

2. Auflösungsvermögen in der Licht- und Elektronenmikroskopie

a) Wovon hängt das Auflösungsvermögen eines gewöhnlichen Lichtmikroskops ab? (1 Punkt)

- Numerische Apertur des Objektivs: $d_{\text{min}} = \lambda / (2 n \sin \theta)$

b) Wie groß ist in etwa das Auflösungsvermögen eines gewöhnlichen Lichtmikroskops ab? (1 Punkt)

$d_{\text{min}} = \lambda / (2 n \sin \theta)$ ca. $500 \text{ nm} / 2 = 250 \text{ nm}$, (halbe Wellenlänge des Lichtes)

c) Warum können mit einem Elektronenmikroskop höhere Auflösungen als mit einem Lichtmikroskop erreicht werden? (1 Punkt)

De Broglie Wellenlänge von hochenergetischen Elektronen ($> 80 \text{ keV}$) ist wesentlich kleiner als die des sichtbaren Lichtes $\rightarrow$ nach Raleigh höheres Auflösungsvermögen

3. Zentrifugation

In einem Zentrifugenröhrchen erfährt eine biologische Probe im Abstand $r = 1 \text{ cm}$ von der Drehachse eine Radialbeschleunigung von $100000 \times g$. Berechnen Sie die Drehfrequenz des Rotors! Geben Sie Ihr Ergebnis in der Einheit „Umdrehungen pro Minute (UPM)“ an! Hinweis: $g = 10 \text{ m/s}^2$ (4 Punkte)

$$\begin{aligned} \omega^2 r &= \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 r = a \\ \frac{1}{T} &= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{a}{r}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{100000 \cdot 10 \text{ m}}{0.01 \text{ m} \cdot \text{s}^2}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1 \cdot 10^5 \cdot 10 \text{ m}}{1 \cdot 10^{-2} \text{ m} \cdot \text{s}^2}} = \frac{1}{2\pi} 10^4 \frac{1}{\text{s}} \\ &= \frac{60}{2\pi} 10^4 \frac{1}{\text{min}} = 9.5541 \times 10^4 \text{ UPM} \approx 100000 \text{ UPM} \end{aligned}$$

4. Sedimentation

Warum sedimentieren Proteine nicht in einer Zelle? Begründen Sie Ihre Antwort auf Grund physikalischer Gesetze! (2 Punkte)

Boltzmannverteilung: Der Gewinn an potentieller Energie ist nicht wesentlich größer als kT .
Raum Trennung.

$$= \frac{60}{2\pi} 10^4 \frac{1}{\text{min}} = 9.5541 \times 10^4 \text{ UPM} \approx 100000 \text{ UPM}$$

4. Sedimentation

Warum sedimentieren Proteine nicht in einer Zelle? Begründen Sie Ihre Antwort auf Grundlage physikalischer Gesetze! (2 Punkte)

Boltzmannverteilung: Der Gewinn an potentieller Energie ist nicht wesentlich größer als kT . Daher kaum Trennung.

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{C_2}{C_1} = e^{\frac{\Delta U}{kT}}$$

5. SDS-Gelelektrophorese

Proteine lassen sich mittels SDS-Gelelektrophorese trennen. Hierbei wandern die Proteine aufgrund

ihrer Ladung im elektrischen Feld. Das elektrische Feld wird durch ein Netzteil und zwei Platindrähte erzeugt die parallel in einem Abstand von 10 cm angeordnet sind. Berechnen Sie die Spannung, damit auf ein Protein mit einer Gesamtladung von 50 negativen Elementarladungen eine elektrophoretische Kraft von 0.01 pN wirkt. $q_e = 1.6 \times 10^{-19}$ C (2 Punkte)

$$> E = U/d; \quad q = N \cdot e;$$

$$E = \frac{U}{d}$$

$$q = N \cdot e$$

$$> F = -q \cdot E;$$

$$F = -q \cdot E$$

$$> e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ Unit (C)}; \quad N = 50; \quad F = 0.01 \text{ Unit (pN)}; \quad d = 10 \text{ Unit (cm)};$$

$$e = 0.16 \cdot 10^{-18} \text{ [C]}$$

$$N = 50$$

$$F = 0.01 \text{ [pN]}$$

$$d = 10 \text{ [cm]}$$

$$> U = (F \cdot d) / (N \cdot e);$$

$$U = 125.0000000 \text{ [V]}$$

6. Lambert-Beer'sches Gesetz

Das Lambert-Beer'sche Gesetz beschreibt die Abnahme der Intensität einer Strahlung beim Durchgang durch ein Medium mit einer absorbierenden Substanz mit Extinktionskoeffizienten ϵ , in Abhängigkeit der Konzentration c der absorbierenden Substanz und der Schichtdicke d .

- a) Welchen Absorptionsewert A misst man, wenn in einer Küvette 30 % der eingestrahlteten Lichtintensität absorbiert wird? (2 Punkte)

$$A = OD = -\log(I/I_0) = -\log(70/100) = +0.1549$$

- b) Erklären Sie, warum die Abnahme der Intensität beim Durchgang durch ein Medium mit einer absorbierenden Substanz *exponentiell* mit der Schichtdicke d abnimmt. Stellen Sie hierzu die passende Differentialgleichung auf und lösen Sie diese. (2 Punkte)

$$dI = -\beta I dx \rightarrow \int \frac{dI}{I} = -\beta \int dx \rightarrow I = I_0 e^{-\beta x}$$

7. Maximale Geschwindigkeit von Bakterien

Ein kugelförmiges Bakterium mit einem Radius von 1 μm schwimmt, angetrieben von seinem Flagellenschlag, mit einer Geschwindigkeit v_b von 25 $\mu\text{m/s}$ durch eine Nährlösung.

- a) Welche Kraft muss das Flagellum aufbringen, damit das Bakterium mit der genannten Geschwindigkeit durch die Nährlösung schwimmen kann? Die Viskosität der Nährlösung beträgt $10^{-3} \text{ kg/(m}\cdot\text{s)}$. (2 Punkte)

$$f := 6 \pi \eta r$$

$$F := 6 \pi \eta r v$$

$$r := 0.1 \cdot 10^{-5} [m]$$

$$\eta := 0.001 \left[\frac{kg}{m \cdot s} \right]$$

$$v := 0.000025 \left[\frac{m}{s} \right]$$

$$> \text{simplify(eval(F))} :$$

$$0.4712388981 \cdot 10^{-12} [N]$$

$$> \text{simplify(eval(f))} :$$

$$0.1884955592 \cdot 10^{-7} \left[\frac{kg}{s} \right]$$

- b) Wie lange dauert es, bis das Bakterium auf 1% der Ausgangsgeschwindigkeit v_0 aufgrund seiner Reibung abgebremst wird, wenn der Flagellenschlag stoppt? (3 Punkte)

Beschreiben Sie zunächst die zeitliche Entwicklung $v(t)$ indem Sie durch geeignete Integration die Bewegungsgleichung $m \frac{dv(t)}{dt} + \gamma v(t) = 0$ lösen. m beschreibt die Masse des Bakteriums; γ den Reibungskoeffizienten.

Zur Berechnung der Zeitdauer gehen Sie dann davon aus, das Bakterium habe eine Masse m von $4.2 \cdot 10^{-23} \text{ kg}$.

$$v(t) = v_0 e^{\left(-\frac{\gamma t}{m}\right)}$$

$$> V := 4 \cdot \pi \cdot r^3 / 3 ;$$

$$V := \frac{4 \pi r^3}{3}$$

$$> \text{mass} := \rho \cdot V ;$$

$$\text{mass} := \frac{4 \rho \pi r^3}{3}$$

$$> v[0] := 25E-6 \cdot \text{Unit}(m/s) ;$$

$$v_0 := 0.000025 \left[\frac{m}{s} \right]$$

$$> r := 1E-6 \cdot \text{Unit}(m) ;$$

$$r := 0.1 \cdot 10^{-5} [m]$$

$$> \rho := 1000 \cdot \text{Unit}(kg/m^3) ;$$

$$\rho := 1000 \left[\frac{kg}{m^3} \right]$$

$$> \text{simplify(evalf(mass))} ;$$

$$0.4188790204 \cdot 10^{-14} [\text{kg}]$$

$$f := 0.1884955592 \cdot 10^{-7} \left[\frac{\text{kg}}{\text{s}} \right]$$

$$\text{masse} := \text{simplify}(\text{evalf}(\rho \cdot V));$$

$$\text{masse} := 0.4188790204 \cdot 10^{-14} [\text{kg}]$$

$$\tau := \text{simplify}(\text{masse}/f);$$

$$\tau := 0.2222222222 \cdot 10^{-6} [\text{s}]$$

$$v := v[0] \cdot \exp(-t/\tau);$$

$$v = 0.000025 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right] e^{-(0.4500000000 t^2) (-1)}$$

$$t1 := \text{solve}(v, t);$$

$$t1 := -0.2222222222 \cdot 10^{-6} \ln \left(40000 \cdot v \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right] (-1) \right) [s]$$

$$v := v[0]/100;$$

$$v := 0.2500000000 \cdot 10^{-6} \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

$$t1;$$

$$0.1023371152 \cdot 10^{-6} [s]$$

8. Brown'sche Molekularbewegung

Betrachten wir ein kleines hydrophobes Molekül mit Radius $r = 0.2 \text{ nm}$. Wie lange braucht ein solches Molekül im Mittel um bei Raumtemperatur (298 K) durch eine Phospholipid-Doppelschicht zu diffundieren? Die Membran hat eine Dicke von 4 nm; die Viskosität des Bilayers beträgt $0.10 \text{ kg/(m}\cdot\text{s)}$; $k_B = 1.381 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$. (2 Punkte)

$$x^2 = 2 \cdot D \cdot t;$$

$$x^2 = 2 D t$$

$$f \cdot D = k_B \cdot T;$$

$$f D = k_B T$$

$$D = \text{solve}(f \cdot D = k_B \cdot T, D);$$

$$D = \frac{k_B T}{f}$$

$$f := 6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r;$$

$$f := 6 \pi \eta r$$

$$t = \text{solve}(x^2 = 2 \cdot D \cdot t, t);$$

$$t = \frac{x^2}{2 D}$$

$$= 2 / (2 * (k [B] * T / E)) ;$$

$$t := \frac{347574.2216 \pi r \left[\frac{J K}{m} \right]}{T}$$

$$r := 4 \text{ Unit (nm)} ;$$

$$r := 4 \text{ [nm]}$$

$$> eta := 0.1 \text{ Unit (kg / (m * s))} ;$$

$$\eta := 0.1 \left[\frac{kg}{m s} \right]$$

$$> k [B] := 1.3818 \cdot 10^{-23} \text{ Unit (J / K)} ;$$

$$k_B := 0.1381 \cdot 10^{-23} \left[\frac{m^2 kg}{s^2 K} \right]$$

$$> x := 0.2 \text{ Unit (nm)} ;$$

$$x := 0.2 \text{ [nm]}$$

$$> T := 298 \text{ Unit (K)} ;$$

$$T := 298 \text{ [K]}$$

$$> \text{simplify(evalf(t))} ;$$

$$0.7328433701 \cdot 10^{-6} \left[\frac{1}{K} \right] [s K]$$

$$> \text{simplify(\%)} ;$$

$$0.7328433701 \cdot 10^{-6} [s]$$

9. Membranpotential

Sie haben ein kleines Stück einer Membran eines Erythrozyten in eine Glaskapillare eingesaugt. Die Membran sei nur für einfach negativ geladene Bicarbonationen (HCO_3^-) permeabel. Die äußere Seite der Membran (BAD) grenzt an ein großes Reservoir mit einer Bicarbonatkonzentration von 1 M. Das Innere der Kapillare (PIPETTE), grenzt entsprechend an ein Reservoir mit einer HCO_3^- -Konzentration von 100 mM. Beide Seiten, BAD und PIPETTE, sind an eine Spannungsquelle angeschlossen. Über die Membran kann extern eine Spannung von $\Delta U = U_{\text{PIPETTE}} - U_{\text{BAD}}$ angelegt werden.



- a) Berechnen Sie die Spannung ΔU bei der kein Nettoionenstrom durch die Membran fließt. Gehen Sie bei der Vorzeichenwahl der Spannungsdifferenz ΔU davon aus, dass das große Reservoir außen (BAD) „auf Erde“ liegt, d.h. $U_{\text{BAD}} = 0 \text{ mV}$. $k_B T = 25 \text{ meV}$ (2 Punkte)

$$\Delta U = U_{\text{PIPETTE}} - U_{\text{BAD}} = \frac{k_B T}{-1 \cdot e} \ln \frac{c_a}{c_i} = -\frac{25 \text{ meV}}{1e} \ln \frac{1000}{100} = -25 \text{ mV} \ln 10 = -57 \text{ mV}$$

- b) Nehmen Sie nun an, über die Membran liegt eine Spannung $\Delta U = -100 \text{ mV}$ an. In welche Richtung fließen die HCO_3^- Ionen über die Membran? (1 Punkt)

Da das Gleichgewichtspotential bei -57 mV liegt, fließen die HCO_3^- Ionen entgegen dem Konzentrationsgefälle aus der Kapillare heraus.

1. skizzieren Sie die Strom-Spannungskurve eines HCO_3^- -Kanals. Gehen Sie davon aus, der Kanal zeige ein Ohm'sches Verhalten. Kennzeichnen Sie das Gleichgewichtspotential des Kanals. (2 Punkte)

