

Inverted Physics hour

26./27.10.2015

Themen

- Physikalische Einheiten (SI-Einheiten)
- Messfehler
- Gaußverteilung
- Fehlerrechnung

Alte Klausuraufgabe:

Welche der folgenden Einheiten ist keine SI Grundeinheit?

A) Meter, ✓

B) Sekunde, ✓

C) Kilogramm, ✓

D) Kelvin, ✓

☒ E) Joule. $\rightarrow$ Energie $1 \text{ J} = 1 \text{ N} \cdot \text{m} = 1 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \text{m}$

$$1 \text{ J} = 1 \text{ kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$

Alte Klausuraufgabe:

Die Einheit des Drucks, Pa, ist äquivalent zu

- A) kg/s^3
- ☒ B) $\text{kg}/(\text{ms}^2)$
- C) $\text{kg}\cdot\text{m}/\text{s}^2$
- D) $\text{kg}\cdot\text{s}/\text{m}^2$
- E) $\text{kg}/(\text{ms})$

$$\begin{aligned} 1 \text{ Pa} &= 1 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 1 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}/\text{s}^2}{\text{m}^2} \\ &= 1 \frac{\cancel{\text{kg}} \cdot \cancel{\text{m}}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}^2} = 1 \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}^2} \end{aligned}$$

Hinweise: $1 \text{ Pa} = 1 \text{ N} / \text{m}^2$
und $1 \text{ N} = 1 \text{ kg m} / \text{s}^2$

Mittelwert:

$$\langle x \rangle = \frac{1}{n} (x_1 + x_2 + \cdots + x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

Ein Vogelkundler zählt die Anzahl der Meisen in seinem Garten an verschiedenen Tagen:

$$N_1 = 21; \quad N_2 = 17; \quad N_3 = 25; \quad N_4 = 20; \quad N_5 = 23;$$

Wie groß ist der Mittelwert $\langle N \rangle$?

a) $\langle N \rangle = 19.7$

b) $\langle N \rangle = 20.1$

c) $\langle N \rangle = 20.6$

☒ d) $\langle N \rangle = 21.2$

e) $\langle N \rangle = 21.8$

$$\begin{aligned} \langle N \rangle &= \frac{1}{5} (21 + 17 + 25 + 20 + 23) \\ &= 21,2 \end{aligned}$$

Alte Klausuraufgabe:

Die Standardabweichung einer Messung

- A) ist ein Maß für den mittleren Wert aller Messwerte. ✗
- B) ist das Quadrat der Varianz. $\sigma = \sqrt{\text{Varianz}}$ ✗
- C) ist unabhängig von der Streuung der Messwerte. ✗
- ☒ D) berechnet sich aus der Abweichung der Messwerte vom Mittelwert. ✓
- E) gibt den exakten "wahren" Wert der Messung an. ✗

Standardabweichung:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \langle x \rangle)^2}$$

Ein Vogelkundler zählt die Anzahl der Meisen in seinem Garten an verschiedenen Tagen:

$$\begin{array}{ccccc} N_1 = 21; & N_2 = 17; & N_3 = 25; & N_4 = 20; & N_5 = 23; \\ 0,2 & 4,2 & 3,8 & 1,2 & 1,8 \end{array} \quad |x_i - \langle x \rangle|$$

Der Mittelwert liegt bei $\langle N \rangle = 21.2$. Wie groß ist die Standardabweichung?

- a) $\langle N \rangle = 3.03$
- b) $\langle N \rangle = 3.23$
- c) $\langle N \rangle = 3.43$
- d) $\langle N \rangle = 3.63$
- e) $\langle N \rangle = 3.83$

$$\begin{aligned} \sigma &= \sqrt{\frac{1}{4} (0,2^2 + 4,2^2 + 3,8^2 + 1,2^2 + 1,8^2)} \\ &= 3,03 \end{aligned}$$

Unsicherheit des Mittelwerts:

$$\sigma_{\langle x \rangle} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Ein Vogelkundler zählt die Anzahl der Meisen in seinem Garten an verschiedenen Tagen:

$$N_1 = 21; \quad N_2 = 17; \quad N_3 = 25; \quad N_4 = 20; \quad N_5 = 23;$$

Es ist $\langle N \rangle = 21.2$ und $\sigma = 3.03$. Wie groß ist die Unsicherheit des Mittelwerts $\Delta \langle N \rangle$?

a) $\Delta \langle N \rangle = 1.01$

b) $\Delta \langle N \rangle = 1.36$

c) $\Delta \langle N \rangle = 1.55$

d) $\Delta \langle N \rangle = 1.73$

e) $\Delta \langle N \rangle = 1.91$

$$\Delta \langle N \rangle = \frac{3.03}{\sqrt{5}} = 1.36$$

Er zählt pro Tag im Mittel

$$21.2 \pm 1.36 \text{ Meisen}$$

Absolute und relative Fehler:

$$X = \mu \pm \frac{\Delta \mu}{\mu} (\times 100 \%)$$

Eine Messung ergibt das Resultat

$$s = 134 \mu\text{m} \pm 6 \mu\text{m}$$

Wie lautet das Ergebnis mit Angabe des relativen Fehlers?

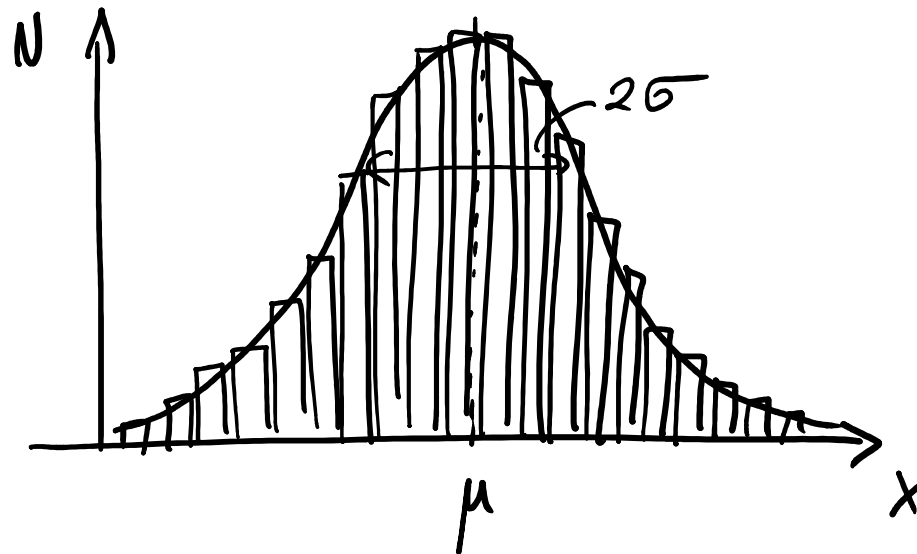
- a) $s = 134 \mu\text{m} \pm 0.045 \mu\text{m}$
- b) $s = 134 \mu\text{m} \pm 0.045$
- c) $s = 134 \mu\text{m} \pm 6 \%$
- d) $s = 134 \mu\text{m} \pm 0.045 \%$
- (e) $s = 134 \mu\text{m} \pm 4.5 \%$

$$\frac{6 \mu\text{m}}{134 \mu\text{m}} = 0,045 = 4,5 \%$$

Alte Klausuraufgabe:

Welche Aussage trifft auf Gauß-verteilte Messungen NICHT (!) zu

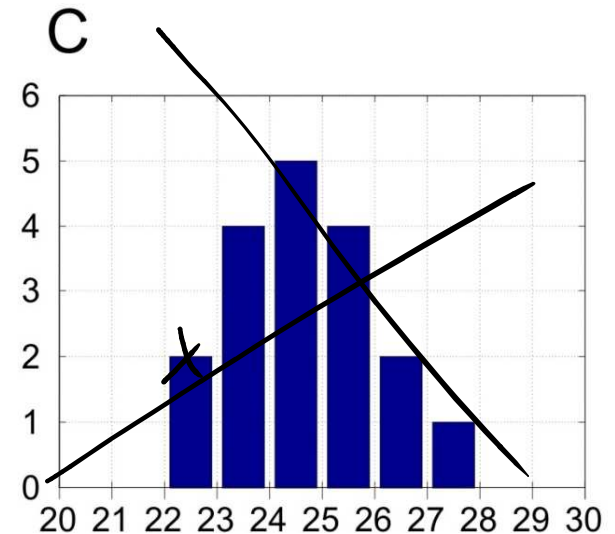
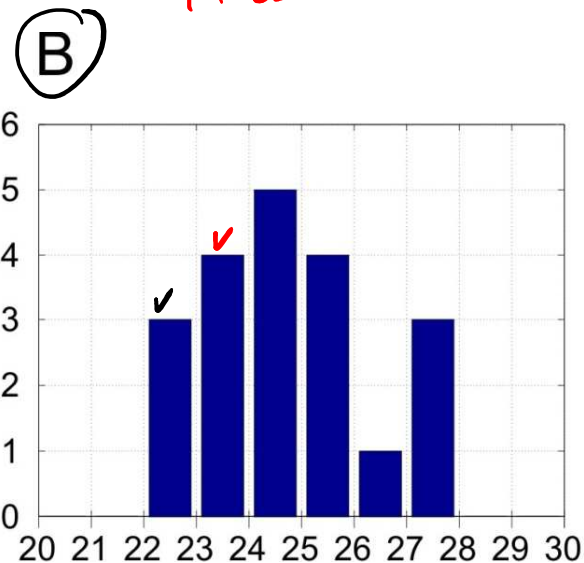
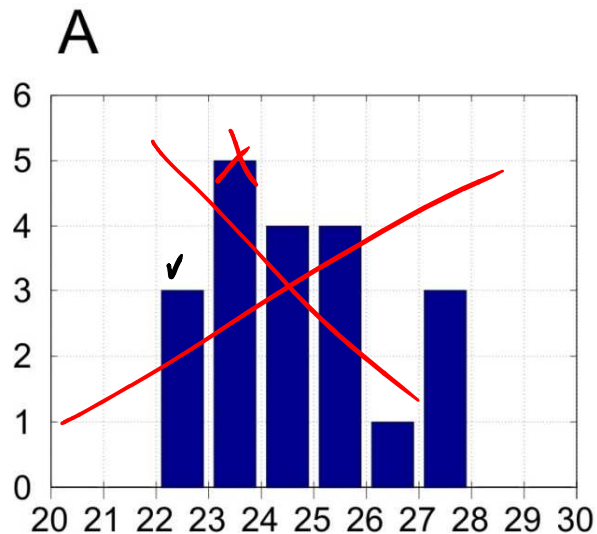
- A) Die Anzahl der Messergebnisse steigt mit dem Abstand vom Mittelwert. $\neq$
- B) Die Verteilung wird durch zwei unabhängige Parameter beschrieben: Mittelwert und Standardabweichung. $\checkmark$
- C) Am wahrscheinlichsten ist es, den Mittelwert zu messen. $\checkmark$
- D) Jede Messung ist unabhängig von der vorhergehenden. $\checkmark$
- E) Je mehr Messungen man macht, umso ähnlicher wird das Messhistogramm einer Gaussverteilung. $\checkmark$



Statistik: Welches Histogramm passt zu den folgenden 20 Messwerten ?

26.7366	25.6801	23.1788	27.6652	24.7473	24.2968
24.4564	22.4974	25.7115	24.3104	23.2323	23.8375
25.0603	27.1366	25.2371	22.7268	24.4383	23.3876
27.5409	22.6098				

3x22
4x23



Fehlerfortpflanzung:

$$Z = X \pm Y$$

$$\rightarrow \Delta Z = \sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2}$$

Es seien zwei Größen gemessen worden:

$$X = 10 \pm 0.4 \text{ und } Y = 12 \pm 0.6$$

Geben Sie die Größe $Z = X + Y$ mit Fehler an:

- a) $Z = 22 \pm 0.24$
- b) $Z = 22 \pm 0.40$
- c) $Z = 22 \pm 0.50$
- d) $Z = 22 \pm 0.60$
- ☒ e) $Z = 22 \pm 0.72$
- f) $Z = 22 \pm 1.00$

$$Z = X + Y = 22$$

$$\Delta Z = \sqrt{0.4^2 + 0.6^2} = 0.72$$

$$(\Delta Z \leq \Delta X + \Delta Y)$$

Fehlerfortpflanzung:

$$Z = X \cdot Y$$

$$\rightarrow \Delta Z = \sqrt{Y^2 \Delta X^2 + X^2 \Delta Y^2}$$

Es seien zwei Größen gemessen worden:

$$X = 10 \pm 0.4 \text{ und } Y = 12 \pm 0.6$$

Geben Sie die Größe $Z = X \cdot Y$ mit Fehler an:

a) $Z = 120 \pm 0.40$

b) $Z = 120 \pm 0.60$

c) $Z = 120 \pm 0.24$

d) $Z = 120 \pm 1.00$

e) $Z = 120 \pm 0.72$

f) $Z = 120 \pm 7.68$

$$\Delta Z = \sqrt{12^2 \cdot 0,4^2 + 10^2 \cdot 0,6^2}$$

$$= 7,68$$

allgemein $Z = f(X, Y)$

$$\Delta Z = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial X} \cdot \Delta X\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial Y} \cdot \Delta Y\right)^2}$$

noch ein Beispiel:

$$Z = \frac{X}{Y}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial Z}{\partial X} &= \frac{1}{Y} \\ \frac{\partial Z}{\partial Y} &= -\frac{X}{Y^2} \end{aligned} \right\}$$

$$\frac{d}{dy}(X \cdot Y^{-1})$$

$$= -1 \cdot (X \cdot Y^{-2})$$

$$= -\frac{X}{Y^2}$$

$$\begin{aligned} \Delta Z &= \sqrt{\left(\frac{1}{Y}\right)^2 \cdot \Delta X^2 + \left(-\frac{X}{Y^2}\right)^2 \cdot \Delta Y^2} \\ &= \sqrt{\frac{Y^2 \cdot \Delta X^2}{Y^4} + \frac{X^2 \Delta Y^2}{Y^4}} \\ &= \frac{\sqrt{Y^2 \Delta X^2 + X^2 \Delta Y^2}}{Y^2} \end{aligned}$$