

Inverted Physics hour

30.11./01.12.2015

Themen

- Rotation starrer Körper
- Drehimpuls, Drehimpulssatz, Drehimpulserhaltung
- Zentrifugalkraft und Corioliskraft
- Trägheitsmoment und Satz von Steiner

Alte Klausuraufgabe: Drehung und Translation

Bei Translationsbewegungen spielen (i) die Kraft, (ii) der Impuls und (iii) die Masse eine Rolle. Welche sind die entsprechenden Größen bei Rotationsbewegungen starrer Körper?

- A) (i) das Trägheitsmoment, (ii) die Winkelgeschwindigkeit und (iii) der Drehimpuls
- B) (i) das Drehmoment, (ii) die Winkelgeschwindigkeit und (iii) der Drehimpuls
- C) (i) die Winkelgeschwindigkeit, (ii) das Trägheitsmoment und (iii) der Drehimpuls
- ☒ D) (i) das Drehmoment, (ii) der Drehimpuls und (iii) das Trägheitsmoment
- E) (i) die Winkelgeschwindigkeit, (ii) der Drehimpuls und (iii) das Drehmoment

Kraft $\leftrightarrow$ Drehmoment

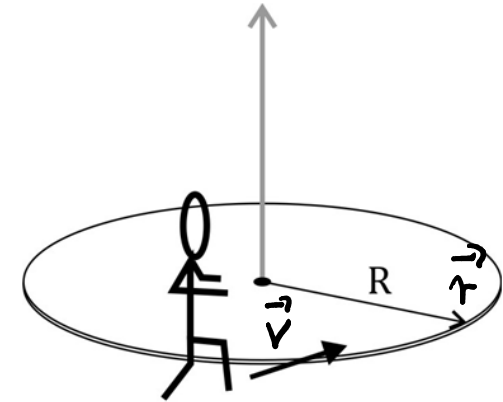
Impuls $\leftrightarrow$ Drehimpuls

Masse $\leftrightarrow$ Trägheitsmoment

Drehimpuls

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = \vec{r} \times m \cdot \vec{v}$$

Eine Drehscheibe mit Radius $R = 2 \text{ m}$ und Trägheitsmoment $J = 500 \text{ kg m}^2$ sei reibungsfrei um seine zentrale Achse drehbar gelagert. Ein Kind mit 25 kg Masse läuft tangential entlang der Scheibe und springt mit einer Geschwindigkeit von $v = 2,5 \text{ m/s}$ auf den Rand der zunächst ruhenden Scheibe auf.



Wie groß ist der Drehimpuls l des Kindes unmittelbar vor dem Aufspringen relativ zur Drehachse der Scheibe?

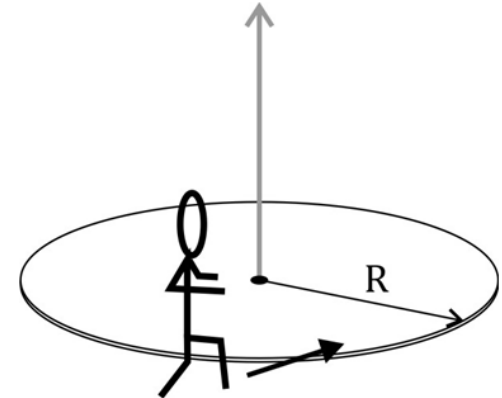
- A) $l = 75 \text{ kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$
- B) $l = 150 \text{ kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$
- ☒ C) $l = 125 \text{ kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$
- D) $l = 25 \text{ kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$
- E) $l = 50 \text{ kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$

$$\begin{aligned} l &= r \cdot m \cdot v \\ &= 2 \text{ m} \cdot 25 \text{ kg} \cdot 2,5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ &= 125 \text{ kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \end{aligned}$$

Trägheitsmoment

$$J = \sum_{i=1}^N m_i \cdot r_i^2$$

Eine Drehscheibe mit Radius $R = 2 \text{ m}$ und Trägheitsmoment $J = 500 \text{ kg m}^2$ sei reibungsfrei um seine zentrale Achse drehbar gelagert. Ein Kind mit 25 kg Masse läuft tangential entlang der Scheibe und springt mit einer Geschwindigkeit von $v = 2,5 \text{ m/s}$ auf den Rand der zunächst ruhenden Scheibe auf.



Wie groß ist das Trägheitsmoment der Scheibe inkl. des Kindes? Betrachten Sie das Kind als zusätzlichen Massenpunkt auf dem Rand der Scheibe.

- A) $J = 525 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
- B) $J = 575 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
- C) $J = 625 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
- D) $J = 550 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
- ☒ E) $J = 600 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

$$\begin{aligned} J &= 500 \text{ kg m}^2 + m \cdot R^2 \\ &= 500 \text{ kg m}^2 + 25 \text{ kg} \cdot 4 \text{ m}^2 \\ &= 600 \text{ kg m}^2 \end{aligned}$$

Drehimpulserhaltung

$$\vec{L} = J \cdot \vec{\omega}$$

Wir haben berechnet:

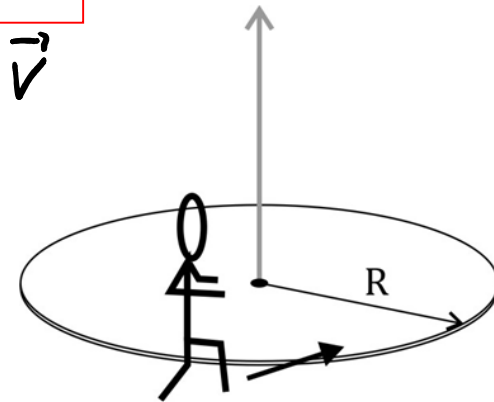
$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$$

Drehimpuls des Kindes

$$l = 125 \text{ kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

Gesamtträgheitsmoment

$$J = 600 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$



Mit welcher Winkelgeschwindigkeit dreht sich die Scheibe, nachdem das Kind am Rand sicher gelandet ist?

A) $\omega = 0.510 \text{ s}^{-1}$

B) $\omega = 0.341 \text{ s}^{-1}$

C) $\omega = 0.173 \text{ s}^{-1}$

☒ D) $\omega = 0.208 \text{ s}^{-1}$

E) $\omega = 0.454 \text{ s}^{-1}$

$$\omega = \frac{L}{J}$$

$$= \frac{125 \text{ kg m}^2/\text{s}}{600 \text{ kg m}^2} = 0.208/\text{s}$$

2. Newtonsches Gesetz

$$F = m a = m \dot{v}$$

Ein zu Beginn ruhender Körper hat eine Masse von $m = 7,5 \text{ kg}$.
Es wirkt eine Kraft von $F = 60 \text{ N}$ auf den Körper. Wie groß ist die
Geschwindigkeit nach einer Sekunde Beschleunigung?

- A) $v = 8 \text{ m/s}$
- B) $v = 10 \text{ m/s}$
- C) $v = 12 \text{ m/s}$
- D) $v = 14 \text{ m/s}$
- E) $v = 16 \text{ m/s}$

$$\overline{F} = m \cdot \dot{v} = m \frac{dv}{dt}$$

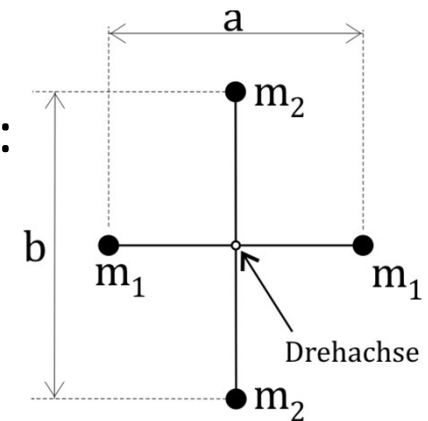
$$\begin{aligned} dv &= \frac{\overline{F}}{m} \cdot dt \\ &= \frac{60 \text{ N}}{7,5 \text{ kg}} \cdot 1 \text{ s} \\ &= 8 \text{ m/s} \end{aligned}$$

Drehimpulssatz

$$\vec{M} = J \vec{\alpha} = J \dot{\vec{\omega}}$$
$$\vec{p} = m \vec{v} = m \dot{\vec{r}}$$

Das Trägheitsmoment der skizzierten Massen beträgt:

$$J = 2 \times 10^{-2} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$



Es wirke ein Drehmoment von $M = 0,015 \text{ Nm}$. Wie groß ist die Winkelgeschwindigkeit ω nach einer Sekunde Drehbeschleunigung?

A) $\omega = 0.510 \text{ s}^{-1}$

B) $\omega = 0.375 \text{ s}^{-1}$

C) $\omega = 0.155 \text{ s}^{-1}$

D) $\omega = 1.375 \text{ s}^{-1}$

☒ E) $\omega = 0.750 \text{ s}^{-1}$

$$p = m \cdot v$$

$$L = J \cdot \omega$$

$$M = J \cdot \frac{d\omega}{dt}$$

$$d\omega = \frac{M}{J} \cdot dt$$

$$= \frac{0,015 \text{ Nm}}{0,02 \text{ kg m}^2} \cdot 1 \text{ s}$$

$$= 0,750 / \text{s}$$

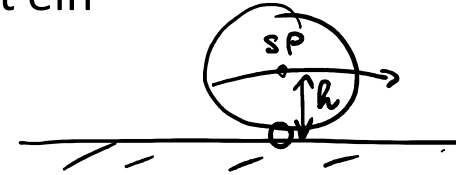
Rollende Kugel – Satz von Steiner

$$J_{\vec{a}'} = J_{\vec{a}} + m h^2$$

Eine Kugel hat bei der Rotation um ihren Schwerpunkt ein

Trägheitsmoment von

$$J = \frac{2}{5} m r^2$$



Rollt die Kugel aber am Boden, so dreht sie sich um ihren momentanen Auflagepunkt.

Wie groß ist das Trägheitsmoment einer rollenden Kugel mit $m = 1 \text{ kg}$ und $r = 5 \text{ cm}$?

- a) $J = 20 \times 10^{-4} \text{ kg m}^2$
- b) $J = 25 \times 10^{-4} \text{ kg m}^2$
- c) $J = 30 \times 10^{-4} \text{ kg m}^2$
- ☒ d) $J = 35 \times 10^{-4} \text{ kg m}^2$
- e) $J = 40 \times 10^{-4} \text{ kg m}^2$

$$h = r$$

$$J_{\vec{a}'} = \frac{2}{5} m r^2 + m r^2 \cdot \frac{5}{5}$$

$$= \frac{7}{5} m r^2 = \frac{7}{5} \cdot 1 \text{ kg} \cdot (0.05 \text{ m})^2$$

$$= 35 \cdot 10^{-4} \text{ kg m}^2$$

Rollende Kugel – Rotationsenergie

$$E_{\text{rot}} = \frac{1}{2} J \omega^2$$

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m v^2$$

Die Kugel mit $m = 1 \text{ kg}$ und $r = 5 \text{ cm}$ hat beim Rollen ein Trägheitsmoment von

$$J = 35 \times 10^{-4} \text{ kg m}^2$$

Wie groß ist die Rotationsenergie, wenn die Kugel mit einer Kreisfrequenz von

$\omega = 2 \text{ s}^{-1}$ über den Boden rollt?

$$E_{\text{rot}} = \frac{1}{2} \cdot 35 \cdot 10^{-4} \text{ kg m}^2 \cdot \left(\frac{2}{\text{s}}\right)^2$$
$$= 7 \text{ mJ}$$

- a) $E_{\text{rot}} = 7 \text{ mJ}$
- b) $E_{\text{rot}} = 14 \text{ mJ}$
- c) $E_{\text{rot}} = 35 \text{ mJ}$
- d) $E_{\text{rot}} = 70 \text{ mJ}$
- e) $E_{\text{rot}} = 140 \text{ mJ}$

Zentrifugalkraft und Corioliskraft

$$\vec{F}_{zf} = m \omega^2 r$$

$$\vec{F}_c = 2 m \vec{v} \times \vec{\omega}$$

Eine Person befindet sich auf einer wie in der Skizze mit Kreisfrequenz $\vec{\omega}$ rotierenden Drehscheibe, daher wirken auf die Person Scheinkräfte. In welche Richtung muss sich die Person bewegen, damit die entstehende Corioliskraft der Zentrifugalkraft entgegenwirkt?

- A) Radial nach außen.
- ☒ B) Azimuthal im Uhrzeigersinn.
- C) Radial nach innen.
- D) Azimuthal gegen den Uhrzeigersinn.
- E) Die Corioliskraft kann nie der Zentrifugalkraft entgegenwirken.

