

Erste Hausübung

(Ausgabe: 09.12.2022, Abgabe: **23.12.2022 bis 13 Uhr**, Rückgabe: KW 03, 2023)

Nachname	Vorname	Matrikelnummer
Studiengang	Studienbeginn	Tutoriumsgruppe (Nr.)

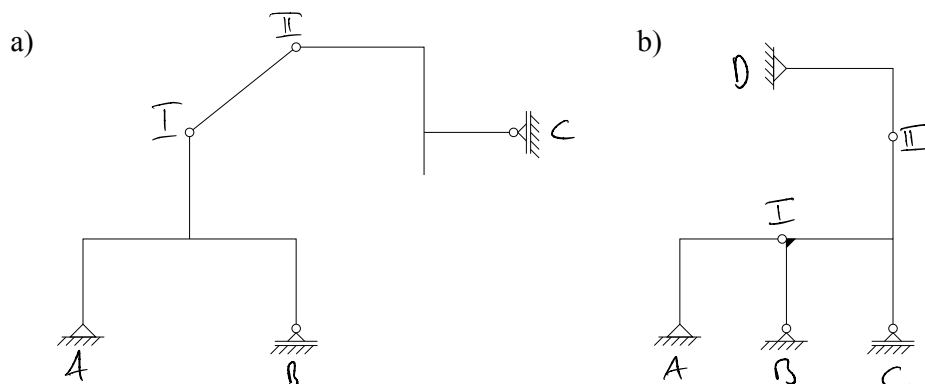
Die Abgabe der Hausübung erfolgt durch Upload in Ilias. Beachten Sie dazu die Richtlinien zur Benennung und zum Format des Uploads.

Benennung: Nachname_Vorname_Matrikelnummer_TM1_Hue01.pdf

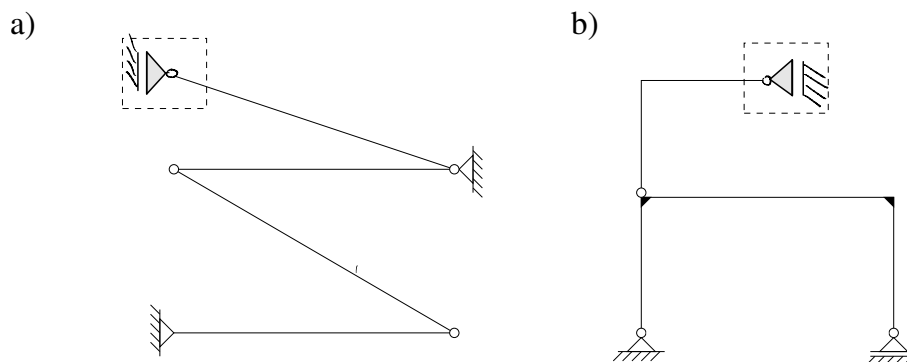
Format: Bitte benutzen Sie das Deckblatt der Hausübung als Deckblatt der Abgabe. Alle Aufgaben sollen als .pdf Dateien in A4 Hochformat hochgeladen werden, die Ausrichtung der Schrift soll von oben nach unten sein. Anderenfalls wird die Abgabe nicht bewertet.

Aufgabe 1

1. Untersuchen Sie folgende Systeme auf statische Bestimmtheit. Geben Sie jeweils den Grad der statischen Unbestimmtheit bzw. die Anzahl der Freiheitsgrade an.

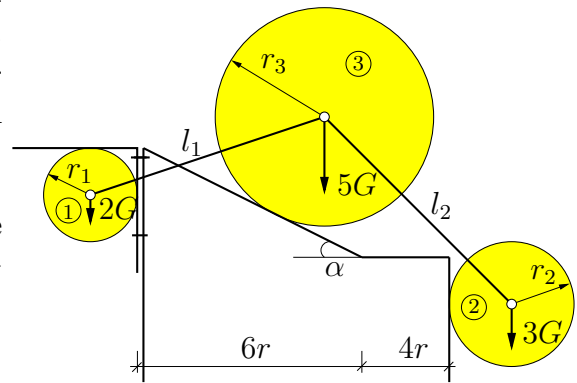


2. Fügen Sie in den markierten Bereichen ein passendes Auflager ein, um das System in einen statisch bestimmten Zustand zu überführen.



Aufgabe 2

Gegeben ist ein System aus drei homogenen, glatten Walzen und zwei gelenkig daran angeschlossenen Stäben (masselos). Es befindet sich in der dargestellten Lage im Gleichgewicht. Die Längen der Stäbe sind gegeben zu l_1 und l_2 .



1. Bestimmen Sie die Winkel, unter denen die Stäbe geneigt sind aus geometrischen Betrachtungen.
2. Schneiden Sie das System vollständig frei.
3. Ermitteln Sie alle Kontakt- und Stabkräfte.

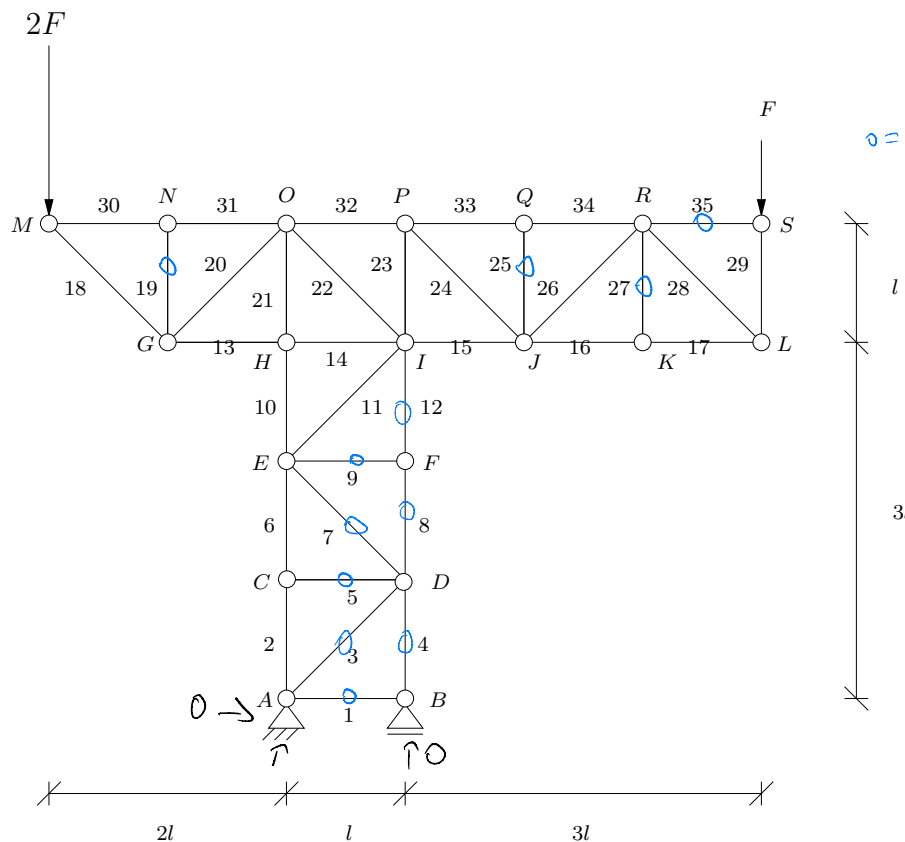
Geg.: $r_1 = 1.5r$, $r_2 = 2r$, $r_3 = 3.5r$, G , $\alpha = 25^\circ$, $l_1 = l_2 = 8r$.

Aufgabe 3

Ein Kran wird als Fachwerk angenähert. Es wird durch zwei Einzellasten belastet.

1. Untersuchen Sie das System auf innere und äußere statische Bestimmtheit.
2. Berechnen Sie sämtliche Auflagerreaktionen.
3. Bestimmen Sie alle Nullstäbe.
4. Bestimmen Sie die Kräfte in allen Stäben mit Hilfe des Knotenpunktverfahrens.
5. Begründen Sie, warum die dargestellte Fachwerksbauweise nicht optimal ist.

Geg.: F , l .



Aufgabe 1

1. a)

Statische Bestimmtheit

$$I=2 \quad II=2 \quad A=3 \quad B=1 \quad C=1 \quad n=3$$

$$f = 3 \cdot n - (a + 2) = 3 \cdot 3 - (5 + 4) = 0$$

$\Rightarrow$ statisch bestimmt mit Freiheitsgrad 1

b) statische Bestimmtheit

$$I=2 \quad II=2 \quad A=3 \quad B=2 \quad C=1 \quad D=3 \quad n=3$$

$$f = 3 \cdot n - (a + 2) = 3 \cdot 3 - (9 + 4) = -4$$

$\Rightarrow$ statisch überbestimmt mit $f = (-4)$ mit Freiheitsgrad 0

2. a)

$$f = 3 \cdot n - (a + 2) = 3 \cdot 4 - (5 + 6) = 1 \rightarrow 1\text{-wehiges Lager}$$

$$b) f = 3 \cdot n - (a + 2) = 3 \cdot 2 - (3 + 2) = 1 \rightarrow 1\text{-wehiges Lager}$$

1. Ges. x

$$\cos(\alpha) = \frac{r_3}{a} \Rightarrow a = \frac{r_3}{\cos(\alpha)} = \frac{3,51}{\cos(25^\circ)}$$

$$\tan = \frac{b}{r_1} \Rightarrow b = \tan(25^\circ) \cdot 1,5$$

$$C = r_1 = 1.51$$

$$x = \frac{3,5r}{\cos(25^\circ)} + \tan(25^\circ) \cdot 1,5r + 1,5r = \underline{\underline{6,061r}}$$

ges. d.

$$\sin(65^\circ) = \frac{d}{r} \Rightarrow d = \sin(65^\circ) \cdot 6,061 \text{ m} = 5,49 \text{ m}$$

$$\sigma = \arcsin\left(\frac{d}{L_1}\right) = 43,33^\circ$$

ges. β .

$$\text{Winkel summe: } \beta = 180^\circ - 65^\circ - 43,33^\circ = 71,67^\circ$$

ges. φ

$$\varphi = 90^\circ - 71,67^\circ = 18,33^\circ$$

$$\Rightarrow 1. \text{ Winkel } \varphi = 18,33^\circ$$

ges. e

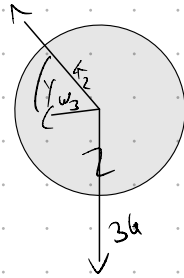
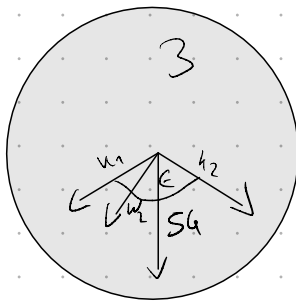
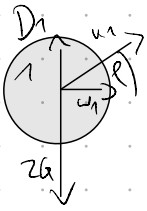
$$\begin{aligned} e &= 10r - \cos(\varphi) \cdot l_1 + r_1 + r_2 \\ &= 10r - \cos(18,33^\circ) \cdot 8r + 1,5r + 2r \\ &= 5,906r \end{aligned}$$

ges. γ

$$\gamma = \arccos\left(\frac{e}{l_2}\right) = \arccos\left(\frac{5,906r}{8r}\right) = 42,42^\circ$$

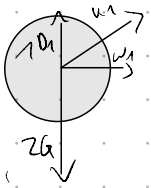
$$\epsilon = (90^\circ - \varphi) + (90^\circ - \gamma) = 119,25^\circ$$

2.



3.

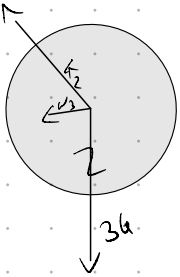
TS I



$$\sum V = 0: \sin(\phi) k_1 + w_1 - 2G = 0$$

$$\sum H = 0: \cos(\phi) k_1 - w_1 = 0$$

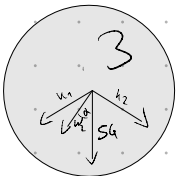
TS II



$$\sum H = 0: -\cos(\phi) k_2 + w_3 = 0$$

$$\sum V = 0: \sin(\phi) k_2 - 3G = 0$$

TS III



$$\sum H = 0: \sin(25^\circ) \cdot w_2 - \cos(\phi) k_1 + \cos(\phi) k_2 = 0$$

$$\sum V = 0: -SG + \cos(25^\circ) \cdot w_2 - \sin(\phi) k_1 - \sin(\phi) k_2 = 0$$

$$\begin{aligned} \text{LGS} \quad \varphi - \rho &= 29,35^\circ - 14,53^\circ = 14,82^\circ & \Rightarrow \varphi &= 18,33^\circ \\ \varphi + \rho &= 29,35^\circ + 14,53^\circ = 43,88^\circ & \Rightarrow \gamma &= 42,42^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(I)} \quad & \sin(18,33^\circ) k_1 + D_1 - 2G = 0 \\ \text{(II)} \quad & \cos(18,33^\circ) k_1 - w_1 = 0 \\ \text{(III)} \quad & -\cos(42,42^\circ) k_2 + w_3 = 0 \\ \text{(IV)} \quad & \sin(42,42^\circ) k_2 - 3G = 0 \\ \text{(V)} \quad & \cos(25^\circ) \cdot w_2 - \cos(18,33^\circ) k_1 + \cos(42,42^\circ) k_2 = 0 \\ \text{(VI)} \quad & -5G + \cos(25^\circ) \cdot w_2 - \sin(18,33^\circ) k_1 - \sin(42,42^\circ) k_2 = 0 \end{aligned}$$

$$\text{(IV)} \quad \sin(42,42^\circ) k_2 - 3G = 0 \Rightarrow k_2 = \frac{3G}{\sin(42,42^\circ)} = 4,45 G$$

$$k_2 \text{ in III} \quad -\cos(42,42^\circ) \cdot 4,45G + w_3 = 0 \Rightarrow w_3 = 3,29 G$$

$$k_2 \text{ in VI} \quad -5G + \sin(25^\circ) w_2 - \sin(18,33^\circ) k_1 - \sin(42,42^\circ) k_2 = 0$$

$$w_2 = \frac{5G + \sin(18,33^\circ) k_1 + \sin(42,42^\circ) k_2 \cdot 4,45G}{\cos(25^\circ)}$$

$$w_2 \text{ und } k_2 \text{ in V}$$

$$\sin(25^\circ) \left(\frac{5G + \sin(18,33^\circ) k_1 + \sin(42,42^\circ) k_2 \cdot 4,45G}{\cos(25^\circ)} \right) - \cos(18,33^\circ) \cdot k_1 + \cos(42,42^\circ) \cdot 4,45G = 0$$

$$k_1 = 8,75G$$

$$k_1 \text{ und } k_2 \text{ in VI} \quad w_2 = \frac{5G + \sin(18,33^\circ) k_1 + \sin(42,42^\circ) k_2 \cdot 4,45G}{\cos(25^\circ)} = 11,87 G$$

$$k_1 \text{ in II}$$

$$w_1 = \cos(18,33^\circ) \cdot 8,75G = 8,31 G$$

$$k_1 \text{ in I} \quad \sin(18,33^\circ) k_1 + D_1 - 2G$$

$$D_1 = 2G - \sin(18,33^\circ) 8,75 = -0,75G$$

Kontaktkräfte:

$$w_1 = 8,31 G$$

$$w_2 = 11,87 G$$

$$w_3 = 3,29 G$$

$$D_1 = -0,75G$$

Stabkräfte:

$$k_1 = 8,75G$$

$$k_2 = 4,45G$$

Aufgabe 3

1. Statistische Bestimmtheit

äußerlich $f = 2k - (3 + s) = 2 \cdot 19 - (3 + 35) = 0$

innerlich stat. bestimmt da $s = 2k - 3 = 2 \cdot 19 - 3 = 35$ ✓

2. Auflagerreaktionen

$$\sum H = 0 : A_x = 0$$

$$\sum V = 0 : A_y + B_y - 2F - F \Rightarrow A_y = 3F$$

$$\sum \overset{\curvearrowleft}{M}_A = 0 : B_y \cdot l + 2l \cdot 2F - 4l \cdot F = 0$$

$$l(B_y = -4Fl + 4Fl)$$

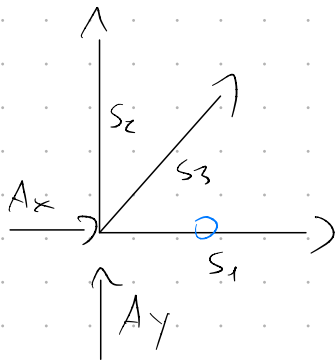
$$B_y = 0$$

3. Nullstäbe offensichtlich

$$s_1, s_3, s_4, s_5, s_7, s_8, s_9, s_{12}, s_{19}, s_{25}, s_{27}, s_{35}$$

4.

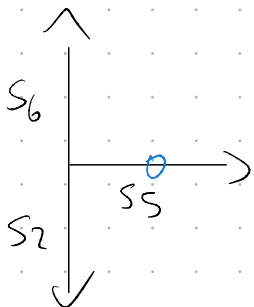
Knoten A



$$\sum H = 0 : s_3 = 0$$

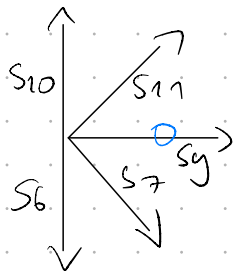
$$\sum V = 0 : s_2 + A_y = 0 \Rightarrow s_2 = -3F$$

Knoten C



$$\sum V = 0 : s_6 - s_2 = 0 \Rightarrow s_6 = -3F$$

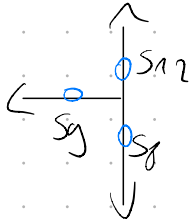
Knoten E



$$\sum H = 0: \frac{\sqrt{2}}{2} S_{11} + \frac{\sqrt{2}}{2} S_7 = 0 \Rightarrow S_{11} = 0$$

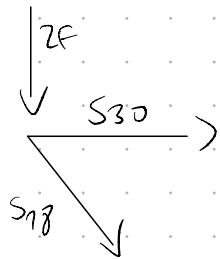
$$\sum V = 0: S_{10} - S_6 = 0 \Rightarrow S_{10} = -3F$$

Knoten F



$$\sum V = 0: S_{12} - S_8 = 0 \Rightarrow S_{12} = 0$$

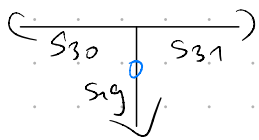
Knoten M



$$\sum V = 0: -2F - \frac{\sqrt{2}}{2} S_{18} = 0 \Rightarrow S_{18} = -2\sqrt{2}F$$

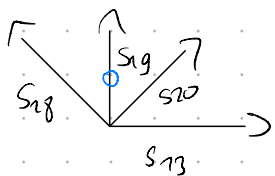
$$\sum H = 0: \frac{\sqrt{2}}{2} S_{18} + S_{30} = 0 \Rightarrow S_{30} = 2F$$

Knoten N



$$\sum H = 0: S_{31} - S_{30} = 0 \Rightarrow S_{31} = 2F$$

Knoten G

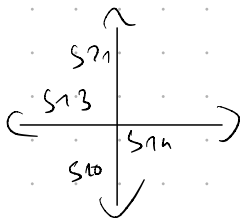


$$\sum V = 0: \frac{\sqrt{2}}{2} S_{20} + \frac{\sqrt{2}}{2} S_{18} = 0 \Rightarrow S_{20} = 2\sqrt{2}F$$

$$\sum H = 0: \frac{\sqrt{2}}{2} S_{20} + S_{13} - \frac{\sqrt{2}}{2} S_{18} = 0$$

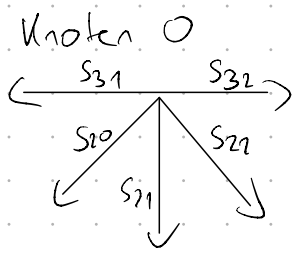
$$\Rightarrow S_{13} = \frac{\sqrt{2}}{2} S_{18} - \frac{\sqrt{2}}{2} S_{20} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot -2\sqrt{2}F - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 2\sqrt{2}F = -4F$$

Knoten H



$$\sum H = 0: S_{14} - S_{13} = 0 \Rightarrow S_{14} = -4F$$

$$\sum V = 0: S_{21} - S_{10} = 0 \Rightarrow S_{21} = -3F$$



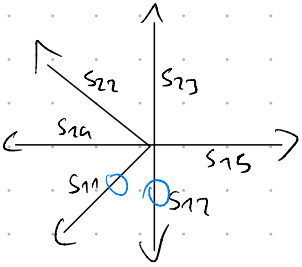
$$\sum V = 0: -\frac{\sqrt{2}}{2} S_{20} - S_{11} - \frac{\sqrt{2}}{2} S_{22} = 0 \Rightarrow$$

$$S_{22} = -2\sqrt{2}F - \frac{2}{\sqrt{2}}(-3F) = \sqrt{2}F$$

$$\sum H = 0: S_{32} - S_{31} + \frac{\sqrt{2}}{2} S_{22} - \frac{\sqrt{2}}{2} S_{20} = 0$$

$$\Rightarrow S_{32} = 2F - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{2}F + \frac{\sqrt{2}}{2} 2\sqrt{2}F = 3F$$

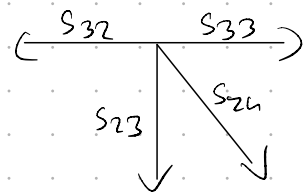
Knoten I



$$\sum V = 0: S_{23} - S_{11} + \frac{\sqrt{2}}{2} S_{22} = 0 \Rightarrow S_{23} = -\frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{2}F = -F$$

$$\sum H = 0: S_{15} - S_{14} - \frac{\sqrt{2}}{2} S_{22} = 0 \Rightarrow S_{15} = -3F$$

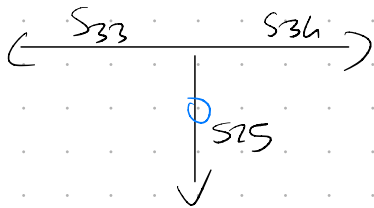
Knoten P



$$\sum V = 0: -S_{23} - \frac{\sqrt{2}}{2} S_{24} = 0 \Rightarrow S_{24} = -\frac{2}{\sqrt{2}}(-F) = \sqrt{2}F$$

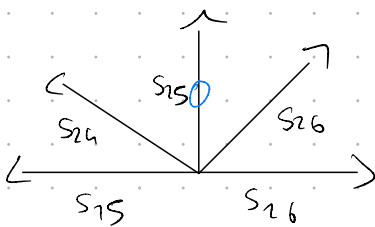
$$\sum H = 0: S_{33} - S_{32} + \frac{\sqrt{2}}{2} S_{24} = 0 \Rightarrow S_{33} = 2F$$

Knoten A



$$\sum H = 0: S_{34} - S_{33} = 0 \Rightarrow S_{34} = 2F$$

Knoten D

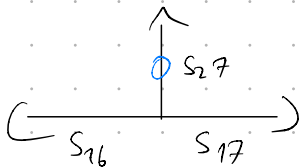


$$\sum V = 0: \frac{\sqrt{2}}{2} S_{26} + \frac{\sqrt{2}}{2} S_{24} = 0 \Rightarrow S_{26} = -\sqrt{2}F$$

$$\sum H = 0: S_{16} - S_{15} + \frac{\sqrt{2}}{2} S_{26} - \frac{\sqrt{2}}{2} S_{24} = 0$$

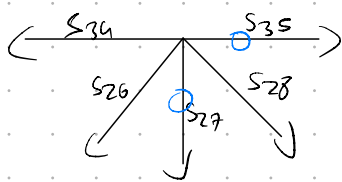
$$\Rightarrow S_{16} = -1$$

Knoten K



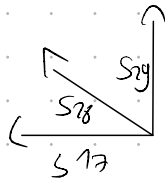
$$\sum H = 0: S_{17} - S_{16} = 0 \Rightarrow S_{17} = -1F$$

Knoten R



$$\sum V = 0 : -\frac{\sqrt{2}}{2} S_{26} - \frac{\sqrt{2}}{2} S_{28} = 0 \Rightarrow S_{28} = \sqrt{2}$$

Knoten L



$$\sum V = 0 : S_{29} + \frac{\sqrt{2}}{2} S_{28} = 0 \Rightarrow S_{29} = -F$$

Stabkräfte

$S_1 = 0 F$	$S_{11} = 0 F$	$S_{21} = -3 F$	$S_{31} = 2 F$
$S_2 = -3 F$	$S_{12} = 0 F$	$S_{22} = \sqrt{2} F$	$S_{32} = 3 F$
$S_3 = 0 F$	$S_{13} = -4 F$	$S_{23} = -1 F$	$S_{33} = 2 F$
$S_4 = 0 F$	$S_{14} = -4 F$	$S_{24} = \sqrt{2} F$	$S_{34} = 2 F$
$S_5 = 0 F$	$S_{15} = -3 F$	$S_{25} = 0 F$	$S_{35} = 0 F$
$S_6 = -3 F$	$S_{16} = -1 F$	$S_{26} = -\sqrt{2} F$	
$S_7 = 0 F$	$S_{17} = -1 F$	$S_{27} = 0 F$	
$S_8 = 0 F$	$S_{18} = -2\sqrt{2} F$	$S_{28} = \sqrt{2} F$	
$S_9 = 0 F$	$S_{19} = 0 F$	$S_{29} = -1 F$	
$S_{10} = -3 F$	$S_{20} = 2\sqrt{2} F$	$S_{30} = 2 F$	

5. Die dargestellte Fachwerksbauweise ist nicht optimal, da mehrere Stäbe deutlich höher belastet sind als andere. Zudem ist das Fachwerk auf der linken Seite deutlich höher belastet.

