0075\text{m}; \Delta f_g = 0,3\text{Hz}$$

$$\Delta m_s = \sqrt{\left(\frac{\delta m_s}{\delta m} \cdot \Delta m\right)^2 + \left(\frac{\delta m_s}{\delta l} \Delta l\right)^2 + \left(\frac{\delta m_s}{\delta f_g} \cdot \Delta f_g\right)^2}$$
$$= \sqrt{\left(\frac{g}{4l f_g^2} \cdot \Delta m\right)^2 + \left(-\frac{mg}{4l^2 f_g^2} \cdot \Delta l\right)^2 + \left(\frac{m \cdot g}{2l f_g^3} \Delta f_g\right)^2}$$

$$\text{Somit ist für } f_g = 77,2\text{Hz} : \Delta m_s = 7 \cdot 10^{-5}\text{kg}$$

$$f_g = 78,7\text{Hz} : \Delta m_s = 6 \cdot 10^{-5}\text{kg}$$

$$f_g = 77,9\text{Hz} : \Delta m_s = 4 \cdot 10^{-5}\text{kg}$$

Experimentelle Bestätigung von $\frac{1}{f_G} \sim L$:

Berechnung von f_G mit $f_G = \frac{1}{6}(f_1 + f_2 + f_3)$

Für L_1 : $f_G = 35,5 \text{ Hz}$

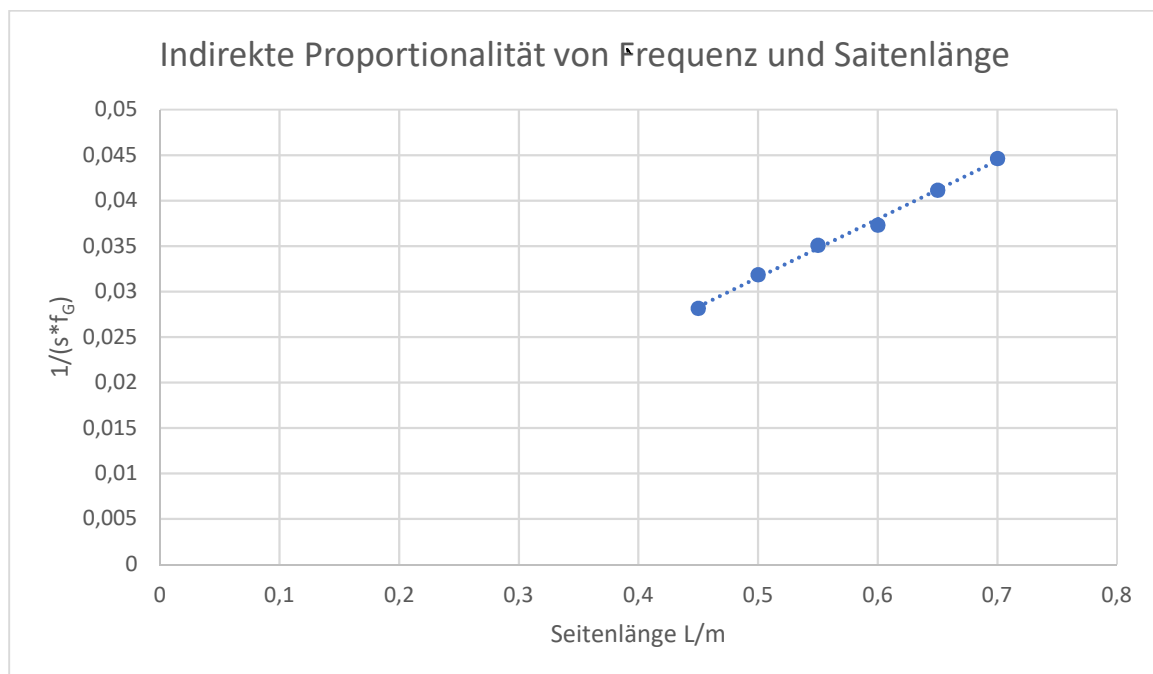
Für L_2 : $f_G = 31,4 \text{ Hz}$

Für L_3 : $f_G = 28,5 \text{ Hz}$

Für L_4 : $f_G = 26,8 \text{ Hz}$

Für L_5 : $f_G = 24,3 \text{ Hz}$

Für L_6 : $f_G = 22,4 \text{ Hz}$



Die Werte liegen näherungsweise auf einer Gerade $\rightarrow \frac{1}{f_G} \sim L$

Messwerte:

[illegible]