

Berechnungen

10. Achsen und Wellen



1. Dimensionierung

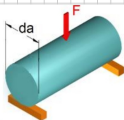
1.1 Vordimensionierung → durch gegebene Belastungen

• Achse auf Biegung:

$$\sigma_{b,zul} = \frac{M_b}{W_b} = \frac{M_b \cdot 32}{\pi d^3}$$

$$d_{a,erf} \geq \sqrt[3]{\frac{M_b \cdot 32}{\pi \cdot \sigma_{b,zul}}} \approx 2,17 \cdot \sqrt[3]{\frac{M_b}{\sigma_{b,zul}}}$$

$\sigma_{b,zul} \left[\frac{N}{mm^2} \right]$: zulässige Biegespannung
 $M_b \text{ [Nm]}$: Biegemoment
 $W_b \text{ [mm}^3\text{]}$: axiales Widerstandsmoment
 $d_{a,erf} \text{ [mm]}$: erforderlicher Durchmesser



Achtung:
Bei hohlen Achsen und Wellen stets deren
axiales Widerstandsmoment beachten

$$W_b = \frac{\pi}{32} \cdot \frac{(d_a^4 - d_i^4)}{d_a}$$

• Welle auf Torsion:

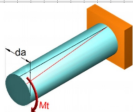
$$\tau_{t,zul} = \frac{M_t}{W_t} = \frac{M_t \cdot 16}{\pi \cdot d^3}$$

$$d_{a,erf} \geq \sqrt[3]{\frac{M_t \cdot 16}{\pi \cdot \tau_{t,zul}}} \approx 1,72 \cdot \sqrt[3]{\frac{M_t}{\tau_{t,zul}}}$$

$$M_t = \frac{P}{2 \cdot \pi \cdot n}$$

$\tau_{t,zul} \left[\frac{N}{mm^2} \right]$: zulässige Torsionsspannung
 $M_t \text{ [Nm]}$: Torsionsmoment
 $W_t \text{ [mm}^3\text{]}$: polares Widerstandsmoment
 $d_{a,erf} \text{ [mm]}$: überschlägiger Durchmesser

$P \text{ [W]}$: Leistung
 $n \left[\frac{1}{s} \right]$: Umdrehungen



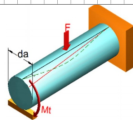
• Welle auf Torsion und Biegung:

$$\sigma_v = \sqrt{\left(\frac{M_b}{W_b}\right)^2 + 3 \cdot \left(\frac{M_t}{W_t}\right)^2} = \frac{M_v}{W_b} = \frac{M_v \cdot 32}{\pi \cdot d^3}$$

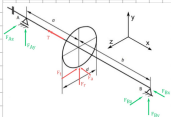
$$\text{mit } W_t = 2 \cdot W_b$$

$$\text{und } M_v = \sqrt{M_b^2 + 3 \cdot \left(\frac{M_t}{2}\right)^2}$$

$$d_{a,erf} \geq \sqrt[3]{\frac{M_v \cdot 32}{\pi \cdot \sigma_{b,zul}}} = 2,17 \cdot \sqrt[3]{\frac{M_v}{\sigma_{b,zul}}}$$



1.2 Mechanisches Ersatzschubbild



1.3 Lagerkräfte bestimmen

- 1) Aus Gleichgewichtsbedingungen:
- $\sum F_x = 0$
 - $\sum F_y = 0$
 - $\sum F_z = 0$
 - $\sum M = 0$

2) Lagerreaktkräfte bestimmen:

- Radiale Komponente

$$F_{Ax,r} = \sqrt{F_{Ax}^2 + F_{Ay}^2}$$

$$F_{Bx,r} = \sqrt{F_{Bx}^2 + F_{By}^2}$$

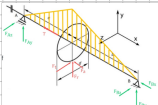
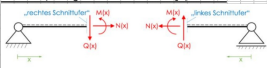
- Axiale Komponente

$$F_{Ax,a} = F_{Ax}$$

$$F_{Bx,a} = F_{Bx}$$



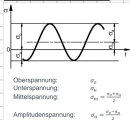
1.4 Beanspruchungsanalyse & 1.5 Schnittgrößenverlauf



→ Biegelinienverlauf

2. Festigkeitsnachweis

2.1 Wirkende Spannungen



Statisch		Dynamisch	
Zug/Druck und Biegung	Schub und Torsion	Zug/Druck und Biegung	Schub und Torsion
$\sigma_o = \sigma$	$\tau_o = \tau$	$\sigma_o = \sigma$	$\tau_o = \tau$
$\sigma_u = \sigma$	$\tau_u = \tau$	$\sigma_u = -\sigma$	$\tau_u = -\tau$
$\sigma_m = \frac{\sigma_o + \sigma_u}{2} = \sigma$	$\tau_m = \frac{\tau_o + \tau_u}{2} = \tau$	$\sigma_m = \frac{\sigma_o + \sigma_u}{2}$	$\tau_m = \frac{\tau_o + \tau_u}{2}$
$\sigma_a = \frac{\sigma_o - \sigma_u}{2} = 0 \frac{N}{mm^2}$	$\tau_a = \frac{\tau_o - \tau_u}{2} = 0 \frac{N}{mm^2}$	$\sigma_a = \frac{\sigma_o - \sigma_u}{2} = \sigma$	$\tau_a = \frac{\tau_o - \tau_u}{2} = \tau$

2.2 Kerbwirkung

Mittel-/Oberspannungen · α_k	
Zug/Druck und Biegung	Schub und Torsion
$\sigma_{o,max} = \sigma_o \cdot \alpha_k$	$\tau_{o,max} = \tau_o \cdot \alpha_k$
$\sigma_{u,max} = \sigma_u \cdot \alpha_k$	$\tau_{u,max} = \tau_u \cdot \alpha_k$
Amplitudenspannungen · β_k	
$\sigma_{a,max} = \sigma_a \cdot \beta_k$	$\tau_{a,max} = \tau_a \cdot \beta_k$

Fockenfaktor α_k : Aus Tabelle: $\frac{\beta}{\alpha} = \frac{m}{2(1-9m)}$



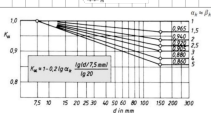
$$\text{Kerbwirkungszahl } \beta_k = \frac{\alpha_k}{1 + \frac{c}{15}} = \beta_k \cdot \frac{K_A \cdot \rho_{Kerbe}}{K_A}$$

α_k : je nach Belastungsfall

$c = 2$ bei Zug/Druck, Biegung

$c = 1$ bei Torsion

ρ_{Kerbe} : experimentell bestimmte Kerbwirkungszahl, gültig für Probendurchmesser K_A = formzahlabhängiger Größeneinflussfaktor des Bauteils bzw. des Probestabes



2.3 Maximalspannungen & 2.4 Vergleichsspannungen

Gleichartige Spannungen zusammenfassen

Zug/Druck und Biegung

Schub und Torsion

$$\sigma_{\text{max}} = \sigma_z / d_{\text{max}} + \sigma_b / d_{\text{max}}$$

$$\tau_{\text{max}} = \tau_z / d_{\text{max}} + \tau_t / d_{\text{max}}$$

$$\sigma_{\text{min}} = \sigma_z / d_{\text{min}} + \sigma_b / d_{\text{min}}$$

$$\tau_{\text{min}} = \tau_z / d_{\text{min}} + \tau_t / d_{\text{min}}$$

$$\sigma_{\text{max}} = \sigma_z / d_{\text{max}} + \sigma_b / d_{\text{max}}$$

$$\tau_{\text{max}} = \tau_z / d_{\text{max}} + \tau_t / d_{\text{max}}$$

Ungleichartige Spannungen zusammenfassen

$$\sigma_v = \sqrt{\sigma_{\text{max}}^2 + 3 \cdot \tau_{\text{max}}^2}$$

2.5 Sicherheitsberechnung

Festigkeitsbedingung: $\frac{F}{A} = \sigma \leq \sigma_{\text{zul}} = \frac{k}{3}$

- Sicherheit gegen Dauerbruch

$$S_D = \frac{\sigma_A \cdot b_0 \cdot b_1}{\sigma_{D0}} \quad \text{mit } \sigma_A = \sigma_w \cdot \sqrt{1 - \frac{\sigma_{\text{min}}}{\sigma_{\text{max}}}}$$

$$\sigma_w = \left(\frac{N}{N_{\text{Dauer}}} \right)^{-1/5} \quad \text{Schwingfestigkeit}$$

$$1,2 \leq S_D \leq 2,5$$

- Sicherheit gegen Fließen

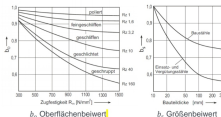
$$S_F = \frac{R_e}{\sigma_{\text{D0}}}$$

$$1,2 \leq S_F \leq 2$$

- Sicherheit gegen Bruch

$$S_B = \frac{R_m}{\sigma_{\text{D0}}}$$

$$1,2 \leq S_B \leq 4$$



Quelle:

Systematisches Vorgehen zur Ermittlung der auftretenden Spannungen:

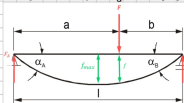
	Zug/Druck	Biegung	Querkraftschub	Torsion
Art der Belastung	statisch, wechselnd, schwellend	statisch, wechselnd, schwellend	statisch, wechselnd, schwellend	statisch, wechselnd, schwellend
Belastung für Oberspannung	F_{zido}	M_{bo}	F_{Qo}	M_{to}
Belastung für Unterspannung	F_{zidu}	M_{bu}	F_{Qu}	M_{tu}
Kerbwirkung nach / d_n	Quelle NennØ	Quelle NennØ	Quelle NennØ	Quelle NennØ
Querschnitt (Vollwelle) beachte d_n	$A = (\pi \cdot d^3)/4$	$W_b = (\pi \cdot d^3)/32$	$A = (\pi \cdot d^3)/4$	$W_t = (\pi \cdot d^3)/16$
Nennoberspannung	$\sigma_{\text{zido n}} = F_{\text{zido}} / A$	$\sigma_{\text{bo n}} = M_{\text{bo}} / W_b$	$\tau_{\text{Qo n}} = F_{\text{Qo}} / A$	$\tau_{\text{to n}} = M_{\text{to}} / W_t$
Nennunterspannung	$\sigma_{\text{zidu n}} = F_{\text{zidu}} / A$	$\sigma_{\text{bu n}} = M_{\text{bu}} / W_b$	$\tau_{\text{Qu n}} = F_{\text{Qu}} / A$	$\tau_{\text{tu n}} = M_{\text{tu}} / W_t$
Nennmittelspannung	$\sigma_{\text{zdm n}} = 0,5 (\sigma_{\text{zido n}} + \sigma_{\text{zidu n}})$	$\sigma_{\text{bm n}} = 0,5 (\sigma_{\text{bo n}} + \sigma_{\text{bu n}})$	$\tau_{\text{qm n}} = 0,5 (\tau_{\text{Qo n}} + \tau_{\text{Qu n}})$	$\tau_{\text{tm n}} = 0,5 (\tau_{\text{to n}} + \tau_{\text{tu n}})$
Nennausschlagspannung	$\sigma_{\text{zda n}} = 0,5 (\sigma_{\text{zido n}} - \sigma_{\text{zidu n}})$	$\sigma_{\text{ba n}} = 0,5 (\sigma_{\text{bo n}} - \sigma_{\text{bu n}})$	$\tau_{\text{qa n}} = 0,5 (\tau_{\text{Qo n}} - \tau_{\text{Qu n}})$	$\tau_{\text{ta n}} = 0,5 (\tau_{\text{to n}} - \tau_{\text{tu n}})$
Formfaktoren α_k bzw. α_k zur Fikberech	α_{kzid} α_{kzidu} zur Fikberech	α_{kb} α_{kbu} zur Fikberech	α_{kt} α_{ktu} zur Fikberech	α_{kt} α_{ktu} zur Fikberech
Kerbwirkungszahl β_k	β_{kzid} β_{kzidu}	β_{kb} β_{kbu}	β_{kt} β_{ktu}	β_{kt} β_{ktu}
Maximale Oberspannung	$\sigma_{\text{zido max}} = \alpha_{kzid} \sigma_{\text{zido n}}$	$\sigma_{\text{bo max}} = \alpha_{kb} \sigma_{\text{bo n}}$	$\tau_{\text{Qo max}} = \alpha_{kt} \tau_{\text{Qo n}}$	$\tau_{\text{to max}} = \alpha_{kt} \tau_{\text{to n}}$
Maximale Mittelspannung	$\sigma_{\text{zdm max}} = \alpha_{kzid} \sigma_{\text{zdm n}}$	$\sigma_{\text{bm max}} = \alpha_{kb} \sigma_{\text{bm n}}$	$\tau_{\text{qm max}} = \alpha_{kt} \tau_{\text{qm n}}$	$\tau_{\text{tm max}} = \alpha_{kt} \tau_{\text{tm n}}$
Maximale Ausschlagspannung	$\sigma_{\text{zida max}} = \alpha_{kzid} \sigma_{\text{zida n}}$	$\sigma_{\text{ba max}} = \alpha_{kb} \sigma_{\text{ba n}}$	$\tau_{\text{qa max}} = \alpha_{kt} \tau_{\text{qa n}}$	$\tau_{\text{ta max}} = \alpha_{kt} \tau_{\text{ta n}}$
Vergleichsmittelspannung	$\sigma_{\text{vm}} = \sqrt{\sigma_{\text{zdm max}}^2 + 3 \cdot \tau_{\text{qm max}}^2} = \sqrt{(\sigma_{\text{zido max}} + \sigma_{\text{bm max}})^2 + 3 \cdot (\tau_{\text{Qo max}} + \tau_{\text{tm max}})^2}$			
Vergleichsausschlagspannung	$\sigma_{\text{va}} = \sqrt{\sigma_{\text{zda max}}^2 + 3 \cdot \tau_{\text{qa max}}^2} = \sqrt{(\sigma_{\text{zido max}} - \sigma_{\text{bm max}})^2 + 3 \cdot (\tau_{\text{Qo max}} - \tau_{\text{tm max}})^2}$			
Maximale Vergleichsoberspannung	$\sigma_{\text{vo}} = \sqrt{\sigma_{\text{zda max}}^2 + 3 \cdot \tau_{\text{qa max}}^2} = \sqrt{(\sigma_{\text{zido max}} - \sigma_{\text{bm max}})^2 + 3 \cdot (\tau_{\text{Qo max}} - \tau_{\text{tm max}})^2}$			
Größenfaktor b_0 / Oberfl.-faktor b_s	b_0 b_s	b_0 b_s	Werkstoffwerte R_{m} / R_e	R_{m} R_e
Ausschlagfestigkeit aus Dauerfestigkeitsschaubild	$\sigma_A = \sigma_w \cdot \sqrt{1 - \frac{\sigma_{\text{vm}}}{R_{\text{m}}}}$	mit Faktoren behaftete Ausschlagfestigkeit		$\sigma_{\text{a zul}} = \sigma_A \cdot b_0 \cdot b_s$
Sicherheit gegen Fließen	$S_F = R_e / \sigma_{\text{vo}}$	Sicherheit gegen Dauerbruch		$S_D = \sigma_{\text{a zul}} / \sigma_{\text{vm}}$

3. Verformung

→ Wellaufbiegung ist Abstand im Zehnräder, verursacht Gewinde und belastet die Lager → keine ideale Kraftübertragung mehr

3.1 Verformung durch Biegebeanspruchung

a) Rein zylindrische Welle, beidseitig am Ende gelagert



Durchbiegung f

$$f = \frac{F \cdot a^2 \cdot b^2}{3 \cdot E \cdot I \cdot l}$$

$$f_m = \frac{F \cdot b^2 \cdot \sqrt{(l^2 - b^2)^3}}{9 \cdot \sqrt{3} \cdot E \cdot I \cdot l} \quad (a \geq b)$$

$$f_m = \frac{F \cdot a^2 \cdot \sqrt{(l^2 - a^2)^3}}{9 \cdot \sqrt{3} \cdot E \cdot I \cdot l} \quad (a \leq b)$$

Neigung α

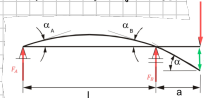
$$\tan \alpha_A = \frac{F \cdot a \cdot b \cdot (l + b)}{6 \cdot E \cdot I \cdot l}$$

$$\tan \alpha_B = \frac{F \cdot a \cdot b \cdot (l + a)}{6 \cdot E \cdot I \cdot l}$$

I [mm⁴]: Flächenträgheitsmoment

E [$\frac{N}{mm^2}$]: Elastizitätsmodul

b) Rein zylindrische Welle, übertragendes Ende



Durchbiegung f

$$f = \frac{F \cdot a^2 \cdot (l + a)}{3 \cdot E \cdot I}$$

$$f_m = \frac{F \cdot a \cdot l^2}{9 \cdot \sqrt{3} \cdot E \cdot I}$$

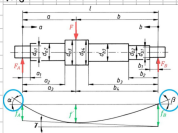
Neigung α

$$\tan \alpha = \frac{F \cdot a \cdot (2 \cdot l + 3 \cdot a)}{6 \cdot E \cdot I}$$

$$\tan \alpha_A = \frac{F \cdot a \cdot l}{6 \cdot E \cdot I}$$

$$\tan \alpha_B = \frac{F \cdot a \cdot l}{3 \cdot E \cdot I}$$

c) Abgesetzte Welle



Durchbiegung f

$$f_A = \frac{6,79 \cdot F_A}{E} \cdot \left(\frac{a_1^3}{d_{a1}^4} + \frac{a_2^3 - a_1^3}{d_{a2}^4} + \frac{a_3^3 - a_2^3}{d_{a3}^4} + \dots \right)$$

$$f_B = \frac{6,79 \cdot F_B}{E} \cdot \left(\frac{b_1^3}{d_{b1}^4} + \frac{b_2^3 - b_1^3}{d_{b2}^4} + \frac{b_3^3 - b_2^3}{d_{b3}^4} + \dots \right)$$

$$f = f_A + \frac{a}{l} \cdot (f_B - f_A)$$

Neigung

$$\alpha' = \frac{10,19 \cdot F_A}{E} \cdot \left(\frac{a_1^2}{d_{a1}^4} + \frac{a_2^2 - a_1^2}{d_{a2}^4} + \dots \right)$$

$$\beta' = \frac{10,19 \cdot F_B}{E} \cdot \left(\frac{b_1^2}{d_{b1}^4} + \frac{b_2^2 - b_1^2}{d_{b2}^4} + \dots \right)$$

$$\alpha = \alpha' + \frac{f_B - f_A}{l}$$

$$\beta = \beta' - \frac{f_B - f_A}{l}$$

3.2 Verformung durch Torsionsbeanspruchung

a) Rein zylindrische Welle

Verdrehung

$$\varphi = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot \frac{l \cdot \tau_t}{r \cdot G} = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot \frac{M_t \cdot l}{G \cdot I_t}$$

G [$\frac{N}{mm^2}$]: Schubmodul

Außendurchmesser für φ_{zul}

$$d \approx \sqrt[4]{\frac{32}{\pi} \cdot \frac{M_t \cdot l}{G \cdot \varphi_{zul}}}$$



b) Abgesetzte Welle:

Verdrehung

$$\varphi \approx \frac{180^\circ}{\pi} \cdot \frac{32}{G} \cdot \frac{M_t}{d^4} \cdot \sum \left(\frac{l}{d^4} \right)$$



4. Kritische Drehzahl

4.1 Biegeschwingungen

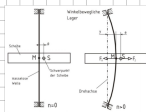
a) Beidseitig gelagerte Welle mit Einzellast

$$F_R = F_R \quad y = \frac{m \cdot e \cdot \omega^2}{c - m \cdot \omega^2}$$

$$l_0 = c \cdot y \quad \Rightarrow \quad y = \frac{m \cdot e \cdot \omega^2}{c - m \cdot \omega^2} \quad \Rightarrow \quad l_0 = c \cdot m \cdot \omega^2$$

$$l_0 = m \cdot (y + e) \cdot \omega^2 \quad \omega_k = \sqrt{\frac{c}{m}}$$

$$c = \frac{F_G}{f_G} = \frac{m \cdot g}{f_G} \quad \Rightarrow \quad \omega_k = \sqrt{\frac{g}{f_G}}$$



b) Beidseitig gelagerte Welle mit mehreren Einzellasten

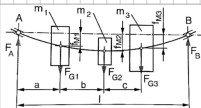
- Niedrigste kritische

Winkelgeschwindigkeit:

$$n_{k,60} = \frac{60 \cdot \omega_k}{2 \cdot \pi} = \frac{60}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{g}{f_G}} \approx 946 \cdot \frac{1}{\sqrt{f_G}}$$

$$f_G = \frac{\sum_{j=1}^n f_{Gj}^2 \cdot F_{Gj}}{\sum_{j=1}^n |f_{Gj}| \cdot F_{Gj}}$$

$$\frac{1}{\omega_k^2} = \frac{1}{\omega_{k0}^2} + \sum_{j=1}^n \left(\frac{1}{\omega_{Gj}^2} \right)$$



4.2 Torsionsschwingungen

a) Welle an einem Ende „fest eingespannt“; Eine Masse ist unendlich groß (Torsionspendel)

Eigenkreisfrequenz

$$\omega_e = \frac{2 \cdot \pi \cdot n_e}{60} = \sqrt{\frac{c_t}{J}} = \sqrt{\frac{G \cdot I_p}{l \cdot J}}$$

Daraus ergibt sich die torsionskritische Drehzahl n_e

$$n_{e,60} = \frac{60}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{c_t}{J}}$$



$$c_t \left[\frac{\text{kg}}{\text{s}^2} \right]$$

(Dreh-)Federsteifigkeit

$$I_p [\text{cm}^4]$$

polares Flächenträgheitsmoment

$$J [\text{kg} \cdot \text{cm}^2]$$

Trägheitsmoment

$$G \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right]$$

Schubmodul

$$n_e \left[\frac{1}{\text{min}} \right]$$

torsionskritische Drehzahl

b) Welle mit zwei Massen

- Zwei Teilsysteme:

$$\omega_{e1} = \sqrt{\frac{G \cdot I_p}{l_1 \cdot J_1}} \quad \text{und} \quad \omega_{e2} = \sqrt{\frac{G \cdot I_p}{l_2 \cdot J_2}}$$

- Gesamtsystem, daher gleiche Eigenkreisfrequenz:

$$\frac{\omega_{e1}}{\omega_{e2}} = \frac{J_2}{J_1} \quad (\text{Drallsatz})$$

$$\frac{\omega_{e1}}{\omega_{e2}} = \frac{l_2}{l_1} \quad (\text{Strahlensatz unter Annahme eines konstanten Welledurchmessers})$$

$$\Rightarrow \omega_e = \sqrt{c_t \cdot \left(\frac{1}{J_1} + \frac{1}{J_2} \right)}$$

$$\Rightarrow n_{e,60} = \frac{60}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{c_t \cdot \left(\frac{1}{J_1} + \frac{1}{J_2} \right)}$$



11. Welle-Nabe-Verbindung

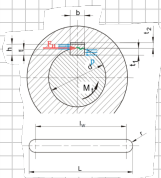
Passfeder:

Umfangskraft: $F_u = \frac{2 \cdot M_t}{d}$

Mittlere Flächenpressung: $p \leq p_{\text{ad}} = \frac{F_u}{(h \cdot l) \cdot z_w \cdot i \cdot \varphi} = \frac{2 \cdot M_t}{d \cdot (h \cdot l) \cdot z_w \cdot i \cdot \varphi}$

Scherbeanspruchung

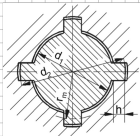
- $p \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right]$: mittlere Flächenpressung
 l_w [mm]: wirkende Länge
 i [1]: Passfedernzahl ($i \leq 2$)
 φ [1]: Tragfaktor, zur Berücksichtigung des ungleichmäßigen Tragens beim Einsatz mehrerer Passfedern:
 $i = 1 \rightarrow \varphi = 1$
 $i = 2 \rightarrow \varphi = 0,75$



Keilwelle:

Mittlere Flächenpressung: $p = \frac{2 \cdot M_t}{d_m \cdot h' \cdot l_w \cdot i \cdot \varphi}$

- $p \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right]$: mittlere Flächenpressung
 d_m [mm]: mittlerer Profildurchmesser mit $d_m = \frac{1}{2} \cdot (d_1 + d_2)$
 h' [mm]: tragende Keilhöhe unter Berücksichtigung der Faser f:
 $h' = \frac{d_1 - d_2}{2} - 2 \cdot f \approx 0,4 \cdot (d_1 - d_2)$
 l_w [mm]: wirkende Länge
 i [1]: Anzahl der Keile
 φ [1]: Tragfaktor:
 Innenzentrierung: $\varphi = 0,75$
 Flanken-zentrierung: $\varphi = 0,9$



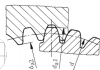
Zahnwelle:

Mittlere Flächenpressung: $p = \frac{2 \cdot M_t}{d_m \cdot h' \cdot l_w \cdot i \cdot \varphi}$

- $p \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right]$: mittlere Flächenpressung
 d_m [mm]: mittlerer Profildurchmesser mit $d_m = d_s = d$
 h' [mm]: tragende Keilhöhe
 Kervverzahnung: $h' = 0,5 \cdot (d_s - d_f)$
 Evolventenverzahnung: $h' = 0,5 \cdot [d_{a1} - (d_{a2} + 0,16 \cdot m)]$ mit Modul m aus Tabelle nach DIN 5480
 l_w [mm]: wirkende Länge
 i [1]: Anzahl der Keile
 φ [1]: Tragfaktor:
 Kervverzahnung: $\varphi = 0,75$
 Evolventenverzahnung: $\varphi = 0,9$



Zahnwellerprofil mit Kervverzahnung



Zahnwellerprofil mit Evolventenverzahnung

Zylindrischer Pressverband:

11.3 Reibschlüssige Verbindungen

11.3.3.2 Zylindrischer Pressverband: Berechnung $p_{F, \text{erf}}$

- Als Grundlage der Berechnung:

Umfangskraft:

$$F_u = \frac{2 \cdot M_t}{d_s}$$

Axialkraft:

$$F_a$$

Resultierende Kraft: F_{res}

$$F_{\text{res}} = \sqrt{F_a^2 + F_u^2} = \sqrt{F_a^2 + \left(\frac{2 \cdot M_t}{d_s} \right)^2}$$

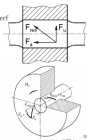
- Es muss gelten

$$F_k \geq F_{\text{res}}$$

bzw.

$$F_k \geq F_{\text{res}} \cdot S_D$$

mit S_D als Sicherheitsbeiwert gegen Rutschen, $S_D = 2 \dots 4$



11.3 Reibschlüssige Verbindungen

11.3.3.2 Zylindrischer Pressverband: Berechnung $p_{F, \text{erf}}$

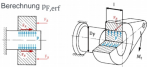
- Mit $F = p \cdot A = F_g$ gilt:

$$F_g = \mu \cdot F_N = p \cdot A \cdot \mu = p \cdot \pi \cdot d_f \cdot l \cdot \mu$$

- Daraus ergibt sich der erforderliche

Fugendruck $p_{F, \text{erf}}$:

$$p_{F, \text{erf}} = \frac{F_{\text{res}} \cdot S_D}{\pi \cdot d_f \cdot l \cdot \mu} = \sqrt{\frac{F_a^2 + \frac{4 \cdot M_t^2}{d_s^2}}{D_f^2}} \cdot S_D$$



F_k [N]:

$p \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right]$:

A [mm²]:

l [mm]:

d_f [mm]:

μ [1]:

Reibkraft

Fugenpressung

wirkende Fläche mit $A = \pi \cdot d \cdot l$

Füglänge

Fugendurchmesser

Haftbeiwert

Quelle:
KT30: Maschinell. II

Quelle:
Maschinell. II

11.3 Reibschlüssige Verbindungen

11.3.3.2 Zylindrischer Pressverband: Berechnung $p_{F,zul}$

- Festigkeitsbedingung mit der MSH (Schubspannungshypothese)

$$\sigma_r = \sqrt{(\sigma_t - \sigma_r)^2 + 4 \cdot \tau_t} \leq \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \sigma_{zul}$$

mit $\sigma_{zul} = \frac{R_p}{S_F} \cdot S_F \geq 1,2$ (plastisch)

$$\sigma_{zul} = \frac{R_m}{S_B} \cdot S_B \geq 2 \quad (\text{spröde})$$

11.3 Reibschlüssige Verbindungen

11.3.3.2 Zylindrischer Pressverband: Berechnung $p_{F,zul}$

- Damit ergeben sich die **maximalen Flächenpressungen**

$$\text{Nabe: } p_{F,zul} = \frac{1 - Q^2}{\sqrt{3}} \cdot \sigma_{zul}$$

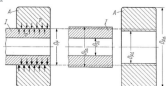
$$\text{Hohlwelle: } p_{F,zul} = \frac{1 - Q^2}{\sqrt{3}} \cdot \sigma_{zul}$$

$$\text{Vollwelle: } p_{F,zul} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \sigma_{zul}$$

Q [1]: Durchmesserverhältnisse:

$$\text{Nabe: } Q_A = \frac{D_A}{D_{iA}}$$

$$\text{Welle: } Q_i = \frac{D_i}{D_F}$$



11.3 Reibschlüssige Verbindungen

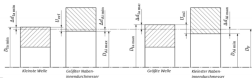
11.3.3.2 Zylindrischer Pressverband: Berechnung Übermaß

- Der zur Kraftübertragung notwendige Fugendruck zwischen Welle und Nabe wird durch das Übermaß erzeugt.

Dabei muss gelten $U_{erf} < U < U_{zul}$

mit $U_{erf} = \Delta d_{A,iA,iA} - \Delta d_{A,iA,iA}$ und

$$U_{zul} = \Delta d_{A,iA,iA} - \Delta d_{A,iA,iA}$$



11.3 Reibschlüssige Verbindungen

11.3.3.2 Zylindrischer Pressverband: Berechnung Übermaß

- Mit der Dehnung des Außenteils an der Innenseite in tangentialer Richtung gilt:

$$\Delta d_{A,i} = D_F \cdot \epsilon_{A,i} = \frac{D_F}{E_A} \cdot \left(\frac{1+Q^2}{1-Q^2} + \theta_A \right)$$

- Analog für das Innenteil:

$$\Delta d_{iA} = D_F \cdot \epsilon_{iA} = -\frac{D_F}{E_i} \cdot \left(\frac{1+Q^2}{1-Q^2} - \theta_i \right)$$

- Daraus ergibt sich

$$U = \Delta d_{A,i} - \Delta d_{iA} = p_F \cdot D_F \cdot \left[\frac{1}{E_A} \cdot \left(\frac{1+Q^2}{1-Q^2} + \theta_A \right) + \frac{1}{E_i} \cdot \left(\frac{1+Q^2}{1-Q^2} - \theta_i \right) \right]$$

$$U = \frac{p_F \cdot D_F}{E_A} \cdot K \quad \text{mit } K = \frac{1+Q^2}{1-Q^2} + \theta_A + \frac{E_A}{E_i} \cdot \left(\frac{1+Q^2}{1-Q^2} - \theta_i \right)$$

θ [1]: Querdehnung aus Tabelle

E [N/mm²]: Elastizitätsmodul

11.3 Reibschlüssige Verbindungen

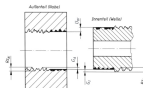
11.3.3.2 Zylindrischer Pressverband: Berechnung Übermaß

- Infolge der Einbeugung der Oberflächen beim Fügen (Längspress- oder Querspressverband) ist der sogenannte Übermaßverlust U_V zu berücksichtigen:

$$U_V \approx 0,8 \cdot (R_{2,A1} + R_{2,iA})$$

- Damit ergibt sich das wirksame Übermaß (bzw. Haftmaß) U_H zu:

$$U_H = U - U_V$$



11.3 Reibschlüssige Verbindungen

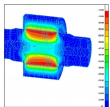
11.3.3.2 Zylindrischer Pressverband: Berechnung Übermaß

- Damit ergibt sich das erforderliche Mindestübermaß U_{erf} :

$$U_{erf} = \frac{p_{F,erf} \cdot D_F}{E_A} \cdot K + U_V$$

- Sowie das zulässige Höchstübermaß U_{zul} :

$$U_{zul} = \frac{p_{F,zul} \cdot D_F}{E_A} \cdot K + U_V$$



Kegelpressverband:

11.3 Reibschlüssige Verbindungen

11.3.4 Kegelpressverband: Neigungswinkel

- Kegelverhältnis C

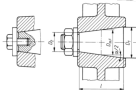
$$C = \frac{1}{x} = \frac{D_1 - D_2}{l}$$

- Kegel-Neigungswinkel $\frac{\alpha}{2}$

$$\tan \left(\frac{\alpha}{2} \right) = \frac{D_1 - D_2}{2l}$$

- Seibsthemmung:

$$\alpha < \tan \mu$$



11.3 Reibschlüssige Verbindungen

11.3.4 Kegelpressverband: Berechnung $p_{F,erf}$

- Es muss gelten Reibungsmoment $M_R \geq \text{Drehmoment } M_t$

$$M_R = F_R \cdot \frac{D_{erf}}{2} = F_R \cdot \mu \cdot \frac{D_{erf}}{2} \geq M_t$$

- Hieraus ergibt sich die erforderliche Anpresskraft F_R :

$$F_R \geq \frac{2 \cdot M_t}{\mu \cdot D_{erf}}$$

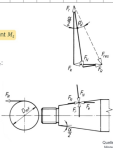
- Und daraus die erforderliche Einpresskraft F_E :

$$F_E \geq \frac{2 \cdot F_R \cdot \sin \left(\frac{\alpha}{2} \right)}{\cos \left(\frac{\alpha}{2} \right)}$$

S_F [1]: Sicherheitsbeiwert gegen Rutschen, $S_F = 1,2 \dots 1,5$

D_{erf} [mm]: mittlerer Kegel-Fugendurchmesser aus $D_{erf} = \frac{D_1 + D_2}{2}$

μ [1]: Reibungskoeffizient aus $\tan \mu = \mu$



11.3 Reibschlüssige Verbindungen

11.3.4 Kegelpressverband: Berechnung $p_{F,erf}$

- Die wirksame Fugenpressung p_F ergibt sich zu:

$$p_F = \frac{F_c \cos \rho_c \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{D_{MF} \pi \cdot l \cdot \sin\left(\rho_c + \frac{\alpha}{2}\right)}$$

$$\text{mit } p_F = \frac{F_c}{A_F} = \frac{F_R}{D_{MF} \pi \cdot l}$$

$$l_F = \frac{l}{\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)}$$

$$F_R = \frac{F_c \cos \rho_c}{\sin(\rho_c + \frac{\alpha}{2})}$$

- Mit F_c ergibt sich die kleinste erforderliche Fugenpressung

$$p_{F,erf} = \frac{2 \cdot S_H \cdot M_T \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{D_{MF} \pi \cdot l}$$

11.3 Reibschlüssige Verbindungen

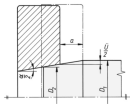
11.3.4 Kegelpressverband: Berechnung Aufschubweg a

- Der minimale Aufschubweg a :

$$a_{min} = \frac{U_{erf}}{2 \cdot l \cdot \tan \frac{\alpha}{2}}$$

$$a_{max} = \frac{U_{zul}}{2 \cdot l \cdot \tan \frac{\alpha}{2}}$$

- Berechnung von $U_{erf/zul}$ mit Formeln für den zylindrischen Pressverband $D_F = D_{MF}$



Klemmverbindungen

11.3 Reibschlüssige Verbindungen

11.3.5.1 Klemmverbindungen: Berechnung

a) Gefaltete Scheibennabe

Analog zu dem Pressverband gilt:

$$p_{Fkl} = \frac{F_{Kl}}{A_F \cdot \mu} = \frac{2 \cdot K_A \cdot M_T \cdot S_H}{\pi \cdot D_F^2 \cdot l_F \cdot \mu} \cdot K \leq p_{F,zul}$$

μ [1]: Haftbeiwert aus Tabelle

U_{erf} [N]: Fugenspannung

S_H [1]: Haftspannung $1,5 \leq S_H \leq 2$

K [1]: Anwendungsfaktor zur Berücksichtigung der dynamischen Betriebsverhältnisse (aus Tabelle)

K [1]: Korrekturfaktor: $K = 1$ für gleichmäßige Flächenpressung

$K = \frac{1}{2}$ für cosinusförmige Flächenpressung

$K = \frac{1}{3}$ für linearförmige Flächenpressung



Quelle: Mafel

11.3 Reibschlüssige Verbindungen

11.3.5.1 Klemmverbindungen: Berechnung

b) Geschlitzte Hebelnabe

Kann als Schelle mit Gelenk D angesehen werden.

Für den ungünstigen Fall der linienförmigen Pressung

ergibt sich aus $M_N = F_{N1} \cdot \frac{D_F}{2} = F_N \cdot \mu \cdot D_F \geq K_A \cdot M_T$

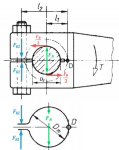
die erforderliche Anpresskraft je Nabenhälfte $F_N = \frac{K_A \cdot M_T}{D_F \cdot \mu}$

und mit $F_N = F_{K1} \cdot \frac{S_H}{2}$ ergibt sich die Klemmkraft

$$F_{K1} = \frac{K_A \cdot M_T \cdot S_H \cdot l_1}{\pi \cdot D_F \cdot \mu \cdot l_2}$$

Und damit

$$p_F \geq \frac{\pi \cdot F_{VM}}{D_F \cdot l_F} \cdot \frac{l_2}{l_1} \leq p_{F,zul}$$



mit $D_{M1} \approx D_F$

Quelle: Mafel

12 Lager

Wahl der Lagergröße: Lebensdauerberechnung



(1) Belastungsfall

Dynamisch oder Statisch

(2) Vorauswahl der Lagergröße

L_{10h} [h]: angestrebte nominelle Lebensdauer

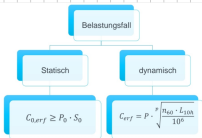
n_{10h} [1/min]: Drehzahl

P [N]: Lagerbelastung P kann überschlägig gewählt werden.

p [1]: Kugellager $p = 3$

p [1]: Rollenlager $p = 10/3$

S_0 [1]: statische Tragsicherheit



- Ein Wälzlager gilt als statisch beansprucht bei

- Stillstand
- Kleine Pendelbewegungen
- Drehzahl $n_{10h} \leq 10$

- Statische Tragsicherheit: $S_0 = \frac{C_0}{P_0}$

S_0 [1]: statische Tragsicherheit (je nach Lagerart 0,4 bis 1)

C_0 [N]: statische Tragzahl (aus Katalog)

P_0 [N]: statisch äquivalente Lagerbelastung mit $P_0 = X_0 \cdot F_{R0} + Y_0 \cdot F_{A0}$

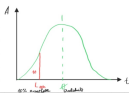
F_{R0}, F_{A0} [N]: statische radial/axial Lagerkräfte

X_0, Y_0 [1]: statische radial/axial Faktoren

3) Äußere Kräfte

$$F_R = 0 \rightarrow P = F_R$$

$$F_R = 0 \rightarrow P = F_R$$



4) Dynamische äquivalente Lagerbelastung

P wird in folgenden Fällen beeinflusst:

- Bei einseitigen Radiallagern falls $\frac{F_R}{F_N} \geq e$ (mit Faktor e aus Katalog)
- Bei zweiseitigen Radiallagern falls $\frac{F_R}{F_N} \leq e$

Berechnung von P

$$P = X \cdot F_R + Y \cdot F_N$$

F_R, F_N [N]: dynamische radiale/axiale Lagerkräfte
 X, Y [1]: radial/axial Faktoren (aus Katalog)

5) Nominelle Lebensdauer in Stunden:

$$L_{10h} = \frac{10^6 \cdot L_{10}}{60 \cdot n_{\text{U/min}}} \text{ mit } L_{10} = \left(\frac{C}{P}\right)^p$$

$$L_{10h} = \frac{10^6}{60 \cdot n_{\text{U/min}}} \cdot \left(\frac{C}{P}\right)^p$$

L_{10}, L_{50} [h]:

L_{10} [10⁶ Umdr]:

$n_{\text{U/min}}$:

C [N]:

P [N]:

p [1]:

nominelle Lebensdauer

nominelle Lebensdauer

Drehzahl

dynamische Tragzahl (aus Katalog)

mittlere äquivalente C_{eq} , äquivalenter

dynamische äquivalente Lagerbelastung

Kugellager $p = 3$

Rollenlager $p = 10/3$

Nice-to-know:

- Der Quotient $\frac{C}{P}$ wird als dynamische Tragfähigkeit bezeichnet
- Drehzahlfaktor $f_d = \sqrt{\frac{10^6}{L_{10h} \cdot n_{\text{U/min}}}}$
- Lebensdauerfaktor $f_L = \sqrt[p]{\frac{L_{10h}}{L_{10h, \text{nom}}}}$

14. Getriebe

Zahnradgetriebe:

Übersetzungsverhältnis

$$i = \frac{\omega_{\text{an}}}{\omega_{\text{ab}}} = \frac{n_{\text{an}}}{n_{\text{ab}}} = \frac{d_{\text{ab}}}{d_{\text{an}}} = \frac{z_{\text{ab}}}{z_{\text{an}}} = \frac{M_{\text{ab}}}{M_{\text{an}}}$$

$i > 0$: Übersetzung ins Langsame

$i < 0$: Übersetzung ins Schnelle

Man: Drehzahl Antriebs

ab: Drehzahl Abtriebs

Man: Drehmoment Antriebs

ab: Drehmoment Abtriebs

z_{an}: Zahnzahl Antriebs-Zahnrad

z_{ab}: Zahnzahl Abtriebs-Zahnrad

d_{an}: Ø Antriebs-Rad

d_{ab}: Ø Abtriebs-Rad

Das Gesamtverhältnis i_{ges}

$$i_{\text{ges}} = i_1 \cdot i_2 \cdot i_3 \cdot \dots$$



→ 3-stufig, da 3 Eingangs/Abtriebe



Leistung: ohne Verlust: $P_{\text{an}} = M_{\text{an}} \cdot \omega_{\text{an}} = M_{\text{ab}} \cdot \omega_{\text{ab}}$

mit Verlust: $P_{\text{an}} = M_{\text{an}} \cdot \omega_{\text{an}} \neq P_{\text{ab}} = M_{\text{ab}} \cdot \omega_{\text{ab}}$

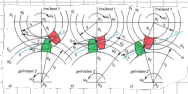
Wirkungsgrad: $\eta = \frac{P_{\text{ab}}}{P_{\text{an}}} < 1$

Gesamtwirkungsgrad: $\eta = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot \dots$

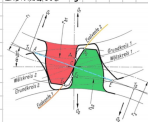
Verhältnissatz: $\omega = \frac{v}{r} \rightarrow i = \frac{\omega_{\text{an}}}{\omega_{\text{ab}}} = \frac{v_{\text{an}}}{v_{\text{ab}}} = \frac{r_{\text{ab}}}{r_{\text{an}}}$

Im Kontaktpunkt C: $v_{\text{an}} = v_{\text{ab}} \rightarrow i = \frac{r_{\text{ab}}}{r_{\text{an}}}$

→ Bestimmung einer Gegenflanke zu jeder beliebigen Zahnflanke

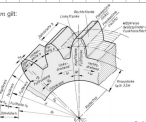


Eingriffsverformung:



- Eingriffslinie
 - Berührungspunkte B wandern von A über C zu E.
 - Alle Eingriffslinien unter Winkel α
 - $\cos \alpha = \frac{d_b}{d}$ = Grundkreis Wälzkreis
- Nullverzerrung: $\alpha = 20^\circ$ (links im Bild)

- Ausgehend von Zahnzahl z und Modul m gilt:
 - Teilung $p = \pi \cdot m$
 - Teilkreisdurchmesser $d = z \cdot \frac{p}{\pi} = z \cdot m$
 - Zahnhöhe $h = h_a + h_f$
 - Kopfhöhe → Kopfkranz (außerhalb d)
 - Fußhöhe → Fußkranz (innerhalb d, mit Kopfteil c)
 - Kopfkreisdurchmesser $d_a = d + 2 \cdot h_a$
 - Fußkreisdurchmesser $d_f = d - 2 \cdot h_f$
 - Zahnstärke s und Zahnlücke e am Teilkreis $p = s + e$



$$\text{Addendum: } a = \frac{d_2 + d_1}{2} = \frac{m}{2} (z_1 + z_2)$$

Profilverschiebung

Zur Vermeidung eines Unterschnitts bei kleinen Zahnzahlen.

Verschiebung des Werkzeugs:

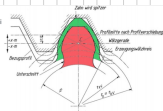
$$V = x \cdot m$$

$x > 0$ bei Verschiebung nach außen

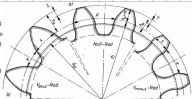
$x < 0$ bei Verschiebung nach innen

Zahnräder

- mit Profilverschiebung: V-Räder
- ohne Profilverschiebung: Nullräder



- a. Nullrad: Keine Profilverschiebung
- b. V_{plus} -Rad: positive Profilverschiebung
- c. V_{minus} -Rad: negative Profilverschiebung



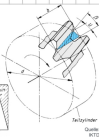
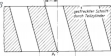
Quelle: Springer

Schrägverzählung

Die Zähne sind auf dem Radzylinder schraubenförmig gewunden. Der Flankenlinienverlauf ist durch den Schrägungswinkel β bestimmt.

Das Maß für die Schrägstellung der Zähne bezogen auf die Radbreite b ist der als Bogen auf dem Teilkreis gemessene Sprung U .

$$U = b \cdot \tan \beta$$



Kräfte am Gerad-Slirnpaar:

Zahnkraft F_{Zn1} $\leftarrow$ Gegenkraft F_{Zn2}

Aufteilung in Tangential- und Radialkomponenten

wirken als Umfangskraft: $M_{\text{t1,2}} = \frac{F_{\text{t1,2}} \cdot d_{\text{t1,2}}}{2}$

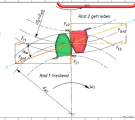
$$F_{\text{r1,2}} = F_{\text{Zn1,2}} \cdot \cos(\alpha) = \frac{2 \cdot M_{\text{t1,2}}}{d_{\text{t1,2}}}$$

$$F_{\text{r1,2}} = F_{\text{t1,2}} \cdot \tan \alpha$$

$$\text{mit } M_t = 9550 \cdot \frac{P}{n_{\text{Zn}}}$$

P [kW]: Leistung

n_{Zn} [1/min]: Drehzahl



Kräfte am Schräg-Slirnpaar:

F_{Zn} schneidet die Radachse unter dem Winkel $90^\circ - \beta$.

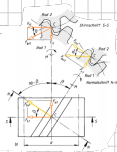
$\rightarrow$ Aufteilung in drei senkrecht zueinander stehende Komponenten: F_t, F_r, F_a

$$F_{\text{r1,2}} = \frac{2 \cdot M_{\text{t1,2}}}{d_{\text{t1,2}}}$$

$$F_{\text{r1,2}} = F_{\text{t1,2}} \cdot \tan \alpha_n = \frac{F_{\text{t1,2}} \cdot \tan \alpha_n}{\cos \beta}$$

$$F_{\text{a1,2}} = F_{\text{t1,2}} \cdot \tan \beta$$

$\rightarrow$ Bei Schrägverzählten Zahnrädern entsteht eine Kraft in Achsrichtung mit dem Abstand $r_{\text{W}}/2$ zur Achse
 $\rightarrow$ zusätzliches Biegemoment auf der Welle.



Wirkungsgrad:

$$\eta = \frac{\text{abgegebene Leistung}}{\text{zugeführte Leistung}} = \frac{P_{\text{ab}}}{P_{\text{zu}}} = \frac{P_2}{P_1 + P_v} = \frac{M_{\text{t2}} \cdot \omega_2}{M_{\text{t1}} \cdot \omega_1} = \frac{M_{\text{t2}}}{M_{\text{t1}} \cdot i_{\text{ges}}} < 1$$

Verluste entstehen durch

• Gleiten der Zahnflanken η_v

Verzählungsart	i , i_{bis}
Gerad-Slirnpaar	0,99
Kegelradgetriebe	0,98
Slirnpaar	0,5 - 0,95
Schneckengetriebe	0,2 - 0,97

• Lagerreibung η_L (mit zwei Wälzlager/Gleitlager: $\approx 0,99/0,97$)

• Wellendichtungen η_D ($\approx 0,98$)

• Schmierung η_{ges}

$$\eta_{\text{ges}} = \eta_{\text{L,ges}} \cdot \eta_{\text{D,ges}} \cdot \eta_{\text{v,ges}}$$

Umlaufgetriebe

Standgetriebe: 1. Getriebestufe: $i_1 = \frac{z_{\text{an}}}{z_{\text{am}}}$
2. Getriebestufe: $i_2 = \frac{z_{\text{an}}}{z_{\text{am}}}$

$$\Rightarrow i_{\text{ges}} = i_1 \cdot i_2 = \frac{z_{\text{an}}}{z_{\text{am}}} \cdot \frac{z_{\text{an}}}{z_{\text{am}}} = \frac{z_{\text{an}}^2}{z_{\text{am}}^2}$$

Ab: Antriebsrad, A: Antriebsrad, S: Zwischenrad

Planetengetriebe

Variante	1	2	3
Antrieb	Sonnenrad	Sonnenrad	Hohlrad
Abtrieb	Planetenträger	Hohlrad	Planetenträger
Übersetzungsverhältnis	$i = 1 + \frac{z_s}{z_g}$	$i = -\frac{z_s}{z_g}$	$i = 1 + \frac{z_s}{z_g}$
Übersetzungsverhältnis am Beispiel	3,0	-2,0	1,5

Willis-Gleichung: • Planetengetriebe $n_p \cdot z_p = n_r \cdot (z_p + z_s) - n_s \cdot z_s$

• Standgetriebe: $n_s = n_r \cdot (1 - i_g) + n_h \cdot i_g$

• Differentialgetriebe: Auch hier gilt: $n_g = n_r \cdot (1 - i_g) + n_h \cdot i_g$

Standübersetzung: Stillstehender Umlaufträger.
 $i_g = -1$

$$n_h + n_g = n_r \cdot 2$$

Mit $n_h = n_s$ und $n_g = n_r$ ergibt sich

$$n_r = \frac{n_s + n_r}{2}$$

n [1/min]: Drehzahl, z [Z]: Zahnzahl

P: Planetenrad, T: Planetenstange (Steg), S: Sonnenrad

i_g [1]: „Standardübersetzung“

H: Hohlrad

- Wahl des Bolzendurchmessers abhängig vom Einbaufall:

$$d \approx k \cdot \sqrt{\frac{F_{BGR}}{\rho_{BGR}}}$$

- Zulässige Belastungen

(ruhend/schweißend/wechselnd):

(wobei K_{dyn} $\approx 1,25$, σ_{dyn} $\approx 1,25 \cdot \sigma_{stat}$)

$$\sigma_{BGR} = 0,3 / 0,2 / 0,15 \cdot R_m$$

$$\rho_{BGR} = 0,35 / 0,25 \cdot R_m$$

$$\tau_{BGR} = 0,2 / 0,15 / 0,1 \cdot R_m$$

Einbaufall	k für Flächen:	
	nicht gleitend	gleitend
a. Bolzen lose in Stange und Gabel	1,6	1,9
b. Bolzen mit Übermässigung in der Gabel	1,1	1,4
c. Bolzen mit Übermässigung in der Gabel	1,1	1,2

16. Schraubenverbindungen

Schraublinie:

Funktion und Wirkung:

- Gewinde:** profilierte Einkerbung, die längs einer um Zylinder gewundenen Linie verläuft

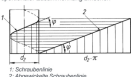
- Schraublinie:** hat konstante Steigung; proportionaler Zusammenhang zwischen Drehwinkel und Fortschritt in Achsrichtung

d_2 : Flankendurchmesser

P_n : Steigung des Gewindes/Ganghöhe

φ : Steigungswinkel

$$\tan \varphi = \frac{P_n}{d_2 \cdot \pi}$$



1: Schraublinie
2: Abgewinkelte Schraublinie

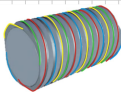
- Mehrgängiges Gewinde:** Gewinde wird aus mehreren Schraubengängen gebildet

n : Anzahl der Gänge

P : Teilung; Abstand zwischen einzelnen Gängen auf Zylindermantellinie:

$$P = \frac{P_n}{n}$$

→ hohe Steigung, mehr Kraftübertragung



Berechnung von Befestigungsschrauben

16.3.2 Vorgespannte Einschraubverbindung

- Elastische Längenänderung** für zylindrischen Körper (nach dem Hookeschen Gesetz):

$$f = \frac{F \cdot l}{E \cdot A}$$

A : Querschnitt
 l : wirksame Länge
 E : Elastizitätsmodul

- Elastische Nachgiebigkeit:**

$$\delta = \frac{1}{c} = \frac{f}{F} = \frac{1}{E \cdot A}$$

c : Federsteifigkeit

- Fähigkeit der Bauteile, sich unter Krafteinwirkung elastisch zu verformen

16.3.2 Vorgespannte Einschraubverbindung

- Die **Nachgiebigkeit der Schraube** ergibt sich aus der Summe aller Nachgiebigkeiten der Einzelelemente:

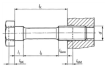
$$\delta_s = \delta_{KM} + \delta_{GM} + \delta_{GM} + \sum_{i=1}^n \delta_i$$

- Für die **Nachgiebigkeit des Kopfes** gilt:

$$\delta_{KM} = \frac{0,5 \cdot d}{E_s \cdot A_{KM}} \quad \text{bzw.} \quad \delta_{KM} = \frac{0,4 \cdot d}{E_s \cdot A_{KM}} \quad (\text{Zylinderschr.})$$

- Mit A_{KM} = Nennquerschnitt:

$$A_{KM} = A_1 = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$$



l_{KM} : Klemmlänge
 l_{GM} : Länge des Schraubentopfes
 l_{GM} : Gewindelänge außerhalb des Muttergewindes
 l_{GM} : Länge des Muttergewindes
 d : Gewindeaußendurchmesser (Nenn Durchmesser)

16.3.2 Vorgespannte Einschraubverbindung

- δ_{GM} : **Nachgiebigkeit im Einschraubbereich**

$$\delta_{GM} = \delta_G + \delta_M$$

- δ_G : Nachgiebigkeit des eingeschraubten Schraubengewindekerns

$$\delta_G = \frac{l_G}{E_s \cdot A_3}$$

$l_G = 0,5 \cdot d$
Gewindequerschnitt $A_3 = \frac{\pi \cdot d_{eff}^2}{4}$
 d_{eff} : Kern Durchmesser

- δ_M : die Nachgiebigkeit der Mutterverformung

$$\delta_M = \frac{l_M}{E_M \cdot A_M}$$

$l_M = 0,4 \cdot d$
(bzw. 0,33 · d für Einschraubverbindungen)

- δ_{GM} : **Nachgiebigkeit des nicht eingeschraubten Gewindetells**

$$\delta_{GM} = \frac{l_{GM}}{E_s \cdot A_3}$$

16.3.2 Vorgespannte Einschraubverbindung

- Nachgiebigkeit der verspannten Teile:** Druckkörper wird durch Hohlzylinder mit annähernd gleicher Verformung ersetzt

$$\delta_T = \frac{F_T}{F_V} = \frac{l_T}{A_{eff} \cdot l_T}$$

- Für den **Ersatzquerschnitt** gilt:

$$\text{Für } d_w \leq d_A \leq d_w + l_T:$$

$$A_{eff} = \frac{\pi}{4} (d_w^2 - d_A^2) + \frac{\pi}{8} d_w (d_A - d_w) \cdot [(x+1)^2 - 1]$$

$$\text{mit } x = \sqrt{\frac{l_T \cdot d_w}{D_A^2}}$$

- Für $D_A < d_w$:

$$A_{eff} = \frac{\pi}{4} (D_A^2 - d_A^2)$$



l_T : Klemmlänge
 d_w : Außendurchmesser der ebenen Kopfauflege
 d_w : Durchmesser des Durchgangsloches
 d_A : Außendurchmesser der verspannten Teile

16.3.3 Betriebskraft als Längskraft

- Längskraftbelastung führt zu **Zugbelastung aller Bauteile**:

→ Entlastung der Hülse (Entlastungskraft F_{ET})

→ Zusätzliche Belastung für Schraube (Zusatzkraft F_{BS})

- Restklemmkraft:**

$$F_{KL} = F_V - F_{ET}$$

- Gesamtschraubenkraft:**

$$F_{S_{ges}} = F_V + F_{BS}$$

- Betriebskraft:**

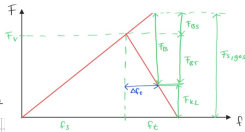
$$F_B = F_{ET} + F_{BS}$$

mit $F_{BS} = F_B \cdot \phi$

ϕ : Kraftverhältnis = $\frac{F_{BS}}{F_B}$

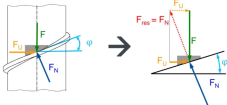
16.3.3 Betriebskraft als Längskraft

- Verpannungsschaubild II: Zusatzkraft durch äußere Belastung**



16.3.6 Anziehdrehmoment

- Genormtes Flächengewinde
- Muttergewinde wird durch Gleitkörper ersetzt, an dem Kräfte angreifen:



- Kräfte im Stillstand ohne Reibung

16.3.6 Anziehdrehmoment

- Für Nicht-Flächgewinde muss die Reibungszahl durch die „Gewinde-Reibungszahl“ ersetzt werden:

$$\mu_{\text{G}} = \mu_{\text{G}} / \cos(\beta/2) = \tan(q')$$

- Für das **Gewindemoment** M_{G} ergibt sich:

$$M_{\text{G}} = F_{\text{VM}} \cdot \frac{d_2}{2} = F_{\text{VM}} \cdot \tan(q' \pm \varphi) \cdot \frac{d_2}{2}$$

- Daraus ergibt sich **Anziehdrehmoment**:

$$M_{\text{A}} = M_{\text{G}} + M_{\text{RA}} = F_{\text{VM}} \cdot \left[\frac{d_2}{2} \cdot \tan(q' \pm \varphi) + \mu_{\text{K}} \cdot \frac{d_{\text{K}}}{2} \right]$$

$$d_{\text{K}} = \frac{d_{\text{W}} + d_{\text{K}}}{2}$$

β : Flankenwinkel
($\beta = 60^\circ$ für metrische Gewinde)

d_2 : Flankendurchmesser des Gewindes

M_{RA} : Aufzueilermoment
 μ_{K} : Reibungszahl für Aufzueilfläche (Kopfreibung)
 d_{K} : wirksamer Reibungsdurchmesser

16.3.6 Anziehdrehmoment

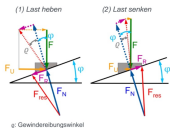
- Reibungskraft: $F_{\text{R}} = \mu_{\text{K}} \cdot F_{\text{N}}$
- Gewinde-Reibungszahl ablesen

- (1) Last heben (Festdrehen)

$$F_{\text{U}} = F \cdot \tan(\varphi + \varphi)$$

- (2) Last senken (Lösen)

$$F_{\text{U}} = F \cdot \tan(\varphi - \varphi)$$



φ : Gewinde-Reibungswinkel

16.3.7 Spannungen in Schraubverbindungen

- Die Montagevorspannkraft bewirkt eine **Montagezugspannung**:

$$\sigma_{\text{M}} = \frac{F_{\text{VM}} + F_{\text{RS}}}{A_{\text{S}}}$$

- Für Dehnschrauben gilt: Spannungsquerschnitt $A_{\text{S}} = A_{\text{T}}$

- Das Gewindemoment bewirkt zusätzlich eine **Torsionsspannung**:

$$\tau_{\text{T}} = \frac{M_{\text{G}}}{W_{\text{T}}} \quad \text{mit } W_{\text{T}} = \pi \cdot \frac{d_{\text{G}}^3}{16}$$

- **Vergleichsspannung** (reduzierte Spannung) mit der Gestaltänderungsenergie-Hypothese:

$$\sigma_{\text{red}} = \sqrt{\sigma_{\text{M}}^2 + 3 \cdot \tau_{\text{T}}^2}$$



16.3.8 Flächenpressung

- Flächenpressung kann zu Fließvorgängen und damit Setzerscheinungen führen
- **Flächenpressung** unter der Kopfauflage für elastische Anziehverfahren:

$$p = \frac{F_{\text{SP}} + \Phi \cdot F_{\text{B}}}{A_{\text{P}}}$$

- F_{SP} ist die **Spannkraft** der Schraube bei 90%iger Ausnutzung der Mindestdehngrenze

- Ablesen aus der Tabelle bzw. berechnen:

$$F_{\text{SP}} = \sigma_{\text{M}} A_{\text{S}} = \sigma_{\text{M}} \cdot \frac{\pi}{4} \left(\frac{d_2 + d_3}{2} \right)^2$$

- A_{P} : **Fläche der Schrauben-Mutterkopfaufgabe**:

$$A_{\text{P}} = \frac{\pi}{4} \cdot (d_{\text{W}}^2 - d_{\text{G}}^2)$$

16.3.9 Systematische Berechnung der Schraubenverbindung

2) Berechnung

- (2.1) Bestimmung der **Montagevorspannkraft**

$$F_{\text{VM}} = k_{\text{A}} \cdot F_{\text{VMin}} = k_{\text{A}} \cdot [F_{\text{KL}} + F_{\text{B}} \cdot (1 - \phi) + F_{\text{Z}}]$$

- Anziehfaktor: Ablesen aus der Tabelle

- Klemmkraft: gegeben

- Setzkraft:

$$F_{\text{Z}} = \frac{F_{\text{Z}} \cdot \Phi_{\text{K}}}{\delta_{\text{T}} + \delta_{\text{S}}}$$

- Kraftverhältnis:

$$\phi = n \cdot \Phi_{\text{K}} = n \cdot \frac{\delta_{\text{T}}}{\delta_{\text{T}} + \delta_{\text{S}}}$$

- Spannkraft: Ablesen aus der Tabelle oder ggf. berechnen

- Überprüfen der **Festigkeitsbedingung**: $F_{\text{VM}} \leq F_{\text{SP}}$

2) Berechnung

- (2.3) Ermittlung der **Betriebsbeanspruchung**/ Überprüfung der Schraube

$$\sigma_{\text{red}} = \sqrt{\sigma_{\text{M}}^2 + 3 \cdot \tau_{\text{T}}^2} \leq \sigma_{\text{zul}} = 0,9 \cdot (R_{\text{p0,2}} \text{ bzw. } R_{\text{e}})$$

- 90%ige Auslastung der Mindestdehngrenze

- (2.4) Überprüfen der **Flächenpressung** unter dem Schraubkopf

$$p = \frac{F_{\text{SP}} + \Phi \cdot F_{\text{B}}}{A_{\text{P}}} \leq p_{\text{G}}$$

p_{G} : Grenzflächenpressung (ablesen)

16.3.9 Systematische Berechnung der Schraubenverbindung

2) Berechnung

- (2.1) Bestimmung der **Montagevorspannkraft**

- Festigkeitsbedingung: $F_{\text{VM}} \leq F_{\text{SP}}$

- (2.2) Bestimmung des erforderlichen **Anziehmoments**

- Festigkeitsbedingung: $M_{\text{A}} \leq M_{\text{SP}}$

- (2.3) Ermittlung der **Betriebsbeanspruchung** (statisch)

- Festigkeitsbedingung: $\sigma_{\text{red}} \leq \sigma_{\text{zul}}$

- (2.4) Überprüfung der **Flächenpressung** unter dem Schraubkopf

- Festigkeitsbedingung: $p \leq p_{\text{G}}$

16.3.9 Systematische Berechnung der Schraubenverbindung

2) Berechnung

- (2.2) Bestimmung des **erforderlichen Anziehmoments**:

- Anziehmoment:

$$M_{\text{A}} = F_{\text{VM}} \cdot \left[0,159P + 0,577 \cdot \mu_{\text{G}} \cdot d_{\text{K}} + \mu_{\text{K}} \cdot \frac{d_{\text{K}}}{2} \right]$$

P = Gewindestreigung

(Gilt für metrisches ISO-Gewinde mit Flankenwinkel von 60°)

- Spannmoment: Ablesen aus der Tabelle oder ggf. berechnen (siehe Spannkraft)

- Überprüfen der **Festigkeitsbedingung**: $M_{\text{A}} \leq M_{\text{SP}}$

16.3.9 Systematische Berechnung der Schraubenverbindung

3) Korrektur

- Wenn einer der Festigkeitsbedingungen **nicht** erfüllt ist

- Wahl einer neuen Schraube:

- Höhere Festigkeitsklasse

- Größerer Nenndurchmesser

Nennendurchmesser d in mm für Schweißbolzen (nach DIN 9134)																	
		F_t in kN, F_t in kN/dm															
Festigkeitsklasse	min. stat. Zugkraft F_t in kN	1,6				2,0				2,5				3,6			
		1,6	2,0	2,5	3,2	2,0	2,5	3,2	4,0	2,5	3,2	4,0	5,0	3,6	4,5	5,6	7,0
		0,32	0,40	0,50	0,63	0,40	0,50	0,63	0,80	0,50	0,63	0,80	1,00	0,63	0,80	1,00	1,25
4,6		6	8	10	12	8	10	12	16	10	12	16	20	14	18	22	28
5,8		8	10	12	16	10	12	16	20	14	18	22	28	18	22	28	36
8,8		10	12	16	20	12	16	20	25	16	20	25	32	20	25	32	40
10,9		12	16	20	25	16	20	25	32	20	25	32	40	24	30	36	45
12,9		16	20	25	32	20	25	32	40	24	30	36	45	28	36	45	56

- Alternativ kann auch die Schraubenanordnung geändert werden

4) Erneute Berechnung

17. Federn

Stabfedern

(a) Zug- und Druckstabfedern

- Gleichmäßige Beanspruchung im ganzen Federvolumen:

$$F = A \cdot \sigma$$

- Federweg (Hookesches Gesetz):

$$s = l \cdot \epsilon = \frac{l \cdot \sigma}{E} = \frac{l \cdot F}{E \cdot A}$$



- Hohe Steifigkeit: Zug- und Druckstabfedern spielen keine große Rolle in der Technik

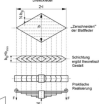
(b) Biegestabfedern: Blattfedern

- Blattfedern sind besser an Verlauf des Biegemoments angepasst im Vergleich zum einfachen Biegestab

- gleichbreite, geschichtete Streifen

- Ausführung als Dreiecks- oder Trapezfedern

- Dreiecksspitzen eher ungünstig (großer Verschleiß!)



(c) Drehstabfedern

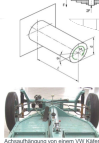
- Kreis- oder Rechteckquerschnitt

- Verdrehwinkel für runden Vollquerschnitt:

$$\varphi = \frac{M_t \cdot l}{G \cdot J_t} = \frac{M_t \cdot l \cdot 32}{G \cdot \pi \cdot d^4}$$

- Max. Spannung für runden Vollquerschnitt:

$$\tau_{\text{max}} = \frac{M_t}{J_t} = \frac{M_t \cdot 16}{\pi \cdot d^3}$$



Achsaufhängung von einem VW Käfer

(b) Biegestabfedern

- Eingespannter Stab mit konstantem Querschnitt

- Lineare Biegespannungsverteilung: (gilt nur für relativ kleine Auslenkungen)

$$\sigma_b(x) = \frac{M_b}{W_b} = \frac{F \cdot x}{W_b}$$

- Zulässige Kraft:

$$F_{\text{zul}} = \frac{\sigma_{\text{zul}} \cdot W_b}{l} = \frac{\sigma_{\text{zul}} \cdot b \cdot h^2}{6 \cdot l}$$

- Federweg:

$$s = \frac{F \cdot l^3}{3 E \cdot I}$$



(b) Biegestabfedern: Drehfedern

- Gleiche Form wie zylindrische Schraubenfeder, aber mit Schenkel

- (Meist) runder Draht, der um Achse gewickelt ist

- Drehfeder wirkt entgegen einem Drehmoment um Längsachse



Zylindrische Schraubenfedern

- Am häufigsten eingesetzter Federtyp

- Gute Werkstoffausnutzung: großer Federweg bei geringer Bauhöhe

- Lineare Kennlinie

- Zentrisch auftretende Kräfte

- Belastung: **Zug & Druck**
- Beanspruchung: **Torsion**



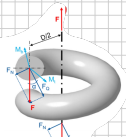
- Beanspruchung im Drahtquerschnitt senkrecht zur Schraubenlinie

- Steigungswinkel α sehr klein

- Querkraft vernachlässigbar

- Auslegung der Schraubenfeder nur auf Torsion

$$M_t = F \cdot \cos \alpha \cdot \frac{D}{2} \approx F \cdot \frac{D}{2}$$



- Krümmung des Federdrahtes führt zu nicht konstanter Torsionsspannungsverteilung und wird als **Korrekturfaktor k** berücksichtigt:

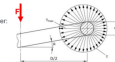
$$k = \frac{w + 0.5}{w - 0.75} \quad \text{mit } w = \frac{D}{d}$$

- Max. Torsionsspannung am Innendurchmesser:

$$\tau_{\text{max}} = \frac{M_t}{J_t} = \frac{F \cdot \frac{D}{2}}{\pi \cdot \frac{d^4}{16}} = \frac{8 \cdot F \cdot D \cdot k}{\pi \cdot d^3}$$

- Für den Drahtdurchmesser folgt:

$$d = \sqrt[3]{\frac{8 \cdot F \cdot D \cdot k}{\pi \cdot \tau_{\text{zul}}}}$$



- Gestaltung von Zylindrischen Schraubendruckfedern:

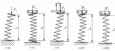
- Kalt- (kleine) oder warmgeformt (große Drahtdurchmesser)

- Führungselemente (Dom, Hülse) und Federteile zur Federaufnahme

- Federenden meist plangeschiffen



- Hohe Knickgefahr kann durch Beachtung des **Schlenkheitsgrad** s_0 behoben werden:



$$s_0 = \frac{s_0}{s \cdot (1 - G/E)} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{1 - G/E}{0.5 + \frac{1}{2} \left(\frac{\pi \cdot D}{l} \right)^2}} \right]$$

- Es muss gelten: $s_0 > 3$

- Die **Länge der Feder** ist die federnde Länge des Federdrahtes:

$$l = \pi \cdot D \cdot n$$

(n: Anzahl der federnden Windungen)

- Der **axiale Federweg** ergibt sich aus dem Verdrehwinkel φ und dem Federradius:

$$s = \varphi \cdot \frac{D}{2} = \frac{8 \cdot F \cdot D^3 \cdot n}{G \cdot d^4}$$

- Der Federweg einer Druckfeder ist durch das Aufliegen der Windungen begrenzt (Blocklänge l_0). Die **Länge der unbelasteten Feder** berechnet sich daher zu:

$$l_0 = l_0 + s_0 + s$$

- Die **Federharte** ist schließlich:

$$R = \frac{F}{s} = \frac{G \cdot d^4}{8 \cdot D^3 \cdot n}$$

- Gestaltung von Zylindrischen Schraubenzugfedern

- Kalt- (kleine) oder warmgeformt (große Drahtdurchmesser)

- Federenden übertragen Federkraft:



- Federenden nehmen viel Platz ein: erhöhte Vorspannung notwendig

18. Dichtungen

Statische Dichtungen

Lösbare Dichtungen: Formdichtungen

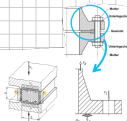
Formdichtungen

- Allgemeiner Berechnungsansatz für notwendige Dichtwirkung:

$$p_0 > \Delta p = p_2 - p_1$$

- p_1 : Innendruck
- p_2 : Außendruck
- p_0 : Flächenpressung an den Dichtflächen
- F_D : erforderliche Dichtkraft

- Weitere wirkende Kräfte am Flansch:
 F_F : Entlastungskraft
 F_S : Schraubenkraft



Formdichtungen

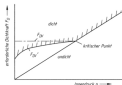
- Dichtverhalten:
- Volle Wirksamkeit erst bei genügend hoher Vorverformungskraft F_{DV}
- Unterhalb des kritischen Punkts kann vereinfacht F_{DV} verwendet werden:

$$F_{DV} = \pi \cdot d_D \cdot k_D \cdot K_D$$

d_D : mittlerer Durchmesser der Dichtung

k_D : Dichtungskennwert (aus Tabelle)

K_D : Werkstoffkennwert (aus Tabelle)



Formdichtungen

- Mindestschraubenkraft im Betriebszustand:

$$F_{SK} = F_F + F_{D0}$$

- Betriebskraft:

$$F_F = p_1 \cdot \pi \cdot \frac{d_F^2}{4}$$

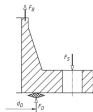
- Dichtungskraft im Betrieb:

$$F_{D0} = p_1 \cdot \pi \cdot d_D \cdot k_1 \cdot S_D$$

k_1 : Dichtungskennwert (aus Tabelle)

S_D : Dichtungssicherheitsbeiwert

- Für Weichdichtungen: $S_D = 1.5$
- Für Metaldichtungen: $S_D = 1.3$



19. Klebeverbindungen

Zug- und Druckbeanspruchung

- Flächige Klebeverbindung:

$$\sigma_K = \frac{F}{b \cdot l_0} \leq \sigma_{K,zul} = \frac{R_m}{S_K} \rightarrow \text{Zugfestigkeit des Klebers}$$

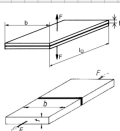
- Optimale Überlappungslänge:

$$l_0 \approx 0.1 \cdot R_{m,2} \cdot t \quad \text{bzw.} \quad (10 \dots 20) \cdot t$$

t : Klebefestigkeit des Klebers

- Stumpfstoß:

$$\sigma_K = \frac{F}{b \cdot t} \leq \sigma_{K,zul} = \frac{\sigma_{KB}}{S_K}$$

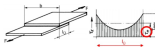


Schubbeanspruchung

- Überlappstoß

- Für überschlägige Berechnung wird gemittelte Spannung genutzt:

$$\tau_K = \frac{F}{b \cdot l_0} \leq \tau_{K,zul} = \frac{\tau_{KB}}{S_K}$$



- Rundklebung

$$\tau_K = \frac{2 \cdot M_T}{\pi \cdot d^2 \cdot b} \leq \tau_{K,zul} = \frac{\tau_{KB}}{S_K}$$

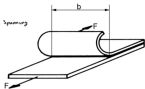


Schälbeanspruchung

- Schälbeanspruchung

$$\sigma'_K = \frac{F}{b \cdot EH} \leq \sigma'_{K,zul} = \frac{\sigma'_{abs}}{S_K} \rightarrow \text{Schälspannung}$$

EH : Einheitslänge

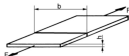


20. Lötverbindungen

Zug- und Druckbeanspruchung

Stumpfstoß

$$\sigma_1 = \frac{F}{b \cdot h} \leq \sigma_{zul} = \frac{\sigma_{TB}}{S} \rightarrow \text{Bruchspannung der Lötstelle}$$



Schubbeanspruchung:

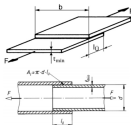
Überlappstoß

- Für überschlägige Berechnung wird gemittelte Spannung genutzt:

$$\tau_1 = \frac{F}{A_1} = \frac{F}{b \cdot l_0} \leq \tau_{zul} = \frac{\tau_{TB}}{S} \rightarrow \text{Bruchspannung}$$

- Erforderliche Überlappungslänge:

$$l_0 = \frac{R_{01}}{\tau_{TB}} \cdot \tau_{min} \rightarrow \text{minimale Blechdicke}$$



Torsionsbeanspruchung

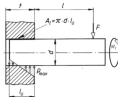
Rundverbindung

- Torsionsbeanspruchung:

$$\tau_1 = \frac{2 \cdot M_t}{\pi \cdot d^2 \cdot l_0} \leq \tau_{zul} = \frac{\tau_{TB}}{S} \rightarrow \text{Bruchspannung}$$

- Erforderliche Überlappungslänge:

$$l_0 = \frac{R_{01}}{\tau_{TB}} \cdot d$$



Auslegung

Festigkeitswerte	Weichlot [N/mm ²]	Hartlot [N/mm ²]
Schubfestigkeit τ_{zul}	2	100
Zug-/Druckfestigkeit σ_{zul}	-	200

- „Faustregel“ für Raumtemperatur und vorwiegend ruhender Belastung:

$$\sigma_0 = (1,5 \dots 2) \cdot \tau_1$$

- Außerdem ist für Weichlote zu beachten:

- Festigkeit der Lötverbindung nimmt mit Dauer der Belastung ab, *bei* $\sigma_{0, \text{zul}}$ *ist* $\sigma_{0, \text{zul}}$
- Lote kriechen

21. Schweißverbindungen

21.3.1 Schweißnahtabmessungen

- Stumpfnah am Flachstab:

- Nahtdicke: $a = t_1$ *Beleichte*
- Nahtlänge: $l \approx L - 2a$ *Beleichte*

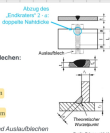
- HV-Nah/Stumpfnah bei unterschiedlich dicken Blechen:

- Nahtdicke = kleinere Blechdicke t_1

- Kehlnah:

- Nahtdicke: $a_{\text{max}} \geq (\sqrt{a_{\text{max}}} - 0,5) \geq 3 \text{ mm}$
 $a_{\text{max}} \leq 0,7 \cdot t_{\text{max}}$
- Nahtlänge: $l \approx L - 2a$, $t_{\text{max}} \geq 6a \geq 30 \text{ mm}$

- Endnahtabzug entfällt bei geschlossenen Nähten und Auslaufblechen



21.3.2 Kenngrößen

- Relevante Kenngrößen:

- Zug, Druck, Schub: Nahtquerschnitt
- Biegung, Torsion: Flächenträgheits- und Widerstandsmoment der Naht

Wichtig: je nach Belastungsart und -richtung ändern sich die Kenngrößen!

- Mögliche Profile und Nähte:

- Stumpfnah am Flachstab
- Stumpfnah am Rechteckrohr
- Stumpfnah am Kreisrohr
- Kehlnah am Rechteckrohr
- Kehlnah am Kreisrohr
- Vollprofile
- Zusammengesetzte Profile

21.3.2 Kenngrößen

1. Stumpfnaht am Flachstab



Zug und Druck

$$A_w = a \cdot l$$



Schub
parallel zur Schweißnaht

$$A_{wS} = a \cdot l$$



Biegung
um Nahtachse

$$I_b = \frac{1 \cdot a^3}{12} \quad W_b = \frac{1 \cdot a^2}{6}$$



Biegung
um die zur Naht senkrechte Achse

$$I_b = \frac{a \cdot l^3}{12} \quad W_b = \frac{a \cdot l^2}{6}$$



Torsion

$$I_t = \frac{1 \cdot a^3}{3} \quad W_t = \frac{1 \cdot a^2}{3}$$

→ Kein Endkantenzug bei Flächenträgheits- und Widerstandsmoment

Der Index „w“ steht für „weld“-schweißen

21.3.2 Kenngrößen

2. Stumpfnaht am Rechteckrohr

Zug und Druck

$$A_w = 2a \cdot (2a + h + b)$$

Schub
In x-x-Richtung

$$A_{wS} = 2a \cdot (2a + b)$$

Schub
In y-y-Richtung

$$A_{wS} = 2a \cdot (2a + h)$$

Biegung
um x-x-Achse

$$I_{bx} = \frac{(b + 2a) \cdot (h + 2a)^3 - b \cdot h^3}{12}$$

$$W_{bx} = \frac{2 \cdot I_{bx}}{h + 2a}$$

Biegung
um y-y-Achse

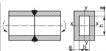
$$I_{by} = \frac{(h + 2a) \cdot (b + 2a)^3 - h \cdot b^3}{12}$$

$$W_{by} = \frac{2 \cdot I_{by}}{b + 2a}$$

Torsion
(Bredische Formel)

$$A_w = (h + a) \cdot (b + a)$$

$$W_t = 2 \cdot A_w \cdot a$$



21.3.2 Kenngrößen

3. Stumpfnaht am Kreisrohr

Zug und Druck

$$A_w = \frac{\pi}{4} \cdot (d_s^2 - d_i^2)$$

Biegung

$$I_b = \frac{\pi}{64} \cdot (d_s^4 - d_i^4) \quad W_b = \frac{2 \cdot I_b}{d_s}$$

Torsion
für $d_i \leq 10a$

$$I_t = \frac{\pi}{32} \cdot (d_s^4 - d_i^4) \quad W_t = \frac{2 \cdot I_t}{d_s}$$

Torsion
für $d_i > 10a$
Bredische Formel

$$A_w = \frac{\pi}{4} \cdot \left(\frac{d_s + d_i}{2} \right)^2 \quad W_t = 2 \cdot A_w \cdot a$$



Die zur Biegeachse senkrechten Flächen werden nicht berücksichtigt!

21.3.2 Kenngrößen

4. Kehlnaht am Rechteckrohr

Zug und Druck

$$A_w = 2a \cdot (h + b)$$

Schub
In x-x-Richtung

$$A_{wS} = 2a \cdot b$$

Schub
In y-y-Richtung

$$A_{wS} = 2a \cdot h$$

Biegung
um x-x-Achse

$$I_{bx} = \frac{a \cdot h^3 + b \cdot a^3 + 3ab \cdot (h + a)^2}{6}$$

$$W_{bx} = \frac{2 \cdot I_{bx}}{h + 2a}$$

Biegung
um y-y-Achse

$$I_{by} = \frac{a \cdot b^3 + h \cdot a^3 + 3ah \cdot (b + a)^2}{6}$$

$$W_{by} = \frac{2 \cdot I_{by}}{b + 2a}$$

Torsion
Bredische Formel

$$A_w = (h + a) \cdot (b + a)$$

$$W_t = 2 \cdot A_w \cdot a$$

Die zur Biegeachse senkrechten Flächen werden nicht berücksichtigt!



21.3.2 Kenngrößen

5. Kehlnaht am Kreisrohr

Zug und Druck

$$A_w = \pi \cdot a \cdot (d_s + a)$$

Schub

$$A_{wS} = \frac{\pi}{2} \cdot a \cdot (d_s + a)$$

Biegung

$$I_b = \frac{\pi}{64} \cdot ((d_s + 2a)^4 - d_s^4) \quad W_b = \frac{2 \cdot I_b}{d_s + 2a}$$

Torsion
für $d_i \leq 10a$

$$I_t = \frac{\pi}{32} \cdot ((d_s + 2a)^4 - d_s^4) \quad W_t = \frac{2 \cdot I_t}{d_s + 2a}$$

Torsion
für $d_i > 10a$
Bredische Formel

$$A_w = \frac{\pi}{4} \cdot (d_s + a)^2 \quad W_t = 2 \cdot A_w \cdot a$$



21.3.2 Kenngrößen

7. Zusammengesetzte Profile

• Gesamtquerschnittsfläche:

$$A_{Ges} = \sum A_i = \sum a_i \cdot l_i$$

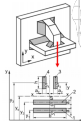
• Lage des Nahtbild Schwerpunktes

$$x_G = \frac{\sum x_i \cdot A_i}{\sum A_i} \quad \text{bzw.} \quad y_G = \frac{\sum y_i \cdot A_i}{\sum A_i}$$

• Hauptflächenmomente (Satz von Steiner):

$$I_{yS} = \sum I_{yi} + \sum (x_i - x_G)^2 \cdot A_i$$

$$I_{xS} = \sum I_{xi} + \sum (y_i - y_G)^2 \cdot A_i$$



S: Schwerpunkt

Schweißnahtlänge „l“ ist „b“ oder „h“

21.3.3 Spannungen

• Einzelspannungskomponenten berechnen sich wie bekannt:

$$\begin{aligned} \text{Zug/Druck: } \sigma_w &= \frac{F}{A_w} & \text{Biegung: } \sigma_b &= \frac{M_b}{W_b} \\ \text{Schub: } \tau_w &= \frac{F}{A_{wS}} & \text{Torsion: } \tau_t &= \frac{M_t}{W_t} \end{aligned}$$

• Für die Vergleichsspannung gilt:

$$\sigma_{Vw} = \sqrt{\left(\sigma_{wW} \cdot \frac{v_{x1}}{v_{b1}} + \sigma_{wW} \cdot \frac{v_{x2}}{v_{t1}} \right)^2 + 1,8 \cdot \left(\tau_{wW} \cdot \frac{v_{x1}}{v_{t1}} + \tau_{wW} \cdot \frac{v_{x2}}{v_{t1}} \right)^2}$$

• v_{x1} : Beiwert des statischen Belastungsfalls

• v_{x2} : Beiwert des vorherrschenden Spannungszustands

Nahform	Belastung	Beiwert v_i
Stumpfnaht	Zug/Druck	$\eta_{w1} = 1$
	Biegung	$\eta_{w2} = 0,8$
	Schub	$\eta_{w3} = 0,8$
Kehlnaht	Zug/Druck	$\eta_{w1} = 0,8$
	Biegung	$\eta_{w2} = 0,8$
	Schub	$\eta_{w3} = 0,8$

21.3.4 Festigkeitsnachweis

• Einzelspannungskomponenten werden mit zulässigen Spannungen verglichen:

$$\sigma_w \leq \sigma_{wzul} = v_1 \cdot v_2 \cdot \frac{R_k}{S} \quad \text{bzw.} \quad \tau_w \leq \tau_{wzul} = v_1 \cdot v_2 \cdot \frac{R_k}{S}$$

R_k : Streckgrenze
 S : Sicherheitsbeiwert

• Für die Vergleichsspannung gilt:

$$\sigma_{Vw} \leq \sigma_{wzul} = v_{x1} \cdot v_{x2} \cdot \frac{R_k}{S}$$

• v_{xi} : Beiwert, der die Nahtgüte berücksichtigt

Nahtgüte	Bewertungsgruppe	Beiwert v_i
nachgelesen	AS, AK	1
	BS, BK	0,9
	CS, CK	0,8
nicht nachgelesen	D	0,5

21.3.5 Dynamische Belastung

1) Berechnung der Amplitudenspannung (und der Mittelspannung):

$$\sigma_a = \frac{\sigma_b - \sigma_s}{2} \quad \text{bzw.} \quad \tau_a = \frac{\tau_b - \tau_s}{2}$$

2) Gegebenenfalls Vergleichsspannungen berechnen:

$$\sigma_{Vw} = \sqrt{\left(\sigma_{b1} \cdot \frac{v_{x1}}{v_{b1}} + \sigma_{b2} \cdot \frac{v_{x2}}{v_{t1}} \right)^2 + 1,8 \cdot \left(\tau_{b1} \cdot \frac{v_{x1}}{v_{t1}} + \tau_{b2} \cdot \frac{v_{x2}}{v_{t1}} \right)^2}$$

→ Beiwerte müssen aus der Tabelle abgelesen werden

3) Festigkeitsnachweis

$$\sigma_{Vw} \leq \sigma_{wzul} = v_{x1} \cdot v_{x2} \cdot \frac{\sigma_R}{S}$$

σ_R : Ertragbare Spannung amplitude
 S : Sicherheitsbeiwert

21.3.5 Dynamische Belastung

• Beiwerte:

Stumpfstoß	Bezeichnung	Vollblech	V-Naht	V-Naht (wurzelverschweißt)	V-Naht (bearbeitet)	X-Naht	V-Schrägnäht
v ₁	Nahtdicke	a = s	a = s	a = s	a = s	a = s	a = s
	Nahtbild						
	Zug-Druck	1	0,5	0,7	0,92	0,7	0,8
	Biegung	1,2	0,6	0,84	1,1	0,84	0,98
	Schub	0,8	0,42	0,56	0,73	0,56	0,65

21.3.5 Dynamische Belastung

• Beiwerte:

T-Stoß	Bezeichnung	Doppel-				HV-Naht (wurzelverschweißt mit Kehlnaht)	K-Naht (mit Doppelkehlnaht)	X-Naht
		Wölnaht	Flachnaht	Hohlnaht	Flachnaht	s	s	s
v ₁	Nahtdicke	2a	2a	2a	a	s	s	s
	Nahtbild							
	Zug-Druck	0,32	0,35	0,41	0,22	0,63	0,56	0,7
	Biegung	0,69	0,7	0,87	0,11	0,8	0,8	0,84
	Schub	0,32	0,35	0,41	0,22	0,5	0,45	0,56

21.3.5 Dynamische Belastung

• Beiwerte:

Eckstoß	Bezeichnung	Flachnaht	Doppel-Flachnaht	Eck-Stumpfnäht	Eck-X-Naht
v ₁	Nahtdicke	a	2a	s	s
	Nahtbild				
	Zug-Druck	0,22	0,3	0,45	0,6
	Biegung	0,11	0,6	0,55	0,75
	Schub	0,22	0,3	0,37	0,5

21.3.5 Dynamische Belastung

• Beiwerte:

Laschenstoß	Laschenstoß mit:	Stirnkehlnaht	Flankenkehlnaht
v ₁	Nahtdicke	2a	2a
	Nahtbild		
	Zug	0,22	0,25
			0,48

21.3.6 Systematisches Vorgehen

