

Zusammenfassung prüfungsrelevanter Inhalte Werkstofftechnik und – Simulation

Inhalt

Vorlesung 1:	12
Gitterbaufehler:	12
0-dimensionale Gitterfehler oder Punktfehler	12
1-dimensionale Gitterfehler oder Linienfehler	12
2-dimensionale Gitterfehler oder Flächenfehler	12
3-dimensionale Gitterfehler oder Volumenfehler	12
Versetzungstypen	13
Versetzungslinie s :	13
Stufenversetzung: $s \perp b$	13
Schraubenversetzung: $s \parallel b$	13
Gemischte Versetzung: $s \propto b$	13
Burgersvektor b :	13
Vollständige Versetzung:	13
Unvollständige Versetzung:	14
Kennzeichnung von Ebenen und Richtungen:	14
Aufgabe 1:	14
Welche Arten von Gitterbaufehlern gibt es:	14
Wie wirken sie sich auf das mechanische Verhalten eines metallischen Werkstoffes aus?	14
Aufgabe 3:	14
Welche Arten von Versetzungen gibt es?	14
Was ist der Unterschied zwischen einer vollständigen Versetzung und einer Teilversetzung?	14
Aufgabe 4:	14
Was beschreibt der Burgersvektor einer Versetzung? Wozu dient er?	14
Welche Versetzungsart liegt vor, wenn der Winkel zwischen Burgersvektor und der Versetzungslinie 0° , 45° bzw. 90° beträgt?	14
Wodurch entsteht die Energie einer Versetzung? Wie hängt sie mit dem Burgersvektor zusammen?	15
Vorlesung 2:	15
Versetzungreaktionen:	15

Kinematik und Energiebilanz:.....	15
Verzweigende Versetzungslinien:	15
Versetzungsannihilation:.....	15
Einzelversetzungen und Teilversetzungen / Stapelfehler	15
Schneiden von Versetzungen:	15
Kleinwinkeltorgrenzen:	16
Zwillingsgrenzen:	16
Versetzungswanderung:.....	16
Verformungsmechanismus:	16
Peierls-Spannung und -Energie:	17
Aufgabe 3:	17
Wodurch wird der Ablauf einer Versetzungsreaktion bestimmt?	17
Welche Auswirkungen haben Versetzungen auf die zur plastischen Verformung nötigen Schubspannung?	17
Vorlesung 3:.....	18
Bezeichnung von Richtungen und Ebenen:	18
Gleitsysteme in kfz-, krz- und hdp-Gitter:	18
KFZ-Gitter:	18
KRZ-Gitter:	19
HDP-Gitter:	19
Packungsdichte P:.....	19
Wirkende Schubspannung τ :	20
Einkristall und Vielkristall:	20
Vergleich Einkristall – Whisker (fadenförmiger Einkristall, „Haarkristall“):	20
Plastische Verformung:	20
Schubspannungs-Abgleitungs-Kurve eines kfz-Einkristalls:	21
Frank-Read-Quelle:.....	21
Mehrfachabgleitung und Vielkristall:	22
Taylorfaktor:	22
Aufgabe 5:	22
Was ist ein Gleitsystem?	22
Erklären Sie die Verfestigung metallischer Werkstoffe im Bereich 2 der (τ, γ) -Kurve?	22
Vorlesung 4:.....	23
Metallische Werkstoffe:	23
Statische Beanspruchung:	23
Verfestigungsmechanismen:	24
Mischkristallbildung:	24

Kaltverfestigung:	25
Eigenspannungen:	25
Dauerfestigkeitsschaubild nach Haigh:	26
Kaltverfestigung und Bauschinger-Effekt:	26
Bauschinger-Effekt:	26
Kornverfeinerung:	27
Ausscheidungshärtung:	27
Prinzip und Voraussetzungen:	27
Schneidmechanismus:	28
Umgehungsmechanismus/Orowanmechanismus:	28
Art der Ausscheidung	28
Kombiniert Verfahren:	29
Aufgabe 6:	30
Wodurch entsteht eine Kaltverfestigung?	30
Was muss im Hinblick auf die später Betriebsbelastung beachtet werden, wenn die Kaltverformung zur Festigkeitssteigerung des Werkstoffes angewandt werden soll?	30
Beschreiben Sie den Bauschinger-Effekt.	30
Worauf ist dieser Effekt zurückzuführen?	30
Wie können die Auswirkungen des Bauschinger-Effekts verhindert oder vermindert werden? .	30
Aufgabe 7:	30
Welche grundlegende Voraussetzung muss für die Ausscheidungshärtung erfüllt sein?	30
Durch welche Mechanismen wird bei ausscheidungshärtenden Werkstoffen die Festigkeitssteigerung bewirkt?	30
Nennen Sie einige Beispiel für unerwünschte Ausscheidungshärtung.	30
Auf welche Grundmechanismen lässt sich die Umwandlungshärtung von Stahl zurückführen? .	30
Vorlesung 5:	31
Werkstoffverhalten:	31
Zugversuch:	31
Legierungszusätze:	31
Einfluss der Kaltverformung:	31
Mohrscher Spannungskreis:	32
Spannungszustand:	32
Mohrsche Hüllparabel:	33
Einfluss der Temperatur:	33
Hohe Temperaturen:	33
Kristallerholung und Rekristallisation	34
Tiefe Temperaturen:	34

Übergangstemperatur:	35
Einflüsse der Verformungsgeschwindigkeit:	35
Aufgabe 8:	35
Welches sind die wesentlichsten Einflussgrößen auf das Werkstoffverhalten unter mechanischer Belastung?	35
Erläutern Sie mit Hilfe des Mohrschen Spannungskreises den Einfluss des Spannungszustands auf die plastische Verformung und den Bruch eines Bauteils aus zähem Werkstoff.	35
Welche Versagensart ist bei stetig zunehmenden Spannungen für die folgenden Fälle zu erwarten?	36
Aufgabe 9:	36
Skizzieren Sie den qualitativen Verlauf von R_e , R_m , A_5 , und Z über der Temperatur für einen unlegierten Baustahl.	36
Warum ist bei unlegierten Stählen die Übergangstemperatur der Kerbschlagarbeit wesentlich höher als die der Bruchdehnung und Brucheinschnürung?	36
Beschreiben Sie die Blausprödigkeit eines Werkstoffs? Worauf ist diese zurückzuführen?	37
Vorlesung 6:	37
Zugversuch und Fließkurve:	37
Zugversuch:	37
Technische und Wahre Fließkurve:	37
Ramberg – Osgood – Gleichung:	38
Vergleichsspannung und Vergleichsdehnung	39
Schubspannungshypothese:	39
Gestaltänderungsenergiehypothese:	39
Aufgabe 12:	40
Worin unterscheidet sich das übliche Diagramm des Zugversuchs von der Werkstofffließkurve?	40
Definieren Sie den Begriff der Volumenkonstanz? Welche Auswirkung auf die Dehnung hat sie?	40
Vorlesung 7:	40
Bestimmung der Fließkurve:	40
Mathematische Beschreibung der Fließkurven:	41
Zugversuch:	41
Stauchversuch:	41
Torsionsversuch:	41
Wegen unterschiedlichen Versuchsbedingungen ergeben sich erheblich unterschiedliche Fließkurven aus den verschiedenen Verfahren für ein und denselben Werkstoff. Ursachen?	42
Bauschinger-Effekt:	42
Isotrope und kinematische Verfestigung	43

Wie ist das Materialverhalten in der Realität? Und welches Verhalten (isotropisch oder kinematisch) ist realistischer?	43
Formänderung bei Bruch:.....	43
Aufgabe 12:	44
Welche Verfahren zur Bestimmung der Werkstofffließkurve gibt es? Welche Umformgrade sind damit erreichbar?	44
Definieren Sie die Begriffe isotrope und kinematische Verfestigung (Skizze). Wie ist dementsprechend die Verfestigung metallischer Werkstoffe einzuordnen?	44
Vorlesung 8:.....	45
Schwingbeanspruchung:	45
Wöhlerkurve:.....	45
Dauerfestigkeit:	46
Einflüsse auf die Dauerfestigkeit:.....	47
Mittelspannung und Dauerfestigkeitsschaubild:	47
Oberflächenbehandlung:.....	48
Bauteilgröße:	48
Frequenz:.....	49
Vorbelastung:	49
Korrosion:	49
Temperatur:.....	49
Kerbwirkung:	49
Zeitfestigkeit:.....	50
Aufgabe 14:	51
In welche Bereiche kann die Wöhlerlinie unterteilt werden? (Skizze)	51
Was ist unter LCF- und HCF-Beanspruchung zu verstehen? Wie sind diese Bereiche voneinander abgegrenzt?	51
Beschreiben Sie eine einstufige und eine mehrstufige Schwingbelastung?	51
Aufgabe 15:	52
Wie beeinflussen die folgenden Faktoren die Dauerschwingfestigkeit metallischer Bauteile? Wie werden diese - soweit möglich - quantitativ erfasst?	52
Vorlesung 9.....	52
Einflüsse auf die Zeitfestigkeit:.....	52
Betriebsfestigkeit:	53
Auslegung:	53
Lebensdauerkurve:.....	54
Schadensakkumulation:	54
Palmgren und Miner (Miner-Regel):	55
Versagen:.....	55

Rissentstehung:	57
Rissausbreitung:	57
Bruchbeurteilung:.....	58
Paris-Gesetz:.....	59
Aufgabe 16:	59
Erläutern Sie die Schadensakkumulationshypothese von Palmgren-Miner.	59
Nennen Sie die Mängel dieser Hypothese? Was bewirken diese Mängel und wie wird versucht diese zu mildern?	59
Was ist unter (zyklisch) elastisch-plastischen Wechselverformungen zu verstehen? Wann können diese auftreten?	60
Erläutern Sie kurz den Ablauf eines Schwingungsbruchs.....	60
Aufgabe 17:	60
Vorlesung 10:.....	60
Zeitstandsbeanspruchung:.....	60
Kristallerholungstemperatur TKE	60
Kriechgesetz:	61
Einfluss auf die Gleitmöglichkeiten:	61
Kriechkurve:.....	62
Festigkeitskennwerte:	62
Rissbildung und Bruch:	63
Erweiterte Schadensakkumulationshypothese:.....	64
Vorgehen in der Praxis:	64
Aufgabe 18:	64
Was ist unter „Kriechen“ eines Werkstoffs zu verstehen?	64
Von welcher Temperaturgrenze an spielt es technisch eine Rolle?	64
Durch welche Werkstoffkennwerte wird es erfasst?	65
Auf welchen Vorgängen im Werkstoffgefüge beruht das Kriechen?	65
Welche charakteristischen Legierungselemente sind in niedriglegierten warmfesten Stählen enthalten?	65
Aufgabe 19:	65
Erläutern Sie die Begriffe Kriechen und Relaxation. Nennen Sie je ein Beispiel für das Kriechen bzw. die Relaxation eines technischen Bauteils.	65
Was ist unter der Temperatursicherheit zu verstehen?	65
Beschreiben Sie den Ablauf von Werkstoffschädigung und Bruch unter Zeitstandsbeanspruchung.	65
Vorlesung 11:.....	65
Stoffgesetze:.....	65
Hooke'sche Gesetz:	66

Spannungstensor und Hauptspannungen:.....	66
Spannungstensor:.....	66
Hauptspannungen:.....	67
Aufgabe: Hauptspannungen berechnen aus dem in einem beliebigen (x,y,z)-Koordinatensystem gegebenen Spannungstensor	67
Linearelastisches Werkstoffverhalten:.....	68
Allgemeine Spannungs-Dehnungs-Beziehungen:.....	68
Anisotropie – Isotropie:.....	69
Hydrostatischer und deviatorischer Anteil des Spannungs- und Verformungszustandes:.....	69
Elastisch-plastisches Werkstoffverhalten:	69
Fließbedingungen:.....	69
Gestaltänderungshypothese (GEH):	70
Schubspannungshypothese (SH):	71
Aufgabe 20:	72
Bei einer FE- Rechnung ergaben sich für die höchstbeanspruchte Stelle eines Bauteils folgende Spannungen (in N/mm ²). Wie groß sind die Hauptspannungen? Was für ein Spannungszustand liegt vor?	72
Aufgabe 21:	72
Der Spannungszustand in einem Punkt eines belasteten Körpers ist gegeben durch die Spannungskomponenten (in N/mm ²). Spalten Sie diesen Spannungszustand in einen hydrostatischen und einen deviatorischen Anteil auf.	72
Aufgabe 22:	73
Welches sind die Grenzwerte der Querdehnungszahl μ , wenn bei der Belastung eines Körpers keine Querdehnung oder –stauchung auftritt?	73
Welches sind die Grenzwerte der Querdehnungszahl μ , wenn angenommen wird, dass das Volumen eines Körpers konstant bleibt?	73
Aufgabe 23:	73
Bestimmen Sie aus der Streckgrenze R_e eines zähen Werkstoffs die Schubspannungen τ_{zf} und τ_{tf} bei Fließbeginn unter Zug bzw. Torsion.	73
Vorlesung 12.....	74
Viskoelastisches Werkstoffverhalten	74
Elastisches Element:	74
Viskoses Element:.....	74
Viskosität:	74
Maxwell-Modell:.....	75
Voigt-Modell:.....	75
Vergleich der beiden Modelle:	75
Viskoelastizität:.....	77
Kriechkurven:.....	77

Kriechgesetze:	78
Inhomogene Spannungsverteilung:	78
Aufgabe 25:	79
Welche Spannung ist nötig, um in einem Stab unter einachsige Zugbeanspruchung nach 10^4 Stunden eine Dehnung von 0,1% zu erzeugen, wenn der Werkstoff sich linearelastisch, linear-viskoelastisch oder nichtlinear-viskoelastisch verhält?.....	79
Wie ändert sich die Spannungsverteilung in einem inhomogen beanspruchten Bauteil unter statischer Beanspruchung bei hohen Temperaturen?	79
Vorlesung 13:.....	80
Neue Werkstoffe:	80
Keramische Werkstoffe:	80
Definition:.....	80
Herstellung:	80
Eigenschaften und Anwendungsbereiche:	81
Festigkeitsverhalten von Werkstoffen der Strukturkeramik:.....	81
Was ist der Sinn des S-P-T-Diagramme (Strength-Probability-Time)?	81
Bauteile aus Ingenieurkeramik:.....	81
Weiterentwicklung:	82
Faserverbundwerkstoffe:	82
Definition:.....	82
Werkstoffe und Herstellung:	82
Geometrische Struktur und mechanische Eigenschaften:	83
Lamine: Verstärkungen:	83
Formgedächtnislegierungen:.....	83
Ausblick:	84
Wie nennt man die physikalische Simulationsart, die ohne Experimente auskommt?	84
Aufgabe 26:	84
Definieren Sie die Begriffe Struktur- und Funktionswerkstoffe?	84
Welche Vor- und Nachteile haben keramische gegenüber metallischen Werkstoffen?	84
Was ist unter dem Begriff eines Faserverbundwerkstoff zu verstehen?	85
Was ist unter einer unidirektionalen, biaxialen, multiaxialen und dreidimensionalen Struktur bezüglich der Verstärkung zu verstehen? Wie lassen sich solche Strukturen verwirklichen?.....	85
Prüfungsaufgaben:	85
Welche Bedeutung haben Fremdatome, Versetzungen, Korngrenzen und Ausscheidungen für das Verfestigungsverhalten metallischer Werkstoffe?	85
Wie lautet der Spannungstensor für die höchstbeanspruchten Stellen der dargestellten Belastungen in Abb. 1 sowie Abb. 2? Charakterisieren Sie den herrschenden Spannungszustand.	85

Der Spannungstensor kann in einen hydrostatischen und in einen deviatorischen Anteil aufgespalten werden. Zeigen Sie den formalen Weg, auf dem dies geschieht. Aus welchem der beiden Anteile leitet sich die Vergleichsspannung nach von Mises her?	86
Die Vergleichsspannung nach von Mises leitet sich aus dem deviatorischen Anteil des Spannungstensors ab.	86
Bewirkt einer der in Abb. 1 bzw. Abb. 2 skizzierten Spannungszustände bei rein elastischem Werkstoffverhalten eine Volumenänderung an der höchst beanspruchten Stelle? Wenn ja geben Sie diese an.....	86
Bestimmen Sie den herrschenden Spannungszustand des Spannungstensors S1. Skizzieren Sie den mit dem Spannungstensor beschriebenen Spannungszustand im Ausgangs- und im Hauptachsensystem. (Benutzen Sie dafür die beigefügten Würfelemente).....	86
Zeichnen Sie jeweils ein Schwingenspiel für die Spannungsverhältnisse $R = 0$; $R = 0,1$ und $R = -1$ in ein gemeinsames Diagramm und beschriften Sie die Achsen.	87
Skizzieren und beschriften Sie die Zug-Druck-, Biege- und Torsionswechselfestigkeit von Stahl in Abhängigkeit von der Zugfestigkeit.....	87
Beschreiben Sie die verschiedenen Stadien eines Schwingungsbruches unter einachsiger, rein wechselnder Belastung im spannungskontrollierten Versuch. Gehen Sie dabei auf Details wie Orientierungen zur Belastungsrichtung, Ursachen für Richtungswechsel und die Risswachstumsgeschwindigkeit ein.....	87
Erklären Sie anhand des Spannungsgradienten, warum die Biegewechselfestigkeit höher ist als die Zug-Druck-Wechselfestigkeit.....	87
Veranschaulichen Sie an einer Hystereseschleife bei rein wechselnder Beanspruchung die verschiedenen Arten der Durchführung eines zyklischen Versuches.	88
Nennen Sie einen entscheidenden Vor- und Nachteil des Ramberg-Osgood-Ansatzes zur Beschreibung der Fließkurve.	88
Nennen Sie zwei weitere Ansätze zur vollständigen Beschreibung der Fließkurve eines duktilen Werkstoffes.	88
Skizzieren Sie die Fließgrenzkurven nach GEH und SH für einen zwei-achsigen Spannungszustand.....	89
Welcher Ansatz (GEH/SH) zur Bestimmung einer elastisch-plastischen Vergleichsspannung ermöglicht eine bessere Werkstoffausnutzung?	89
Welche Bedeutung hat der Höchstlastpunkt für die Bestimmung der Fließkurve?	89
Beschriften Sie die dargestellte Fließkurve und geben Sie an, um welche Werkstoffgruppe (ferritischer oder austenitischer Stahl) es sich handeln könnte.	89
Skizzieren Sie maßstabsgerecht die Mohr'schen Spannungskreise für die Stellen A, B und C für einen einseitig fest eingespannten Kragbalken (siehe Abb.) in das dargestellte Achsensystem, wenn nur die Kraft F mit 1,98 kN angreift, und beschriften Sie dieses. Hinweis: Die Kerbwirkung aufgrund der Kerbe an der Einspannung darf vernachlässigt werden.....	89
Wie verändert sich der Spannungskreis für die Stelle B, wenn zusätzlich ein Torsionsmoment von 460 Nm wirkt? Zeichnen Sie auch diesen Spannungskreis maßstabsgerecht in ein.....	90
Durch welche Bedingungen kann ein Stahl vom Typ S235 seine ausgeprägte Streckgrenze verlieren? Nennen Sie vier.	90

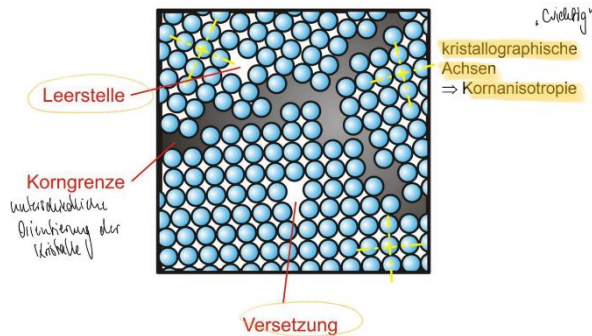
Wie lässt sich mit Hilfe der Mohr'schen Spannungskreise ein Zäh- bzw. Sprödbbruch veranschaulichen?	90
Geben Sie den Temperaturbereich und die Ursache der Anomalie der Verformungskennwerte niedriglegierter Kohlenstoffstähle bei steigenden Temperaturen an.....	90
Welche Kristallgitter sind anfällig bzw. unanfällig für einen schlagartigen Abfall der Verformungskennwerte bei tiefen Temperaturen? Nennen Sie jeweils einen zugehörigen Werkstoff.....	91
Ordnen Sie den folgenden zwei Formeln den zugehörigen Kriechansatz nach Maxwell oder Voigt zu.	91
Welche Art von kombiniertem Feder-Dämpferelement würde sich am besten für eine schlagartige Beanspruchung eignen. Begründen Sie Ihre Antwort kurz.	91
Für eine Versuchsanordnung wurde ein Schwingfundament mit vier Dämpferelementen mit einem Durchmesser von 4 cm und einer Höhe von 40 cm konzipiert. Durch den Versuch wirkt eine Last von 250 t auf das Fundament. Wie lange dauert es, bis sich das Dämpferelement auf 36 mm verkürzt, unter der Annahme, dass sich sein Verhalten mit dem Maxwell-Modell beschreiben lässt ($E=9700 \text{ MPa}$, $C=29,0E6 \text{ MPas}$)?	91
Wie weit hätte sich der Dämpfer in dieser Zeit verkürzt, wenn sein Verhalten dem Voigt-Modell entsprechen würde?	92
Das Fundament wird bei 35 mm Weglänge fixiert, wodurch der Dämpfer relaxiert. Nach welcher Zeit wirkt nur noch 30% der ursprünglichen Spannung?	92
Warum ist der Widerstand gegen das Kriechen bei austenitischen Stählen in der Regel höher als bei ferritischen Stählen?.....	92
Skizzieren Sie eine typische Kriechkurve und beschriften Sie die auftretenden Bereiche.	92
Nennen Sie drei Ansätze zur mathematischen Beschreibung des Kriechens.	92
Werkstoffsimulation.....	93
Entwicklung von Werkstoffmodellen:	93
Monte-Carlo-Methode/-Simulation:	93
Molekulardynamik.....	94
Inverser vs. Normaler Hall Petch Effekt:	96
Anwendungen:	96
Finite-Elemente-Methode (FEM)	97
Grundlagen:	97
Anwendungsbeispiel:	98
Durchführung FE-Berechnung in der Praxis	98
Anwendungsmöglichkeiten:	100
Mikrostrukturmodell:	100
Schmid'sches Schubspannungsgesetz:	100
Orientierungsfaktor nach Sachs-Schmid (Polykristall)	100
Orientierungsfaktor nach Taylor (Polykristalle)	101
Phasenfeldmodellierung:	101

Discrete Dislocation Dynamics:	101
Messung Nanohärte	101
4 mögl. Änderungen der Mikrostruktur bei $T > 0,4 T_s$	101
Mikro-/Mesomechanik:.....	102
Mikromechanische Modellierung:	102
Verbundwerkstoffe:.....	103
Schädigungsmechanik:	104
Multiscale Material Modelling	105
Werkstoffauswahl:	105

Werkstofftechnik

Vorlesung 1:

Gitterbaufehler:



0-dimensionale Gitterfehler oder **Punktfehler**



- Leerstellen: in jedem Kristall; Leerstellenkonzentration steigt mit Temperatur an
- Zwischengitteratome: Eigen- oder Fremdatome
- Frenkel-Paare/Defekte: Leerstelle & Zwischengitteratom; Atom wird durch energiereiche Strahlung aus Gitterplatz herausgestoßen und landet auf Zwischengitterplatz

geringer Einfluss auf mechanische Eigenschaften (Ausnahme Reaktorwerkstoffe bzw. starke Neutronenbestrahlung)

1-dimensionale Gitterfehler oder **Linienfehler**



- Versetzungen: Gitterstörung entlang Linie durch eine fehlende oder zusätzlich eingeschobene Halbebene $\rightarrow$ Gitterverspannung
- Versetzungstypen: Stufenversetzung, gemischte Versetzung, Schraubenversetzung

entscheidender Einfluss auf die Festigkeit und das Verformungsvermögen, Träger der plastischen Verformung

2-dimensionale Gitterfehler oder **Flächenfehler**

- Korn- und Phasengrenzen: entstehen beim willkürlichen Erstarren
 - Grenzlinien, da die verschiedenen Orientierungen nicht nahtlos ineinander übergehen
 - ungeordnete Übergangszone: bevorzugter Ort für Verunreinigungen aus der Schmelze und Ausscheidungen
 - geringe Bindungskräfte

Bruch bevorzugt an Korngrenzen? – Nein – Rissverlauf bei duktilen und spröden Werkstoffen i.d.R. transkristallin bei stat. und schwing. Beanspruchung – Ausnahme sehr harte Werkstoffe, Korrosion, Zeitstandsbeanspruchung

Großer Einfluss auf Festigkeit und Zähigkeit

3-dimensionale Gitterfehler oder **Volumenfehler**

- Ausscheidungen
- Nichtmetallische Einschlüsse

großer Einfluss auf das Werkstoffverhalten

Versetzungstypen



Versetzungslinie s :

Zone max. Gitterverzerrung, die als gerade oder gekrümmte Linie verläuft; können sich verzweigen, aber enden nur an Kristalloberfläche, an Fehlstellen oder bilden geschlossene Ringe (Versetzungsringe)

Stufenversetzung: $s \perp b$

Stufenartig verlaufende Gitterverzerrungen mit Abschlusskante parallel zur Versetzungslinie

Energie einer Stufenversetzung (vgl. Aufgabe 2):

$$W_L = \frac{G * b^2}{4 * \pi * (1 - \mu)} * \ln \frac{r_1}{r_0} = \frac{1}{1 - \mu} * W_{\odot} = 1,43 * W_{\odot} \text{ mit } \mu = 0,3$$

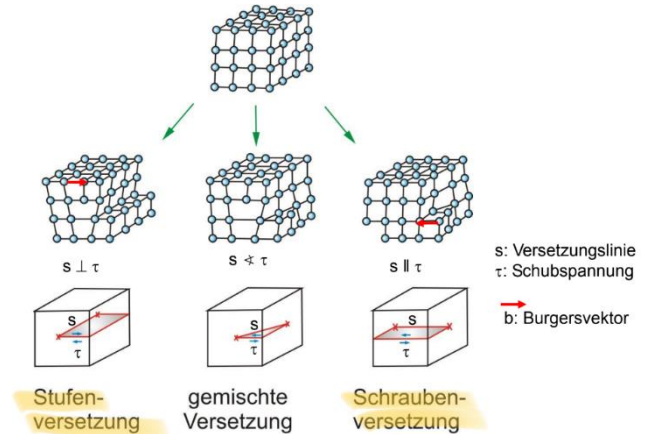
Schraubenversetzung: $s \parallel b$

Schraubenförmige Verformung der Gitterebene senkrecht zur Versetzungslinie

Energie einer Schraubenversetzung bei gegebenem Spannungsfeld:

$$W_{\odot} = \frac{G * b^2 * l}{4 * \pi} * \ln \frac{r_1}{r_0}$$

G = Schubmodul (etwa 80 GPa für Stahl)
 b = Burgersvektor $\approx a$ oder Atomdurchmesser
 $a \approx 0,287$ nm, Atomdurchm. $\approx 0,248$ nm bei krz - Fe
 l = Länge der Versetzung (max. Korndurchmesser)
 r_0 = Radius des Kerns der Versetzung
 $(\approx a$ oder Atomdurchmesser)
 r_1 = Radius des Kristalls (Korndurchmesser, max. 1 cm oder Abstand zweier benachbarter Versetzungen)

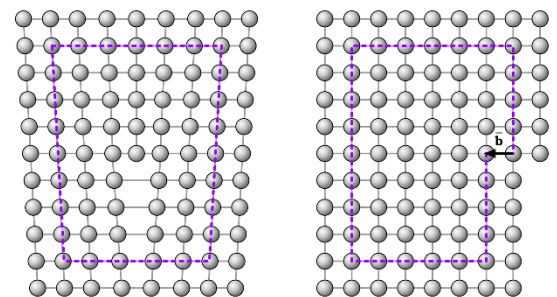


Gemischte Versetzung: $s \nparallel b$

Kombination aus Stufen- und Schraubenversetzung

Burgersvektor b :

- Maß für Richtung und Betrag einer Gitterverzerrung
- Def.: Wegdifferenz zwischen Umlauf einer Versetzung und Umlauf im ungestörten Kristallgitter ausgedrückt als Vielfaches des Gitterparameters („Burgers-Umlauf“)
- Vorgehensweise:
 - Mit etwas Abstand zur Versetzung wird eine Verbindung zwischen den Atomen gezogen, sodass ein geschlossener Umlauf entsteht. (Burgers-Umlauf; gestrichelt)
 - Nun wird der Umlauf des linken Bildes 1:1 auf das rechte Bild eines ungestörten Kristalls übertragen.
 - An einer Stelle lässt sich der Umlauf nicht schließen.
 - zum Schließen des Umlaufs nötige Verbindung = Burgersvektor b



Vollständige Versetzung:

- Betrag des Burgersvektors b entspricht dem Atomabstand im Gitter bzw. einem Vielfachen davon
- Lage der Gitterplätze ändert sich nicht bei Versetzungsbewegungen
- Laufend andere Atome auf den Gitterplätzen

Unvollständige Versetzung:

- Betrag des Burgersvektors b entspricht nicht dem Atomabstand im Gitter bzw. einem Vielfachen davon
- Lage der Gitterplätze ändert sich bei Versetzungsbewegung (zusätzliche Energie notwendig)
- Höhe der Notwendigen Energie ist abh. Vom Gittertyp: Stapelfehlerenergie

Kennzeichnung von Ebenen und Richtungen:

- $\{ \}$ für Ebenenscharen
- $()$ für konkrete Ebenen (Ebenennormalen)
- $[]$ für Richtungsscharen
- $\langle \rangle$ für konkrete Richtungen

Beispiel für Ebenenschar:

$$\{110\} = \{(110), (011), (101), (\bar{1}10), (\bar{1}01), (01\bar{1})\}$$

Zonengleichung:

Ebene (abc) enthält Richtung $[def]$, wenn $ad + be + cf = 0$

Beispiele: kfz: $(111)[\bar{1}01] \rightarrow -1 + 0 + 1 = 0$

krz: $(110)[\bar{1}1\bar{1}] \rightarrow -1 + 1 + 0 = 0$

Aufgabe 1:

Welche Arten von Gitterbaufehlern gibt es:

- 0 – dimensionale = Punktfehler (Leerstellen, Zwischengitteratome, Frenkelpaare)
- 1 – dimensionale = Linienfehler (Schrauben-, Stufen-, gemischte Versetzungen)
- 2 – dimensionale = Flächenfehler (Korngrenzen und Phasengrenzen)
- 3 – dimensionale = Volumenfehler (Ausscheidungen, Dispersionsteilchen)

Wie wirken sie sich auf das mechanische Verhalten eines metallischen Werkstoffes aus?

- 0. D: Geringe Auswirkung (Ausnahme: starke Neutronenbestrahlung)
- 1. D: sehr starke Auswirkung auf Verformbarkeit und Festigkeit
- 2. D: starke Auswirkung auf Festigkeit und Zähigkeit
- 3. D: starke Auswirkung auf Festigkeit und Zähigkeit

Aufgabe 3:

Welche Arten von Versetzungen gibt es?

Stufen-, Schrauben, gemischte Versetzungen

Was ist der Unterschied zwischen einer vollständigen Versetzung und einer Teilversetzung?

Vollständige Versetzung:

Burgersvektor b ist gleich einem Ortsvektor $\bar{c}$ des Gitters

(oder einem Vielfachen davon) [i. A. Ortsvektor ($\hat{=}$ Atomabstand a)]

$$\bar{b} = n * \bar{c}; \quad n = 1, 2, \dots$$

Unvollständige Versetzung:

Burgersvektor $\neq$ Ortsvektor des Gitters

$$\bar{b} \neq n * \bar{c}$$

Aufgabe 4:

Was beschreibt der Burgersvektor einer Versetzung? Wozu dient er?

Burgersvektor entspricht der Wegdifferenz beim Umlauf einer Versetzung gegenüber dem gleichen Umlauf im ungestörten Gitter, ausgedrückt als Vielfaches des Gitterparameters.

Er dient als Maß für Richtung und Betrag der von einer Versetzung hervorgerufenen Gitterstörung.

Welche Versetzungsart liegt vor, wenn der Winkel zwischen Burgersvektor und der Versetzungslinie 0° , 45° bzw. 90° beträgt?

0° : $b \parallel s \rightarrow$ Schraubenversetzung ($\odot$)

45° : $b \perp s \rightarrow$ gemischte Versetzung

90° : $b \perp s \rightarrow$ Stufenversetzung ($\perp$)

Wodurch entsteht die Energie einer Versetzung? Wie hängt sie mit dem Burgersvektor zusammen?

1. Durch die elastische Verzerrung des Gitters entsteht ein (Eigen-)Spannungsfeld, in dem elastische Formänderungsenergie gespeichert ist.
2. Die (spezifische) Formänderungsenergie W ist proportional zum Quadrat des Burgersvektors b

Vorlesung 2:

Versetzungsreaktionen:

Kinematik und Energiebilanz:

1.) Kinematik

$$\vec{b}_1 = \vec{b}_2 + \vec{b}_3$$

Beispiel:

$$\boxed{a[100]} = \boxed{\frac{a}{2}[101]} + \boxed{\frac{a}{2}[10\bar{1}]}$$

vollst. vollst. vollst.
Versetzung Versetzung Versetzung

[] für Richtungen () für Ebenen

2.) Energiebilanz

Betrachtung der Energiebilanz zur Bestimmung der Richtung der Versetzungsreaktion:

Aufspaltung $b_1 \rightarrow b_2 + b_3$, wenn $b_1^2 > b_2^2 + b_3^2$

Vereinigung $b_1 \leftarrow b_2 + b_3$, wenn $b_1^2 < b_2^2 + b_3^2$

da $W \sim b^2$

Verzweigende Versetzungslinien:

Die Summe der im Knoten zusammentreffenden Burgersvektoren ist Null.

$$\sum_i \vec{b}_i = 0$$

Versetzungsannihilation:

- Auslöschung zweier Halbebenen verschiedenen Vorzeichens auf gleicher Gleitebene:
 $b_1 + (-b_1) = 0$
- Keine Annihilation bei parallelen Gleitebenen = Dipol (Leerstellenkette)
- Keine Doppelversetzungen mit Burgersvektor $2b$ möglich, da $(2b)^2 > 2b^2$



Einzelversetzungen und Teilversetzungen / Stapelfehler

- Abstoßung von Einzelversetzungen wegen gleichem Spannungsfeld
- vollständige Einzelversetzung auch bestrebt in mehrere (unvollständige) Teilversetzungen aufzuspalten, aber dann Burgersvektoren von unvollständigen Versetzungen -> lokalen Gitteränderungen -> Energie erforderlich
- Entstehung von Teilversetzungen hängt vom Gittertyp ab
- Teilversetzungen im krz-Gitter weitaus seltener als im kfz-Gitter

Stapelfehler: normale Reihenfolge der übereinander liegenden, dichtest gepackten Gitterebenen durch Teilversetzungen gestört; Stapelfehlerenergie aber nicht groß genug um Aufspaltung in Teilversetzungen zu Unterbinden

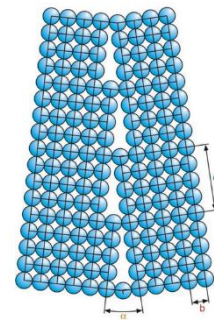
Schneiden von Versetzungen:

- Beim Schneiden von Stufenversetzungen miteinander entstehen Stufen und Kinken
- Beim Schneiden von Schraubenversetzungen entstehen immer Stufen
- Kinke: geschnittene Versetzung behält ihre Gleitebene bei, kann ungehindert weitergleiten (Richtung der Burgersvektoren gleich)

- Stufe: Geschnittene Versetzung verändert Ihre Gleitebene (Richtung der Burgersvektoren unterschiedlich)

Kleinwinkelkorngrenzen:

- Gleichartige Stufenversetzung übereinander
- Trennen Kristallbereiche, die um den Winkel α zueinander geneigt sind
- Bei HT-Verformung oder Kristallerholung (Anlassen)
- Kohärente Korngrenzen = dem Gitterabstand entsprechende Korngrenzen
- Auftreten bis $d \geq 10b$ (sonst Großwinkelkorngrenzen)
- Polygonisation: Viele KWKGn hintereinander ergeben ein Subkornstruktur



$$\alpha \approx \tan \alpha \approx b/d$$

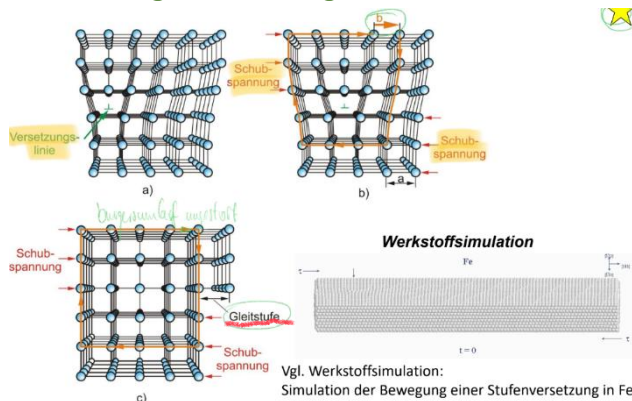
$$\alpha < 15^\circ$$

b: Burgersvektor (hier $b=a$)
d: Abstand zweier Versetzungen

Zwillingsgrenzen:

- Vollständig kohärente Korngrenze (KG)
- Orientierung spiegelbildlich
- Grenzfläche = Spiegelebene
- Sind durch Teilversetzungen bei Verformung, Erstarrung oder Rekristallisation entstanden
- Entstehen bei niedrigen Temperaturen und hoher Verformungsgeschwindigkeit

Versetzungswanderung:



Vgl. Werkstoffsimulation:
Simulation der Bewegung einer Stufenversetzung in Fe

Verformungsmechanismus:

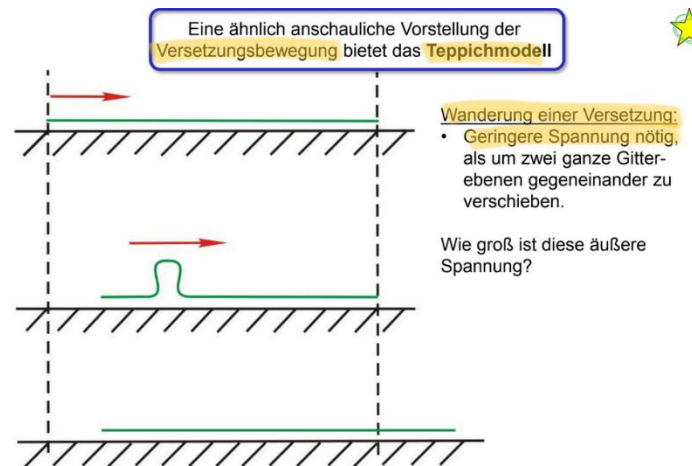
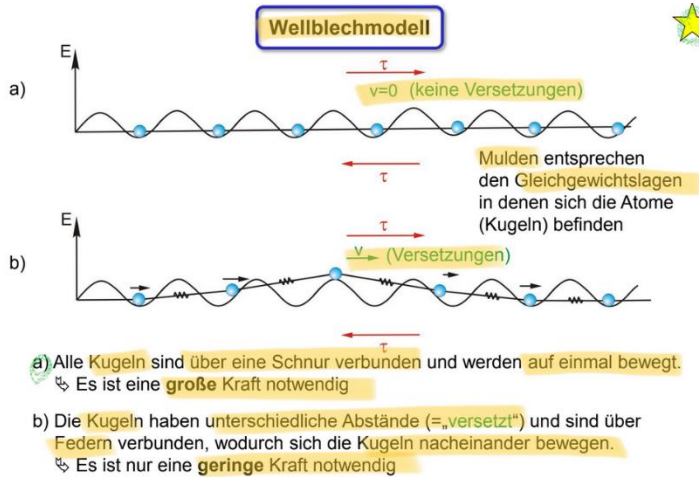
Verschiebung einer Gitterebene in idealem Gitter:

- Verformung nicht durch das Verschieben ganzer Atomlagen gegeneinander unter gleichzeitiger Bewegung aller Atome einer Lage, sondern Bleibende Formänderung durch Wandern von Versetzungen
- Nach Durchlaufen des Kristalls kommt es zur Auflösung der Versetzung & es bildet sich eine Stufenartige Verformung an der Oberfläche

$$\tau_{th} \sim \frac{G}{10}$$

$$\tau_{exp} = \frac{\tau_{th}}{(10^2 - 10^3)}$$

- Gitter nicht fehlerfrei, sondern Versetzungen: diese durch von außen aufgebracht
Spannung in Bewegung



Peierls-Spannung und -Energie:

- Spannung, um Versetzungen zum Wandern zu bringen
- Wird aus äußerer Kraft bestimmt
- (Extrem empfindlich gegen die Form des Stoffgesetzes)
- τ_0 bisher zwar theoretisch, aber nicht praktisch zuverlässig bestimmbar
- τ_0 ist umso niedriger, umso geringer der Burgersvektor ist (Wegen W proportional zu b^2) -> Versetzungsbewegung somit in dichtest belegter Gitterebene

Energie, die durch Aufbringen einer äußeren Kraft überwunden werden muss, damit sich die Versetzungen bewegen.

Peierls-Spannung: $\tau_0 = \frac{2G}{1-\mu} e^{-\frac{2\pi}{1-\mu} \frac{a}{b}}$

a = Gitterabstand
 b = Burgersvektor
 μ = Poissonzahl (0,3)
 G = Schubmodul (80 GPa)

τ_0 reagiert sehr empfindlich auf das Verhältnis a/b

Aufgabe 3:

Wodurch wird der Ablauf einer Versetzungsreaktion bestimmt?

- Durch eine **kinematische** Bedingung:

Konstante Vektorsumme:

$$\vec{b}_1 = \vec{b}_2 + \vec{b}_3 + \dots$$

- Durch eine **energetische** Bedingung:

→ Ablauf in Richtung des niedrigeren Energieniveaus:

$$\vec{b}_1 \leftrightarrow \vec{b}_2 + \vec{b}_3 + \dots \begin{cases} \rightarrow b_1^2 > b_2^2 + b_3^2 + \dots \\ \leftarrow b_1^2 < b_2^2 + b_3^2 + \dots \end{cases}$$

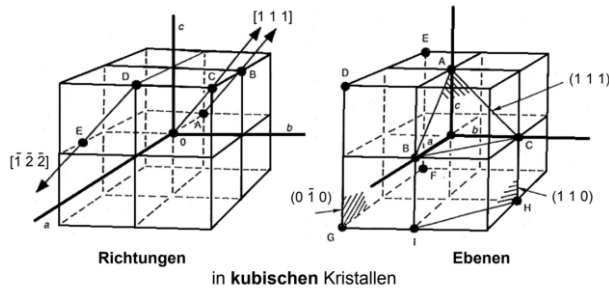
Welche Auswirkungen haben Versetzungen auf die zur plastischen Verformung nötigen Schubspannung?

Durch die Existenz von Versetzungen ist die zur plastischen Verformung nötige Schubspannung um den Faktor 100 – 1000 herabgesetzt, weil nicht ganze Gitterebenen gleichzeitig bewegt werden müssen.

$$\tau_{exp} = \frac{\tau_{th}}{(100 \div 1000)}$$

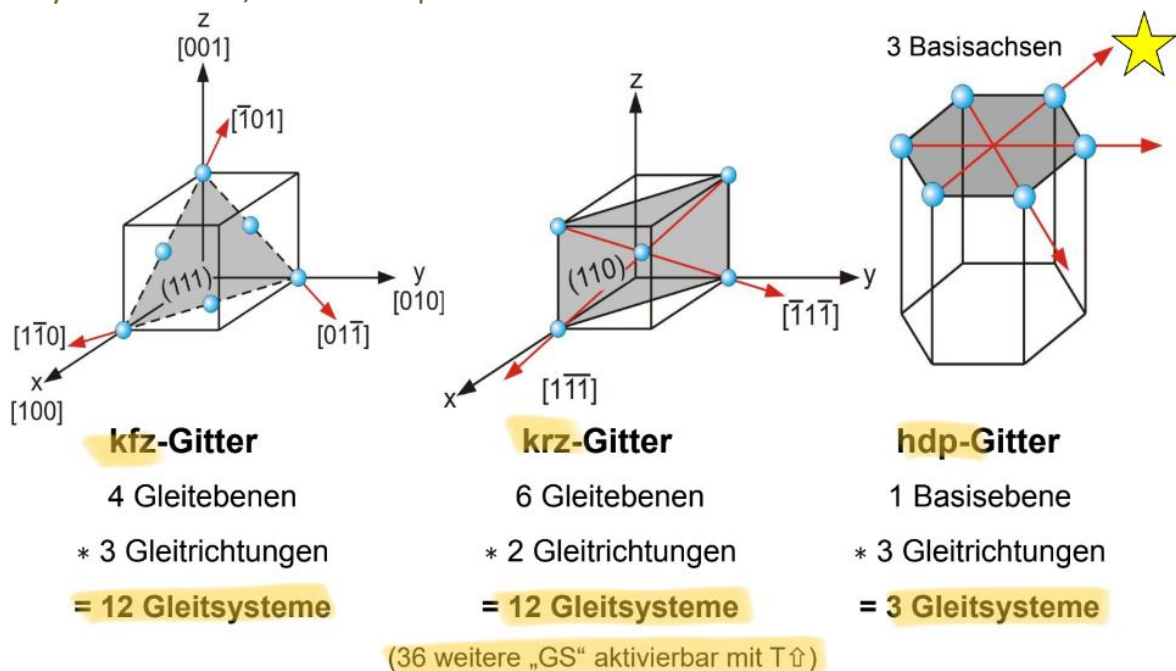
Vorlesung 3:

Bezeichnung von Richtungen und Ebenen:



kfz: Kubisch-raumzentriert
krz: Kubisch-flächenzentriert
hdp: Hexagonal-dichtest gepackt

Gleitsysteme in kfz-, krz- und hdp-Gitter:



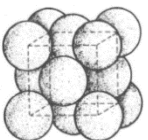
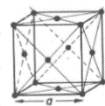
Gleitsystem = Gleitebene (dichtest besetzte Gitterebenen)

x Gleitrichtung (dichtest besetzte Gitterrichtungen)

- kfz: Al, Cu, Ni, austenitische Stähle
- krz: Fe, Mo, W, ferritische Stähle
- hdp: Mg, Zn, Ti

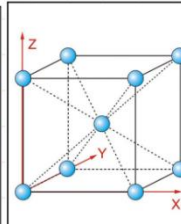
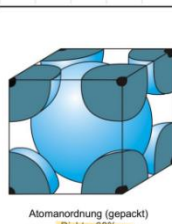
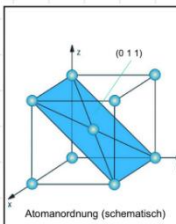
KFZ-Gitter:

Gittertyp	Elementarzelle	exemplarisch		Gleitsysteme
		Gleit-ebene	Gleit-richtung	
kfz (Al, Cu, Ni, austen. Stähle)		(111) Oktaeder-Ebene dichtest belegte Ebene	[101] Flächen-Diagonale dichtest belegte Richtung in GE	4+3=12
	Aufbau aus: (Ecken sind an der 1/8 Stelle) $N = 8 (\text{Ecken}) + 1/8 (\text{Atome}) \cdot 8 = 1$ $+ 6 \cdot 1/2 (\text{Atom Elementarzellen-Flächenmitte}) = 4 \text{ Atome pro Elementarzelle}$ Elemente mit kfz-Gitterstruktur: γ -Fe (von 911°C bis 1392°C), Cu, Al, Ni, Pb, Ag, Au, Ir, β -Co (über 430°C)			

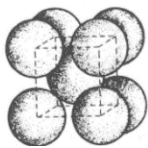
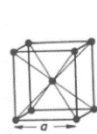


KRZ-Gitter:

Gittertyp	Elementarzelle	exemplarisch		Gleitsysteme
		Gleit-ebene	Gleit-richtung	
krz (Fe, Mo, W, ferrit, Stähle)		(110) dichtest gepackt (112) (123) nicht dichtest belegte Ebenen	[111] [111] Raumdiagonale dichtest belegte Richtung	$6 \cdot 2 = 12$ (~36) $12 \cdot 1 = 12$ $24 \cdot 1 = 24$

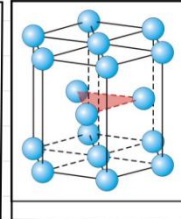
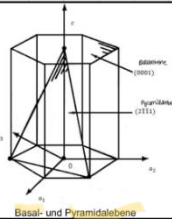
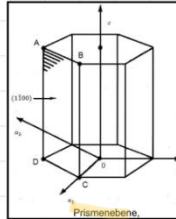


Aufbau aus:
 $N = 8 \text{ (Ecken)} \cdot 1/8 \text{ (Atome)} + 1 \text{ (Atom Elementarzellenmitte)} = 2 \text{ Atome pro Elementarzelle}$
Elemente mit krz-Gitterstruktur:
 $\alpha\text{-Fe}$ (unter 911°C)
 $\delta\text{-Fe}$ (über 1392°C)
 Cr
 Mo
 W
 V
 Ta
 $\beta\text{-Ti}$ (über 885°C)

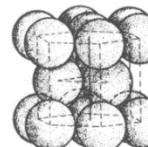


HDP-Gitter:

Gittertyp	Elementarzelle	exemplarisch		Gleitsysteme
		Gleit-ebene	Gleit-richtung	
hdp (Mg, Zn)		Basis-ebenen	Basis-achsen	$1 \cdot 3 = 3$



Besteht aus:
 3 hexagonalen Elementarzellen (***) und 3 Atomen in der Zwischenebene
 $N = 12 \text{ (Ecken)} \cdot 1/6 \text{ (Atome)} + 2 \cdot 1/2 \text{ (Atom Elementarzellen-Flächenmitte)} + 3 \text{ (Atome der Zwischenebene)} = 6 \text{ Atome pro Elementarzelle}$
Elemente im hdp System:
 $\text{Mg, Cd, Zn, Be, } \alpha\text{-Ti}$ (unter 885°C)
 $\alpha\text{-Co}$ (unter 430°C)



Packungsdichte P:

Packungsdichte P

$$P = \frac{V_A}{V_B} \quad V_A = \text{Volumen der Atome}$$

$$V_E = \text{Volumen der Elementarzelle} = a^3$$

Kugelvolumen: $V_K = \frac{4}{3} \pi r^3$

Kugelradius: krz: $\frac{1}{4}$ der Raumdiagonalen

$$r = \frac{\sqrt{3} \cdot a}{4}$$

kfz: $\frac{1}{4}$ der Flächendiagonalen

$$r = \frac{\sqrt{2} \cdot a}{4}$$

Packungsdichte P

krz: **2 Atome/Zelle**

kfz: **4 Atome/Zelle**

$$P = 2 \cdot \frac{4}{3} \pi \left(\frac{\sqrt{3}a}{4} \right)^3 \cdot \frac{1}{a^3} = \frac{\sqrt{3} \cdot \pi}{8} = 0,68$$

$$P = 4 \cdot \frac{4}{3} \pi \left(\frac{\sqrt{2}a}{4} \right)^3 \cdot \frac{1}{a^3} = \frac{\sqrt{2} \cdot \pi}{6} = 0,74$$

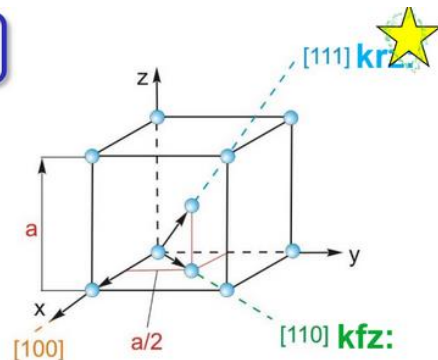
$$P(\text{krz}) = 68\%$$

$$P(\text{kfz}) = P(\text{hdp}) = 74\%$$

Gleitsysteme bestimmen die Verformungsfähigkeit (RT):

- krz: hoch
- kfz: mittel (wegen hoher Energie & geringerer Packungsdichte)
- hdp: niedrig (1 Gleitebene mit 3 Richtungen)

Durch steigende Temperatur werden weitere Gleitsysteme aktivierbar



Wirkende Schubspannung τ :

Schmid'sches Schubspannungsgesetz:

$$\tau_0 = \sigma_0 \cdot \cos \lambda \cdot \cos \lambda$$

$$\tau_0 = \frac{F}{A} \cdot \cos \lambda \cdot \cos \lambda$$

$$\tau_0 = \sigma_0 \cdot \mu \quad (\text{Orientierungsfaktor})$$

$$\tau_0 = \frac{F_g}{A_g}, \quad F_g = F \cdot \cos \lambda, \quad A_g = \frac{A}{\cos \lambda}$$

λ - Lage der Zugachse p zur Normalen der Gleitebene n

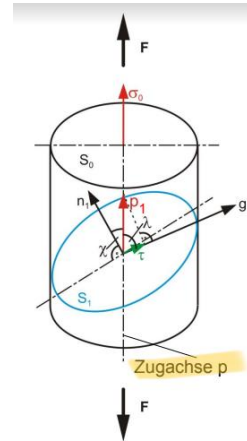
λ - Lage der Zugachse p zur Gleitrichtung g

Schubspannung wird maximal in der Gleitebene:

$$\lambda = \lambda = 45^\circ \rightarrow \sigma_0 = 2\tau_{\max} = 2\tau_0 (= \sigma_{\min}) \rightarrow \text{Abgleiten setzt ein}$$

Schubspannung wird minimal in der Gleitebene:

$$\lambda = 0^\circ \text{ oder } \lambda = 90^\circ \rightarrow \tau_0 = 0 = \tau_{\min} \quad (\sigma_{\max} = \infty)$$



Einkristall und Vielkristall:

Einkristall: Die Höhe der Normalspannung σ_0 bei Fließbeginn (σ_F) hängt stark von der Orientierung des Einkristalls relativ zu σ_0 ab.

- Anisotropie der EKs
- Viele Versetzungen (im Vergleich zum Whisker)
- Niedrige Streckgrenze

Vielkristall (Polykristall, PK): Fließspannung σ_F wird wegen der willkürlichen Orientierung der Kristalle „ausgemittelt“

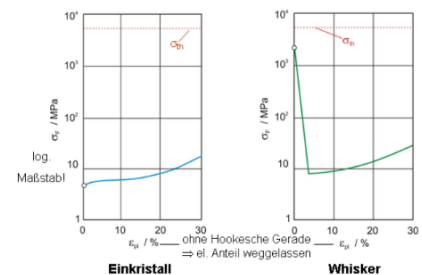
- Quasi-isotropes Verhalten der Polykristalle
- Wesentlich höhere „mittlere“ Fließspannung als beim Einkristall



Bei kfz-Gittern z.B. hat jedes der 12 Gleitsysteme i. allg. einen anderen Orientierungsfaktor. Das GS mit dem höchsten Faktor wird zuerst aktiviert.

Vergleich Einkristall – Whisker (fadenförmiger Einkristall, „Haarkristall“):

- Bestätigt, dass plastische Verformung auf dem Wandern von Versetzungen beruht
- Einkristall: Enthält eine große Anzahl von Versetzungen -> niedrige Streckgrenze
- Whisker: Versetzungsdichte nahezu 0 (vor Verformung) -> 5% elast. Verformung -> theo. Festigkeit wird erreicht, dann bilden sich Versetzungen -> spontaner Abfall



Plastische Verformung:

- Mikroskopisch: Abgleitung
- Makroskopisch: Fließen
- Setzt ein, wenn
 - Gleitsysteme eine Abgleitung ermöglichen (z.B. unter 45° zur Belastungsrichtung)
 - Die Schubspannung im Gleitsystem kritischen Wert τ_0 erreicht
- **Einkristall:**
 - $\tau_0 = \tau_1$: Beginn der Abgleitung

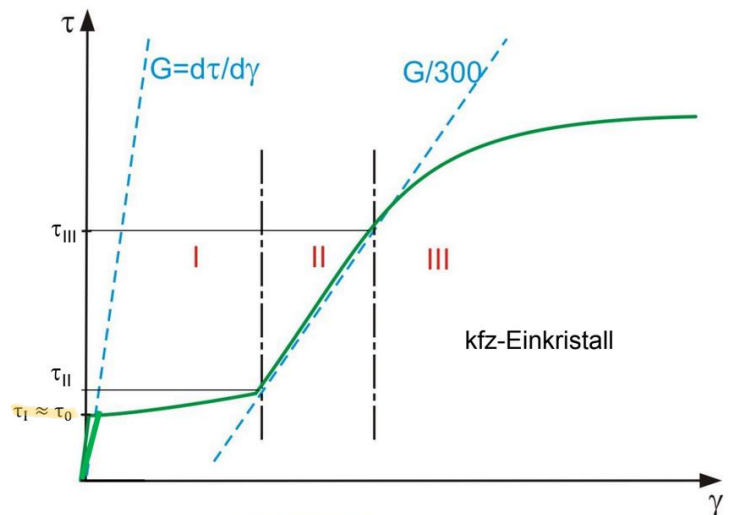
~~$\tau > \tau_0$: Abgleitung setzt sich fort~~

- Wenn plastische Verformung in Gang gekommen ist
 - Abgleitung sollte unter etwa gleicher Schubspannung τ_0 ablaufen, bis alle aktivierten Versetzungen den ganzen Kristall durchquert haben (Gleitstufen an Oberfläche)
 - Einkristall: So orientiert, dass die ganze Abgleitung in ein und demselben Gleitsystem stattfindet (Einfachgleitung) -> gesamte plastische Verformung läuft bei annähernd konstanter Schubspannung ab.
- **Dies trifft in der Praxis aber nur teilweise zu**

Schubspannungs-Abgleitungs-Kurve eines kfz-Einkristalls:

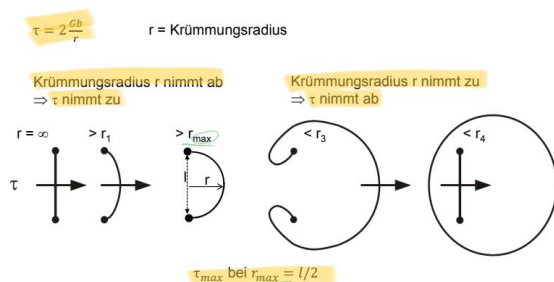
Einkristall (EG)

- Bereich 1: easy glide: vorhandene Versetzungen werden bei τ_1 aktiviert und wandern ungehindert durch den Kristall
- Übergang zu Bereich 2:
 - Weniger gleitfähige Versetzungen werden aktiviert
 - Ungünstige Gleitsysteme
 - Neue Versetzungen werden erzeugt (Frank-Read-Quellen)
- Bereich 2: lineare Verfestigung: geschlossene Versetzungsringe entstehen an festgehaltenen Versetzungslinien (Frank-Read-Quellen)
- Bereich 3: abnehmende Gleitung:
 - Hindernisse werden umgangen
 - Verlassen der Ursprünglichen Gleitebene und Übergang zu anderen Gleitebenen
 - (Quergleitung von Schrauben Versetzungen und Klettern von Stufenversetzungen)



Frank-Read-Quelle:

Eine an zwei Punkten festgehaltene Versetzungslinie wird unter Spannung τ zur Versetzungsquelle.

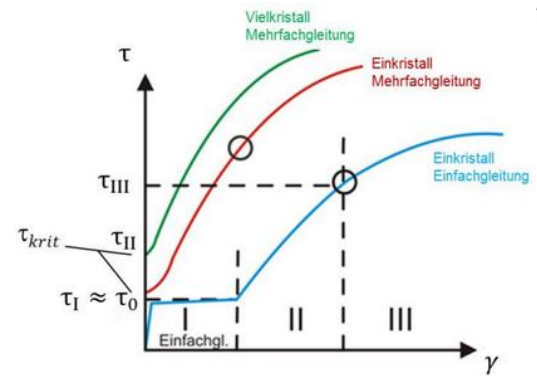


Mehrfachabgleitung und *Vielkristall*:

Übergang: Einkristall (EG) -> Einkristall (MG) -> Vielkristall (MG)

Einkristall, Mehrfachabgleitung (MG): Mehrere Gleitsysteme tragen zur Verformung bei

- Bereich 1 fehlt
- $\tau_1 > \tau_0$ (Einfachgleitung)
- Steigung in Bereich 2 und Spannung τ_3 nehmen zu



Vielkristall, Mehrfachabgleitung (MG):

- Kurve weiter nach oben verschoben (Korngrößen zusätzlich wirksam)
- Zur plastischen Verformung im Vielkristall sind nach Taylor jeweils 5 voneinander unabhängige Gleitsysteme erforderlich. Erst wenn τ_{krit} überall erreicht ist, tritt plastische Verformung ein.

Taylorfaktor:

Kritische Schubspannung τ_1 für den Beginn der Abgleitung aufgrund statistisch verteilter Orientierungen der Kristallite beim Vielkristall größer

Umrechnung kritischer Schubspannung τ_0 in kritische Normalspannung σ_0 :

(Mit Annahme gleicher Häufigkeit aller Orientierungen relativ zur äußeren Spannung σ aus kritischer Schubspannung des Einkristalls ergibt sich die Streckgrenze des Kristallhaufwerks zu:)

$$\sigma_0 = 3,06 * \tau_0$$

(Gültigkeit: Vielkristall mit unendlich großer Korngröße bzw. für eine mittlere Orientierung der Gleitsysteme eines Einkristalls.)

⇒ Korngröße hat Einfluss auf die Streckgrenze

Aufgabe 5:

Was ist ein Gleitsystem?

Gleitsystem: Kombination einer Gleitebene mit einer Gleitrichtung in dieser Ebene

Erklären Sie die Verfestigung metallischer Werkstoffe im Bereich 2 der (τ, γ) -Kurve?

Bereich 2:

- Weitere, weniger gleitfähige Versetzungen und / oder ungünstigere orientierte Gleitsysteme werden aktiviert.
- Neue Versetzungen werden erzeugt (z.B. durch Frank-Read-Quellen), wodurch sich die Versetzungen zunehmend gegenseitig behindern.

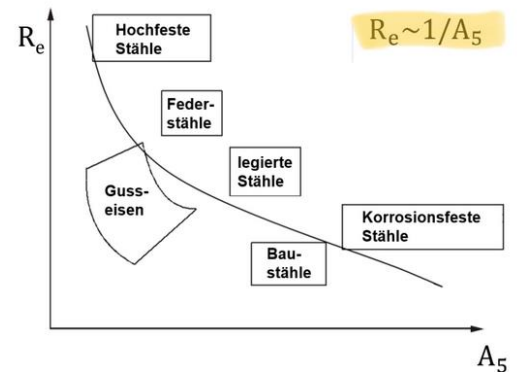
Vorlesung 4:

Metallische Werkstoffe:

Werden wegen ihrer mechanischen Belastbarkeit eingesetzt

Ziel: Verbesserung von Werkstoffeigenschaften ^{mit}:

- **Festigkeitssteigerung**
 - Streckgrenze R_e
 - Zugfestigkeit R_m
 - Dauerschwingfestigkeit σ_D , σ_W
 - Bruchdehnung A_5 [%]: Bleibende Verformung nach dem Bruch
- **Grenzen der Festigkeitssteigerung:**
 - Theoretische obere Grenze: $\sigma_{th} = G/10 = 8100 \text{ N/mm}^2$ (Fe, idealer Kristall, ohne Versetzungen)
 - Tatsächliche Streckgrenze: $R_e = 5 - 10 \text{ N/mm}^2$ (α -Fe-Einkristall); $R_e = 100 - 150 \text{ N/mm}^2$ (Elektrolyt-Eisen)
- **Problem:** Festigkeitssteigerung R_e ist mit einem Rückgang der plastischen Verformungsfähigkeit A_5 verbunden
- **Folgen:** die Betriebssicherheit des Werkstoffes sinkt; die Duktilität des Werkstoffes nimmt ab



→ Bei der Festigkeitssteigerung eines Werkstoffs ist Vorsicht geboten, da der Werkstoff dabei an Duktilität verliert.

Statische Beanspruchung:

Streckgrenze R_e ist die maßgebende Größe:

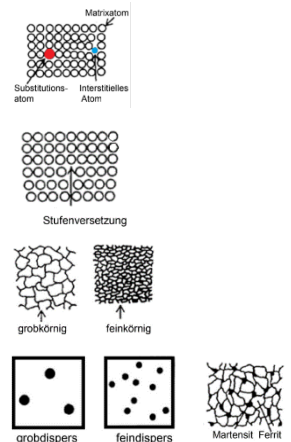
- **Ziel:**
 - Erhöhung der Streckgrenze
 - Bei geringer Beeinträchtigung der Verformungsfähigkeit
- Streckgrenze bezeichnet Beginn der plastischen Verformung (ausgelöst durch Bewegungen von Versetzungen)
- Ziel der Entwicklung hochfester Werkstoffe:
 - Versetzungsbewegung durch Gefügeänderungen erschweren

$$R_e \uparrow, A_5 \sim \text{const.}$$

Verfestigungsmechanismen:



Ausdehnung	Größenord.	Hindernisart	Härtungsmechanismus
0-dimensional	0,1-1 nm (Fe: 0,248nm)	substituierte oder eingelagerte Legierungsatome	Mischkristallbildung
1-dimensional		Versetzungen	Kaltverfestigung (Verfestigung durch Erzeugung von Versetzungen)
2-dimensional	$d \sim 10^2 \text{ nm}^2$ (=100nm ²)	Korngrenzen, Zwillingsgrenzen	Kornverfeinerung (Feinkornhärtung, Korngrenzenhärtung)
3-dimensional	$10^3\text{-}10^4$ (=1µm-10µm)	Teilchen weiterer Phasen	Teilchenhärtung, Ausscheidungshärtung, Dispersionshärtung



Mischkristallbildung:

Mischkristalle sind eine **feste** Lösung aus Atomen von mindestens **zwei** Elementen

Substitutions-Mischkristall	Einlagerungs-Mischkristall
Atome des Legierungselementes ersetzen die Atome des Wirtsgitters.	Atome des Legierungselementes lagern sich auf den Zwischengitterplätzen des Wirtsgitters ab.
<u>Voraussetzung:</u> Atomradius Legierungselement $\approx$ Atomradius Wirtsatom und chemische Ähnlichkeit	<u>Voraussetzung:</u> Atomradius Legierungselement $\ll$ Atomradius Wirtsatom

↳ Wirtsgitter wird **mehr oder weniger verzerrt** $\Rightarrow$ **lokales Spannungsfeld**

↳ Dadurch **Härte- und Festigkeitssteigerung**

Bildung von „Cottrell“-Wolken (Fremdatomwolken):

- ➔ Anlagerung von Zwischengitteratomen bevorzugt im Spannungsfeld von versetzungen
- ➔ Versetzung wird Festgehalten
- ➔ Um von Cottrell-Wolke loszureißen ist höhere Energie notwendig

⇒ **Erhöhung der Streckgrenze durch Mischkristallbildung:**

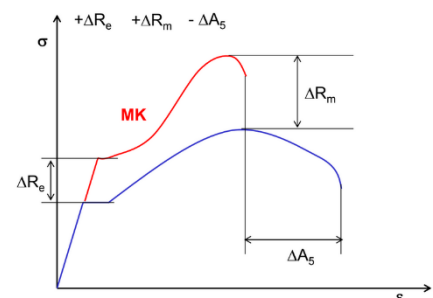
$$\Delta\sigma_{MK} = a * G * c^{1/2}$$

a = Konstante für Härtewirkung eines Legierungselementes

G = Schubmodul

c = Konzentration der gelösten Atome

↳ **Führt zu einer Erhöhung der Verfestigungskurve**





Kaltverfestigung:

Plastische Verformung -> Neubildung von Versetzungen (z.B. an Korngrenzen oder durch Frank-Read-Quellen) -> Erhöhung der Versetzungsdichte

Kausalkette

Zunehmende Wechselwirkung zwischen den Versetzungen -> Verfestigung

⇒ **Erhöhung der Streckgrenze durch Kaltverfestigung:**

$$\Delta\sigma_V = \alpha * G * b * \rho^{1/2}$$

α = Konstante $\approx 0,5$

G = Schubmodul

b = mittlerer Burgersvektor

ρ = Versetzungsdichte

Vergl. Skript S. 24 für Einkristall:

$$\tau_V = \tau_0 + Gb\sqrt{\rho}$$

Formel

~~Durch Kaltverfestigung wird Streckgrenze erhöht~~

Auswirkung plastischer Verformung: durch vorweg durchgeführte elastisch-plastische Verformung erreicht man:

Auswirkung elast.-plast. Vorverformung

1. Vergrößerung des elastischen Bereichs auf Kosten der plastischen Verformungsfähigkeit
2. Erhöhung der ertragbaren Spannungsamplitude bei Schwingbeanspruchung als Folge der durch Eigenspannung herabgesetzten Mittelspannung σ_m (Haupt)

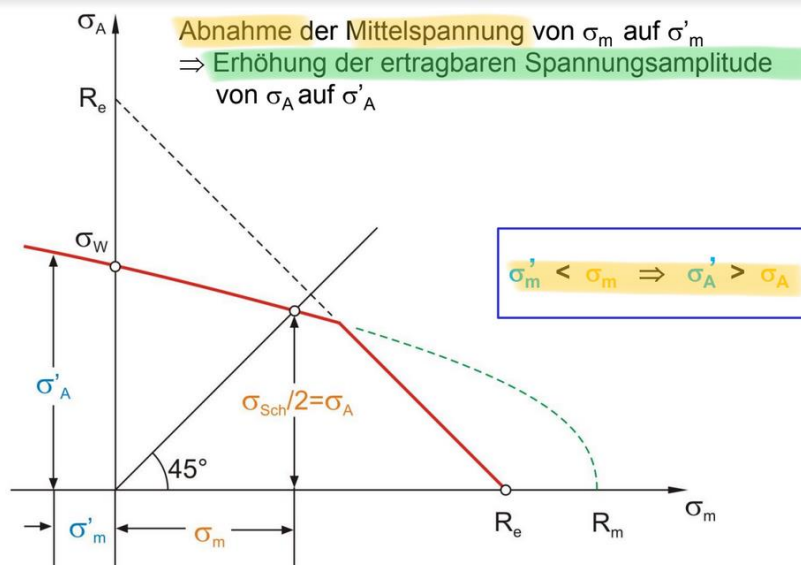
Mittel zur Festigkeitssteigerung, wenn andere Verfahren nicht anwendbar sind, zum Beispiel bei reinen Metallen.

Eigenspannungen:

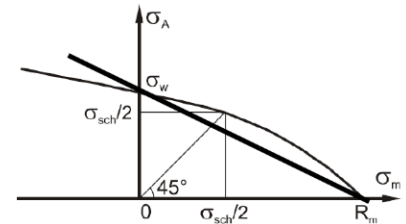
Spannungen, die in einem Bauteil ohne äußere Belastung vorhanden sind, entstanden nach ungleichmäßiger elastisch-plastischer Verformung aus mechanischer oder thermischer Belastung.

Eigenspannungen	Kennzeichen: Inhomogene Verteilung	Beispiel	maßgebend für
I. Art (makroskopische Eigensp.)	in makroskopischen Bereichen (~ mm)	Biegestab, Kerbstab, Oberflächenverfestigung, Schweiß-Eigenspannungen	Festigkeitsverhalten (Bauteil $\Rightarrow$ Fest.berechnung) (Fließkurve)
II. Art (mikroskopische Eigensp.)	von Korn zu Korn (v. a. bei heterogenen Gefügen)	Bauschinger-Effekt	Werkstoffverhalten (mech. Verhalten) (Phasenspez. ESn.) Übergang fließend
III. Art (nanoskopische Eigensp.)	innerhalb eines Kornes	Versetzungen (Korngrenzen, Phasengrenzen)	Werkstoffeigenart (Lokale ESn.)

Dauerfestigkeitsschaubild nach Haigh:



Im plastisch verformten, kaltverfestigten Werkstoffzustand ist eine höhere Betriebsbelastung bei gleicher Sicherheit zulässig.



Kaltverfestigung und Bauschinger-Effekt:

Vorverformungen müssen unter gleichen oder ähnlichen Bedingungen wie später im Betrieb ablaufen hinsichtlich:

- Temperatur
- Beanspruchungsgeschwindigkeit
- Beanspruchungsrichtung

Warum?

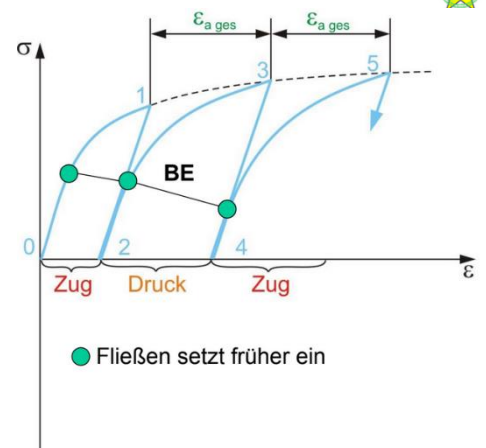
- Verteilung der Versetzung hängt stark von der Temperatur, der Geschwindigkeit und der Richtung der Verformung ab
- Falls keine gleichen Bedingungen wie im Betrieb: unterschiedliche Versetzungsstrukturen, Vorverformung und Betriebsbeanspruchung gehen nicht „lückenlos“ ineinander über

Zu vermeiden ist: Vorverformung des Werkstoffes bei RT und Einsatz bei tiefen Temperaturen

Bei unterschiedlicher Beanspruchungsrichtung: Fließen setzt im Betrieb bei niedrigerer Spannung ein $\rightarrow$ **Bauschinger-Effekt**; Extremfall wenn Vorverformung und Weiterverformung entgegengesetzt (Zug/Druck) sind $\rightarrow$ Fließen setzt schon weit vor Erreichen der Druckfließgrenze ein.

Bauschinger-Effekt:

- Drückt die **Anisotropie** (Richtungsabhängigkeit) der Werkstoffverfestigung aus (bis hin zur Entfestigung bei Lastumkehr)
- Tritt mit steigendem Kohlenstoffgehalt immer stärker in Erscheinung
- Wirkt sich hauptsächlich auf **Streckgrenze**, kaum auf Zugfestigkeit, Härte, Bruchdehnung und Einschnürung aus
- Ist **temperaturabhängig**, d.h., der Bauschinger-Effekt wird mit steigender Temperatur und Haltezeit reduziert $\rightarrow$ **Anlassbehandlung** (8h/550°C)



- **Zu beachten bei kaltgezogenen, nicht angelassenen Werkstücken unter Wechselbeanspruchung (Zug/Druck, Biegung, Torsion im Zeitfestigkeitsbereich)**

Ursachen für den Bauschinger-Effekt:

- **Versetzungsanhäufungen:** Bei Umkehr der Beanspruchungsrichtung wird wegen der gegenseitigen Abstoßung der Einzelversetzungen die Gleitung in Gegenrichtung begünstigt; Versetzungsanordnung ist zwar stabil (sonst elastische Rückfederung), aber das Eigenspannungsfeld begünstigt die Rückverformung (Rückweg durch Hinweg schon gebahnt) **(Reine Metalle)**
- **Innere Verspannungen** zwischen verschiedenen Phasen (Masing-Modell)



Kornverfeinerung:

- Körner können sich nicht unabhängig voneinander verformen (sonst entstehen Risse oder Hohlstellen)
- Verformung ist orientierungsabhängig
- Orientierung im Vielkristall ist regellos
 - Versetzungsaufstau an Korngrenzen bei Verformung
 - Spannungskonzentration, immer bedeutsamer mit abnehmender Korngröße

Hall-Patch-Gleichung:

$$R_e = \sigma_0 + k \cdot d^{-1/2}$$

σ_0 : Reibspannung
 k : Korngrenzenwiderstand
 d : Korndurchmesser

Erhöhung der Streckgrenze:

$$\Delta\sigma_{KG} = k \cdot d^{-1/2}$$

Abhängigkeiten:

Temperatur $\downarrow$: $\sigma_0 \uparrow$ $k \uparrow$
 Verf. Geschw. $\uparrow$: $\sigma_0 \uparrow$ $k \approx \text{const.}$ (Lüders)
 Gehalt Leg.el. $\uparrow$: $\sigma_0 \uparrow$ $k \approx \text{const.}$ (MK)
 Vorverformung $\uparrow$: $\sigma_0 \uparrow$ $k \downarrow$ (KV)

Einstellen der Korngröße:

- Legieren geringer Mengen an Al, Va, Ti, Nb -> Bildung stabiler Oxid, Carbid, Nitride
- Lösungsglühen (ca. 900°C) -> O, C und N in feinsten Verteilung ausgeschieden
- Keime für die Rekristallisation & Hindern Kornwachstum (feines Korn -> zähes Gefüge)
- **Feines Korn -> höhere Streckgrenze -> weniger C nötig -> weniger Perlit -> Verringerung der Aufhärtung**
- **Feinkornstähle neigen weniger zur Aufhärtung bei Abkühlung** (ausgeprägtere Keimwirkung)

Auscheidungshärtung:

Prinzip und Voraussetzungen:

Aus einem Mischkristall werden fein verteilte Partikel ausgeschieden -> Behinderung der Versetzungsbewegung -> erhöht $R_{0,2}$

Mischkristalle, bei denen die Löslichkeit der Legierungselemente mit abnehmender Temperatur sinkt (Fe-Cu; Al-Cu)

Partikel müssen zur Härtesteigerung beitragen



Festigkeitssteigerung hängt ab von:

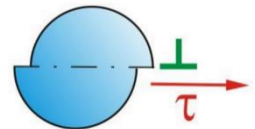


- Größe
- Form
- Verteilung
- Eigenschaften

... der Ausscheidungen. Die **Arte der Wechselwirkungen** übt ebenfalls einen Einfluss auf die Steigerung der Festigkeit aus. Zwei Stück:

Schneidmechanismus:

Ausscheidungen werden geschnitten/abgeschert und in die plastische Verformung mit einbezogen.

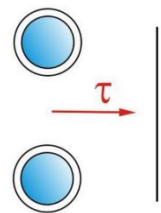


- Es entstehen keine neuen Versetzungen
- Querschnitt der Teilchen verringert sich (Hinderniswirkung nimmt ab)
- Tritt ein bei kleinem Abstand und weichen Ausscheidungen
- Erhöhung der Streckgrenze R_e :

$$\Delta\sigma_T = \alpha * \frac{\gamma * r}{b * D}$$

Umgehungsmechanismus/Orowanmechanismus:

Ausscheidungen werden von Versetzungen umgangen und nehmen nicht an der plastischen Verformung teil. (Bildung von Versetzungsringen vgl. Frank-Read-Quellen)



- Es müssen neue Versetzungen gebildet werden
- Gleitebenen verfestigen sich zusätzlich
- Tritt auf bei großem Abstand und hoher Härte der Ausscheidungen
- Erhöhung der Streckgrenze R_e :

$$\Delta\sigma_T = \alpha * G * b * D^{-1}$$

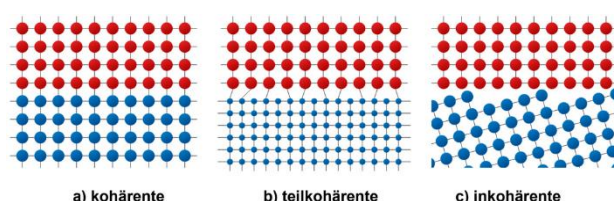
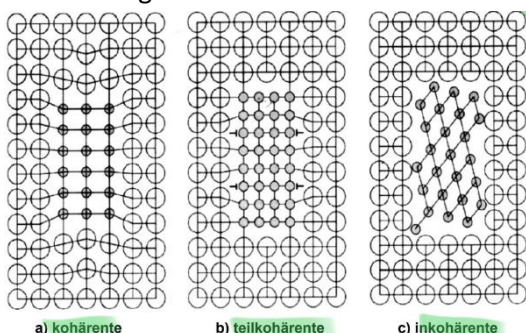
α : Konstante
 b : Burgersvektor
 G : Schubmodul
 D : Abstand der Ausscheidungen (Teilchen)
 d_p : Teilchendurchmesser
 f : Volumenanteil der Teilchen
 γ : Grenzflächenenergie
 r : Radius der geschnittenen Ausscheidung

Festigkeitserhöhung ist beim Umgehungsmechanismus sehr viel größer als beim Schneiden

Art der Ausscheidung hat auch Einfluss auf Festigkeitssteigerung:



- Kohärent: Ausscheidung und Gitter haben gleiche/ähnliche Gitterstruktur
 - Inkohärent: Ausscheidung und Gitter haben unterschiedliche Gitterstruktur
- Behindern die Versetzungsbewegung stärker als kohärente Ausscheidungen -> Erhöhung von R_e größer



a) kohärente

b) teilkohärente

c) inkohärente

a) kohärente

b) teilkohärente

c) inkohärente

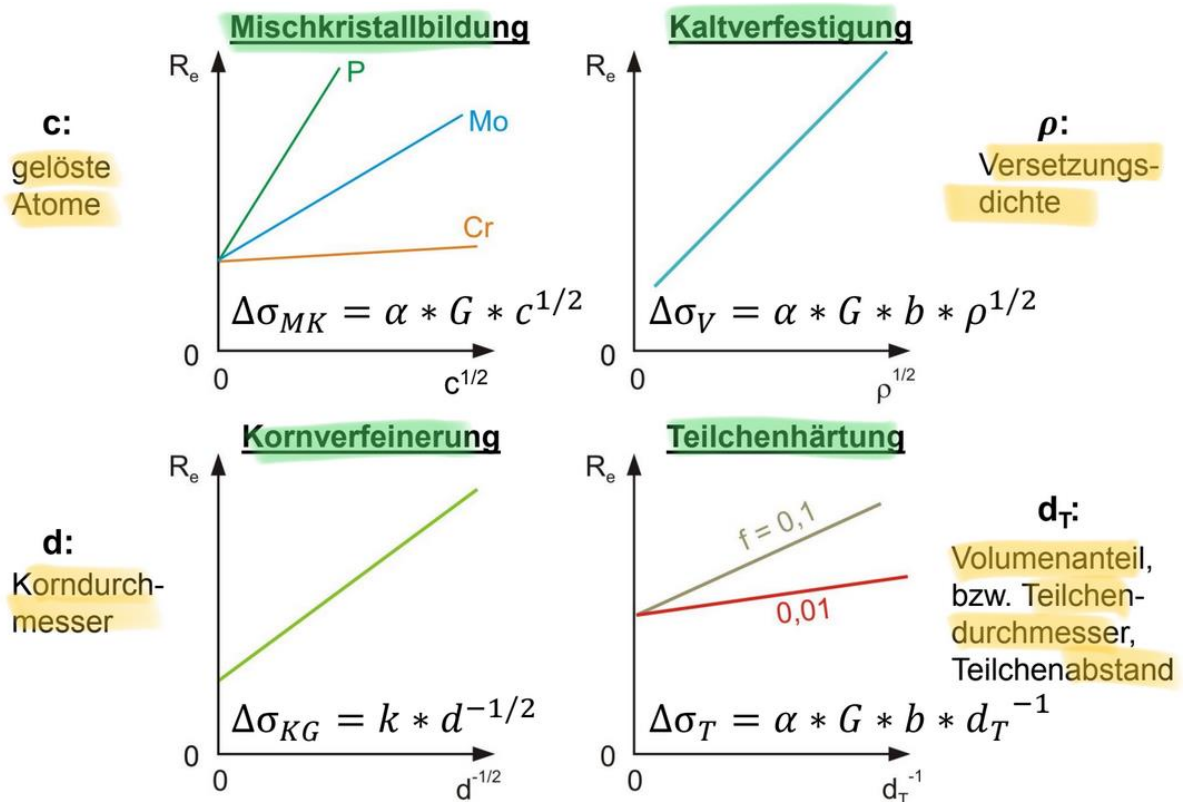
Ausscheidungshärtung ist von großer Bedeutung bei: Nichteisenmetallen; Stahl (+ warmfeste St; - unerwünschte Versprödung); Mikrolegierte Stähle

Kombiniert Verfahren:



Hohe Streckgrenze zu erwarten, wenn folgendes gelingt:

- **Konzentration der gelösten Atome erhöhen** $c \uparrow$
- **Werkstoff verfestigen durch Versetzungen** $\rho \uparrow$
- **Korngröße vermindern** $d \downarrow$
- **Abstand zwischen den Teilchen klein halten** $D \downarrow$



$$R_e = \sigma_0 + \Delta\sigma_{MK} + \Delta\sigma_V + \Delta\sigma_T + \Delta\sigma_{KG}$$

Al-Legierungen

Stähle

Warmfeste Stähle

Mikrolegierte Stähle

Wirkungsvolle Kombination verschiedener Härtungsmechanismen gelingt nur teilweise

Aufgabe 6:

Wodurch entsteht eine Kaltverfestigung?

Durch Erhöhung der Versetzungsdichte bei plastischer Verformung und die damit gegenseitige Behinderung bei der Bewegung von Versetzungen.

Was muss im Hinblick auf die später Betriebsbelastung beachtet werden, wenn die Kaltverformung zur Festigkeitssteigerung des Werkstoffes angewandt werden soll?

1. Plastisches Verformungsvermögen ist durch die vorherige Kaltverformung z.T. schon verbraucht.
2. Bei Verformung und Betriebsbelastung sollen Temperatur, Beanspruchungsgeschwindigkeit und Beanspruchungsrichtung übereinstimmen.

Beschreiben Sie den Bauschinger-Effekt.

Erniedrigung der absoluten Fließspannung bei Lastumkehr oder weniger ausgeprägt – bei Änderung der Belastungsrichtung, Richtungsabhängigkeit bei der Werkstoffverfestigung.

Worauf ist dieser Effekt zurückzuführen?

1. Versetzungsanhäufungen bei der Belastung, wodurch die Gleitung in Gegenrichtung begünstigt wird.
2. Auf Eigenspannungen zwischen verschiedenen harten Gefügebestandteilen (heterogene Phasen), z.B. Ferrit/Perlit

Wie können die Auswirkungen des Bauschinger-Effekts verhindert oder vermindert werden?

Durch eine Glühbehandlung bei 500° - 600°C/8h/Ofen (Anlassen, Spannungsarmglühen)

Aufgabe 7:

Welche grundlegende Voraussetzung muss für die Ausscheidungshärtung erfüllt sein?

Voraussetzung für Ausscheidungsvorgänge sind Mischkristalle, bei denen die Löslichkeit der Legierungsatome mit sinkender Temperatur abnimmt, z.B. Fe-Cu oder Al-Cu („Übersättigung“).

Durch welche Mechanismen wird bei ausscheidungshärtenden Werkstoffen die Festigkeitssteigerung bewirkt?

1. Behinderung der Versetzungsbewegung durch ausgeschiedene Teilchen
2. Wechselwirkungen zwischen Teilchen und Versetzungen, wobei:
 - a. Die ausgeschiedenen Teilchen werden von Versetzungen geschnitten (Schneidmechanismus)
 - b. Die ausgeschiedenen Teilchen werden von Versetzungen umgangen (Umgehungsmechanismus (Orowan)); dabei entstehen neue Versetzungen

Nennen Sie einige Beispiele für unerwünschte Ausscheidungshärtung.

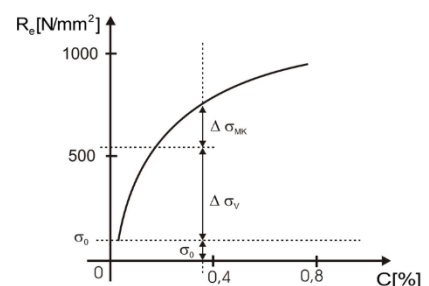
Alterung, Blausprödigkeit, Anlassversprödung, „stress relief cracking“

Auf welche Grundmechanismen lässt sich die Umwandlungshärtung von Stahl zurückführen?

Umwandlungshärtung durch Martensitbildung.

Martensitbildung:

1. Mischkristallhärtung durch interstitielle (zwangsgelöste) C-Atome
2. Neubildung von Versetzungen (ca. 10^{10} cm^{-2})



Vorlesung 5:

Werkstoffverhalten:

Beschreibt die Art und Weise der Formänderung bis zum Bruch bei äußerer Beanspruchung.

- Meist werden nur plastisch verformbare Werkstoffe betrachtet

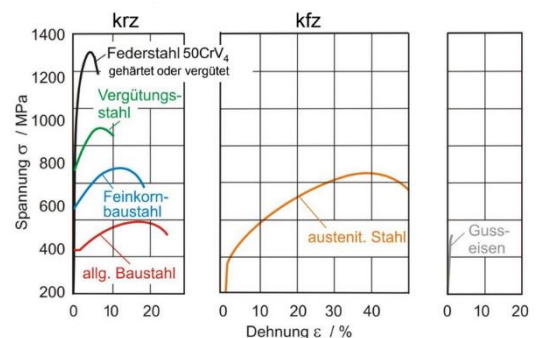
Wovon hängt das Werkstoffverhalten unter mechanischer Belastung im Wesentlichen ab:

- Spezifischen Werkstoffeigenschaften (Werkstoffeigenart: spröde/zäh, strukturabhängig, Mikrostruktur) (innere Bedingung)
- Spannungszustand (Belastungs- und formabhängig) (äußere Bedingung)
- Temperatur (Umgebungsabhängig) (äußere Bedingung)
- Beanspruchungsgeschwindigkeit (Umgebungsabhängig) (äußere Bedingung)

Zugversuch:

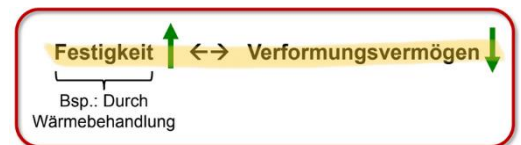
Zeigt die spez. Eigenschaft der Werkstoffe: zäh/duktile oder spröde

- Stähle besitzen ein ausgeprägtes Formänderungsvermögen (duktile; krz)
- Austenitische Stähle: hohes Verformungsvermögen, Re niedrig, Rm hoch (kfz)
- Gusseisen (spröde), Verhalten bis zum Bruch fast nur elastisch



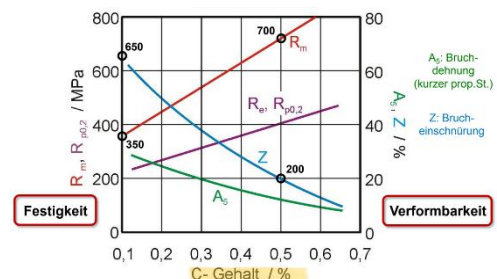
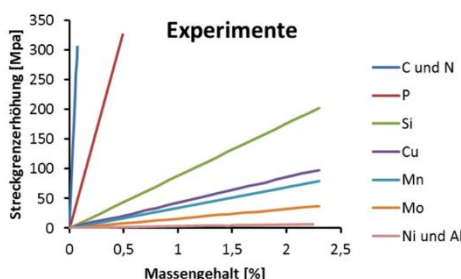
Das $\sigma - \epsilon$ - Diagramm charakterisiert:

- Festigkeit und Formänderungsvermögen des Werkstoffs
- Kennwerte: E, μ , Re, Rm, A5, Z
- Ein und derselbe Werkstoff kann unterschiedliche $\sigma - \epsilon$ - Diagramme abhängig vom Gefügestand aufweisen



Legierungszusätze:

- Sie erlauben Variationen der Werkstoffeigenschaften in weiten Grenzen
- C ist wichtigster Legierungszusatz für Stahl (Mischkristall-Verfestigung)
 - C in Fe dient zur Festigkeitssteigerung
 - C ist zur Erzielung ausreichender Festigkeit unerlässlich und gilt daher nicht als Legierungselement im engeren Sinne



Einfluss der Kaltverformung:

Vorwegnahme der plastischen Verformung

1. Formänderungsvermögen nimmt ab
2. Festigkeit steigt an

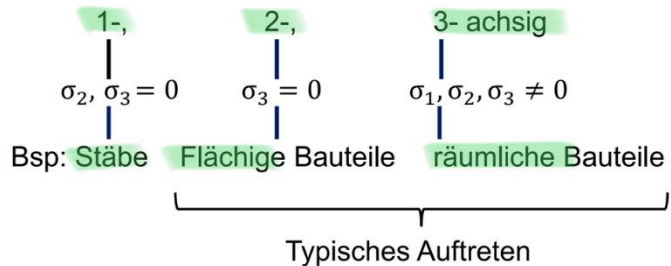
Die Zugfestigkeit nimmt mit der Vorverformung zu, weil:

1. Durch Querverformung/Querdruck wird (bei unterdrückter Einschnürung) eine sehr hohe Verfestigung erreicht
2. Anstieg von F_{max} aufgrund erhöhter Versetzungsdichte (erhöhte Wechselwirkung zwischen den Versetzungen)

Mohrscher Spannungskreis:

Spannungszustand ist die Reaktion des Bauteils auf äußere Belastung.

Er ist charakterisiert durch 3 Hauptspannungen: $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$



- Der Mohrsche Spannungskreis ist die anschauliche, graphische Darstellung des Spannungszustandes.
- Jeder Kreis beschreibt den Spannungszustand in der von den beiden zugehörigen Hauptspannungen (σ_1, σ_2) aufgespannten Ebene
- Jeder Punkt A auf dem Kreis kennzeichnet

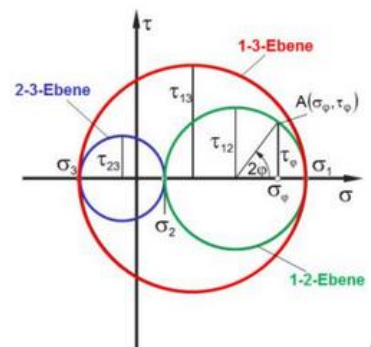
- σ_ϕ = Normalspannung
- τ_ϕ = Schubspannung

in einer bestimmten, durch den Winkel ϕ festgelegten Schnittfläche senkrecht zu dieser Ebene

- Der Mohrsche Spannungskreis zeigt anschaulich den Einfluss des Spannungszustandes auf das Werkstoffverhalten

Bsp.:

- Die Kreise beschreiben den Spannungszustand in den von den zugehörigen Hauptspannungen aufgespannten Ebenen. Diese Ebenen stehen paarweise senkrecht zueinander
- Alle drei Hauptspannungen sind verschieden und ungleich 0
- Indizierung $\sigma_{max} = \sigma_1 = \max.$ Normalspannung
 $\tau_{max} = \tau_{13} = \max.$ Schubspannung ($(\sigma_1 - \sigma_3)/2$)



$$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3 \neq 0$$

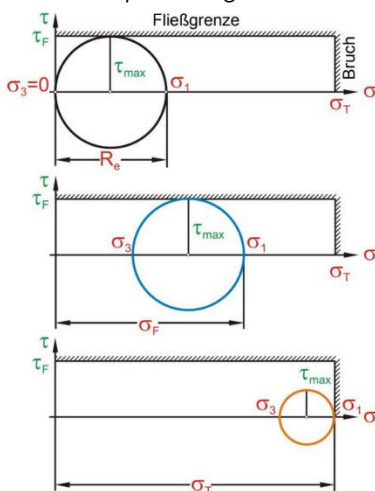
$$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$$

$$\sigma_1 \perp \sigma_2 \perp \sigma_3$$

(Konvention)

$\tau_{12max} = \tau_{max}$ in der (1,2)-Ebene usw.
"Hauptschubspannungen"

Spannungszustand:



1- und 2-achsig
Spannungszustand
 $\tau_{max} = \tau_F$ $\sigma_1 = R_e < \sigma_T$

3-achsig
Spannungszustand
 $\tau_{max} = \tau_F$ $\sigma_1 = \sigma_F < \sigma_T$

stark 3-achsig
Spannungszustand
 $\tau_{max} < \tau_F$ $\sigma_1 = \sigma_T$

Fließen (Schubspannungshypothese (SH)):

- SH: $\tau_{max} = \tau_F$ (für **duktile** Werkstoffe)
 $\sigma_1 - \sigma_3 = R_e = \sigma_V(SH)$ mit $R_e = 2\tau_F$ (ein- oder zweiachsig)
 $\neq 0$ für 3-achsig

Bruch (Normalspannungshypothese (NH)):

- NH: $\sigma_{max} = R_m$ (für **spröde** Werkstoffe) $\sigma_V = (NH)$

- Plastisches Fließen oder Bruch tritt ein bei Erreichen einer der beiden Grenzlinien (größter Spannungskreis ist maßgebend)

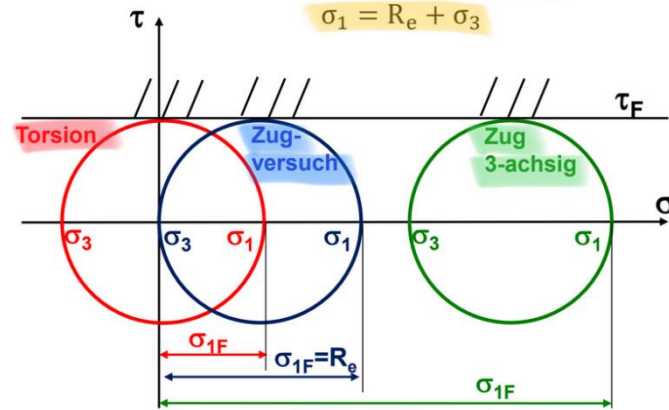
1- oder 2-achsiger Spannungszustand: duktiler Werkstoff fließt bei: $\tau_{\max} = \tau_F$ bzw. $\sigma_1 = R_e$

3-achsiger Spannungszustand: Der Werkstoff fließt bei $\tau_{\max} = \tau_F$ jedoch bei höherer Fließspannung σ_F (wenn $\sigma_3 > 0$). Ein stark dreiachsiger Spannungszustand hat zur Folge, dass $\sigma_1 = \sigma_T$ bei $\tau_{\max} < \tau_F \rightarrow$ Bruch ohne jegliche plastische Verformung.



3-achsige Spannungszustände können auftreten in dicken Bauteilen mit inhomogener Spannungsverteilung aus behinderter Querdehnung, sowie durch ungünstige Eigenspannungen (Schweißen), eventuell überlagert

Fließen nach SH bei: $\sigma_V = \sigma_1 - \sigma_3 = R_e$
 $\sigma_1 = R_e + \sigma_3$



Zugversuch: $\sigma_3 = 0$; $\sigma_{1F} = R_e$

Zug 3-achsig: $\sigma_3 > 0$; $\sigma_{1F} = R_e + \sigma_3$

Torsion: $\sigma_3 = -\sigma_1 = \frac{R_e}{2}$; $\sigma_{1F} = \frac{R_e}{2}$

Mohrsche Hüllparabel:

- Spannungskreis berührt zuerst τ_F -Linie (=Fließgrenzkurve) $\rightarrow$ Fließen vor Bruch
- Spannungskreis berührt erst Hüllparabel $\rightarrow$ Sprödbbruch (ohne plastische Verformung)
- Schnittpunkt von Fließgeraden und Hüllparabel $\rightarrow$ Trennung zwischen Verformungs- und Sprödbbruch

Sprödbbruch = Trennbruch:
 Gitterebenen werden unter der Wirkung von Normalspannungen getrennt

Verformungsbruch = Gleitbruch, Schiebungsbruch: Abgleiten von Gitterebenen unter der Wirkung von Schubspannungen

Gleitreibung (innere Reibung) hervorgerufen durch eine auf die Gleitebene wirkende Normalspannung σ :

- Zugspannung = Verminderung der Gleitfestigkeit
- Druckspannung = Erhöhung der Gleitfestigkeit

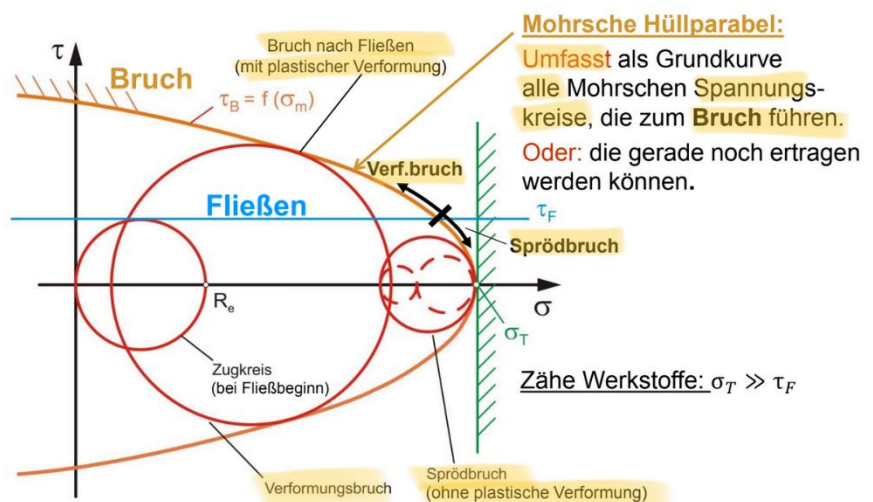
Einfluss der Temperatur:

Hohe Temperaturen:

- $T \uparrow \rightarrow R_e, R_m \downarrow, A_5 \uparrow$

Ausnahme sind Stähle mit niedrigem Kohlenstoffgehalt bei T um 250°C $\rightarrow$ R_m durchläuft Maximum, Z und A5 durchlaufen ein Minimum = Blausprödigkeit: hervorgerufen durch N-Ausscheidungen im Gefüge (vor allem bei unlegierten Stählen)

Bei der Blauwärme (200°-300°C) nimmt der Stahl eine Blaufärbung an.



Mohrsche Hüllparabel:

Umfasst als Grundkurve alle Mohrschen Spannungskreise, die zum Bruch führen.

Oder: die gerade noch ertragen werden können.

Zähe Werkstoffe: $\sigma_T \gg \tau_F$



Vermeidung durch beruhigtes Vergießen (Zugabe von Al, V, Ti, Nb -> bilden Oxide und Nitride) -> Ausscheidung von N wird unterbunden.

Blausprödigkeit und PLC-Effekt:



Mittlere Temperatur bei der (bei N- und C- haltigen Stählen) eine Versprödung bei gleichzeitiger Blauverfärbung auftritt.

Temperatur bei der die Atome gerade noch mit der Versetzung mitwandern können

- Bei tieferen Temperaturen reißen sich die Versetzungen von den Fremdatomen los
- Bei höheren Temperaturen können die Fremdatome leicht mitwandern
- ➔ Erhöhung der Streckgrenze

= dynamische Reckalterung (Portevin-Le Chatelier Effekt (PLC)):

- ➔ Dynamischer Prozess von Versetzungswanderung und FA-Diffusion
- ➔ Streckgrenzerhöhung durch Diffusion von Fremdatomen

Kristallerholung und Rekristallisation

Es tritt außerdem:

- Kristallerholung (Ausheilen von Versetzungen aufgrund von Kaltverformung durch Reduzierung der Versetzungsdichte) und
- Rekristallisation (Neubildung des verformten Gefüges) auf:

unlegierte Stähle bei $T \approx 450^\circ\text{C}$

niedriglegierte Stähle bei $T \approx 550^\circ\text{C}$

hochlegierten Stähle bei $T \approx 650^\circ\text{C}$.

Ab diesen Temperaturbereichen findet keine Verfestigung statt. Der Werkstoff fließt bei gleichbleibender Belastung weiter -> der Werkstoff kriecht.

Tiefe Temperaturen:



- Spezifische Festigkeitskennwerte für tiefe Temperaturen existieren nicht
- Theoretisch müsste bei tiefen Temperaturen die gleiche Beanspruchung erst recht ertragen werden
- Praxis: Stark absinkende Bruchdehnung und Brucheinschnürung mit sinkender Temperatur bei manchen Werkstoffen:
 - Dies tritt ein bei krz (α -Fe, unlegierten und niedriglegierten Stählen) und bei hdp Gittern, nicht aber bei kfz (austenitische Stähle, Al, Cu, Ni) Werkstoffen
- Praktisch relevant ist das Werkstoffverhalten bei tiefen Temperaturen wegen der Sprödbrittheit, welche den plötzlichen Verlust des plastischen Verformungsvermögens bedeutet
- Dafür verantwortlich sind hohe Spannungen (Spannungsspitzen), die in der Festigkeitsberechnung über die Sicherheitsbeiwerte berücksichtigt werden
- Spannungsspitzen (über R_e) können darüber hinaus auftreten bei:
 - Stoßbelastungen
 - Infolge von Eigenspannungen (z.B. bei Schweißkonstruktionen)
 - Ungefährlich solange der Werkstoff noch ausreichend plastisch verformbar ist

Übergangstemperatur:

Temperatur bei der bei abnehmender Temperatur zähes in sprödes Verhalten übergeht. Ermittlung im Kerbschlagbiegeversuch.



Einflüsse der Verformungsgeschwindigkeit:

- Formänderungswiderstand = $f(v)$ steigt mit v = Verformungsgeschwindigkeit
Ursache: plastische Verformung braucht Zeit!
- $v \uparrow \rightarrow$ Formänderungswiderstand $\uparrow$, Übergangstemperatur (T_u) $\uparrow$
- Formänderungswiderstand $\uparrow \rightarrow R_e \uparrow, R_m \uparrow$
Z und A_5 bleiben zunächst konstant oder nehmen leicht ab $\rightarrow A_v \uparrow$
(A_v = Arbeitsaufnahme bis zum Bruch)
- Erst bei Verformungsgeschwindigkeiten, wo $R_e \approx R_m$ gilt, tritt ein starker Abfall der Verformungswerte Z und A_5 auf $\rightarrow$ Spröbruch (ausgeprägt bei tiefen Temperaturen)

Aufgabe 8:

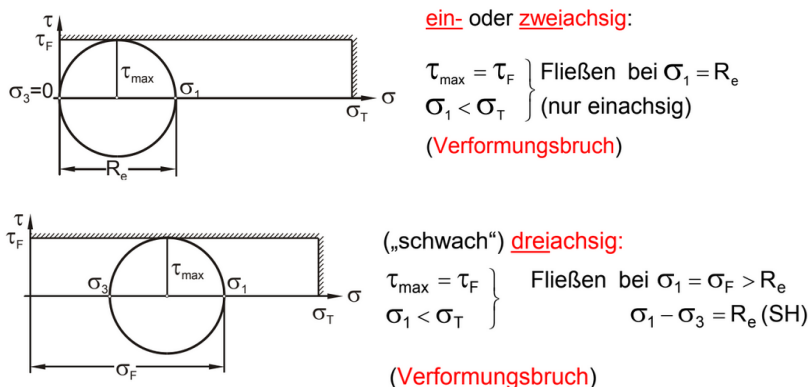
Welches sind die wesentlichsten Einflussgrößen auf das Werkstoffverhalten unter mechanischer Belastung?

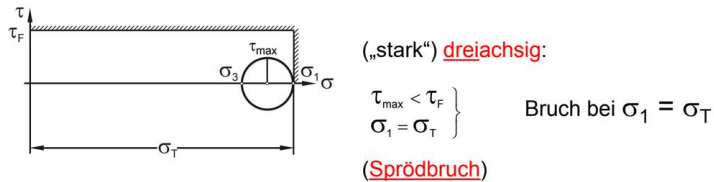
- Innere Bedingung/strukturabhängig:
 - Spezifische Werkstoffeigenschaften („Eigenart“)
- Äußere Bedingung/Umgebungsabhängig
 - Spannungszustand (form- oder geometrieabhängig)
 - Temperatur
 - Beanspruchungsgeschwindigkeit

Erläutern Sie mit Hilfe des Mohrschen Spannungskreises den Einfluss des Spannungszustands auf die plastische Verformung und den Bruch eines Bauteils aus zähem Werkstoff.

zäher Werkstoff: $\tau_F \ll \sigma_T$

Spannungszustand dargestellt mit Mohrschen Spannungskreisen:





Welche Versagensart ist bei stetig zunehmenden Spannungen für die folgenden Fälle zu erwarten?

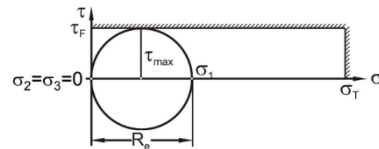
c1) $\sigma_1 > 0, \sigma_2 = \sigma_3 = 0$ Fließen (Zug, einachsrig)

c2) $\sigma_1 = \sigma_2 > 0, \sigma_3 = 0$ Fließen (Zug, zweiachsrig)

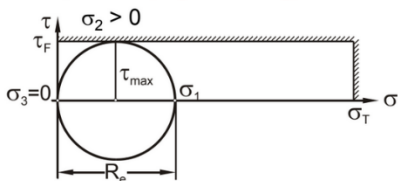
c3) $\sigma_1 > 0, \sigma_2 = 0, \sigma_3 = -\sigma_1$ Fließen (Torsion)

c4) $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 > 0$ Sprödbbruch (hydrostatischer Zug)

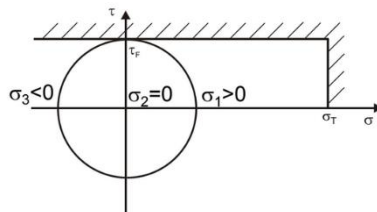
c1) Fließen (Zug einachsrig)



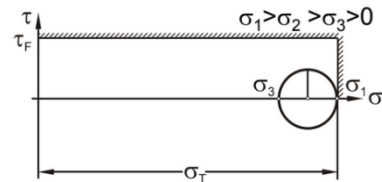
c2) Fließen (Zug zweiachsrig)



c3) Fließen (Torsion)

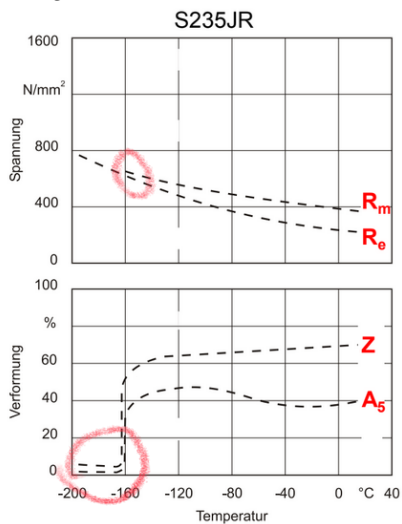


c4) Sprödbbruch (hydrostatischer Zug)



Aufgabe 9:

Skizzieren Sie den qualitativen Verlauf von R_e , R_m , A_5 , und Z über der Temperatur für einen unlegierten Baustahl.



Warum ist bei unlegierten Stählen die Übergangstemperatur der Kerbschlagarbeit wesentlich höher als die der Bruchdehnung und Brucheinschnürung?

Wegen unterschiedlicher Versuchsbedingungen:

A_5 und Z aus Zugversuch: Spannungszustand bis F_{max} einachsrig und homogen, Beanspruchung statisch

Av aus Kerbschlagbiegeversuch: Spannungszustand von Anfan an dreiachsrig/inhomogen, Beanspruchung schlagartig/schärfer, begünstigt Sprödbbruch

Beschreiben Sie die Blausprödigkeit eines Werkstoffs? Worauf ist diese zurückzuführen?
 Vorübergehende Versprödung im Temperaturbereich um 200° - 300°C („Blauwärme“).
 Hervorgerufen durch Ausscheidungen, vor allem mit Stickstoff. (Unterbindung durch beruhigtes Vergießen (mit Al → AlN)).

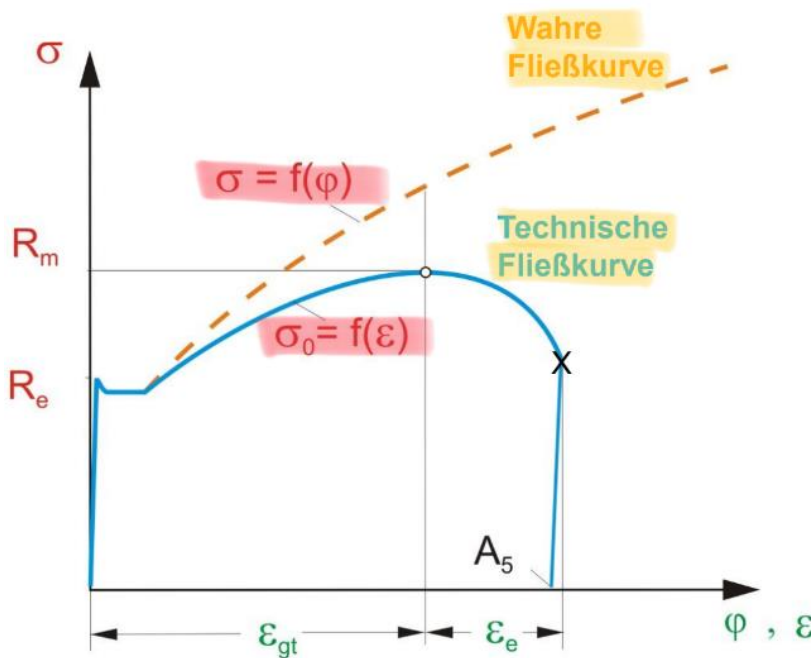
Vorlesung 6:

Zugversuch und Fließkurve

Zugversuch:

- Nach DIN 10002 (genormt): Dehnung einer zylindrischen Probe i.d.R. bis zum Bruch
 - F-Δl-Diagramm wird aufgenommen
 - Unabhängigkeit von der Probengröße wird durch den Übergang zu den bezogenen Größen
 - Spannung $\sigma_0 = F/A_0$
 - Dehnung $\varepsilon = \Delta l/l_0$ erreicht.
 - σ_0 ist eine fiktive Spannung, ε ist eine fiktive Dehnung, da bezogen auf den konstanten Querschnitt A_0 bzw. auf die konstante Ausgangslänge l_0 .
 - Das tatsächliche Werkstoffverhalten wird durch die wahre Spannung und die wahre Dehnung erfasst.
- ➔ Im Zugversuch wird die statische Fließkurve des Werkstoffes ermittelt

Technische und Wahre Fließkurve:



typischer Verlauf der Technischen Fließkurve:

- Linearelastischer Anstieg
- Fließbereich
- Verfestigung
- Höchstlast
- Lastabfall
- Bruch (X)

R_e = Fließgrenze

R_m = Zugfestigkeit

ε_{gt} = Gleichmaßdehnung

ε_e = Einschnürdehnung

A_5 = Bruchdehnung (kurzer Proportionalitätsstab: $l_0/d_0 = 5$)

Um die wahre Spannung zu bekommen, muss die Kraft F auf den jeweiligen Momentanquerschnitt A bezogen werden.

$$\sigma = \frac{F}{A} \leftarrow \text{momentaner Querschnitt}$$

Im Bereich der Gleichmaßdehnung $\varepsilon \leq \varepsilon_g$ gilt:

$$\frac{\sigma}{\sigma_0} = \frac{F/A}{F/A_0} = \frac{A_0}{A} \geq 1$$

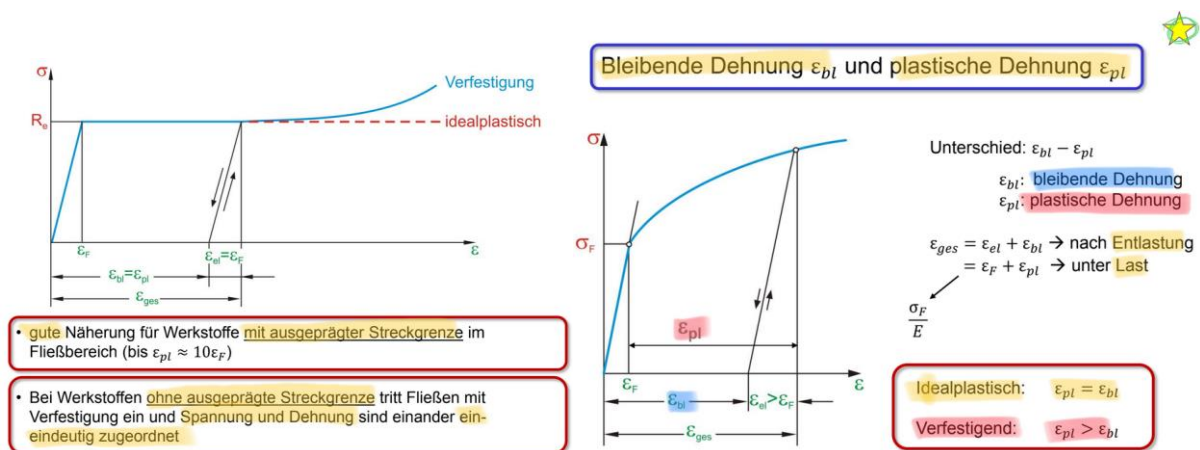
Logarithmische bzw. natürliche Formänderung ϕ :

Im Bereich der Gleichmaßdehnung gilt mit: $\frac{\sigma}{\sigma_0} = \frac{A_0}{A}$

$$\phi = \ln \frac{l}{l_0} = \ln \frac{l_0 + \Delta l}{l_0} = \ln(1 + \varepsilon) \text{ oder } \varepsilon = \exp^{\phi} - 1$$

$$\frac{\sigma}{\sigma_0} = \exp^{\phi_1}$$

Für Festigkeitsberechnung wichtig: elastischer Bereich und der anfängliche plastische Bereich -> Idealisierung der σ - ϵ -Kurve -> als linearelastisch – idealplastischer Werkstoff



Ramberg – Osgood – Gleichung:

Die Ramberg-Osgood-Gleichung beschreibt mit nur einem Ausdruck die Spannungs-Dehnungs-Kurve sowohl im elastischen als auch im elastisch-plastischen Bereich. (Schwaiger und Troost benötigen 2 Teile: Hook'sche Gerade $\sigma = E \cdot \epsilon$ für $0 \leq \epsilon \leq \epsilon_F$; Logarithmische / parabelförmige Kurve angepasst mit C bzw. K für $\epsilon \geq \epsilon_F$)

Ramberg-Osgood: $\frac{\epsilon}{\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\sigma_0} + \alpha \cdot \left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)^n$

Bezugsgrößen: Wertepaare $(\epsilon_0, \sigma_0) = (\epsilon_F, R_e)$ bzw. $(\epsilon_{0,2}, R_{p0,2})$

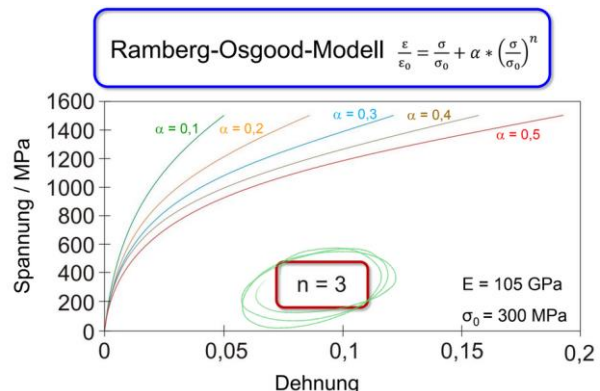
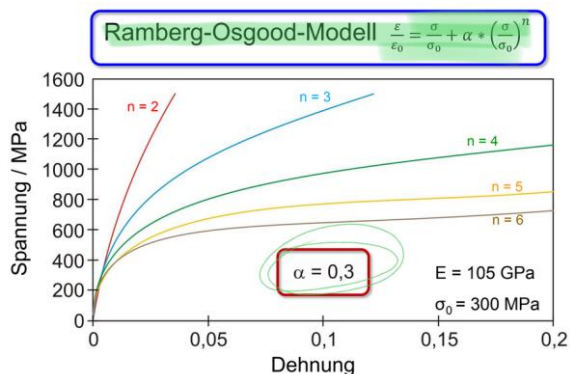
Parameter α und n : müssen an die experimentell ermittelte Fließkurve angepasst werden

- $\alpha = 0 \rightarrow$ rein linear-elastisches Verhalten
- $n = \infty \rightarrow$ idealplastisches Verhalten
- $\rightarrow$ 2 Parameter, d.h. gute Annäherung an die Versuchskurve

Ramberg-Osgood-Modell:

E : E-Modul
 ϵ : Dehnung
 σ : Spannung
 σ_0 : Fließspannung
 n : (inverser) Verfestigungskoeffizient
 α : „Yield Offset“

Somit ist die Dehnung eine Funktion der Spannung



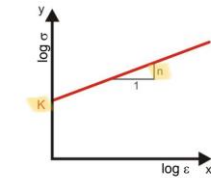
Praktische Ermittlung von α und n :

$$\frac{\epsilon}{\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\sigma_0} + \alpha \cdot \left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)^n$$

$$\log\left(\frac{\epsilon}{\epsilon_0} - \frac{\sigma}{\sigma_0}\right) = \log\left(\alpha \cdot \left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)^n\right)$$

$$\log\left(\frac{\epsilon}{\epsilon_0} - \frac{\sigma}{\sigma_0}\right) = \log \alpha + n \log\left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)$$

$$y = K + nx$$



n ist ein Maß für die Krümmung der σ - ϵ -Kurve ($n \geq 1$)

Bsp.:
20MnMoNi5-5 (Feinkornstahl)
 $0 \leq \epsilon \leq 5\%$ $\alpha = 1,450$; $n = 8,263$
 $0 \leq \epsilon \leq 20\%$ $\alpha = 1,024$; $n = 9,00$

Vergleichsspannung und Vergleichsdehnung

Die Vergleichsspannung σ_v wird über eine Festigkeitshypothese bestimmt.

➔ Überführung des realen, mehrachsigen Spannungszustandes in einen festigkeitsmäßig äquivalenten, fiktiv-einachsigen Spannungszustand

Schubspannungshypothese:

Fließen unter einem mehrachsigen Spannungszustand tritt ein, wenn die größte auftretende Schubspannung τ_{max} einen werkstoffspezifischen Grenzwert erreicht:



$$\tau_{max} = \tau_F = R_e/2$$

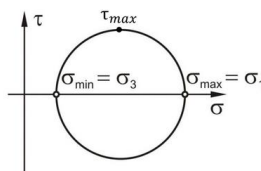
Mohrscher Spannungskreis:

$$\sigma_v = \sigma_{max} - \sigma_{min}$$

$$\sigma_v = \sigma_1 - \sigma_2 (= 2\tau_{max})$$

Festigkeitsbedingung für Fließen:

$$\sigma_v = R_e$$



Gestaltänderungsenergiehypothese:

Plastische Verformungen treten ein, wenn die Gestaltänderungsenergie einen bestimmten Werkstoffkennwert erreicht.



Vergleichsspannung aus Hauptspannungen σ_1 , σ_2 und σ_3 :

$$\sigma_v = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}$$

Festigkeitsbedingung für Fließen:

$$\sigma_v = R_e$$

Vergleichsdehnung aus Hauptdehnungen ϵ_1 , ϵ_2 und ϵ_3 :

$$\epsilon_v = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\epsilon_1 - \epsilon_2)^2 + (\epsilon_2 - \epsilon_3)^2 + (\epsilon_3 - \epsilon_1)^2}$$

Vergleichsdehnung / Vergleichsformänderung nach der GEH			Dehnungs- maß
Spannungszustand dreiaxsig	allgemein	$\varepsilon_v = \frac{1}{\sqrt{2}(1 + \mu)} \sqrt{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2}$ (siehe Folie 6- 53)	ε oder φ
	$\mu = 0,5$	$\varepsilon_v = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2}$	ε oder φ
	$\mu = 0,5$ $\varphi_3 = -\varphi_1 - \varphi_2$	$\varphi_v = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{\varphi_1^2 + \varphi_2^2 + \varphi_1 \varphi_2}$	φ

Vergleichsdehnung / Vergleichsformänderung nach der GEH			Dehnungsmaß
Spannungszustand	allgemein	$\epsilon_v = \frac{\sqrt{(1-\mu+\mu^2)(\epsilon_1^2 + \epsilon_2^2) + (4\mu-1-\mu^2)\epsilon_1\epsilon_2}}{1-\mu^2}$ (Herleitung siehe Aufgabe 13)	ϵ oder φ
	$\mu = 0,3$	$\epsilon_v = \sqrt{0,954(\epsilon_1^2 + \epsilon_2^2) + 0,133\epsilon_1\epsilon_2}$ $\approx \sqrt{\epsilon_1^2 + \epsilon_2^2 + 0,125\epsilon_1\epsilon_2}$	ϵ
	$\mu = 0,5$	$\epsilon_v = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{\epsilon_1^2 + \epsilon_2^2 + \epsilon_1\epsilon_2}$	ϵ oder φ
Dehnungsmaß:			
		$\epsilon_i = \frac{\Delta l_i}{l_{0i}}$ für $\epsilon_i \ll 1$	(„kleine“ Verformungen)
		$\varphi_i = \ln \frac{l_i}{l_{0i}} = \ln(1 + \epsilon_i)$	(„große“ Verformungen)

Aufgabe 12:

Worin unterscheidet sich das übliche Diagramm des Zugversuchs von der Werkstofffließkurve?

Zugversuch:

$$\sigma_0 = f(\varepsilon); \quad \left| \begin{array}{l} \sigma_0 = F/A_0 \\ \varepsilon = \Delta l/l_0 \end{array} \right.$$

(technische σ und ε)

Wahre Fließkurve:

$$k_f = f(\varphi_v); \quad k_f = \sigma_v \text{ ((meist) SH/GEH)}$$

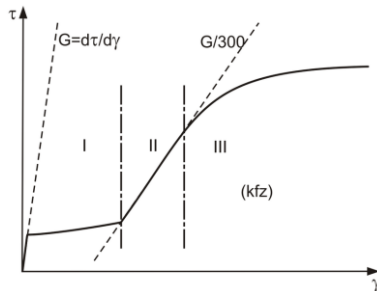
$$\varphi = \ln(l/l_0)$$

$$\varphi_v = \varphi_v(\text{GEH}) = f(\varphi_1, \varphi_2)$$

k_f : Formänderungsfestigkeit

φ_v : Vergleichsformänderung

Wahre Fließkurve: Vergl. Schubspannungs-Ableitungskurve eines kfz-Einkristalls:



Definieren Sie den Begriff der Volumenkonstanz? Welche Auswirkung auf die Dehnung hat sie?

$\Delta V = 0$ (im **plastischen** Zustand ist der Werkstoff **inkompressibel**)

$$\rightarrow \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 = 0$$

$$\text{aus } l_1 \cdot l_2 \cdot l_3 = l_{01} \cdot l_{02} \cdot l_{03}$$

$$\Rightarrow \frac{l_1}{l_{01}} \cdot \frac{l_2}{l_{02}} \cdot \frac{l_3}{l_{03}} = 1$$

$$\ln \frac{l_1}{l_{01}} + \ln \frac{l_2}{l_{02}} + \ln \frac{l_3}{l_{03}} = 0 \Rightarrow \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 = 0$$

$$\Rightarrow \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = 0$$

Vorlesung 7:

Bestimmung der Fließkurve:



Sie beschreibt die Abhängigkeit der Formänderungsfestigkeit k_f vom Umformgrad ϕ : $k_f = f(\phi)$

Einachsiger Spannungszustand:

- k_f = Fließspannung = Formänderungsfestigkeit $\rightarrow k_f = F/A$
- ϕ = Umformgrad = log. Formänderung $\rightarrow \phi = \ln(l/l_0)$

Mehrachsiger Spannungszustand:

- Formänderungsfestigkeit k_f aus Vergleichsspannung (meist) nach SH oder GEH: $k_f = \sigma_v(\text{SH/GEH})$
- Umformgrad ϕ aus Vergleichsformänderung nach GEH: $\bar{\phi} = \varphi_v(\text{GEH}) = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{\varphi_1^2 + \varphi_2^2 + \varphi_1 \varphi_2}$

Gelegentlich statt der Vergleichsformänderung Hauptformänderung:

$$\phi = \phi_H = |\varphi_{\max}|$$

Die Fließkurve des Werkstoffes ist die Grundlage für die Berechnung des Kraft- und Arbeitsbedarfs bei technischen Umformverfahren.

Fließkurven müssen experimentell bestimmt werden, durch:

- Zugversuche

- Stauch-/Druckversuche
- Torsionsversuche

, wobei die Versuchsbedingungen möglichst einfach und übersichtlich sein sollten. (einachsiger Spannungszustand, gleichmäßige Spannungsverteilung)

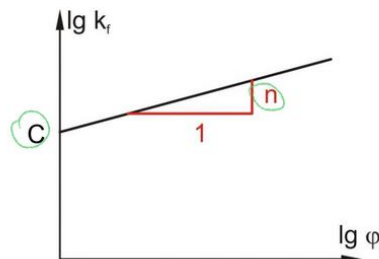
Mathematische Beschreibung der Fließkurven:

Nach Ludwik und Hollomon: Doppeltlogarithmische Auftragung von Formänderungsfestigkeit k_f und Umformgrad ϕ (Einachsiger SZ: Fließspannung $k_f = F/A$, $\log F \cdot \phi = \ln 1/10$). Annäherung der Fließkurve durch Geraden (für Verformungen $0,2 < \phi < 1,0$)

$$k_f = C * \phi^n \text{ (Ludwik, Hollomon)}$$

$$\log k_f = \log C + \log \phi^n$$

$$\log k_f = \log(C * \phi^n)$$



C, n : materialabhängige Konstanten

C : Höhenlage der Fließkurve

n : Verfestigungsexponent = Steigung der Fließkurve

Näherungen: $n = \varphi_g = \ln(1 + \varepsilon_g)$

(vergl. Afg. 11) $C = R_m \left(\frac{e}{n}\right)^n$ mit $e = 2,718$

FÄ = Formänderung

Zugversuch:

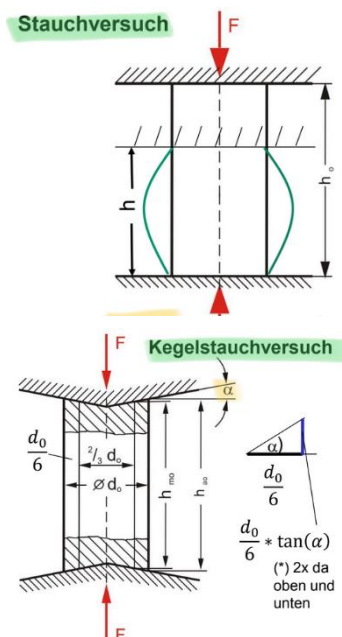
Siehe oben

Stauchversuch:

- Kreiszyindrische Probe wird zwischen 2 Platten zusammengedrückt
- Tonnenförmige Ausbauchung der Probe durch Reibung an den Kontaktflächen
- ➔ Mehrachsiger Spannungszustand und ungleichmäßige Spannungsverteilung

Maßnahmen gegen Ausbauchung:

1. Kegelige Ausführung der Stirnflächen (Kegelstauchversuch, $\alpha = 3^\circ - 6^\circ$) und Schmierung
Erreichbare Umformgrade: $\phi_{\max} = 1,0 \rightarrow \varepsilon = \exp \phi - 1 = \exp 1,0 - 1 = 1,718 = 171,8\%$
2. Probe mit ebenen Stirnflächen mit Schmiertaschen versehen (Rastegaev-Probe)



Torsionsversuch:

- Kreiszyindrischer Stab wird gedreht
- Zusammenhang zwischen Torsionsmoment M_t und Verdrehwinkel α ist zu bestimmen
- Umrechnung von $M_t = f(\alpha)$ über für Zylinder der Länge l und mit Radius r

$$\tau = \tau_t - \frac{1}{4} * \left(\tau_t - \gamma \frac{\partial \tau_t}{\partial \gamma} \right) \text{ mit } \tau_t = \frac{M_t}{W_t}, \gamma = r\alpha/l$$

Für Fließkurve:

- Überführung von τ in k_f und γ in ϕ_v , um auf $k_f = f(\phi_v)$ zu kommen.
- Aus dem Mohrschen Spannungskreis für Torsion ist $\sigma_1 = -\sigma_3 = \tau_{13}$; ($\sigma_2 = 0$)

$$k_f = \sigma_v(GEH) = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_3} = \sqrt{3\sigma_1^2} = \sqrt{3} * \tau$$

$$(\sigma_v(SH) = \sigma_1 - \sigma_3 = 2\sigma_1 = 2\tau)$$

Merkmale des Torsionsversuchs:

- 2-achsiger Spannungszustand mit ungleichmäßiger Spannungsverteilung und inhomogener Verformung
- Keine Änderung der Art des Spannungs- und Formänderungszustandes bis zum Bruch
- Hohe Umformgrade erreichbar
- Nachteil: Komplizierte Theorie (große nichtlineare Verformungen, theoretisch schwer zu erfassen)

Wegen unterschiedlichen Versuchsbedingungen ergeben sich erheblich unterschiedliche Fließkurven aus den verschiedenen Verfahren für ein und denselben Werkstoff. Ursachen?



- Messungenauigkeiten
- Unzutreffende Theorie (Annahmen für die Auswertung)
- Anisotropie
- Reibungseinflüsse
- Temperatureinflüsse
- Geschwindigkeitseinflüsse (Langsam: isotherm; Schnell: Adiabatisch)

Bauschinger-Effekt:



Normalerweise ist die Fließgrenze im Zug und Druck gleich groß: $R_e = \sigma_{dF}$

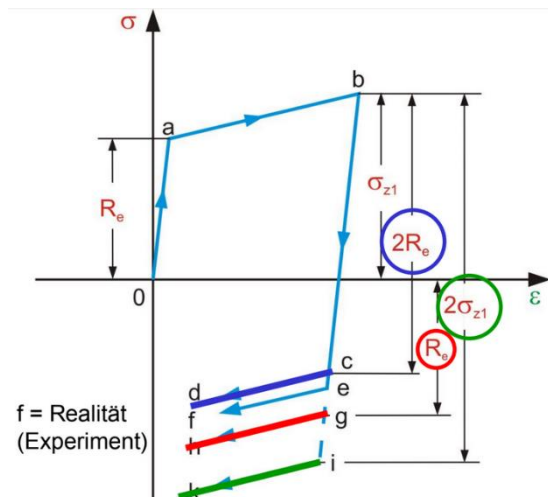
Wird die Probe zuerst auf Zug bis $\sigma_{z1} > R_e$ belastet (plastisch verformt), anschließend entlastet und dann auf Druck beansprucht, so tritt Fließen bereits früher ein:

$$-\sigma_{z1} < \underbrace{\sigma_{dF}}_{-R_e} < \sigma_{dF,real}$$

Verfestigung ist also nicht erhalten geblieben: - Richtungsabhängigkeit der Verfestigung bei Vor-/Rückwärtsbelastung -> Bauschinger-Effekt

Innere Ursachen: - Versetzungsanhäufungen und/oder mikroskopische Eigenspannungen

- Wenn kein Bauschinger-Effekt existiert, ist die jeweilige Fließspannung unter Zug und Druck gleich groß (Linie 0abik). Fließen setzt dann im Druckbereich bei $\sigma_d = -\sigma_{z1}$ ein (isotrope Verfestigung). (grün)
- Unter der Annahme, dass die Druckfließgrenze von einer Zugverformung nicht beeinflusst wird, beginnt das Fließen im Druckbereich bei $\sigma_d = -R_e$ (Linie 0abgh). (rot)
- Wird der ursprüngliche elastische Bereich des Werkstoffs zwischen Zug- und Druckfließgrenze $\Delta\sigma = R_e - \sigma_{dF} = 2R_e$ als unveränderlich angesehen, so fängt das Fließen im Druckbereich bei $\sigma_d = \sigma_{z1} - 2R_e$ an (Linie 0abed) (kinematische Verfestigung). (blau)



- Experimentelle Untersuchungen zeigen, dass die (Druck-) Fließspannung meist zwischen den Punkten c und g liegt (Linie 0abef).

Isotrope und kinematische Verfestigung

1.) Isotrope = richtungsunabh. Verf.

- Neue Fließgrenzkurve: proportional vergrößerte, gestrichelte Ellipse (2): $\sigma_v = \sigma_{z1}$
- Wesentliche Erweiterung des elast. Bereiches in alle Richtungen.
- Dies steht im Widerspruch zum Bauschinger-Effekt! -> Einführung des Modells der kinematischen Verfestigung (3) (4)

2.) Kinematische Verfestigung:

Form der Fließgrenzkurve bleibt erhalten sie wird nur parallel verschoben.

Wie? -> verschiedene Theorien. Im einfachsten Fall soll die Verschiebung in Richtung der Verbindungslinie zwischen dem 0-Punkt und dem betreffenden Spannungspunkt auf der Fließgrenzfläche erfolgen:

- Bei Belastungssteigerung auf $\sigma_1 = \sigma_{z1}$ (Punkt A) -> neue Fließgrenzkurve: Ellipse (3)

b.) bei Torsion (Punkt B): Ellipse (4)

Wie ist das Materialverhalten in der Realität? Und welches Verhalten (isotropisch oder kinematisch) ist realistischer?

Realität:

- Liegt zwischen der isotropen und kinematischen Verfestigung
- Kinematisches Modell liefert bessere Voraussagen als isotropes Modell
- Auch die Form (GEH: Ellipse) der ursprünglichen Fließgrenzkurve (Anfangsfließgrenzkurve) bleibt für die Folge-Fließgrenzkurven nicht genau erhalten



Formänderung bei Bruch:

(Siebel und Maier)



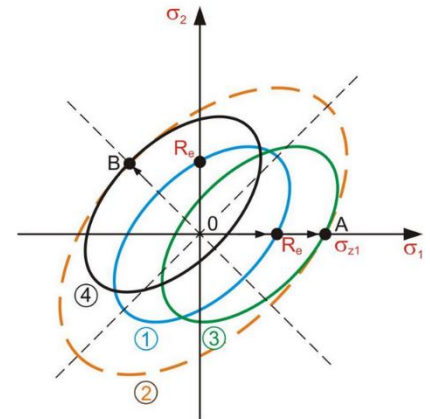
Bisher: Theorie -> Jetzt: Experiment

- Dünnwandige Rohrproben aus Messing werden mit einem Innendruck und unter Axialzug bzw. -druck beansprucht
 $p \rightarrow \sigma_t, \sigma_l, \sigma_r \approx 0; F_l \rightarrow \pm \sigma_l$
- Das Formänderungsvermögen ϕ_l, ϕ_t beim Bruch unter verschiedenen Spannungszuständen σ_l/σ_t wird dokumentiert.

Annahme:

- Bruch erfolgt immer bei gleichem Wert der Vergleichsformänderung ϕ_v
- Bei einachsigem Spannungszustand ist dieser Wert gleich der Bruchformänderung ϕ_B (Festigkeitshypothese -> Formänderung)

➔ Als grobe Näherung können die Kurven für ϵ_1 und ϵ_2 mit $\mu = 0,5$ im Bereich $0 \leq \sigma_2/\sigma_1 \leq 1$ auf den Bruch übertragen werden

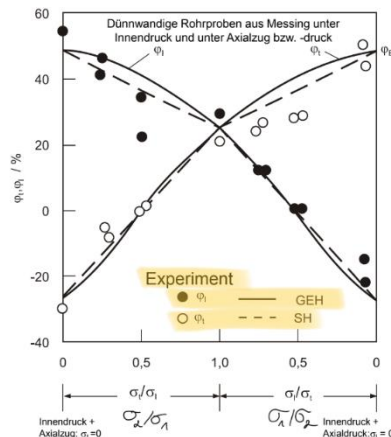


➔ In diesem Bereich geben sie die (wahren) Dehnungen im vollplastischen Zustand bei einem konstanten Wert der Vergleichsdehnung wieder, übertragen auf den Bruch.

Ergebnisse:

- Trotz der Vereinfachungen ist die **Übereinstimmung** mit dem **Experiment** **erstaunlich gut**
- $\varphi_1 \approx \varepsilon_1$
- $\varphi_2 \approx \varepsilon_2$ da dort $\varepsilon_v = \text{const.}$
- Beim Übergang von der GEH zu SH (gestrichelte Linien) ist die Übereinstimmung noch besser ➔ SH ist genauer als GEH für einen Bruch nach ausgiebiger plastischer Verformung (Schiebungsbrüche)

Fließgrenzkurve nach SH + GEH (Kap. 10.3)



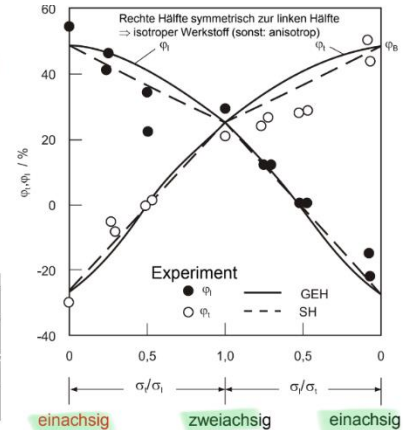
Ergebnisse:

Einachsiger Spannungszustand
($\sigma_2 = 0$ oder $\sigma_1 = 0$)

hat größte Bruchformänderung φ_3 zur Folge. Nimmt dann stetig ab bis zur zweiachsigen Beanspruchung $\sigma_1 = \sigma_2$.

Es gilt: $\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 = 0$

Daher hat eine Abnahme von $\varphi_1 = \varphi_2$ eine Zunahme von $\varphi_3 = \varphi_1$ zur Folge



Aufgabe 12:

Welche Verfahren zur Bestimmung der Werkstofffließkurve gibt es? Welche Umformgrade sind damit erreichbar?

Zugversuch: bis $\varphi_{\max} \approx 0,25$ ($= \varphi_g$)

Stauchversuch: bis $\varphi_{\max} \approx 1,0$

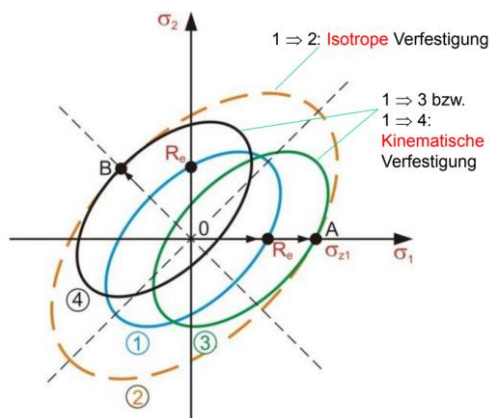
Torsionsversuch: bis $\varphi_{\max} \approx 1 \div 1,2$

Definieren Sie die Begriffe *isotrope* und *kinematische Verfestigung* (Skizze). Wie ist dementsprechend die Verfestigung metallischer Werkstoffe einzuordnen?

Isotrope Verfestigung: Richtungsunabhängige Verfestigung

Kinematische Verfestigung: Richtungsabhängige Verfestigung, bei der der anfänglich elastische Bereich konstant bleibt.

In experimentellen Untersuchungen hat sich gezeigt, dass die auftretende reale Verfestigung metallischer Werkstoffe zwischen isotroper und kinematischer Verfestigung liegen, wobei das kinematische Modell realistischer ist.

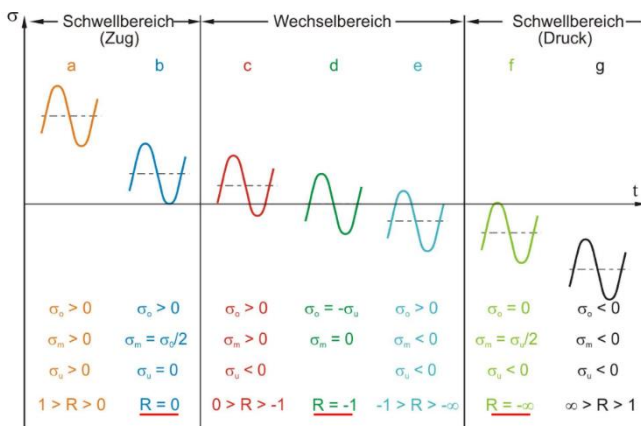
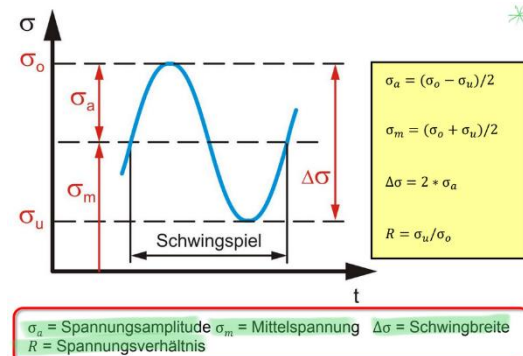


Vorlesung 8:

Schwingbeanspruchung:

(schwingende, wiederholte, pulsierende Belastung)

- periodisch wiederkehrende Folgen von Beanspruchungen zwischen festen Grenzen von Last oder Verformung
- Der zeitliche Verlauf der äußeren Belastung und der dadurch entstehenden Spannung wird üblicherweise als Sinusschwingung dargestellt.
- Festgelegt entweder durch die Oberspannung σ_o und Unterspannung σ_u
- oder durch Mittelspannung σ_m und Spannungsamplitude σ_a : $\sigma_m = (\sigma_o + \sigma_u)/2$; $\sigma_a = (\sigma_o - \sigma_u)/2$
- zur Beschreibung wird auch das Spannungsverhältnis $R = \sigma_u/\sigma_o$ verwendet.

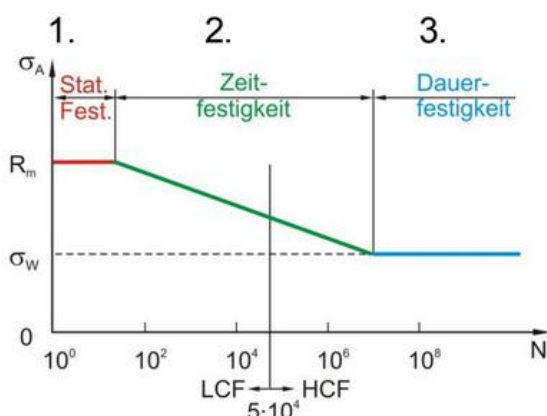


- Zugschwellbereich: σ_o und σ_u haben beide ein positives Vorzeichen
- Wechselbereich: σ_o und σ_u haben unterschiedliche Vorzeichen
- Druckschwellbereich: σ_o und σ_u haben beide negatives Vorzeichen
- Sonderfälle:
 - reine Wechselbeanspruchung ($\sigma_m = 0$, $R = -1$) (d)
 - reine Zugschwellbeanspruchung ($\sigma_u = 0$) (b)
 - reine Druckschwellbeanspruchung ($\sigma_o = 0$) (f)

Einstufige Schwingbeanspruchung: Wenn die Last- und Spannungsgrenzen während der ganzen Belastungsdauer konstant bleiben, heißt die Schwingbeanspruchung einstufig (üblich in der Praxis). Ermittlung des Werkstoffverhaltens unter solch einer Belastung wird in Form einer Wöhlerkurve dargestellt.

Wöhlerkurve:

- Auftragung: Halblogarithmisch oder doppeltlogarithmisch
- Abszisse: N, Anzahl der Schwingspiele bis zum Bruch: logarithmisch
- Ordinate: σ_A , ertragbare Spannungsamplitude: linear oder logarithmisch



1) (Quasi) Statische Festigkeit:

- bei kleinen Schwingspielzahlen bis ca. 10^1 bei wechselnder Beanspruchung und 10^4 bei schwellender Beanspruchung bleibt die ertragbare Spannungsamplitude nahezu konstant
- bei wechselnder Beanspruchung ($\sigma_m = 0$) also auf Höhe von R_m

2) Zeitfestigkeit:

- Schwingspielzahl bis zum Bruch wird umso größer, je mehr man die Spannungsamplitude vermindert

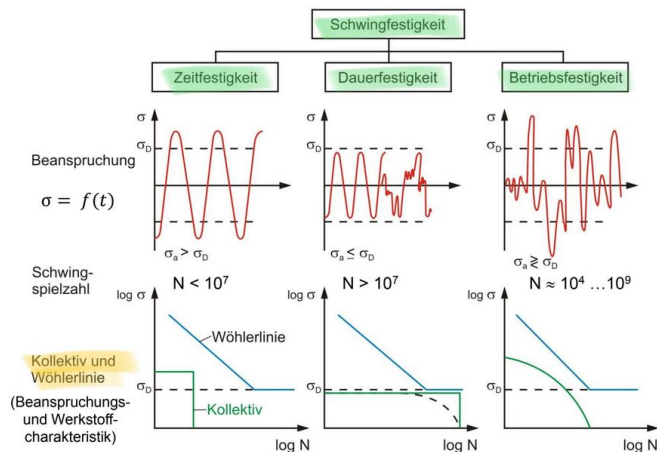
3) Dauerfestigkeit (Dauerschwingfestigkeit):

- Unterhalb einer bestimmten Spannungsamplitude tritt kein Bruch mehr ein

- die ertragbare Spannungsamplitude ist unabhängig von der Schwingspielzahl
- die Schwingspielzahl kann praktisch beliebig oft ausgehalten werden

Unterscheidungen im Zeitfestigkeitsgebiet:

- LCF (Low-Cycle-Fatigue) für $N < 5 \cdot 10^4$ (bei Stählen)
- HCF (High-Cycle-Fatigue) für $N > 5 \cdot 10^4$ (bei Stählen)



Dauerfestigkeit:

Dauerschwingfestigkeit: Definiert als der um eine gegebene Mittelspannung σ_m schwingende größte Spannungsausgang σ_A , den eine glatte zylindrische Probe „unendlich oft“ ohne Bruch aushält: $\sigma_D = \sigma_A$ für $\sigma_m = \dots$

Starke Streuung der Ergebnisse von Schwingfestigkeitsversuchen wegen:

- Gefügeinhomogenitäten
- Oberflächeneinflüssen
- Anisotropie
- Usw.

➔ Statistische Auswertung erforderlich:

10 Versuchspunkte je Lasthorizont; Angabe der Bruchwahrscheinlichkeit P_B (bzw. Überlebenswahrscheinlichkeit $P_U = 1 - P_B$) als Parameterwert in der Wöhlerkurve

Experimentell sehr aufwändig zu bestimmen -> Suche nach Zusammenhängen mit anderen, leichter zu ermittelnden Werkstoffkennwerten

Wechselspannungsfestigkeit $\leftrightarrow$ Zugfestigkeit

Grenzsingelspielzahl:

- Schwingspielzahl, bei der die Dauerfestigkeit erreicht wird, hängt von der Werkstoffart ab:
 - $(2 - 10) \times 10^6$ für ferritisch-perlitische Stähle (kfz) und heterogene Nichteisenlegierungen
 - Kein exakt horizontaler Verlauf der Wöhlerlinie bei austenitischen Stählen (krz) und Al-Legierungen → Es werden $(2 - 10) \times 10^7$ Schwingspiele für die Dauerschwingfestigkeit festgelegt



Einflüsse auf die Dauerfestigkeit:

- Mittelspannung
- Oberfläche
- Bauteilgröße
- Frequenz
- Vorbelastung
- Korrosion
- Temperatur
- Kerbwirkung

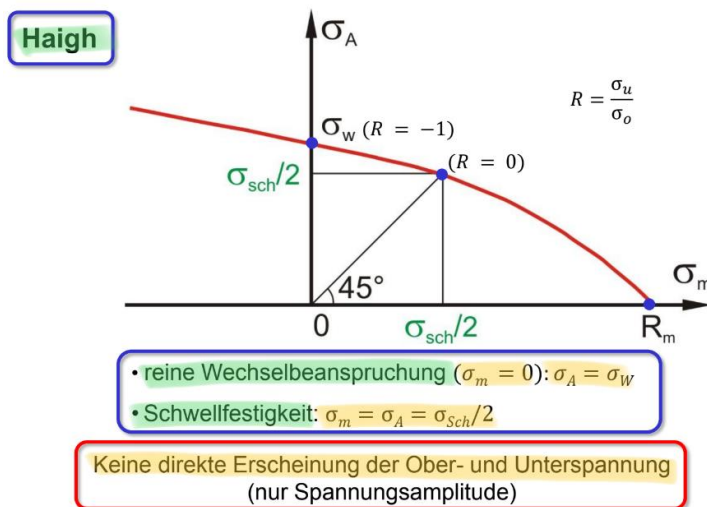
Mittelspannung und *Dauerfestigkeitsschaubild*:

Abhängigkeit der ertragbaren Spannungsamplitude von der Mittelspannung σ_m muss experimentell bestimmt werden.

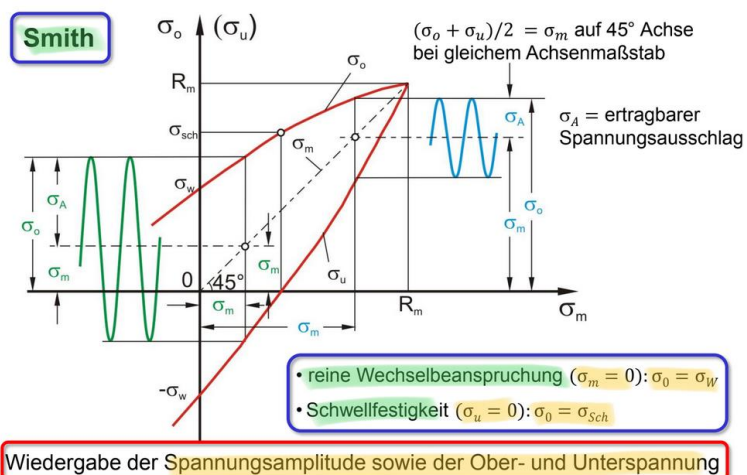
- Durchführung von Dauerschwingversuchen mit konstanter Mittelspannung innerhalb einer Versuchsreihe
- Systematische Abstufung der Mittelspannung von Versuchsreihe zu Versuchsreihe

Dauerfestigkeitsschaubild: Darstellung des Zusammenhangs zwischen der Mittelspannung σ_m und der Spannungsamplitude σ_A bzw. der Ober- und Unterspannung.

Dauerfestigkeitsschaubild nach Haigh:



Dauerfestigkeitsschaubild nach Smith:



Näherungskonstruktion:

Bekannt sind: Zugfestigkeit R_m , Streckgrenze R_e , Wechselfestigkeit σ_w (eventuell), Schwellfestigkeit σ_{sch} (manchmal)

Konstruktion des Dauerfestigkeitsschaubildes (DFS) (näherungsweise) aus diesen Werkstoffkennwerten

Oberflächenbehandlung:

Steigerung der Dauerschwingfestigkeit durch geeignete Oberflächenbehandlung

je rauer die Oberfläche
desto niedriger σ_D
→ Oberflächenfaktor

1. Veränderung des Werkstoffgefüges:
 - a. thermisch (Oberflächenhärten), z.B. Flammhärten oder Induktionshärten
 - b. chemisch, z.B. Aufkohlen (Einsatzhärten, Nitrieren)
 - c. mechanisch, Kaltverfestigung, Steigerung von R_m , ($\sigma_w \sim R_m$)
2. Druckeigenspannungen (entgegen den Lastspannungen):
z. B. durch Kugelstrahlen, Oberflächenrollen, Festwalzen (besonders wertvoll am Kerbgrund)

In der Regel 1) und 2) zusammen → Steigerung der Dauerfestigkeit von Bauteilen bis zu 50%

Bauteilgröße:

Dauerschwingfestigkeit ist (insbesondere bei Biege- und Torsionswechselbeanspruchung) abhängig von der Bauteilgröße (experimentell nachgewiesen): generell höher bei kleinen Proben als bei geometrisch ähnlichen größeren Proben.

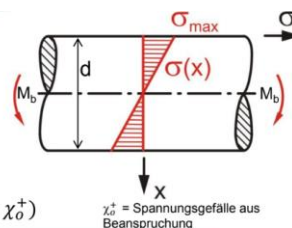
⇒ Absolute Größe einer Probe/Bauteils hat Einfluss auf seine dauernd ertragbare Schwingbelastung

Ursachen:

- **Spannungsgradienten** an der **höchstbeanspruchten Stelle** (spannungsmechanischer Größeneinfluss)

$$\text{Spannungsgradient: } \frac{\partial \sigma}{\partial x} = \tan(\varphi) = \frac{\sigma_{\max}}{d/2}$$

$$\text{bezogen auf Maximalspannung: } \frac{1}{\sigma_{\max}} \cdot \frac{\partial \sigma}{\partial x} = \frac{2}{d} (\equiv \chi_o^+)$$



Probe mit **kleinem** Durchmesser d hat **höheren** Spannungsgradienten → (und damit eine größere Stützwirkung) als eine größere Probe

Weitere Ursachen für den Größeneinfluss:



- Die Fehlstellenhäufigkeit im hochbeanspruchten Volumen (statistischer Größeneinfluss): Hochbeanspruchte Oberflächenschicht (bei Beigewechselbeanspruchung) größer bei großen Proben als bei kleinen Proben → **Höhere Wahrscheinlichkeit** für große Proben, dass dort Fehlstellen (Gitterbaufehler, Korngrenzen, Einschlüsse, Poren) vorhanden sind → Schwingungsbruch wahrscheinlicher.
- Hängt auch mit dem **Spannungsgradient** zusammen: hoher Gradient bei kleinen Proben = geringere Tiefe der hochbeanspruchten Randschicht bei kleinen Proben → Schwingungsbruch unwahrscheinlicher
- Das **Herstellungsverfahren** (Technologischer Größeneinfluss): Je nach Bauteilgröße kann eine Wärmebehandlung zu unterschiedlichen Werkstoffeigenschaften führen (Abschrecken: Abkühlgeschwindigkeit im Oberflächenbereich nimmt mit zunehmender Querschnittsgröße ab)

Der Größeneffekt ist zu beachten, wenn man Schwingfestigkeitskennwerte, die an Kleinproben ermittelt wurden, auf große Bauteile (z. B. Turbinenwellen) übertragen will

Erfassen des Größeneinflusses mit dem Beiwert C: Drückt die Änderung der Dauerschwingfestigkeit gegenüber einem Bezugswert aus

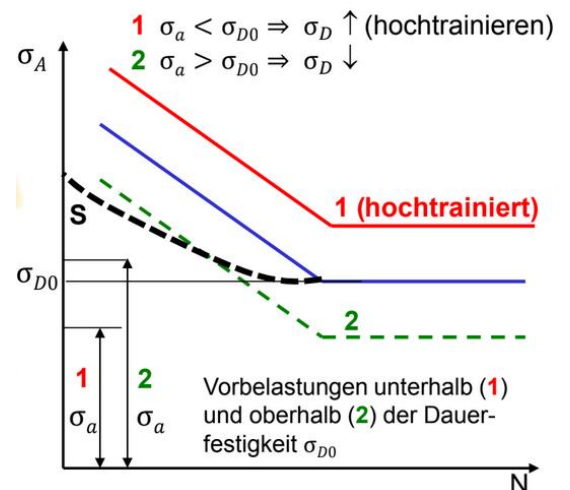
Frequenz:

Übt bei Raumtemperatur (ohne Korrosion) praktisch keinen Einfluss auf die Dauerfestigkeit aus, solange sie in den technisch üblichen Grenzen bleibt

Vorbelastung:

Vorangegangene Belastungen können sich auf verschiedene Weisen auf die Dauerschwingfestigkeit auswirken:

1. Erhöhung durch oft wiederholte Beanspruchungen knapp unterhalb der Dauerfestigkeit (**Hochtrainieren**)
2. Erniedrigung (i.d.R.) durch Vorbelastungen oberhalb der Dauerfestigkeit: Eintreten einer latenten Schädigung des Werkstoffs bei einer gewissen Schwingspielzahl. -> Beanspruchungsgrenze, von der die schädigende Wirkung ausgeht, wird ins Wöhlerdiagramm in Abhängigkeit von N als Schadenslinie S eingetragen



Korrosion:

→ unter **Korrosionseinwirkung** besteht **keine** Dauerschwingfestigkeit mehr

Frequenz und Korrosion: Je höher f , desto höher die Bruchschwingspielzahl, aber desto geringer die Laufzeit
⇒ kombinierte Schädigung durch Korrosion und Ermüdung

Temperatur:

- Mit **abnehmender** Temperatur nimmt die Dauerfestigkeit analog zur Zugfestigkeit mehr oder weniger **stark zu**
 $T \downarrow \Rightarrow \sigma_D \uparrow (\uparrow)$

Kerbwirkung:

- Die Kerbwirkung übt den weitaus **stärksten Einfluss** auf die Dauerfestigkeit aus (Kerbwirkung = Einfluss von irgendwelchen Unregelmäßigkeiten der (äußeren) Form)
- Bei technischen Bauteilen tritt die höchste Beanspruchung meist dort auf, wo sich der Querschnitt oder die Oberflächenkontur plötzlich ändert, d.h. an funktionsbedingten Kerben wie z.B.: Absätzen, Bohrungen, Einstichen, Nute, usw.

⇒ **inhomogene Spannungsverteilung**

β_k = Verhältnis der ertragbaren Spannungsamplitude σ_A eines glatten Stabes zu der eines gekerbten Stabes σ_{Ak} (gleiche Nennspannung, dieselbe Beanspruchungsart)

- ➔ Ein schwingend beanspruchtes gekerbtes Bauteil kann maximal eine nominelle Spannungsamplitude von $\sigma_{Ak} = \sigma_A / \beta_k$ ertragen ohne zu Bruch zu gehen.

$$\beta_k = \sigma_A / \sigma_{Ak} = \text{Kerbwirkungszahl}$$

Während die Dauerschwingfestigkeit σ_D (ungekerbte Probe) unter genormten Bedingungen ermittelt wird (→ Werkstoffkennwert), unterliegt σ_D eines Kerbstabes und somit β_k einer Reihe zusätzlicher Einflüsse:

- Form und Größe der Kerbe
- Beanspruchungsart
- Spezifische Werkstoffeigenschaften

Wichtig: geometrische Form der Kerbe (Formzahl α_k); Angabe von β_k als Bruchteil von α_k

keine Kerbwirkung bei Schwingbeanspruchung $\leftarrow 1 \leq \beta_k \leq \alpha_k \rightarrow$ größtmögliche Kerbwirkung bei Schwingbeanspruchung

Zeitfestigkeit:

Es können elastisch-plastische Wechselverformungen auftreten.

Zeitfestigkeitsgebiet: El-pl. Wechselverformungen darstellbar als Hystereseschleife: 1

Belastungszyklus: σ über ϵ aufgetragen im Zug/Druck-Bereich mit $\epsilon_m = 0$

Dehnungsschwingbreiten:

1. $2\epsilon_{a,ges}$: Dehnungsschwingbreite = Horizontaler Abstand der Eckpunkte (vorgegeben)
2. $2\epsilon_{a,bl}$: Schwingbreite der bleibenden Dehnung = Horizontaler Abstand der beiden Hooke'schen Geraden durch die Umkehrpunkte
3. $2\epsilon_{a,el} = 2\epsilon_{a,ges} - 2\epsilon_{a,bl}$

Spannungsschwingbreiten:

1. $2\sigma_a$ = reale Spannungsschwingbreite
2. $E \cdot 2\epsilon_{a,ges}$ = fiktive Spannungsschwingbreite (bei gedachter rein elastischer Dehnungsaufnahme)

Fläche der Hystereseschleife:

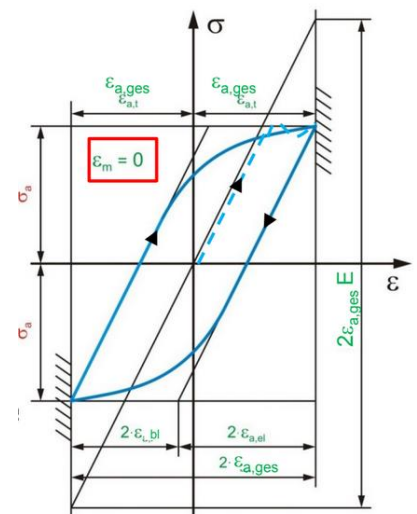
$W = \int \sigma d\epsilon$ = irreversible Arbeit je Volumeneinheit (Wärme)

2 Fälle:

- 1) Spannungsverfahren (spannungskontrollierter Versuch): $\sigma_a = \text{const}$; früher ausschließlich eingesetzt (Wöhlerversuch)
- 2) Dehnungsverfahren (dehnungskontrollierter Versuch): $2\epsilon_{a,ges} = \text{const}$ (oder $2\epsilon_{a,bl} = \text{const}$; heute insbesondere im LCF-Bereich angewandt; mit $\epsilon_{a,ges} \approx \epsilon_{a,bl}$ bei großen Dehnungen: Konstante Zwangsverformung entspricht eher der Realität)

Wechselverfestigung (bei $\epsilon_{a,ges} = \text{const.}$):

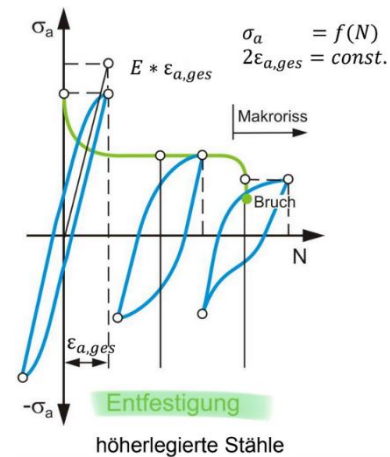
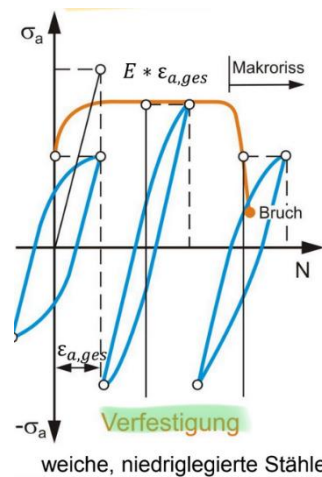
- weiche oder niedrig legierte Stähle



- geglühte Werkstoffe
- Vorgang der Verfestigung ist nach 10-20% der Lebensdauer abgeschlossen (dann stabiler Zustand)

Wechselentfestigung (bei $\epsilon_{a,ges} = \text{const.}$):

- höherlegierte Stähle
- kaltverformte Werkstoffe
- vergütete Werkstoffe Vorgang der Ver- oder Entfestigung ist nach 10-20% der Lebensdauer abgeschlossen (Sättigung, danach Anriss)

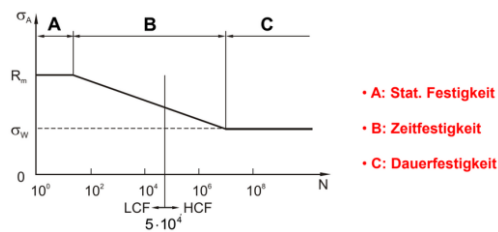


Ver-/Entfestigung:

- abhängig von Werkstoffeigenart, Werkstoffzustand, T und Beanspruchungshöhe

Aufgabe 14:

In welche Bereiche kann die Wöhlerlinie unterteilt werden? (Skizze)



Was ist unter LCF- und HCF-Beanspruchung zu verstehen? Wie sind diese Bereiche voneinander abgegrenzt?

LCF : Low-Cycle-Fatigue } Schwingungsbeanspruchung im Bereich niedriger (LCF) bzw. hoher (HCF) Schwingspielzahlen
HCF : High-Cycle-Fatigue }

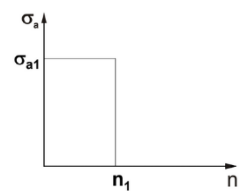
Anhaltswert:

$N \leq 5 \cdot 10^4 \rightarrow \text{LCF}$

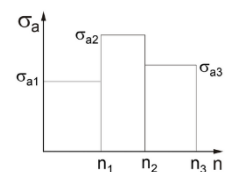
$N \geq 5 \cdot 10^4 \rightarrow \text{HCF}$

Beschreiben Sie eine einstufige und eine mehrstufige Schwingbelastung?

Einstufige Beanspruchung: Konstante Spannungsgrenzen σ_o und σ_u bzw. σ_a und $\sigma_m = \text{const.} \rightarrow$ alle Amplituden gleich groß z.B.



Mehrstufige Beanspruchung: Mehrere Gruppen mit stufenweise veränderlichen, aber innerhalb einer Gruppe konstanten Grenzen z.B.: 3-stufig



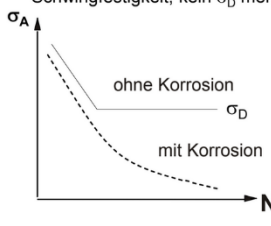
Aufgabe 15:

Wie beeinflussen die folgenden Faktoren die Dauerschwingfestigkeit metallischer Bauteile?
Wie werden diese - soweit möglich - quantitativ erfasst?

Quantitative Erfassung unterschiedlicher Faktoren:

Zunächst: Werkstoffkennwert = Dauerschwingfestigkeit $\sigma_D \equiv \sigma_D (\sigma_m)$

Bestimmt mit glatten (ungekerbten) Proben mit polierter Oberfläche.

Einfluss	Erfasst durch		
a) Mittelspannung: positives σ_m verringert σ_D negatives σ_m erhöht σ_D	DFS nach Haigh oder Smith (Mittelspannungsempfindlichkeit M)	c) Frequenz normalerweise ohne Einfluss (technisch übliche Frequenz; Ausnahme: Korrosion, hohe Temperatur)	(Versuch)
b) Korrosion verringert Schwingfestigkeit, kein σ_D mehr	Versuche (Korrosions-Wöhlerlinien) Erfahrung	d) Je rauer die Oberfläche , desto niedriger σ_D	Oberflächenfaktor $f = f(R_m, \text{Oberflächenrauheit})$ $f = \sigma_W / \sigma_{W, \text{poliert}}$
		e) Vorbelastung $\sigma_a > \sigma_D$ verringert σ_D $\sigma_a < \sigma_D$ erhöht σ_D (Trainier-Effekt) "Hochtrainieren"	Versuche (i.A. nicht berücksichtigt)
		f) Geometrische Form: Je stärker die Kerbwirkung, desto niedriger σ_{DK}	Kerbwirkungszahl $\beta_k = \frac{\sigma_D}{\sigma_{DK}}$

Vorlesung 9

Einflüsse auf die Zeitfestigkeit:

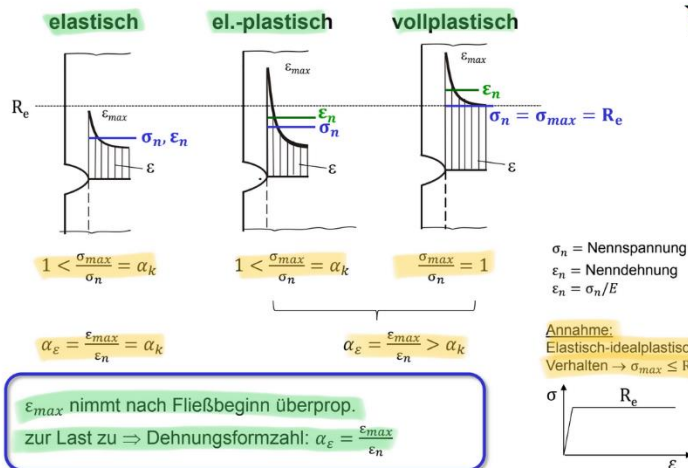
Ähnlich wie bei der Dauerfestigkeit, aber wegen geringerer Anzahl von Schwingspielen z.T. in abgeschwächter Form wirksam:

- Statische **Mitteldehnung**: ϵ_m bewirkt i. A. eine einmalige plastische Verformung, sonst kein Einfluss auf die ertragbare Dehnungsschwingbreite $2\epsilon_{a,ges}$
- Beanspruchungsfrequenz: Bei RT kein Einfluss
- Temperatur: Bei $\uparrow T (\rightarrow 2\epsilon_{a,ges} \downarrow)$, starke Abnahme von $2\epsilon_{a,ges}$ (ertragbar) im Kriechbereich (frequenzabhängig)
- Kerbeinfluss: Weder α_k noch β_k erfassen im Zeitfestigkeitsbereich die Spannungs- oder Dehnungsspitzen:
 - α_k nicht, da plastische Verformungen auftreten
 - β_k nicht, da Beanspruchung $\sigma_A >$ Dauerfestigkeit σ_W

Spannungen:	Dehnungen:
$\frac{\sigma_{max}}{\sigma_n} \downarrow$ σ_{max} nimmt ab mit zunehmender plastischer Verformung	$\frac{\epsilon_{max}}{\epsilon_n} \uparrow$ ϵ_{max} steigt stärker an als $\epsilon_n = \sigma_n / E$

σ_n = Normspannung
 ϵ_n = Normdehnung

Formel nach Neuber



Näherungsbestimmung der Dehnungsformzahl α_ϵ :

- Elastische Formzahl



Unterseite des Flügels am Boden: **Druck**
 in der Luft: **Zug**

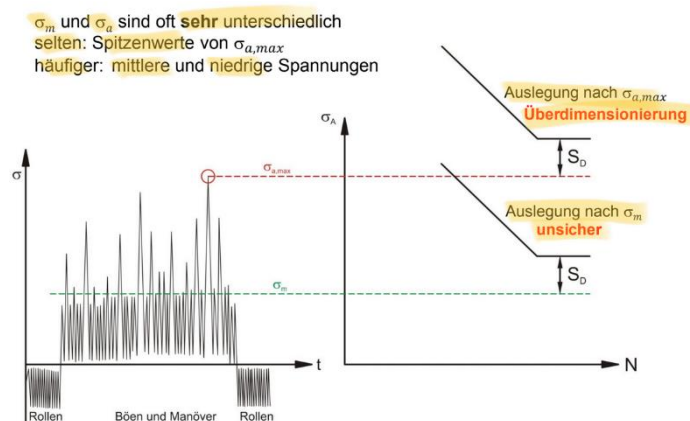
(vgl. auch „Methoden der Werkstoffsimulation“)

Betriebsfestigkeit:

Im Kraftfahrzeug- und Flugzeugbau: Schwingbeanspruchung mit nicht-konstanten Amplituden und regelloser Folge unterschiedlich großer Lastschwankungen



Auslegung:



- 1) nach Spitzenwerten $\rightarrow$ Überdimensionierung
 - 2) nach überwiegend auftretenden Spannungen $\rightarrow$ unsicher
 - 3) Betriebsfeste Auslegung: Sicherer Betrieb über Gebrauchsdauer muss gewährleistet sein
- $\rightarrow$ Durchführung einer **statistischen Auswertung** des gemessenen Beanspruchungs-Zeit-Diagramms: Mit Hilfe einer automatischen Registrierung (Erfassung) wird eine repräsentative

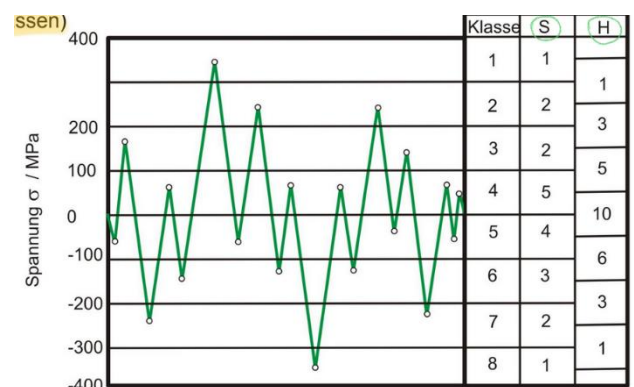
Stichprobe der Grundgesamtheit an Belastungen genommen

Es sind **unterschiedliche Kriterien** möglich, woraus sich **verschiedene Klassifizierverfahren** ergeben.

Einparametrische Verfahren:

Spitzenwertzählung S: Zählung von Spannungsmaxima bzw. -minima S zwischen bestimmten äquidistanten Belastungsstufen (Klassen)

Klassengrenzenüberschreitungen H: Gebräuchlicher (=Klassendurchgangsverfahren)



Mehrparametrische Verfahren: sind komplexer, erfassen jeweils die Mittelspannungen dazu

Range-mean counting: Zählung von Bereichen von Mittelwerten

Range-pair-range counting: rainflow (cycle) counting: Zählung von Bereichspaaren von Mittelwerten

Die Spannungsamplituden σ_a der einzelnen Klassen werden auf den Höchstwert $\hat{\sigma}_a$ bezogen und über der zugehörigen Anzahl der Durchgänge der betreffenden Klassengrenze aufgetragen:

- ➔ Kurve der Summenhäufigkeit H der Klassengrenzenüberschreitungen: Sie gibt an, wie oft eine bestimmte Beanspruchung (Last-/Spannungsstufe) überschritten wird und charakterisiert die auftretende, zeitlich veränderliche Belastung

Wird als Lastkollektiv oder Amplitudenkollektiv bezeichnet

Lebensdauerkurve:

Lebensdauerkurve b:

Kollektiv $p_1 \Rightarrow P_1: N = N_1; \hat{\sigma}_a = \hat{\sigma}_{a1}$ $p_2 \Rightarrow P_2: N = N_2; \hat{\sigma}_a = \hat{\sigma}_{a2}$

Kurve b für Kollektivform „b“ (mittlere Beanspruchung)

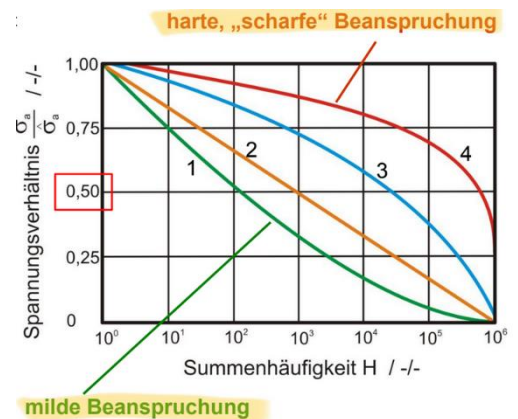
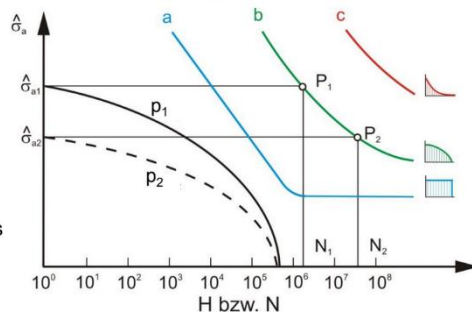
Lebensdauerkurve c:

Für Kollektivform „c“ (milde Beanspruchung)

Lebensdauerkurve a:

= Wöhlerlinie des Werkstoffs für einstufige Belastung

➔ **niedrigste Lebensdauer**



Schadensakkumulation:

Theoretische Ableitung der Lebensdauer: Wird aus dem Beanspruchungskollektiv und der Wöhlerlinie ermittelt

- Vorteil: Aufwand deutlich geringer als experimenteller Weg
- Dazu benötigt wird eine Schadensakkumulationshypothese (SAH)

Idee: Anriss oder Bruch wird durch die *Akkumulation* der von den Schwingspielen beliebiger Amplituden verursachten Schädigungsanteile hervorgerufen. ➔ Schadensakkumulationshypothese (einfach) nach Palmgren und Miner (linearer Schädigungszuwachs)

Vorgehen:

- Spannungen σ_{ai} und deren Schwingspiele n_i und die dazugehörigen Bruchschwingspielzahlen N_i ermitteln.
- Summation der Anteile bei mehreren Spannungsamplituden $\sigma_{a1}, \sigma_{a2}, \sigma_{a3}...$

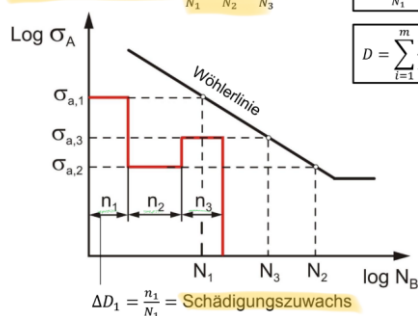
Beispiel einer 3-stufigen Belastung

Schadenssumme $D = \frac{n_1}{N_1} + \frac{n_2}{N_2} + \frac{n_3}{N_3}$

Allgemein:

$D = \frac{n_1}{N_1} + \frac{n_2}{N_2} + \frac{n_3}{N_3} + \frac{n_4}{N_4} + \dots$

$D = \sum_{i=1}^m \frac{n_i}{N_i}$



Versagen durch Anriss bei $D = 1$

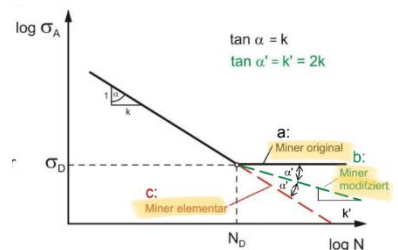
Palmgren und Miner (Miner-Regel):

Voraussetzungen und Annahmen:

- Der Lastverlauf ist sinusförmig
- Stetiges Amplitudenkollektiv wird durch treppenförmige Abstufung ersetzt
- Nur Kollektive mit einer Spannungsamplitude $\sigma_a > \sigma_D$ werden berücksichtigt. Kollektive mit $\sigma_a < \sigma_D$ tragen nicht zur Werkstoffschädigung bei
- Reihenfolge der unterschiedlich großen Spannungsamplituden geht nicht ein. Dagegen Praxis: Lebensdauer höher bei „High-Low“ als bei „Low-High“-Folgen. Grund: Werkstoff ist am Anfang noch „intakt“
- Keine Wechselver-/entfestigung des Werkstoffs wird berücksichtigt
- Kerbwirkung schwer zu erfassen ($\sigma_a, \max$)

Modifikationen führen trotzdem nicht zu verbesserter Treffsicherheit:

- Miner elementar/modifiziert:
- Relative Miner Regel: $D = \text{const.} \neq 1$ aus Erfahrung/Vorwissen
- Unterer Grenzwert von $D = 0,3$, $P_E = 0,95$



Zuverlässige Schadensakkumulationshypothese (SAH):

- Berücksichtigung von plastischen Dehnungen bei jeder einzelnen Laständerung
- Berücksichtigung von Eigenspannungen in Folge von inhomogenen Spannungsverteilungen
- Berücksichtigung der Verschiebung der Mittelspannung
- ➔ Neue Untersuchungen auf dieser Basis sind genauer, erfordern aber einen hohen Aufwand

Abhilfe: Verwendung von Anrisskennlinien $2\epsilon_a, \text{ges} = f(N_A)$ (Dehnungswöhlerlinien) anstelle von Wöhlerlinien

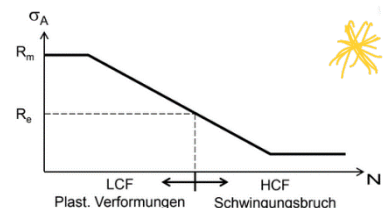
Relevanz der Miner-Regel:



- Wird oft zur Grobdimensionierung in der Auslegungs- und Konstruktionsphase herangezogen
- Lebensdauerbestimmung in Verbindung mit begleitenden Experimenten an Probestäben
- Bei Sicherheitsrelevanz sind realitätsnahe Bauteilversuche unbedingt erforderlich
- ➔ repräsentative Modelle oder Originalteile sind für den Nachweis der Betriebsfestigkeit (z.B. im Flugzeugbau) unerlässlich

Versagen:

- Auftreten von plastischen Dehnungen → unzulässige Verformungen (im LCF-Bereich)
- Entstehung eines Anrisses → Schwingungsbruch (im HCF-Bereich)



Zyklische Fließkurve:

- statisch: $\sigma = f(\epsilon)$
- zyklisch: $\sigma_a = f(\epsilon_a)$ Charakterisiert das zyklische σ - ϵ -Verhalten

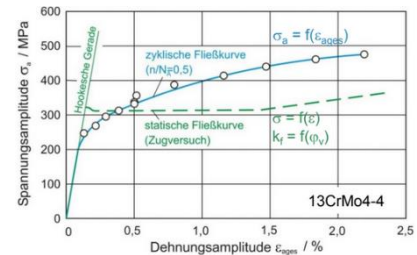
Unterschied der zyklischen zur statischen Fließkurve:

- 1) Es tritt eine zyklische Ver- oder Entfestigung auf
- 2) Ausgeprägte Streckgrenze (Unstetigkeit der Fließkurve) verschwindet

Ermittlung der zyklischen Fließkurve im Dehnungsverfahren, da im Spannungsverfahren die Mitteldehnung wegläuft

Falls die zyklische Fließkurve über der statischen liegt, ist eine Verfestigung eingetreten, liegt sie darunter, hat sich der Werkstoff entfestigt.

Wird nur im Anfangsbereich des plastischen Fließens (2-3%) ermittelt = dem Einsatzbereich technischer Bauteile



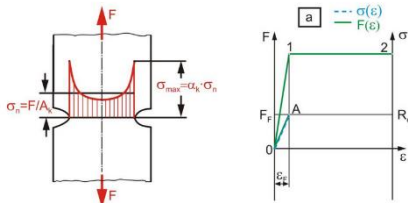
El.-pl. Verformungsvorgänge (Werkstoff $\sigma(\epsilon)$ → Bauteil $F(\epsilon)$):

Technische Bauteile besitzen Kerben → inhomogene Beanspruchung; Fließen beginnt dort bei duktilen Werkstoffen

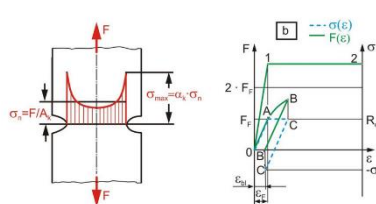
3 Bereiche:

- elastischer Bereich, elastische Rückverformung
- elastisch-plastischer Bereich, elastische Rückverformung
- elastisch-plastischer Bereich, elastisch-plastische Rückverformung

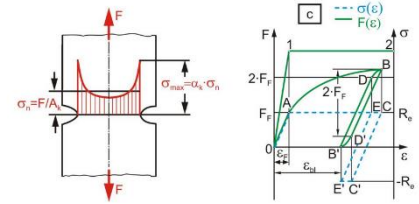
a) elastischer Bereich, elastische Rückverformung
 $\sigma_{\max} < R_e \rightarrow$ rein elastische Verformung



b) elastisch-plastischer Bereich, elastische Rückverformung
 $F > F_F$ Fließlast (Punkt A). O-A-B steigt nicht linear, O-A-C bleibt (= R_e)
Entlastung: F und σ fallen auf B' bzw. C' < 0 ab → bleibende Dehnung
→ Druckeigenspannungen $-\sigma_E$
Wiederholte Belastung: B'-B-B' bzw. C'-C-C' (rein elastisch)



c) elastisch-plastischer Bereich, elastisch-plastische Rückverformung
elastischer Rückgang maximal über $2R_e$ ($+R_e + -R_e$) bzw. $2F_F$
 $F > 2F_F \rightarrow$ plastische Rückverformung → Eigenspannungen in Höhe der Druckfließgrenze



Wiederholte Be- und Entlastung:

- Bereich b): Nach einmaliger plastischer Verformung nur elastisches Verhalten → **shake-down** (Einspielvorgang) als Folge der Spannungumlagerung durch plastische Verformung
- Bereich c): Hysteresisschleife bei jedem Lastzyklus der elastisch-plastischen Wechselverformung (Wärme)

Einschränkende Annahmen:

- Idealplastischer Werkstoff
- kein Bauschinger Effekt (BE)
- keine Wechselver-/entfestigung
- einachsiger Spannungszustand an der höchst beanspruchten Stelle

in der Praxis meist nicht erfüllt. Dennoch wird das Werkstoffverhalten in guter Näherung beschrieben

Shake-Down-Konzept:

Bauteile so auslegen (Belastung), dass sie sich im LCF-Bereich auf elastisches Verhalten einspielen.

Shake-down-Faktor k_s : $k_s = F_s / F_F$ mit:

- F_s = höchste Last, bei der gerade noch elastisches Einspielen auftritt
- F_F = Last bei Fließbeginn an der höchstbeanspruchten Stelle

1-achsigen Spannungszustand: $k_s = 2$

Bei mehrachsigen Spannungszuständen ändert sich das Verhältnis der Hauptspannungen zueinander in der plastisch verformten Zone (nicht proportionale Belastung): $k_s < 2$ (genaue Berechnung schwierig und aufwändig)

Bauschinger Effekt verändert ebenfalls k_s , stabilisiert sich erst nach einer Anzahl von Lastzyklen

Richtwert im Behälterbau: $k_s = 1,7$

Anriss und Schwingungsbruch:

Bisher: Versagen durch plastische Verformung

Jetzt: Versagen durch Anriss und Bruch

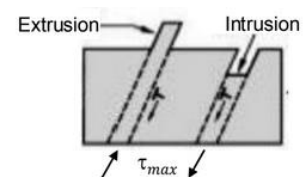
Schwingungsbruch (früher Dauer-, Zerrüttungsbruch, Ermüdungsbruch):

- sehr komplexer Vorgang
- 3 Phasen: Rissentstehung / Rissausbreitung / Restbruch

Rissentstehung:

Hervorgerufen durch inhomogene, mikroskopische Spannungsverteilung aufgrund der kristallografischen Orientierung der Körner

- Einzelne Körner gleiten, bevor makroskopisch R_e erreicht ist.
- Dies kann an der Oberfläche beobachtet werden:
 - Extrusionen
 - Intrusionen



→ lamellenartige Ausstülpungen und Einziehungen

→ Mikrorisse an Korngrenzen und Gleitbändern

- Diese bilden Mikrokerben und vergrößern sich zum makroskopischen Anriss an der Oberfläche

Gleitbänder → Mikrokerben an der Oberfläche → Anriss

Bei gleichartigem Gefüge geht der Anriss von der Oberflächenzone aus

Aber auch bruchauslösender Ort im Innern:

- Bei oberflächengehärteten Werkstoffen (wegen unterschiedlicher Festigkeit von Härteschicht und Kern)
- Oder wenn innere Fehlstellen vorhanden sind

Rissausbreitung:

von der Oberfläche aus, unter 45° ; (τ_{max} – Ebenen, langsam) = Scherriss

Bereits nach dem Durchlaufen von einigen Körnern:

- Riss dreht senkrecht zur größten Zugspannung
- schnelle Rissausbreitung
- Es entsteht ein stark dreiachsiger Spannungszustand → keine plastische Abgleitung, sondern Trennung senkrecht zur Normalspannung im Bereich der durch die Wechselgleitung vorgeschädigten Zone

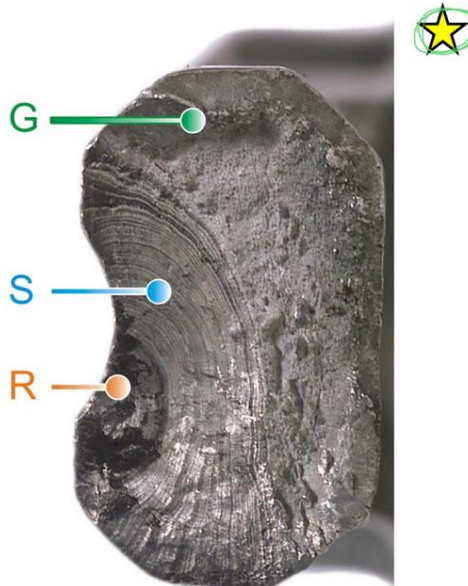
- ➔ transkristalliner Bruch
- ➔ Verkleinerung des Restquerschnitts
- ➔ spontaner Gewaltbruch bei stetig zunehmender Rissgeschwindigkeit

G: Restbruchanteil

S: Schwingbruchanteil

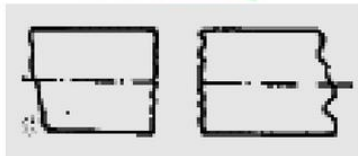
R: Rissausgang

- Rissausgang von Schleifritzen an der Oberfläche
- Rissausbreitung über die Hälfte des Querschnitts
- Danach: Restbruch



Bruchbeurteilung:

Trennbruch



Bruchfläche glänzend, körnig, rau und eben:

Bruch durch **statische Beanspruchung** bei **spröden Werkstoff** oder heterogenem Gefüge mit einer **spröden Kristallart** (Grauguß mit Lamellengraphit) oder kompliziertem Gitter mit **wenig Gleitmöglichkeit** (gehärteter Stahl). Bruch auch durch **schlagartige Beanspruchung** bei **zähem Werkstoff**.

Verformungsbruch



Bruchfläche matt, samtartig, uneben und eventuell durch Scheren geglättet (Scherbruch) mit **Einschnürung** unter 45° (Schubspannungen): Bruch durch **statische Beanspruchung** bei **zähem Werkstoff** und **vielen Gleitmöglichkeiten** im Gitter.

Mischbruch



Bruchfläche außen als Verformungs-, innen als Trennbruch mit Einschnürung, Krater und glatter Trennfläche (Zugversuch): Einige Gleitmöglichkeiten des Werkstoffs, danach **Kaltverfestigung**, **Einschnürung** mit **mehrachsigem Spannungszustand**, **Behinderung weiterer plastischer Verformung** und folgendem **Trennbruch** (Baustahl)

Dauerbruchfläche glatt, eben, muschelig,

Rastlinien durch **Stillstandzeiten** der Rißausbreitung:

Bruch durch **dynamische Belastung** mit **Ausgang** von **Kerben**, Absätzen, Nuten, Bohrungen, Kratzer, Riefen, Schweißnähten, Auf-, Entkohlung, Korrosion, Blasen, Lunker, Schlackenteilchen. **Gewaltbruchfläche** mit **Trennbruch** bei **einmaliger Überlastung** des Restquerschnitts, bei **Torsionsbelastung** häufig **schraubenartig**.

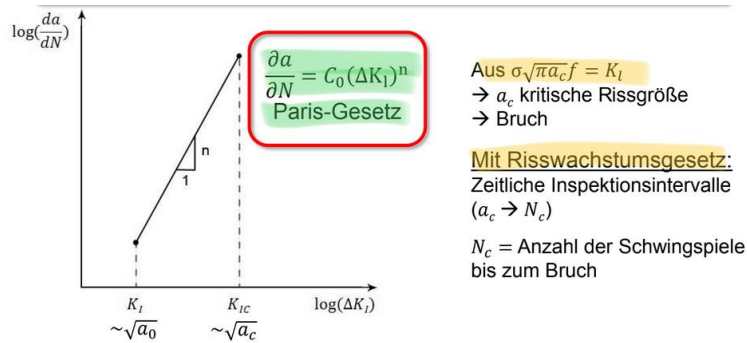
Dauerbruch





Paris-Gesetz:

Rissausbreitung unter zyklischer Beanspruchung

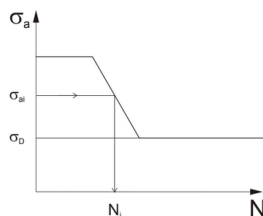


Beispiel: Flugzeugbau, Inspektion, Rechnung, Begleitversuche mit Flugprogramm im Zeitraffertempo (erhöhte Belastung)

Aufgabe 16:

Erläutern Sie die Schadensakkumulationshypothese von Palmgren-Miner.

Akkumulierte Schädigung: $D = \sum_{i=1}^m \frac{n_i}{N_i}$, Bruch bei $D = 1$



n_i = Anzahl der **Schwingspiele** mit der Amplitude σ_{ai}

N_i = **Bruchschwingspielzahl** für die Amplitude σ_{ai}

Nennen Sie die Mängel dieser Hypothese? Was bewirken diese Mängel und wie wird versucht diese zu mildern?

Mängel:

- 1) Amplituden $\sigma_{ai} < \sigma_D$ werden nicht erfasst
- 2) Reihenfolgen von σ_{ai} werden nicht berücksichtigt
- 3) Zyklische Ver- oder Entfestigung wird nicht erfasst
- 4) Bei Kerben ist $\sigma_{a,max}$ schwer zu bestimmen (vor allem wenn $\sigma_{a,max} > R_e$ ist)

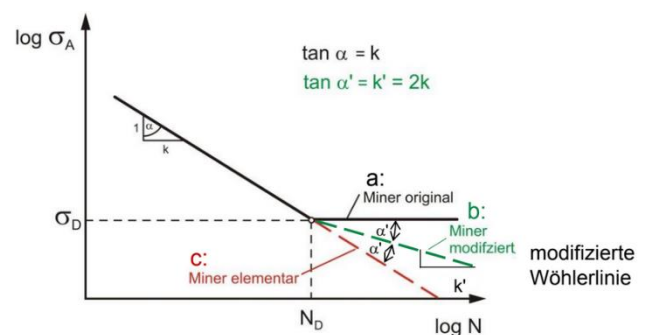
Auswirkung: Voraussagen unsicher

Abhilfe:

- 1) Modifizierte Wöhlerlinie zur Auswertung.

- 2) Relativ-Miner-Regel ($D = \text{const.} \neq 1$) aus Versuchen mit ähnlichen Verhältnissen bzgl. Geometrie, Werkstoff, Beanspruchung.

- 3) Unterer Grenzwert $D = 0,3$; PÜ = 95%



Was ist unter (zyklisch) elastisch-plastischen Wechselverformungen zu verstehen? Wann können diese auftreten?

Verformungsvorgänge, bei denen bei jedem Belastungszyklus ($\Delta\epsilon = \text{const.}$ oder $\Delta\sigma = \text{const.}$) elastisch-plastische Dehnungen und Stauchungen auftreten

→ Hysteresisschleife für $\sigma = f(\epsilon)$

Tritt auf, wenn $F > k_s \cdot FF$ ist (k_s : „Shake Down Faktor“)

Erläutern Sie kurz den Ablauf eines Schwingungsbruchs.

1) Entstehen eines Anrisses an Gleitbändern im Oberflächenbereich

2) Rissausbreitung durch Schwingbeanspruchung (zuerst Scherriss $\parallel \tau_{\max}$, dann Trennung $\perp \sigma_{\max}$) transkristallin

3) Restbruch (spontaner Gewaltbruch)

Aufgabe 17:

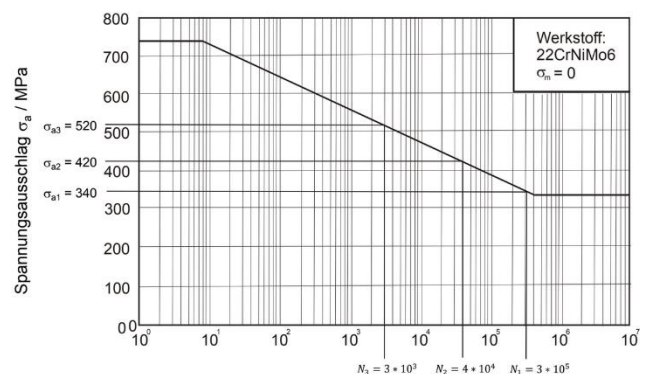
Ein Bauteil (ohne Kerben, polierte Oberfläche) aus dem Vergütungsstahl 22CrNiMo6 mit der unten wiedergegebenen Wöhlerlinie unterliegt einer Wechselbeanspruchung von 120000 Lastspielen mit der Spannungsamplitude 340 N/mm² und 5600 Lastspielen mit der Amplitude 420 N/mm².

Wie viele Lastspiele mit der Amplitude 520 N/mm² können noch bis zum Bruch ertragen werden, wenn die Schadensakkumulationshypothese nach Palmgren-Miner $\sum_{i=1}^m \frac{n_i}{N_i} = 1$ gilt?

$$\begin{aligned} \sigma_{a1} &= 340 \text{ MPa}, \quad n_1 = 1,2 \cdot 10^5, \quad N_1 = 3 \cdot 10^5, \quad \frac{n_1}{N_1} = \frac{1,2 \cdot 10^5}{3 \cdot 10^5} = 0,4 \\ \sigma_{a2} &= 420 \text{ MPa}, \quad n_2 = 5,6 \cdot 10^3, \quad N_2 = 4 \cdot 10^4, \quad \frac{n_2}{N_2} = \frac{5,6 \cdot 10^3}{40 \cdot 10^3} = 0,14 \\ \sigma_{a3} &= 520 \text{ MPa}, \quad n_3 = x, \quad N_3 = 3 \cdot 10^3, \quad \frac{n_3}{N_3} = \frac{x}{3 \cdot 10^3} \end{aligned}$$

Palmgren-Miner:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^3 \frac{n_i}{N_i} &= \frac{n_1}{N_1} + \frac{n_2}{N_2} + \frac{n_3}{N_3} = 0,4 + 0,14 + \frac{x}{3 \cdot 10^3} = 1 \\ \Rightarrow x &= 3 \cdot 10^3 \left(1 - \frac{0,4 + 0,14}{1} \right) = 1380 \end{aligned}$$



Vorlesung 10:

Zeitstandsbeanspruchung:

Werkstoff ist bei Raumtemperatur (RT) derart beansprucht, dass plastische Verformungen entstehen. Dabei treten keine Veränderungen der Verformungen (Dehnungen) bei konstanter Last (Spannung) auf:

- ➔ Zeitunabhängiges Werkstoffverhalten: RT: $\sigma_0 \rightarrow \epsilon_0 = \text{const.} \neq f(t)$
- ➔ Zeitabhängiges Werkstoffverhalten: Aufbringen derselben Last (Spannung) bei hoher Temperatur (HT) ($\vartheta > \vartheta_{KE}$) (KE = Kristallerholungstemperatur)
 - plastische Verformungen nehmen zu $\rightarrow$ HT: $\sigma_0 \rightarrow \epsilon_0 \neq \text{const.} = f(t)$:

Der Werkstoff kriecht

Kristallerholungstemperatur T_{KE}

$\equiv$ die Temperatur in K, für die man mit technisch relevanten Kriechverformungen rechnen muss:

$$T_{KE} = (0,4 - 0,5) T_S [K]$$

Legierungen
reine Metalle

T_S : Schmelztemperatur [K]

z. B. C25: $T_S = 1793 \text{ K}$ (1520 °C)

$$T_{KE} = 0,4 T_S = 717 \text{ K} (444^\circ\text{C})$$

$$\vartheta_{KE} \approx 450 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$T(K) = \vartheta(^{\circ}\text{C}) + 273,15$$

Kriechgesetz:

Kriechen ist ein thermisch aktivierter Vorgang und beruht auf der Bewegung von Versetzungen im Kristallgitter.

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 + K_0 \exp \frac{Q_K}{RT} t$$

- Kriechen findet grundsätzlich bei allen Temperaturen statt
- Kriechen ist technisch relevant bei höheren Temperaturen ($\vartheta > \vartheta_{KE}$)

Ob hohe/tiefe Temperatur T für den Werkstoff vorliegt, ergibt sich aus der Relation von T zu seiner Schmelztemperatur T_S .

Einfluss auf die Gleitmöglichkeiten:

Je größer die Zahl der Gleitsysteme desto leichter kriecht ein Werkstoff

→ aber auch mehr plastische Verformung möglich



Kompromiss erforderlich: (hinsichtlich Verformbarkeit)

- Verarbeitbarkeit (z. B. Warmformgebung) → Verformbarkeit gefordert
- Sicherheit (Spröbruchgefahr) → Verformbarkeit gefordert
- Funktionstüchtigkeit (Warmfestigkeit) → geringe Verformbarkeit erwünscht

Bestimmend für die Gleitmöglichkeiten:

- Gittertyp (atomar) → Gleitsysteme (Gitterparameter $\approx 2,5 \cdot 10^{-7}$)
- Gefügestruktur (mikroskopisch, Korngröße $\approx 10^{-2} \text{ mm}$)

Gittertyp: (bei HT)

- kfz: (aust. Stähle) 12 Gleitsysteme
- krz: (perlitisch-ferritische Stähle) 48 Gleitsysteme
- ➔ Höherer Kriechwiderstand der aust. Stählen bei HT (bei RT umgekehrt, wegen des kleineren Burgersvektors bei kfz-Gitter bei jeweils nur 12 Gleitsystemen)

Gefügestruktur:

1. Chemische Zusammensetzung

→ heterogene Phasen (leg. Stähle)

Neben den Gitterfehlern:

- Versetzungen
- Leerstellen
- Korngrenzen

Freie Weglänge (FW) = Weg einer Versetzung, ohne mit anderen Gefügebestandteilen in Wechselwirkung zu treten:

FW klein: bei Legierungen vorhanden, hoher Kriechwiderstand → warmfeste Stähle daher legiert

FW groß: bei reinen Metallen → kriechanfällig

2. Verarbeitung

→ Gießen, Walzen, ...

Korngröße nimmt ab bei Umformvorgängen → Verfestigung des Werkstoffs (Hall-Petch-Effekt)

3. Wärmebehandlung

→ Ausscheidungen einer oder mehrerer Phasen in der Matrix → Reduzierung des Kriechens

→ Hindernisse für Versetzungen → erhöhter Kriechwiderstand

→ Achtung: Ausscheidungen können (gewollt oder ungewollt) auch bei der Betriebsbelastung (bei höheren T) entstehen

→ Gefügestruktur kann sich im Laufe der Beanspruchung ändern (z.B. durch martensitische Umwandlung)

Kriechkurve:

I Primärbereich: (= Übergangskriechen) Verfestigung überwiegt

- vor allem durch Versetzungsaufstau
- Kriechgeschwindigkeit nimmt ab

II Sekundärbereich: (= Stationäres Kriechen) Verfestigung ($\partial\sigma/\partial\varepsilon$) und Entfestigung ($\partial\sigma/\partial t$) im dynamischen Gleichgewicht

- stationärer Zustand
- Verfestigung durch Versetzungsaufstau und gegenseitige Behinderung der Versetzungen
- Entfestigung v. a. durch Klettern von Stufenversetzungen
- Abbau von Versetzungsaufstau und Quergleiten von Schraubenversetzungen
- Kriechgeschwindigkeit ist annähernd konstant

III Tertiärbereich: (= Beschleunigtes Kriechen) Thermisch aktivierte Verformungsvorgänge überwiegen

Korngrenzen gleiten gegeneinander → z. T. Kornlockerung, Poren- und Rissbildung, Einschnürung → σ steigt

- Kriechgeschwindigkeit nimmt zu

Festigkeitskennwerte:

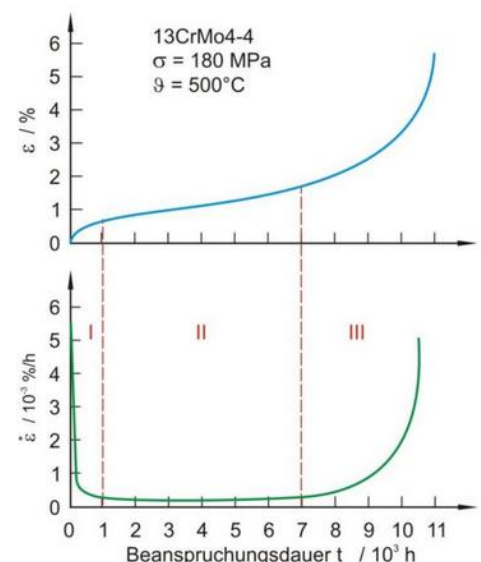
Werte aus dem Zugversuch ($\vartheta < \vartheta_{KE}$):

- Warmstreckgrenze: $R_{p0,2} / \vartheta$ (da R_e bei hohen Temperaturen verschwindet)
- Warmfestigkeit: R_m / ϑ

Aus Zugversuch im Ofen

Neue Werkstoffkennwerte ($\vartheta > \vartheta_{KE}$):

- Müssen dem Einfluss der Belastungszeit auf das Festigkeitsverhalten Rechnung tragen



- Werkstoffkennwerte aus Kriechkurven unter mehreren Belastungsstufen und bei verschiedenen Temperaturen.

Auftrag: doppelt logarithmisch: ϵ_{bl} vs. T :

$$\epsilon_{bl} = \epsilon_{ges} - \epsilon_{el} = \epsilon_{ges} - \sigma/E(\vartheta)$$

$$\rightarrow \epsilon_{bl} \approx \epsilon_{ges}$$

Zeitstandsschaubild: Bei bestimmter Temperatur ϑ Messung der bleibenden Dehnung ϵ_{bl} als Funktion der Zeit t bei unterschiedlichen Laststufen (Spannungen): $\epsilon_{bl} = f(t)$; Auftragung: doppeltlogarithmisch

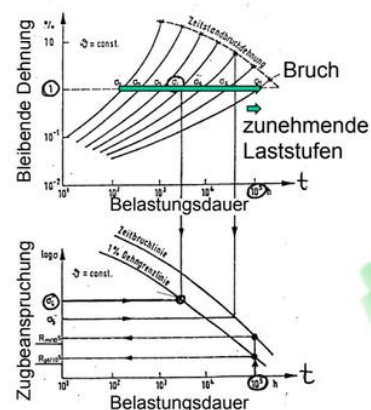


→ Zeitdehnschaubild

Daraus für vorgegebene bleibende Dehnung ϵ_{bl} (z. B. 1%) bzw. für die Dehnungen bei Bruch (Zeitbruchdehnungen) für unterschiedliche Laststufen (Spannungen) die jeweiligen Zeitpunkte bestimmen

→ Zeitstandsschaubild (besteht aus Zeitbruchkurve und Zeitdehngrenzkurve(n))

Daraus ablesbar: Zeitabhängige Festigkeitswerte bei hohen Temperaturen:



Zeitdehnschaubild

Zeitstandsschaubild

1. Zeitdehngrenze: $R_{p1/105/\vartheta}$:

- als Spannung angegeben
- Spannung, die nach 105 h (= 100000 h = 11,4 Jahre) bei Temp. ϑ eine bleibende Dehnung von 1% hervorruft

2. Zeitstandfestigkeit: $R_{m/105/\vartheta}$:

- Spannung, die nach 105 h bei Temp. ϑ einen Bruch hervorruft (Zeitbruchgrenze)

(Auslegung (langzeitig im Betrieb): $0,8 R_{m/105/\vartheta}$)

Bei **Festigkeitsberechnung**:

Verwendung der **niedrigsten zulässigen Spannung**, auszuwählen aus:

- | | | |
|-----------------------|---------------------------------|--------------------|
| • Warmstreckgrenze | $R_{p0,2/10^5/\vartheta}$ | $S = 1,5 \div 1,8$ |
| • Zeitdehngrenze | $R_{p1/10^5/\vartheta}$ | $S = 1,0$ |
| • Zeitstandfestigkeit | $R_{m/10^5/\vartheta}$ | $S = 1,5 \div 1,8$ |
| • Zeitstandfestigkeit | $R_{m/10^5/\vartheta+15^\circ}$ | $S = 1,0$ |



Rissbildung und Bruch:

Makroskopische Formänderung im Gefüge beim Zugversuch:

- Abgleitvorgänge in den Körnern und Verfestigung
- dann transkristalliner Bruch (quer durch die Körner)

Zeitstandbeanspruchung:

- Korngrenzen: dort Verformung bei Kriechbeanspruchung. In den Körnern finden nur Anpassungs- und Ausgleichvorgänge statt
- Formänderungsvermögen der Korngrenzen ist aber niedrig

- ➔ Bald interkristalliner Bruch bei niedriger Dehnung (damit geringer makroskopischer Verformung)

Trennung der Korngrenzen: erst im Tertiärbereich

- ➔ Bildung von Waben und Löchern an den Korngrenzen
- ➔ interkristalline Risse → Bruch

Daher wichtig: Dehnung am Ende des Sekundärbereichs dient als Maß für die Beanspruchungsgrenze und die Gebrauchsdauer

Erweiterte Schadensakkumulationshypothese:



Schwing- und Zeitstandsbeanspruchung (Ermüdung und Kriechen)

- (A) Erfassung von Schwingbeanspruchungen unterschiedlicher Höhe
- (B) Erfassung der Zeitstandsbeanspruchung bei unterschiedlicher Höhe und Temperatur

Schädigung, falls
$$\sum_{i=1}^m \frac{n_i}{N_i} + \sum_{i=1}^m \frac{t_i}{t_{Bi}} = 1$$
 erfüllt ist

(A) Schädigung durch
Schwingbeanspruchung
→ Wöhlerlinie

(B) Schädigung durch
Zeitstandsbeanspruchung
→ Zeit-Bruch-Kurve

In Praxis hat sich dieses Verfahren nicht bewährt, da die beiden Mechanismen sehr unterschiedlich schädigend wirken

Vorgehen in der Praxis:

Kriechen: Korngrenzenrisse → interkristallin

Ermüdung: Anrisse im Korn → transkristallin

Korrektes Vorgehen: experimentell:

1. Welches ist der dominierende Mechanismus? (erkennbar an Bruchausbildung)
2. Einfluss der weniger maßgebenden Beanspruchung auf die maßgebende Beanspruchungsart in entsprechenden Versuchen bestimmen

Qualitativ gilt: Bruch im Bereich:

- ➔ Geringer Schwingspiele (LCF) → vorwiegend Ermüdungsschäden
- ➔ Hohe Schwingspielzahl (HCF) → vorwiegend Kriechschädigung
- ➔ Mittlere Schwingspielzahl → Zerrüttung + Kriechen beeinflussen sich gegenseitig

Aufgabe 18:

Was ist unter „Kriechen“ eines Werkstoffs zu verstehen?

Zeitabhängige Verformung bei konstanter Belastung und Temperatur ($\epsilon = f(t)$, σ und $\vartheta = \text{const}$)

Von welcher Temperaturgrenze an spielt es technisch eine Rolle?

ab $T_{KE} \geq (0,4 \div 0,5)T_S$ T_S : absolute Schmelztemperatur / K

bzw. $\vartheta \geq \vartheta_{KE}$ ϑ_{KE} : Kristallerholungstemperatur / °C

Durch welche Werkstoffkennwerte wird es erfasst?

Zeitdehngrenze: $R_{p1/10^5/\vartheta}$ und

Spannung, bei einer **Temperatur ϑ** bei der nach 10^5 h eine **bleibende** Dehnung von 1% eintritt

Zeitstandfestigkeit: $R_{m/10^5/\vartheta}$ (auch: Zeitbruchgrenze)
(auch $R_{m/2 \cdot 10^5/\vartheta}$)

Spannung, bei der bei einer **Temperatur ϑ** nach 10^5 h (bzw. $2 \cdot 10^5$ h) der **Bruch** eintritt

Auf welchen Vorgängen im Werkstoffgefüge beruht das Kriechen?

Thermisch aktivierte Versetzungsbewegungen

Welche charakteristischen Legierungselemente sind in niedriglegierten warmfesten Stählen enthalten?

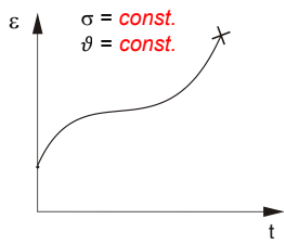
Cr, Mo, V (Karbidbildner: **Cr₇C₃**, **Mo₂C**, **V₄C₃**)

(10CrMo9-10; 13CrMo4-4; 21CrMoV5-10)

Aufgabe 19:

Erläutern Sie die Begriffe Kriechen und Relaxation. Nennen Sie je ein Beispiel für das Kriechen bzw. die Relaxation eines technischen Bauteils.

Kriechen:

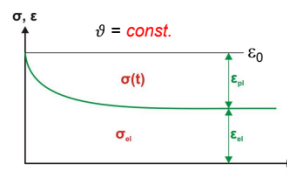


Zunahme der **Dehnung** mit der **Zeit** bei konstanter **Spannung** und **Temperatur** ($\vartheta > \vartheta_{KE}$)

$\varepsilon = f(t)$, σ und $\vartheta = \text{const} \rightarrow$ Kriechkurve

z.B.: Heißdampfrohr unter Innendruck

Relaxation:

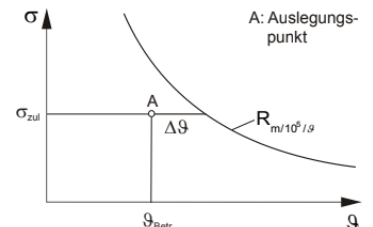


Abnahme der **Spannung** mit der **Zeit** bei konstanter **Dehnung** und **Temperatur** ($\vartheta > \vartheta_{KE}$)
 $\sigma = f(t)$, ε_0 und $\vartheta = \text{const} \rightarrow$ Relaxationskurve

z.B.: Flanschschraube an Heißdampf­flansch
Sektorkorken

Was ist unter der Temperatursicherheit zu verstehen?

Sicherheitsabstand $\Delta\vartheta$ der Betriebstemperatur von der Zeitstandfestigkeitskurve für $\sigma = \text{const}$.



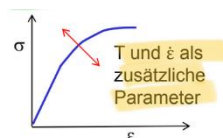
Beschreiben Sie den Ablauf von Werkstoffschädigung und Bruch unter Zeitstandsbeanspruchung.

1. Bildung von Hohlräumen/-stellen (Poren, Waben) an den Korngrenzen im Tertiärstadium.
2. Vereinigung zu interkristallinen Rissen, dadurch
3. Lockerung und Auflösung des Zusammenhaltes der Körner und schließlich
4. Interkristalliner Bruch.

Vorlesung 11:

Stoffgesetze:

beschreiben den Zusammenhang zwischen: Belastung (Spannungen) und Formänderung (Dehnungen und Schiebungen)



je nach Umgebungsbedingungen



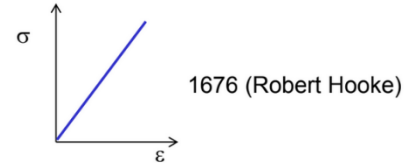
→ Man erhält Stoffgesetze in Form von Spannung-Dehnung-Beziehungen; Stoffgesetze sind die mathematische Beschreibung des Experiments

Zukünftig SIMULATION: Ausgehend von atomistischen Berechnungen + Elektronentheorie → Numerische Ermittlung des Werkstoffverhaltens (+ experimentelle Überprüfung)

Hooke'sche Gesetz:

Das älteste und einfachste Stoffgesetz.

- linearer Zusammenhang zwischen Spannungen und Dehnungen
- Grundlage der Festigkeitslehre



Im Lauf der technischen Entwicklung:

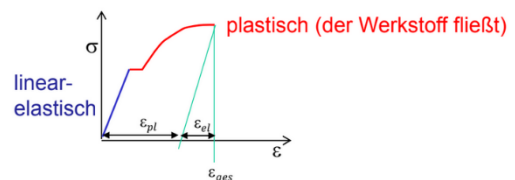
- Beschreibung von Werkstoffen mit nichtlinearem Verhalten (insbesondere bei hohen Temperaturen)
- Beschreibung neuer Werkstoffe (z.B. Kunststoffe)

→ nichtlineare, zeit- und temperaturabhängige Stoffgesetze werden benötigt

Beispiel für nichtlineares Verhalten: Stahl (meist-verbreiteter Konstruktionswerkstoff)

Verhältnis $\epsilon_{pl} / \epsilon_{el}$ nimmt zu mit:

- zunehmender Gesamtverformung ϵ_{ges}
- zunehmender Temperatur
- abnehmender Dehnrage



→ zudem Kriechen des Werkstoffs bei Temperaturen $\vartheta > \vartheta_{KE}$ (viskos, zeitabhängig)

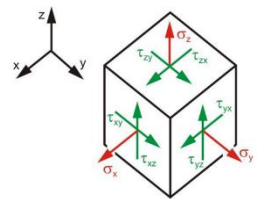
→ Stoffgesetze sind erforderlich für Festigkeitsberechnungen (FEM)

Spannungstensor und Hauptspannungen:

Spannungstensor:

Volumenelement:

infinitesimales, quaderförmiges herausgeschnittenes Volumenelement, belastet mit äußeren Kräften; Koordinatenrichtungen x, y, z parallel zu den Würfelkanten

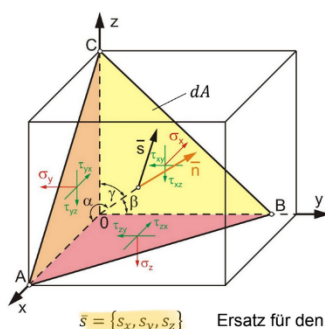


9 Spannungskomponenten wegen Momentengleichgewicht auf 6 Spannungskomponenten reduziert:

$$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$$

Schnittflächenelement:

VE mit einer beliebig orientierten Ebene geschnitten; Lage der Schnittfläche $dA = \Delta ABC$ ist festgelegt durch dessen Normaleneinheitsvektor $\bar{n}$ (durch Koordinatenursprung)



Komponenten von $\bar{n}$:

$$\begin{aligned} n_x &= n \cdot \cos(\bar{n}, e_x) = \cos \alpha \\ n_y &= n \cdot \cos(\bar{n}, e_y) = \cos \beta \\ n_z &= n \cdot \cos(\bar{n}, e_z) = \cos \gamma \end{aligned}$$

e_x, e_y, e_z = Einheitsvektoren in Richtung der Koordinatenachsen

α, β, γ = Winkel zwischen $\bar{n}$ und den Koordinatenachsen

Ersatz für den an der Schnittfläche dA weggeschnittenen Teil

Spannungstensor:

$$s_x = \sigma_x n_x + \tau_{yx} n_y + \tau_{zx} n_z$$

→

$$\begin{pmatrix} s_x \\ s_y \\ s_z \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix} \begin{pmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{pmatrix}$$

$$\text{oder kurz: } \bar{s} = \bar{S} * \bar{n}$$

- Ändert sich der Normalenvektor $\bar{n}$, also die Lage der Schnittfläche A, so ändert sich auch $\bar{s}$, nicht aber $\bar{\bar{s}}$.
- Wegen $\tau_{xy} = \tau_{yx}$ usw. ist der Spannungstensor symmetrisch zur Hauptdiagonalen und besteht aus 6 unabhängigen Elementen
- Durch den Spannungstensor ist jeder Spannungszustand (1-, 2-, 3-achsig) vollständig erfasst (6 Angaben zur Beschreibung notwendig)

Betrag der Spannung s:

$$\bar{s} = \{s_x, s_y, s_z\} \Rightarrow s = \sqrt{s_x^2 + s_y^2 + s_z^2}$$

$$\bar{n} = \{n_x, n_y, n_z\} \Rightarrow n = 1$$

→ Normalspannungen σ senkrecht und die Schubspannungen τ in der Schnittebene dA:

Die Normalspannung beträgt:

$$\sigma = \bar{s}^t * \bar{n} = s * n * \cos(s, n)$$

Die Größe der Schubspannung τ ergibt sich zu:

$$\tau = \sqrt{s^2 - \sigma^2}$$

Hauptspannungen:

Für jeden Punkt eines belasteten Körpers gibt es drei aufeinander senkrechte Schnittflächen, in denen die Spannungsvektoren mit den Normalenrichtungen zusammenfallen: $\bar{s} \parallel \bar{n}$

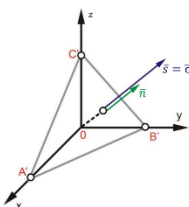
- Diese Flächenelemente sind frei von Schubspannungen: $\tau = 0$
- Die Normalspannungen bezeichnet man als Hauptspannungen $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$
- Ihre Richtungen bezeichnet man als Hauptspannungsrichtungen
- Die Schnittebenen bezeichnet man als Hauptebenen
- Das zugehörige KS bezeichnet man als Hauptachsensystem (HAS)
- Im HAS hat der Spannungstensor die Form

$$\bar{\bar{s}} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix}$$

Aufgabe: Hauptspannungen berechnen aus dem in einem beliebigen (x,y,z)-Koordinatensystem gegebenen Spannungstensor

Da für die Hauptebene gilt: Richtung des Spannungsvektors = Normalenrichtung folgt:

$$\bar{s} = \sigma * \bar{n} \quad \sigma \text{ ist eine Hauptspannung, ein skalarer Faktor}$$



in Komponentenform ergibt sich:

$$\begin{aligned} s_x &= \sigma * n_x \\ s_y &= \sigma * n_y \\ s_z &= \sigma * n_z \end{aligned}$$

Betrachten wir zunächst einmal nur die x-Komponente:

$$s_x = \sigma * n_x$$

mit der aus dem Kräftegleichgewicht $\Sigma F_x = 0$ gewonnenen Beziehung

$$s_x = \sigma_x * n_x + \tau_{yx} * n_y + \tau_{zx} * n_z$$

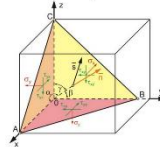
wird für die x-Komponente

$$s_x = \sigma * n_x = \sigma_x * n_x + \tau_{yx} * n_y + \tau_{zx} * n_z$$

oder

$$\sigma_x * n_x + \tau_{yx} * n_y + \tau_{zx} * n_z - \sigma * n_x = 0$$

analoge Beziehungen ergeben sich für die y- und z-Komponenten



Durch Umformung erhält man folgende Gleichungen (ein lineares, homogenes Gleichungssystem)

$$\begin{aligned} (\sigma_x - \sigma) * n_x + \tau_{yx} * n_y + \tau_{zx} * n_z &= 0 \\ \tau_{xy} * n_x + (\sigma_y - \sigma) * n_y + \tau_{zy} * n_z &= 0 \\ \tau_{xz} * n_x + \tau_{yz} * n_y + (\sigma_z - \sigma) * n_z &= 0 \end{aligned}$$

Die Komponenten n_x, n_y und n_z müssen bestimmt werden. Die nichttrivialen Lösungen der Determinante sind die gesuchten Hauptspannungen σ_1, σ_2 und σ_3 des Spannungstensors. Aus

$$\begin{vmatrix} (\sigma_x - \sigma) & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & (\sigma_y - \sigma) & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & (\sigma_z - \sigma) \end{vmatrix} = 0$$

lassen sich die Hauptspannungen σ bestimmen

Durch Entwickeln dieser Determinante ergibt sich die charakteristische Gleichung:

Charakteristische Gleichung (χ -Gleichung)

$$\sigma^3 - I_1 * \sigma^2 + I_2 * \sigma - I_3 = 0$$

Lösung dieser Gleichung 3. Grades sind die gesuchten Hauptspannungen

$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ sind unabhängig vom KS (x, y, z); I_1, I_2, I_3 sind ebenfalls unabhängig vom Bezugssystem

→ I1, I2 und I3 sind **Invarianten** des Spannungstensors

$$I_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z$$

$$I_2 = \sigma_x * \sigma_y + \sigma_y * \sigma_z + \sigma_z * \sigma_x - (\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)$$

$$I_3 = \sigma_x * \sigma_y * \sigma_z + 2 * \tau_{xy} * \tau_{yz} * \tau_{zx} - (\sigma_x * \tau_{yz}^2 + \sigma_y * \tau_{zx}^2 + \sigma_z * \tau_{xy}^2)$$

Sind die **Beträge der Hauptspannungen bekannt**, so können aus dem obigen Gleichungssystem mit der Zusatzbedingung

$$n_i^2 = n_{ix}^2 + n_{iy}^2 + n_{iz}^2 = 1$$

auch die **Normalenvektoren** n_1, n_2, n_3 der drei Hauptebenen und damit die **Hauptspannungsrichtungen** bestimmt werden.

Beispiel:

Beispiel: Gegeben sei der Spannungstensor $\vec{S}$

$$\vec{S} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 100 & 50 & 0 \\ 50 & 200 & 0 \\ 0 & 0 & -20 \end{bmatrix} \text{ [MPa]}$$

Zu bestimmen: **Hauptspannungen** $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ und **Hauptspannungsrichtung** der ersten Hauptspannung

Eigenwertproblem:

$$\begin{vmatrix} 100 - \sigma & 50 & 0 \\ 50 & 200 - \sigma & 0 \\ 0 & 0 & -20 - \sigma \end{vmatrix} = 0$$

$$(-20 - \sigma) * [(100 - \sigma) * (200 - \sigma) - 50^2] = 0 \Rightarrow \sigma = -20 \text{ MPa} (= \sigma_3)$$

$$\sigma^2 - 300 * \sigma + 17500 = 0 \quad (\rightarrow \sigma_1, \sigma_2)$$

$$\Rightarrow \sigma_{1/2} = \begin{cases} 220,7 \text{ MPa} \\ 79,3 \text{ MPa} \end{cases}$$

Lösung der quadratischen Gleichung

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= 220,7 \text{ MPa} \\ \sigma_2 &= 79,3 \text{ MPa} \\ \sigma_3 &= -20 \text{ MPa} \end{aligned}$$

Hauptspannungen σ_1, σ_2 und σ_3 nach Größe geordnet

Bestimmung der Richtung der 1. Hauptspannung σ_1 :

Eigenwertproblem:

$$[\vec{S}^T - \sigma_1 \vec{E}] \vec{n} = 0 \quad (\text{hier für } \sigma_1 = 220,7 \text{ MPa und } n_1)$$

$$\begin{bmatrix} 100 - 220,7 & 50 & 0 \\ 50 & 200 - 220,7 & 0 \\ 0 & 0 & -20 - 220,7 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} n_{1x} \\ n_{1y} \\ n_{1z} \end{bmatrix} = 0$$

$$\begin{aligned} -120,7 * n_{1x} + 50 * n_{1y} &= 0 \\ 50 * n_{1x} - 20,7 * n_{1y} &= 0 \\ -240,7 * n_{1z} &= 0 \Rightarrow n_{1z} = 0 \end{aligned}$$

$$n_{1x} \text{ frei wählbar: } n_{1x} = 1$$

$$n_{1y} = \frac{120,7}{50} = \frac{50}{20,7} = 2,414 \quad \Rightarrow \quad \vec{n}_1 = \frac{1}{\sqrt{1^2 + 2,414^2 + 0^2}} * \begin{bmatrix} 1 \\ 2,414 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,383 \\ 0,924 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Linearelastisches Werkstoffverhalten:

Allgemeine Spannungs-Dehnungs-Beziehungen:

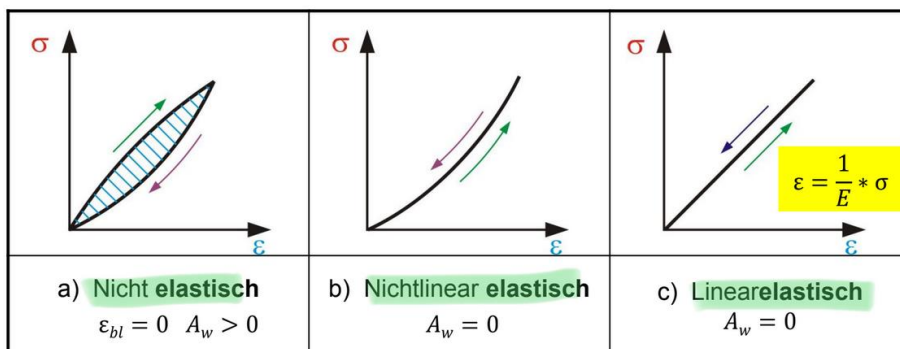
Definition elastisch: verformbarer Körper nimmt nach dem Entlasten wieder seine Ursprungsform an.

→ $\epsilon_{bl} = 0$ (keine bleibenden Verformungen)

Achtung: Diese Definition ist unzulänglich da: Keine Aussage darüber, was während der Verformung unter Last geschieht

Andere Definition für elastisches Verhalten:

Elastisch = Verformungsvorgang, bei dem zu keiner Zeit mechanische Energie A_w verbraucht wird: $A_w = \oint \sigma d\epsilon = 0$ (Linienintegral)



$A_w > 0$: nicht elastisch $\left\{ \begin{array}{l} A_w = f(v): \text{viskoelastisch} \\ A_w \neq f(v): \text{plastisch} \end{array} \right.$

Hooke'sche Gesetz:

$$\epsilon = \frac{1}{E} * \sigma$$

gilt nur unter Einschränkungen:

- isotropes Werkstoffverhalten (Eigenschaften nicht richtungsabhängig)
Gegenbeispiel: Holz, Einkristall, Metalle nach Kaltverformung (Texturen)

- homogener Werkstoff (Eigenschaften sind ortsunabhängig)
Gegenbeispiel: Faserverbundwerkstoffe, Stahlbeton, Metalle mit Seigerungen oder oberflächengehärtet
- einachsiger Spannungszustand (nur eine Hauptspannung ungleich null)
Gegenbeispiel: Behälter unter Innendruck, Welle unter Torsion

→ Übergang auf allgemeinsten Fall notwendig, um Anisotropie zu erfassen

Anisotropie – Isotropie:

Isotroper Werkstoff: 3 Konstanten: Elastizitätsmodul E
Querkontraktion μ
Schubmodul G
Aber nur 2 unabhängig:
 $E = 2G(1 + \mu)$

Zusammenhang zwischen den **Lamé'schen Konstanten** λ und G mit E sowie μ

$$\lambda = \frac{\mu E}{(1 + \mu)(1 - 2\mu)} \quad G = \frac{E}{2(1 + \mu)}$$

Häufig verwendete elastische Konstanten:
 E, μ, G, K, λ

Hydrostatischer und deviatorischer Anteil des Spannungs- und Verformungszustandes:

Andere Darstellung des Hooke'schen Gesetzes: Aufspaltung des Spannungszustandes in:

- hydrostatischen (Volumenänderung) und
- deviatorischen Anteil (nur Gestaltänderung)

hydrostatisch: Beanspruchung, die in alle drei Richtungen gleich groß ist
(z. B. Flüssigkeitsdruck)

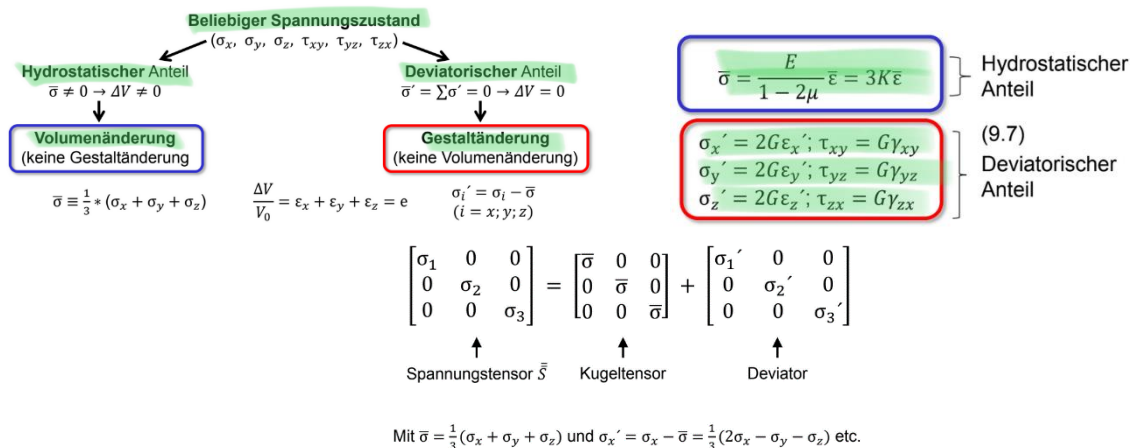
deviatorisch: Davon abweichende Beanspruchung
(deviare = abweichen)

Spannungen:

$$\begin{bmatrix} \sigma \\ \tau \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\sigma} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sigma' \\ \tau' \end{bmatrix}$$

Dehnungen:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon \\ \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\varepsilon} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon' \\ \gamma' \end{bmatrix}$$



Elastisch-plastisches Werkstoffverhalten:

Fließbedingungen:

Im Zugversuch (einachsiger Spannungszustand) beginnt der Werkstoff zu fließen, wenn $\sigma = R_e$ (Streckgrenze)

Aber: Werkstoffe weisen im Allgemeinen an der höchstbelasteten Stelle einen zwei- oder dreiachsigen Spannungszustand auf.

Deshalb ist es wichtig zu wissen, wann unter diesen Voraussetzungen (mehrachsigem Spannungszustand) das Fließen einsetzt.

Das Kriterium, um den Beginn des Fließens festzulegen, nennt man **Fließbedingung**

Bei der Aufstellung von FIBn wird von folgenden (experimentell bestätigten) Voraussetzungen ausgegangen:

- isotropes Werkstoffverhalten: FIBn nur abhängig von invarianten Größen (da FIB unabhängig von der Lage des Koordinatensystems sein muss)
- im plastischen Zustand bleibt das Volumen des Werkstoffs konstant → die Fließbedingung ist ausschließlich eine Funktion des Spannungsdeviators (nur Gestaltänderung)
- Im Zugversuch setzt das Fließen bei $\sigma = R_e$ ein → dieser Punkt wird als Grenzwert für das Fließen angenommen

$$\rightarrow R_e = \frac{1}{\sqrt{2}} * \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}$$

$$\text{Kurzform: } I_2' + \frac{1}{3} R_e^2 = 0$$

Gestaltänderungshypothese (GEH):

bisher: abstrakt-mathematische Herleitung → jetzt: anschaulich-physikalische Deutung



1. Interpretation: Gestaltänderungsenergie:

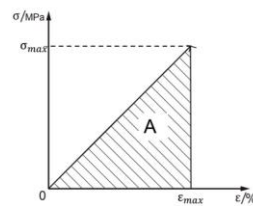
Mechanische Arbeit zur Deformation eines Körpers = elastische Formänderungsenergie

$A = A_V + A_G$
 A_V = Volumenänderungsarbeit → **hydrostatischer Anteil**
 A_G = Gestaltänderungsarbeit → **Deviatoranteil**

$$A = \frac{1}{2} (\sigma_1 \epsilon_1 + \sigma_2 \epsilon_2 + \sigma_3 \epsilon_3) \quad (10.1)$$

hydrostatischer Anteil bewirkt **kein** Fließen
 → im folgenden nur Gestaltänderungsarbeit
 (Gestaltänderungsenergie) A_G maßgebend
 → daher nur **Deviatoranteile**:

$$A_G = \frac{1}{2} (\sigma_1' \epsilon_1' + \sigma_2' \epsilon_2' + \sigma_3' \epsilon_3') \quad (10.2)$$



Experimentell bestätigt: **Plastische** Verformung läuft unter **Volumenkonstanz** ab

GEH: Der Werkstoff beginnt zu **fließen**, wenn die unter einem beliebigen Spannungszustand gespeicherte **Gestaltänderungsenergie** einen bestimmten (werkstoffspezifischen) **Grenzwert erreicht hat** ($\equiv$ Grenzwert, bei dem im Zugversuch (einachsiger) Fließen einsetzt):

$$A_G = \frac{1}{12G} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] \quad (10.3)$$

Bei Fließbeginn gilt: $\sigma_v = R_e$; daraus folgt aus (10.5a):

$$\left. \begin{aligned} A_{G0} &= \frac{\sigma_1^2}{6G} \\ \sigma_2 &= \sigma_3 = 0 \end{aligned} \right\} \text{ für Zug (einachsiger)} \quad (10.4)$$

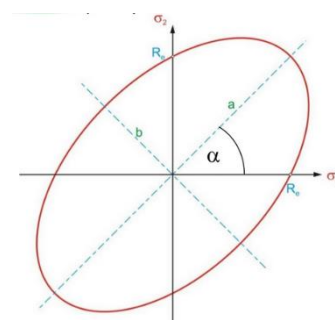
$$\sigma_v = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \equiv v. \text{ Mises } (10.5)$$

Fließen bei Zug, wenn $\sigma_1 = R_e$

Fließen (mehrachsiges Spannungszustand) wenn $A_G = A_{G0}$

Für zweiachsigen Spannungszustand ($\sigma_3 = 0$)

$\sigma_v = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \sigma_2}$ ist eine Ellipse mit den Halbachsen $a = \sqrt{2} * R_e$, $b = \sqrt{\frac{2}{3}} * R_e$
 die gegen die Koordinatenachsen um $\alpha = 45^\circ$ geneigt sind



Fließgrenzkurve GEH für $\sigma_3 = 0$

2. Interpretation: Oktaederschubspannung:

Das Flächenelement eines unter Spannungen stehenden Körpers, dessen Normale $\vec{n}$ mit den Hauptspannungsrichtungen **gleiche** Winkel einschließt, kann als eine der acht Flächen eines regelmäßigen **Oktaeders** aufgefasst werden:

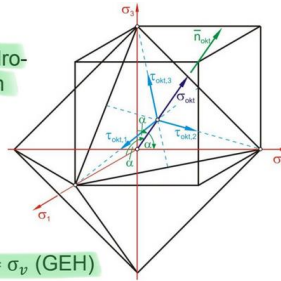
Die Normale der Oktaederfläche ist parallel zu der hydrostatischen Achse: Die dort wirkende Spannung σ ist im **Gleichgewicht** mit den 3 Hauptspannungen

Sie kann zerlegt werden in (Kräftegleichgewicht):

$$\sigma_{okt} = \frac{1}{3} * (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = \bar{\sigma} \quad (10.6)$$

$$\tau_{okt} = \frac{1}{3} * \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} = \frac{\sqrt{2}}{3} * \sigma_v \quad (GEH)$$

Fließen: $\tau_{okt} = 0,471 * R_e$

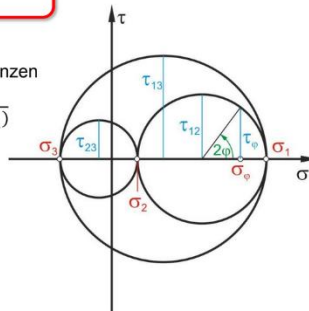


3. Interpretation: Hauptschubspannungen

Hauptschubspannungen (max. Schubspannungen) sind für das Fließen maßgebend:

$(\sigma_i - \sigma_j) = 2\tau_{ij}$ über Hauptspannungsdifferenzen

$$\begin{aligned} \sigma_v &= \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{4\tau_{12}^2 + 4\tau_{23}^2 + 4\tau_{31}^2} \\ &= \sqrt{2} \sqrt{\tau_{12}^2 + \tau_{23}^2 + \tau_{31}^2} \quad (10.7) \end{aligned}$$



Fließbeginn:

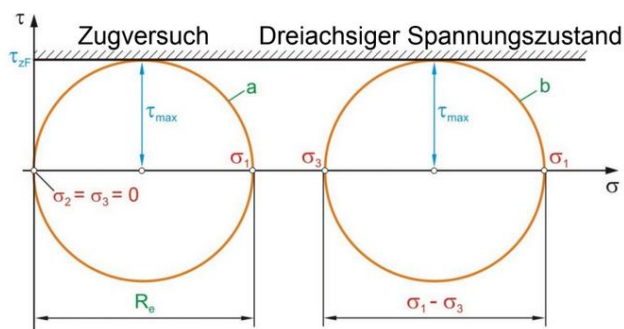
$$\bar{\tau} = \frac{1}{\sqrt{6}} * \sigma_v = 0,408 R_e = f(\tau_{12}, \tau_{23})$$

$$\sigma_v = 2 \sqrt{\tau_{12}^2 + \tau_{23}^2 + \tau_{12}\tau_{23}}$$

Schubspannungshypothese (SH):

Vorstellung nach Tresca:

- Plastische Formänderungen werden ausgelöst durch Schubspannungen, die als Schiebungen erfolgen
- Daher ist die größte Schubspannung für die Werkstoffbeanspruchung maßgebend
- Fließbeginn: $\tau_{max} = \tau_{krit} = \tau_z F$ Schubfließgrenze (τF) der Zugbeanspruchung (z)
- im einachsigen Spannungszustand: $\tau_{max} = 0,5 R_e$ (a)
- im mehrachsigen Spannungszustand: $\tau_{max} = 0,5 (\sigma_1 - \sigma_3)$ (b)



Aufgabe 20:

Bei einer FE-Rechnung ergaben sich für die höchstbeanspruchte Stelle eines Bauteils folgende Spannungen (in N/mm²). Wie groß sind die Hauptspannungen? Was für ein Spannungszustand liegt vor?

$$\sigma_x = 40 \quad \sigma_y = 160 \quad \sigma_z = 360$$

$$\tau_{xy} = 80 \quad \tau_{yz} = 240 \quad \tau_{zx} = 120$$

$$\bar{\mathbf{S}} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 40 & 80 & 120 \\ 80 & 160 & 240 \\ 120 & 240 & 360 \end{bmatrix} \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right]$$

Hauptspannungen (ergeben sich aus der charakteristischen Gleichung):

$$\sigma^3 - I_1 \sigma^2 + I_2 \sigma - I_3 = 0$$

I_1, I_2, I_3 : sind die drei Invarianten des Spannungstensors:

$$I_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z = 40 + 160 + 360 = 560 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\begin{aligned} I_2 &= \sigma_x \sigma_y + \sigma_y \sigma_z + \sigma_z \sigma_x - (\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2) \\ &= 40 \cdot 160 + 160 \cdot 360 + 360 \cdot 40 - (80^2 + 240^2 + 120^2) \\ &= 6400 + 57600 + 14400 - (6400 + 57600 + 14400) = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_3 &= \sigma_x \sigma_y \sigma_z + 2 \tau_{xy} \tau_{yz} \tau_{zx} - (\sigma_x \tau_{yz}^2 + \sigma_y \tau_{zx}^2 + \sigma_z \tau_{xy}^2) \\ &= 40 \cdot 160 \cdot 360 + 2 \cdot 80 \cdot 240 \cdot 120 - (40 \cdot 240^2 + 160 \cdot 120^2 + 360 \cdot 80^2) = 0 \end{aligned}$$

$\det(\bar{\mathbf{S}}) = 0$, da 3. Spalte = 3·1. Spalte und 2. Spalte = 2·1. Spalte

$$\bar{\mathbf{S}} = \begin{bmatrix} 40 & 80 & 120 \\ 80 & 160 & 240 \\ 120 & 240 & 360 \end{bmatrix} \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right]$$

In (1) oben eingesetzt ergibt:

$$(1) \sigma^3 - I_1 \sigma^2 + I_2 \sigma - I_3 = 0$$

$$\sigma^3 - 560 \cdot \sigma^2 = 0$$

$$| : \sigma^2$$

$$\sigma - 560 = 0$$

$$\sigma = \sigma_1 = 560 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\sigma_2 = (\sigma_3) = 0$$

$$\sigma^2 (\sigma - 560) = 0$$

$$\Rightarrow \bar{\mathbf{S}} = \begin{bmatrix} 560 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right]$$

Der Spannungszustand ist einachsrig.

Aufgabe 21:

Der Spannungszustand in einem Punkt eines belasteten Körpers ist gegeben durch die Spannungskomponenten (in N/mm²). Spalten Sie diesen Spannungszustand in einen hydrostatischen und einen deviatorischen Anteil auf.

$$\sigma_x = 150 \quad \sigma_y = -60 \quad \sigma_z = 90$$

$$\tau_{xy} = 70 \quad \tau_{yz} = -50 \quad \tau_{zx} = 0$$

Zerlegung:

$$\text{Normalspannungen: } \sigma = \bar{\sigma} + \sigma'$$

$$\text{Schubspannungen: } \tau = 0 + \tau' \Rightarrow \tau = \tau'$$

$$\begin{array}{cc} \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} \\ \text{hydrost.} & \text{deviat.} \\ \text{Anteil} & \text{Anteil} \end{array}$$

Nachrechnung (Probe):

$$I_1 = \sigma'_x + \sigma'_y + \sigma'_z = 90 - 120 + 30 = 0$$

$$\sigma = \bar{\sigma} + \sigma'$$

$$\tau'_{xy} = \tau_{xy} = 70 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau'_{yz} = \tau_{yz} = -50 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau'_{zx} = \tau_{zx} = 0$$

$$\begin{pmatrix} 150 & 70 & 0 \\ 70 & -60 & -50 \\ 0 & -50 & 90 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 60 & 0 & 0 \\ 0 & 60 & 0 \\ 0 & 0 & 60 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 90 & 70 & 0 \\ 70 & -120 & -50 \\ 0 & -50 & 30 \end{pmatrix}$$

Hydrostatischer Anteil:

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{3}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) = \frac{1}{3}(150 - 60 + 90) = 60 \text{ N/mm}^2$$

Deviatorischer Anteil:

$$\sigma'_x = \sigma_x - \bar{\sigma} = 150 - 60 = 90 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma'_y = \sigma_y - \bar{\sigma} = -60 - 60 = -120 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma'_z = \sigma_z - \bar{\sigma} = 90 - 60 = 30 \text{ N/mm}^2$$

Wie groß ist die Volumenänderung, wenn $E = 21 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$ und $G = 8,1 \cdot 10^4 \text{ N/mm}^2$ ist?

Volumenänderung (siehe Skript):

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \frac{3(1-2\mu)}{E} \bar{\sigma} \quad (= \frac{1}{K} \bar{\sigma})$$

μ nicht gegeben, dafür G :

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)} = \frac{E}{2+2\mu}$$

$$2\mu = \frac{E}{G} - 2$$

eingesetzt:

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \frac{3 \left(1 - \frac{E}{G} + 2 \right)}{E} \bar{\sigma} = \frac{3(3G-E)}{GE} \bar{\sigma}$$

$$= \frac{3 \cdot (3 \cdot 8,1 \cdot 10^4 - 21 \cdot 10^5)}{8,1 \cdot 21 \cdot 10^8} \cdot 60$$

$$= 0,35 \cdot 10^{-3} = 0,035\%$$

oder:

$$2\mu = \frac{21 \cdot 10^5}{8,1 \cdot 10^4} - 2 = 0,5926$$

$$\mu = 0,296$$

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \frac{3(1-0,5926)}{21 \cdot 10^5} \cdot 60 = 0,0349\%$$

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \frac{3(1-2\mu)}{E} \bar{\sigma}$$

Aufgabe 22:

Welches sind die Grenzwerte der Querdehnungszahl μ , wenn bei der Belastung eines Körpers keine Querdehnung oder -stauchung auftritt?

Poissonsches Gesetz:

$$\varepsilon_q = -\mu \cdot \varepsilon_l \rightarrow \mu = -\frac{\varepsilon_q}{\varepsilon_l}$$

keine Querdehnung:

$$\varepsilon_q = 0 \quad \xrightarrow[\varepsilon_l \neq 0]{\text{falls}} \mu = 0 \quad (\text{z.B. bei Kork})$$

Welches sind die Grenzwerte der Querdehnungszahl μ , wenn angenommen wird, dass das Volumen eines Körpers konstant bleibt?

$$\Delta V = 0$$

Volumenkonstanz:

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \frac{3(1-2\mu)}{E} \bar{\sigma} = 0$$

Damit diese Gleichung zu Null wird, muss entweder $(1-2\mu)$ oder $\bar{\sigma} = (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)/3 = 0$ sein. Da die Gleichung aber für beliebige Spannungen σ_i bzw. $\bar{\sigma}$ gelten muss, also auch für $\bar{\sigma} \neq 0$, muss $1-2\mu = 0$ sein.

$$\Rightarrow \mu = 0,5 \quad (\text{z.B. Gummi})$$

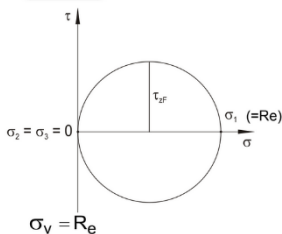
Aufgabe 23:

Bestimmen Sie aus der Streckgrenze R_e eines zähen Werkstoffs die Schubspannungen τ_{zf} und τ_{tf} bei Fließbeginn unter Zug bzw. Torsion.

Allgemein: Fließen unter beliebigem allgemeinem Spannungszustand, wenn:

$$\sigma_v = R_e$$

1. Zug



$$\sigma_2 = \sigma_3 = 0 \quad \sigma_v = \sigma_1 \quad (\text{GEH, SH})$$

also mit $\sigma_v = R_e$ Fließen für:

$$\sigma_1 = R_e \quad (2)$$

Aus Mohr'schem Kreis für Zug ist für Fließen:

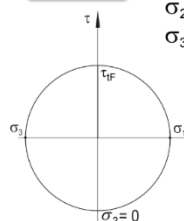
$$\tau_{zf} = \frac{\sigma_1}{2} \quad (3)$$

(für SH und GEH)

(2) in (3):

$$\tau_{zf} = \frac{R_e}{2} = 0,5 \cdot R_e$$

2. Torsion



$$\left. \begin{array}{l} \sigma_2 = 0 \\ \sigma_3 = -\sigma_1 \end{array} \right\} \sigma_v^{\text{GEH}} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_3^2} = \sqrt{2} \sigma_1 = \sqrt{3} \sigma_1$$

$$\begin{aligned} \text{GEH: } \sqrt{3} \sigma_1 &= R_e \rightarrow \sigma_1 = \frac{1}{\sqrt{3}} R_e \\ \text{SH: } 2 \sigma_1 &= R_e \rightarrow \sigma_1 = \frac{1}{2} R_e \end{aligned} \quad (4)$$

(4) in (5):

$$\begin{aligned} \tau_{tf} &= \frac{R_e}{\sqrt{3}} = 0,58 R_e \quad (\text{GEH}) \\ \tau_{tf} &= \frac{R_e}{2} = 0,5 R_e \quad (\text{SH}) \end{aligned}$$

$$\text{GEH: } \tau_{tf} > \tau_{zf}$$

$$\text{SH: } \tau_{tf} = \tau_{zf}$$

Vorlesung 12

Viskoelastisches Werkstoffverhalten

Viskoelastisches Werkstoffverhalten: Beschreibung der Verformung über elastische und viskose Grundelemente (mechanische Modelle)

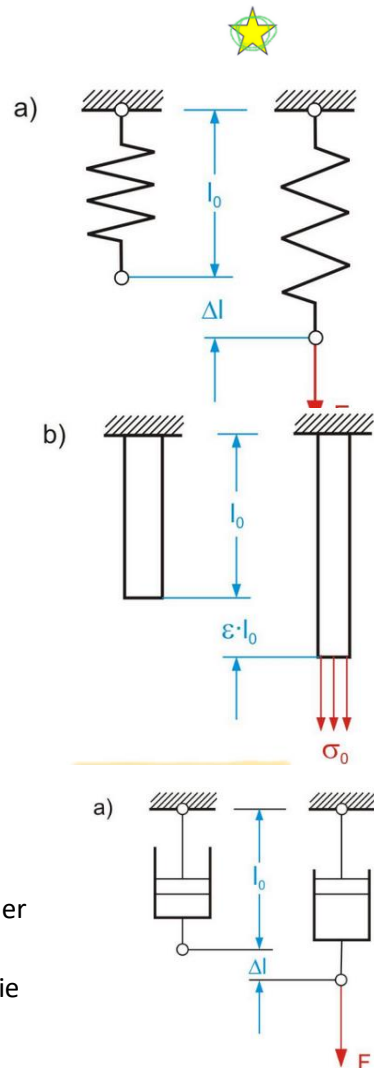
Elastisches Element:

- Symbol: Feder
- bei einer Belastung der Feder mit der Kraft F verlängert sich diese um den Weg Δl
- wird die Kraft entfernt, so nimmt die Feder wieder die ursprüngliche Länge l_0 an
- Bei einer linearen Federcharakteristik gilt: $F = k * \Delta l$; k: Federkonstante
- Das Verhalten einer linearen Feder ist das gleiche wie das Verhalten bei einem elastischen Stab im Zugversuch:

$$\sigma_{el} = E * \varepsilon_{el}$$

$$\Delta l = \varepsilon * l_0$$

- Dies ist das Hooke'sche Gesetz für einen linearelastischen Werkstoff bei einachsigem Spannungszustand
- Der Elastizitätsmodul E (E-Modul) entspricht der Federkonstanten k
- Im Spannungs-Dehnungs-Diagramm ergibt die Gleichung eine Gerade mit der Steigung $E = \tan(\alpha)$
- Die Feder repräsentiert also die elastische Verformungskomponente



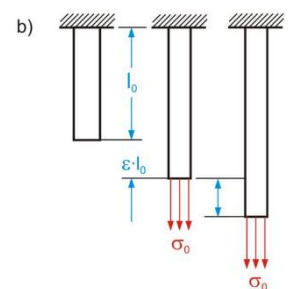
Viskoses Element:

- Symbol: (ein mit zähflüssigem Öl gefüllter Zylinder, dessen Boden feine Löcher hat („Stoßdämpfer“))
- um den Kolben zu bewegen, ist eine Kraft F erforderlich, weil das Öl durch die Löcher gepresst werden muss
- je größer die Kraft ist, umso schneller bewegt sich der Kolben
- die Kraft ist demnach proportional zur Geschwindigkeit der Kolbenbewegung und nicht zur Verlängerung Δl selbst:
- bei linearem Zusammenhang zwischen Kraft F und Geschwindigkeit v ($= \partial(\Delta l)/\partial t$) ergibt sich folgende Beziehung:
- Bei einer Kraftwegnahme bleibt die jeweilige Länge $l_0 + \Delta l$ erhalten
- wird die Kraft F wieder aufgebracht, so nimmt die Länge l weiter zu

$$F \sim \frac{\partial(\Delta l)}{\partial t}$$

$$F = C * \frac{\partial(\Delta l)}{\partial t}$$

$C = \text{const.}$



Viskosität:

Ein Stoff, dessen Dehngeschwindigkeit der angelegten Spannung proportional ist, heißt viskos.

Analogie:

Stoffgleichung einer zähen Flüssigkeit: $\tau = \eta * \dot{\gamma}$

τ : Schubspannung

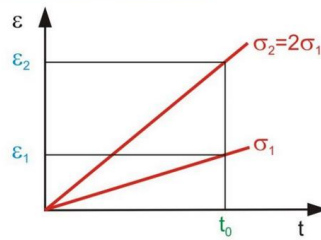
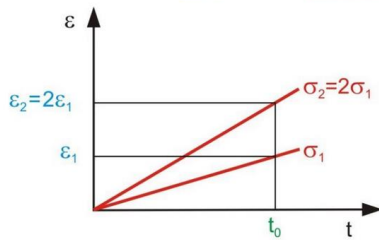
η : Viskosität in $[\frac{Ns}{m^2}]$ oder $[Pa * s]$, η entspricht C

$\dot{\gamma}$: Schergeschwindigkeit

a) linear-viskos

b) nichtlinear-viskos

Die Linien $\varepsilon(t)$ für $\sigma = \text{const.}$ sind Geraden. Linearität bezieht sich nur auf den Zusammenhang zwischen ε und σ



$$\left[\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \right] t=t_0$$

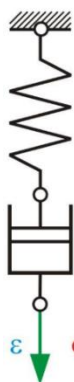
$$\left[\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} = \left(\frac{\sigma_2}{\sigma_1} \right)^n \right] t=t_0$$

doppelte Spannung = doppelte Dehnung bei der gleichen Zeit

doppelte Spannung ist nicht gleich doppelter Dehnung bei der gleichen Zeit
Leistungsfunktion

Maxwell-Modell:

Serienmodell (Feder und Dämpfer werden hintereinandergeschaltet)



gesucht: Stoffgesetz $f(\sigma, \varepsilon, t)$

$$\varepsilon = \varepsilon_{el} + \varepsilon_v \quad (11.3a)$$

$$\sigma = \sigma_{el} = \sigma_v \quad (11.3b)$$

Gleichung (11.3a) differenziert: $\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_{el} + \dot{\varepsilon}_v$

Mit $\sigma_{el} = E * \varepsilon_{el}$ folgt $\dot{\sigma}_{el} = E * \dot{\varepsilon}_{el}$

und mit $\sigma_v = C * \dot{\varepsilon}_v$

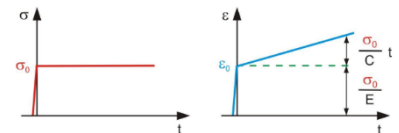
$$\Rightarrow \dot{\varepsilon} = \frac{\dot{\sigma}}{E} + \frac{\sigma}{C}$$

$$\Rightarrow \dot{\varepsilon} = \frac{\dot{\sigma}}{E} + \frac{\sigma}{C} \quad (\text{wegen (11.3b)})$$

$$\text{in Standardform: } E * \dot{\varepsilon} = \dot{\sigma} + \frac{E}{C} \sigma$$

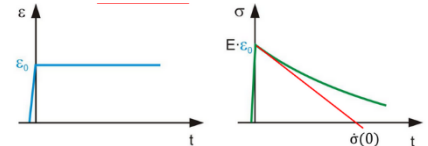
Test a): $t = 0, \sigma = \sigma_0, \varepsilon(t) = ?$ (bei $\sigma = \text{const.}$)

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \frac{\sigma_0}{C} t$$



Test b): $t = 0, \varepsilon = \varepsilon_0, \sigma(t) = ?$ (bei $\varepsilon = \text{const.}$)

$$\sigma(t) = E * \varepsilon_0 * e^{-\frac{E}{C} t}$$

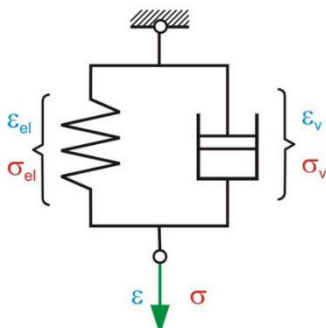


Die Kurven $\varepsilon(t)$ bei konstanter Belastung σ_0 heißen **Kriechkurven**

Die Kurven $\sigma(t)$ bei konstanter Verformung ε_0 heißen **Relaxationskurven**

Voigt-Modell:

Parallelschaltung von Feder und Dämpfer



es ist: $\varepsilon = \varepsilon_{el} = \varepsilon_v$

$$\sigma = \sigma_{el} + \sigma_v \quad (11.8)$$

und: $\sigma_{el} = E * \varepsilon_{el}$

$$\sigma_v = C * \dot{\varepsilon}$$

damit wird aus (11.8):

$$\sigma = E * \varepsilon + C * \dot{\varepsilon}$$

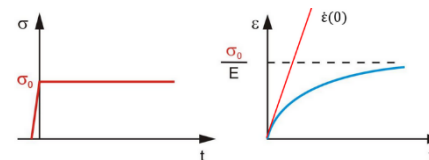
oder:

$$\dot{\varepsilon} + \frac{E}{C} \varepsilon = \frac{1}{C} \sigma \quad (11.9)$$

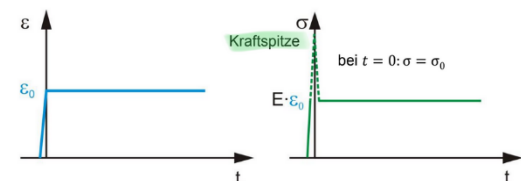
Diese DGL bestimmt das mechanische Verhalten des Voigt-Modells

Test a): $t = 0, \sigma = \sigma_0, \varepsilon(t) = ?$ (bei $\sigma = \text{const.}$)

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{E} * \left(1 - e^{-\left(\frac{E}{C}\right)t} \right)$$



Test b): $t = 0, \varepsilon = \varepsilon_0, \sigma(t) = ?$ (bei $\varepsilon = \text{const.}$)

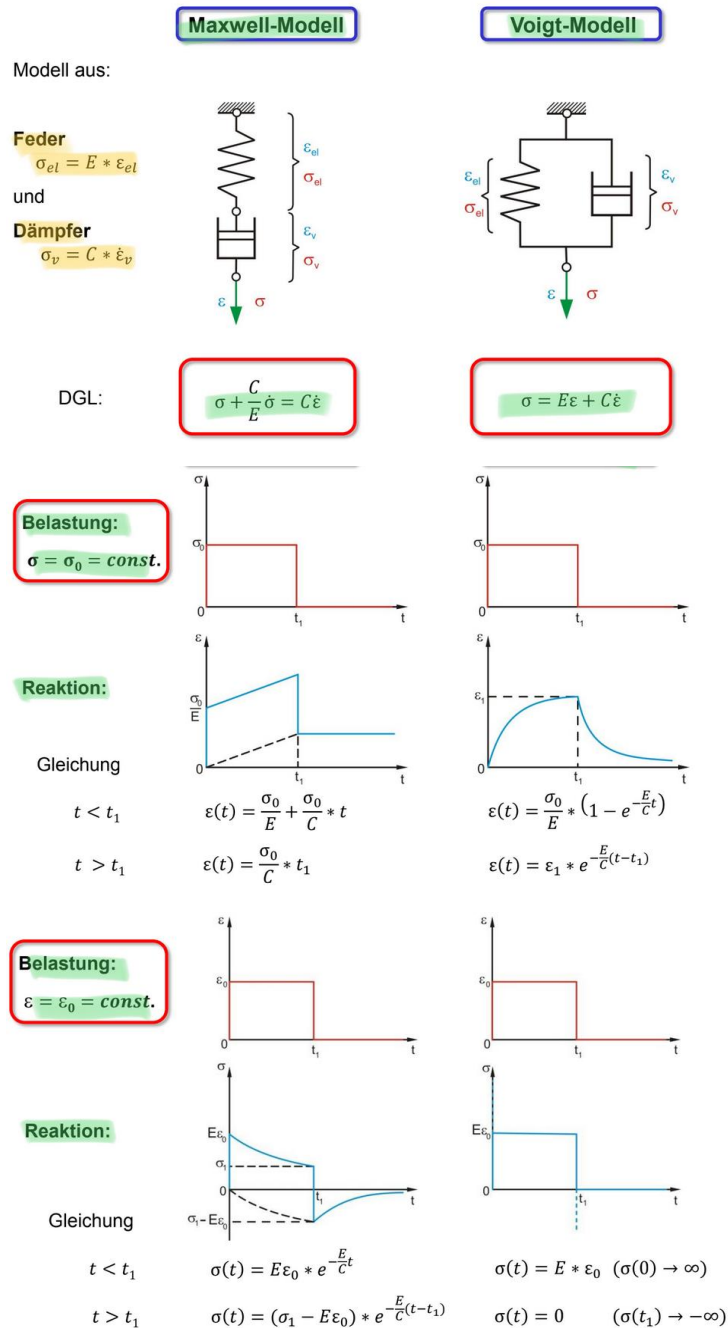


Vergleich der beiden Modelle:

- Es wurde das Maxwell- und das Voigt-Modell unter konstanter Spannung und Dehnung betrachtet

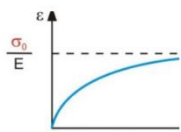
- Es ergaben sich daraus Kriech- und Relaxationskurven, die das Verhalten der Modelle charakterisieren

Ein weiterer Aspekt des viskoelastischen Stoffverhaltens ist die „Erholung“ Sie tritt ein, wenn die Belastung (Kraft oder Zwangsverformung) wieder entfernt wird

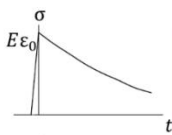


Viskoelastizität:

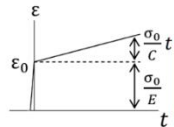
Elastisches (Federelement) und viskoses (Dämpferelement) zur Beschreibung des HT-Verhaltens von metallischen Werkstoffen.



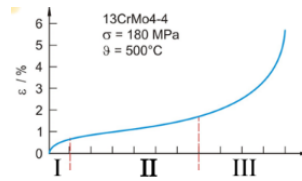
Voigt:
Spannungsvorgabe
Übergangskriechen (Bereich I)



Maxwell:
Dehnungsvorgabe
Relaxation



Maxwell:
Spannungsvorgabe
Stationäres Kriechen (Bereich II)

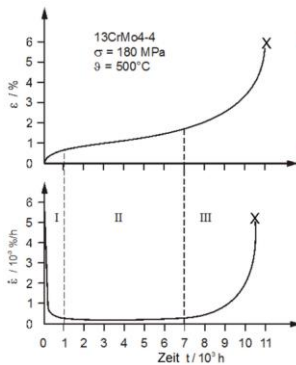


Im Bereich II (stationäres Kriechen) tritt die größte Dehnungszunahme beim Kriechen ein. (Bereich III wegen Bruch zu gefährlich)

→ zeigt Bedeutung des Maxwell-Modells

Kriechkurven:

Beziehung zwischen σ , ϵ , t und ϑ herleiten



I Primärphase: Übergangskriechen
II Sekundärphase: Stationäres Kriechen
III Tertiärphase: Beschleunigtes Kriechen

X = Bruch

$\dot{\epsilon}$ = Kriechgeschwindigkeit

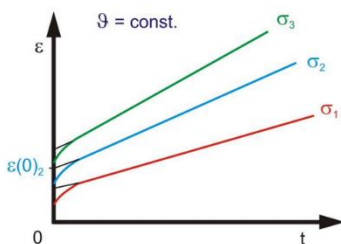
Kriechgesetze (für Metalle) bei hoher Temperatur: $\epsilon = f(\sigma, \vartheta, t)$ $\vartheta > \vartheta_{KE}$ ($= 0,4 - 0,5 \cdot TS$)

- mathematische Beziehung, die den ganzen Kurvenverlauf beschreibt, ist sehr schwierig
- deshalb: Versuch, die Kurve abschnittsweise anzunähern

Bereich III: aus Sicherheitsgründen nicht relevant. Oft liegt die plastische Dehnung schon über 1%, also oberhalb der Zeitdehngrenze $R_{p1/105}/\vartheta$

→ bleiben also Bereich I + II, die betrachtet werden müssen

Bereich I + II:



- Spannung σ als Parameter (variabel)
- $\epsilon \sim t$: Kurven können durch Geraden ersetzt werden
- es entsteht ein Fehler in der primären Kriechphase, der jedoch in der sekundären Phase immer geringer wird

Bezeichnet man die Schnittpunkte der Geraden mit der Ordinate ($t = 0$) mit $\epsilon(0)$ und die Steigung mit $\dot{\epsilon}$, so gilt: (bei $\sigma = \text{const.}$; $\vartheta = \text{const.}$)

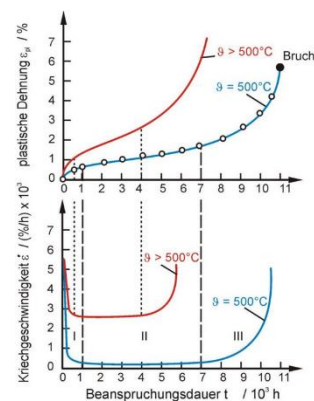
Kriechgesetz:

$$\epsilon(t) = \frac{\sigma_0}{E} + k \cdot \sigma_0^n \cdot t$$

$$\epsilon(t) = \epsilon(0) + \dot{\epsilon} \cdot t$$

$$\text{mit: } \epsilon(0) = \frac{\sigma_0}{E} \text{ und: } \dot{\epsilon} = k \cdot \sigma_0^n$$

$$\text{ergibt sich: } \epsilon(t) = \frac{\sigma_0}{E} + k \cdot \sigma_0^n \cdot t$$





Kriechgesetze:

- Die Anfangsdehnung und die verschiedenen Konstanten sind von der angelegten Spannung und der Temperatur abhängig
- Es gilt: $\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}$ während des stationären Kriechens (**Bereich II**)
- Kriechen entsteht hauptsächlich aus **thermisch aktivierten Versetzungsbewegungen**. Deshalb kann $\dot{\epsilon}$ durch eine **Arrhenius-Gleichung** erfasst werden

Arrhenius-Gleichung:

Lineare Beziehung zwischen dem Logarithmus der Reaktionsgeschwindigkeit (hier $\dot{\epsilon}$) und dem reziproken Wert der absoluten Temperatur:

$$\ln \dot{\epsilon} = K - \frac{Q}{RT}$$

$$\dot{\epsilon} = e^{K - \frac{Q}{RT}} = e^K * e^{-\frac{Q}{RT}}$$

$$\Rightarrow \dot{\epsilon} = A * e^{-\frac{Q}{RT}} * \sigma_0^n$$

A: werkstoffspezifische Konstante

Q: Aktivierungsenergie des Kriechprozesses

R: allgemeine Gaskonstante

T: absolute Temperatur

Langzeitbeanspruchung bei einer bestimmten Spannung und Temperatur ersetzen durch eine „gleichwertige“ Beanspruchung bei höherer Spannung bzw. Temperatur, die sich über einen kürzeren Zeitraum erstreckt (Anwendung im Bereich des stationären Kriechens (Bereich II))

- Larson-Miller: Temperaturabhängigkeit von Kriechgesetzen:
Grundidee: Übertragen von Versuchsergebnissen, die bei einer erhöhten Temperatur in entsprechend kürzerer Zeit gewonnen wurden auf das Langzeitverhalten des Werkstoffs bei niedrigerer Temperatur
- Monkman-Grant: Reduktion der Versuchszeiten zur Ermittlung der Lebensdauer t_f über Versuche bei höheren Temperaturen

Inhomogene Spannungsverteilung:

Bauteil aus Stahl mit inhomogener Spannungsverteilung unter zeitlich konstanter Belastung

→ Spannungsverlauf ändert sich im Laufe des Kriechens (hohe Spannungen werden niedriger, die niedrigen höher)

→ Spannungsverteilung wird ausgeglichen → es stellt sich eine gleichmäßigere Beanspruchung des Werkstoffs ein

Beispiel: Biegestab unter zeitlich konstantem Moment M_b

Annahmen:

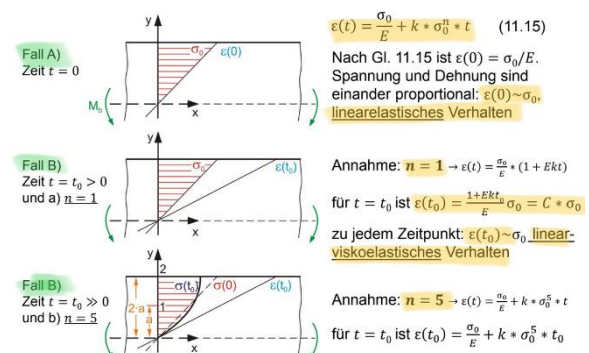
- Für das Werkstoffverhalten gelte das Norton-Kriechgesetz:

$$\dot{\epsilon}(t) = \frac{\sigma_0}{E} + k * \sigma_0^n * t \quad (11.15)$$

- Als Verträglichkeitsbedingung gelte auch im Kriechbereich, dass **ebene Querschnitte eben bleiben** (Annahme von Bernoulli)
Die Dehnungsverteilung im Biegestab ist somit linear über dem Querschnitt

- Die Gleichgewichtsbedingung lautet:

$$M_b = \int_A \sigma_x(y) * y dA = \text{const.} \neq f(T)$$



Verwendung typischer Kriechgesetze und Materialkonstanten:

Norton:

$$\dot{\epsilon}(t) = \frac{\sigma_0}{E} + k * \sigma_0^n * t \quad (11.15)$$

Andrade:

$$\dot{\epsilon}(t) = \epsilon_0 + K_1 * t^{\frac{1}{3}} + K * t$$

Garofalo:

$$\dot{\epsilon}(t) = \epsilon_0 + K_2 * (1 - e^{-mt}) + K * t$$

Aufgabe 25:

Welche Spannung ist nötig, um in einem Stab unter einachsiger Zugbeanspruchung nach 10^4 Stunden eine Dehnung von 0,1% zu erzeugen, wenn der Werkstoff sich linearelastisch, linear-viskoelastisch oder nichtlinear-viskoelastisch verhält?

$$(E = 2,1 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2; R_e = 260 \text{ N/mm}^2; k = 7,5 \cdot 10^{-15} (\text{N/mm}^2)^{-n} \cdot \text{s}^{-1})$$

1. linearelastisch:

$$\sigma_0 = E \cdot \varepsilon = 2 \cdot 10^5 \cdot 0,1 \cdot 10^{-2} = 200 \text{ N/mm}^2 (< R_e = 260)$$

ε wird **sofort** erreicht ($\neq f(t)$)

2. linear- viskoelastisch

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{E} + k \cdot \sigma_0 \cdot t = \frac{\sigma_0}{E} (1 + E \cdot k \cdot t) \text{ mit } (n = 1)$$

(In Prüfung wäre allgemeines Norton-Kriechgesetz angegeben):

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{E} + k \cdot \sigma_0^n \cdot t$$

$$\Rightarrow \sigma_0 = \frac{E \cdot \varepsilon}{1 + E \cdot k \cdot t}$$

$$= \frac{2 \cdot 10^5 \cdot 0,1 \cdot 10^{-2}}{1 + 2 \cdot 10^5 \cdot 7,5 \cdot 10^{-15} \cdot \frac{10^4 \cdot 3600}{10^4 \text{ h}}} \left[\frac{\text{N/mm}^2}{1 + \text{N/mm}^2 \cdot (\text{N/mm}^2)^{-1} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{s}} \right]$$

$$= \frac{2 \cdot 10^2}{1 + 54 \cdot 10^3} = 189,7 \text{ N/mm}^2$$

-nichtlinear- viskoelastisch ($n = 2$): quadratische Gleichung:

$$\varepsilon = \frac{\sigma_0}{E} + k \cdot \sigma_0^2 \cdot t$$

$$ax^2 + bx + c = 0 \rightarrow$$

$$x_{1/2} = \frac{1}{2a} (-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac})$$

$$k \cdot t \cdot \sigma_0^2 + \frac{1}{E} \sigma_0 - \varepsilon = 0$$

somit:

$$a = k \cdot t$$

$$b = \frac{1}{E}$$

$$c = -\varepsilon$$

$$k \cdot t \cdot \sigma_0^2 + \frac{1}{E} \sigma_0 - \varepsilon = 0$$

$$\sigma_0 = \frac{1}{2 \cdot k \cdot t} \left(-\frac{1}{E} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{E} \right)^2 + 4 \cdot k \cdot t \cdot \varepsilon} \right)$$

$$= -\frac{1}{2 \cdot E \cdot k \cdot t} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{2 \cdot E \cdot k \cdot t} \right)^2 + \frac{\varepsilon}{k \cdot t}}$$

$$= -\frac{1}{2 \cdot 54 \cdot 10^{-3}} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{2 \cdot 54 \cdot 10^{-3}} \right)^2 + \frac{0,1 \cdot 10^{-2}}{7,5 \cdot 10^{-15} \cdot 10^4 \cdot 3600}}$$

$$10^5 / 7,53,6$$

$$= -9,259 \pm \sqrt{(9,259)^2 + 3703,7}$$

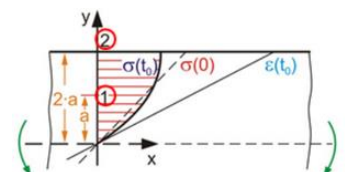
$$= 52,3 \text{ N/mm}^2$$

Metalle: $n = 3 - 7 \rightarrow \sigma_0$ wesentlich **kleiner** als 52,3 N/mm² !

Werkstoff	Verformung	Zur Erzeugung einer Dehnung von 0,1% erforderliche Spannung
linear-elastisch	Stab dehnt sich spontan (dann nicht mehr)	$\sigma_0 = 200 \text{ N/mm}^2$
linear-viskoelastisch	Stab dehnt sich während der 10^4 h	$\sigma_0 = 189,7 \text{ N/mm}^2$
nichtlinear-viskoelastisch	Stab dehnt sich während der 10^4 h	$\sigma_0 = 52,3 \text{ N/mm}^2$

Wie ändert sich die Spannungsverteilung in einem inhomogen beanspruchten Bauteil unter statischer Beanspruchung bei hohen Temperaturen?

Änderung der Spannungsverteilung unter statischer Beanspruchung bei hohen Temperaturen in einem inhomogen beanspruchten Bauteil: Es tritt eine Spannungsumlagerung/ ein Spannungsausgleich ein: Die hohen Spannungen werden niedriger, die niedrigen werden höher. (Grad der Annäherung vom Exponent $n > 1$ abhängig.)



Vorlesung 13:

Neue Werkstoffe:

Neuartige Werkstoffe nicht nur für konventionelle Anwendungen sondern auch Ausgangspunkt für neue Technologien (Bsp: Halbleitertechnik)

Strukturwerkstoffe (SW): Mit SWn werden konstruktive Strukturen erstellt, welche dem Bauteil Gestalt und Festigkeit verleihen → maßgebend sind die mechanischen Eigenschaften wie Festigkeit und Steifigkeit

Funktionswerkstoffe (FW): Mit FWn werden bestimmte technische Funktionen realisiert → Maßgebend sind die physikalischen Eigenschaften wie zum Beispiel die elektrische Leitfähigkeit

....aber auch Kombination von mechanischen und elektrischen Eigenschaften möglich → Piezoelektrizität

Anwendungsgebiete: Energie- und Anlagentechnik, Automobilbau, Luft- und Raumfahrttechnik, Elektrotechnik und Elektronik, Informations- und Kommunikationstechnik, Medizintechnik

Keramische Werkstoffe:

Definition:

Keramik ist ein Sammelbegriff für anorganische, nichtmetallische Werkstoffe gleichartiger Fertigungstechnologie → Pulvermetallurgie



- Alle festen Materialien, die weder Metalle noch Polymere sind, obwohl sie diese als Bestandteile oder Zusätze enthalten können
- Können sogar komplett aus Polymeren hergestellt werden

Nomenklaturausschuss der DKG: Anorganisch, nichtmetallisch und in Wasser schwer löslich; wenigstens 30% kristallin

Mögliche Unterteilung:

- Ingenieurskeramik, Technische Keramik und Hochleistungskeramik
- Oxid- und Nichtoxidkeramik

Herstellung:

- Herstellung eines Formteils aus einem Pulver (mit oder ohne Bindemittel) bei RT (auch bei erhöhter Temperatur mit anschließender Kristallisation)
- Einstellung typischer Eigenschaften über Temperaturbehandlung zwischen 900°C und 2000°C (Brennen, Sintern)
- Für den Maschinenbau wichtig: Werkstoffe aus dem Bereich der

Oxidkeramik: Al_2O_3 , ZrO_2 , Al_2TiO_2 und

Nichtoxidkeramik: Si_3N_4 , SiC , B_4C

Innere Struktur keramischer Werkstoffe:

- kristallin
- teilkristallin
- amorph

Struktur einstellbar über die Abkühlgeschwindigkeit:

- nach langsamer Abkühlung kristallin
- nach schneller Abkühlung amorph

Rohstoffe zur Herstellung sind vor allem in Form von Silikaten (Tone, Sande) fast unbegrenzt und preiswert verfügbar.

Eigenschaften und Anwendungsbereiche:

positive Eigenschaften	negative Eigenschaften
✓ hohe Härte (*) ✓ hohe Druckfestigkeit ✓ gute Verschleißigenschaften ✓ hohe Korrosionsbeständigkeit ✓ gute Warmfestigkeit ✓ geringe Dichte	- nicht plastisch verformbar (spröde) - empfindlich gegen schlag- und stoßartige Belastungen - niedrige Zugfestigkeit - geringe Temperaturwechselbeständigkeit (Thermoschockempfindlich (**))

* beruht auf starken Bindungen: heteropolar (Ionenbindung) und homöopolar (Atombindung, Elektronenpaarbindung, kovalente Bindung); stark richtungsabhängig (Diamant)

** Ausnahme: C-Keramiken haben niedrige Wärmeausdehnung und sind daher unempfindlicher gegen Thermoschocks (Diamant), auch Cordierit ($\alpha = 10^{-6} 1/K$, Mischkeramik):
 $Mg_2 [Al_4Si_5O_{18}] = 2MgO + 2Al_2O_3 + 5SiO_2$

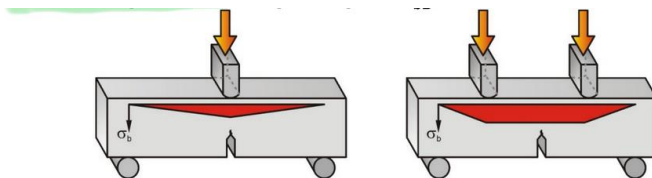
- ionenleitende Keramik (Ferrite)
- dielektrische / piezoelektrische Keramik (Titanate)
- supraleitende Keramik (Übergangstemperatur von 90K)
- Stoffe mit hohem spezifischem Widerstand + gute Wärmeleitfähigkeit (Substratkeramik)

Festigkeitsverhalten von Werkstoffen der Strukturkeramik:

Problematik der Zugfestigkeit

Große Streuungen durch:

- Gefügeinhomogenität
- Einspanneinflüsse (überlagerte Biegespannungen im Zugversuch wegen nicht exakt zentrischer Einspannung kaum zu vermeiden)
- ➔ unterschiedliche Ergebnisse (wegen Sprödigkeit des Materials)
- ➔ Bestimmung der maßgebenden statischen Kennwerte über 3-Punkt, 4-Punkt Biegeproben (Biegefestigkeit σ_{bB})



Aber auch Streuungen bei der Bestimmung der Biegefestigkeit σ_{bB} : Es sind viele Versuche erforderlich, welche eine statistische Auswertung erfordern

Was ist der Sinn des S-P-T-Diagramme (Strength-Probability-Time)?

Die Zusammenhänge zwischen Belastung, Bruchwahrscheinlichkeit und Lebensdauer lassen sich anschaulich darstellen.

Bauteile aus Ingenieurkeramik:

Übergang Werkstoff ➔ Bauteil

Konstruktionsregeln (gelten allgemein für spröde Werkstoffe):

- Zugspannungen **klein** halten, Bauteil möglichst **nur auf Druck** belasten
- Scharfe Kerben** und schroffe Querschnittsübergänge **vermeiden**, funktionsbedingte Kerbstellen mit möglichst **großen Radien** ausführen
- konzentrierte** Krafteinleitungen **vermeiden**
- starke **Temperaturgradienten** vermeiden, Wärmedehnungen nicht behindern

Bauteilherstellung: Auf Endmaß unter Einrechnung der Schwindung (Poren), da Nachbearbeitung teuer und schwierig (bis zu 30% Schwindungen beim Sinterprozess)

Einsatz: überall dort, wo folgendes gefordert wird:

- niedriges spezifisches Gewicht
- große Härte
- Verschleißfestigkeit
- Korrosionsbeständigkeit
- Temperaturfestigkeit

Weiterentwicklung:

Nachteile der Keramik: Sprödigkeit, Schlagbeanspruchung und Thermoschockanfälligkeit

- ➔ Spannungsspitzen an Poren, Verunreinigungen und Einschlüsse unter Zugbeanspruchung können nicht plastisch abgebaut werden
- ➔ Anrisse, die unterkritisch wachsen und einen Sprödbbruch auslösen (daher die geringe Bruchzähigkeit)

Abhilfe:

Gefüge (Matrix) mit möglichst wenigen und kleinen Defekten erzeugen → sehr feines Pulver mit hoher Reinheit und besonders dicht gepackt verwenden

Ausbreitung eines Risses durch energieabsorbierende Prozesse an der Risspitze verhindern z.B. Zugabe von ZrO_2

- ↳ hohe Spannungen → Umwandlung: ZrO_2 von tetragonal in monokline
- ↳ Gitterstruktur (Δ Volumen +3% ÷ 5%) → Druckspannung → Riss wird zusammengeedrückt
- ↳ Einbringen von feinen Keramikfasern (SiC-Fasern, behindern die Rissausbreitung)
- ↳ feinste Mikrorisse und Mikroporen einbringen (Rissabstumpfung) $K_{Ic} \uparrow 3 \rightarrow 10 \text{ MPa}\sqrt{m}$

Faserverbundwerkstoffe:

Definition:

Faserverbundwerkstoffe sind Materialien, welche aus mindestens zwei Komponenten bestehen, von denen eine in Form von Fasern in die andere, die Matrix, eingebettet ist.

Ziel: Erreichen von neuen Werkstoffeigenschaften, welche sich durch die reinen Komponenten nicht verwirklichen lassen

Faser liefert Festigkeit und Steifigkeit des Werkstoffes, die Matrix sorgt für die notwendige Duktilität. Die Auswahl der passenden Faser-Matrixkombination richtet sich nach der jeweiligen Anwendung (Belastung, Temperatur, Umgebung)

Angestrebt werden neue Werkstoffeigenschaften wie:

- hohe Festigkeit
- geringe Dichte
- Korrosionsbeständigkeit
- hohe Temperaturfestigkeit

Werkstoffe und Herstellung:

Fasern (Festigkeit):

- Glas, Kohlenstoff, Aramid (Polymer), Bor, Keramik
- Zur Erzielung höchster Festigkeit: Die Kristalle bzw. Moleküle der Fasern müssen in orientierter Form mit einer Vorzugsrichtung vorliegen
- Zur Vermeidung von Bruchausgangsstellen im spröden Faserwerkstoff müssen die Fasern frei von inneren und äußeren Fehlstellen (Rissen, Poren, Bauteilfehler) sein → Einsatz von dünnen Fasern **(in D: Whiskerherstellung gesundheitsschädlich, nicht mehr aktuell)**

Matrix (Duktilität): Maßgebend für die Auswahl der Matrix ist die Einsatztemperatur

- Bis 200°C: Polymer: Thermoplast (schmelzbar), Duromer (nicht schmelzbar, z. B. Epoxidharz)
- Ab 200°C: Metallmatrix, meist Al-Legierungen: für sehr hohe T: Keramik (SiC, Al₂O₃) und amorpher C (bis 2500°C)

Geometrische Struktur und mechanische Eigenschaften:

Wird nicht nur vom Material der Matrix und der Faser bestimmt, sondern sehr wesentlich von der inneren Geometrie der Verstärkungsphase.

Diese können:

- als Kurzfasern
- als lange (Endlos-) Fasern
- oder regellos oder ausgerichtet vorliegen

Kurzfasern:

- Besitzen keine Ausrichtung, wichtig für deren Verstärkungswirkung: Konzentration f und Verhältnis Länge/Durchmesser l/d
- große Oberfläche: gut zur Übertragung von Schubkräften zwischen Matrix und Faser
- Kritische Größe $l/d \geq 100$ → Faserbruch: abhängig von: Festigkeit der Faser, Art der Matrix und gegenseitige Bindung

Laminate: Verstärkungen:

- Biaxiale Verstärkung: zwei Schichten sind übereinander angebracht, deren Faserzüge aufeinander stehen
- Multidirektionale Verstärkung: Aufeinanderschichten von mehreren UD-Laminaten mit unterschiedlicher Faserrichtung; Problem: Schichthaftung (Delamination), Anisotropie
- Dreidimensionale (quasiisotrope) Verstärkung:
 - Verweben der Fasern in 3D
 - Gewebe oder geflochtene Textilstrukturen
 - Nachteil: Sehr hohe Kosten und hoher Herstellungsaufwand

Formgedächtnislegierungen:

Legierungen, die aufgrund von Gefügeumwandlungen nach entsprechender Vorbehandlung ihre Gestalt in Abhängigkeit von der Temperatur ändern.

Voraussetzung:

- thermo-elastische martensitische temperaturgesteuerte Umwandlung findet statt
- In der Hochtemperaturphase besteht das Gefüge aus Austenit, in der Tieftemperaturphase aus Martensit

Martensitbildung bedeutet allg.:

- Diffusionslose Phasenumwandlung im festen Zustand, meist verbunden mit Volumenänderung
- Die Martensitbildung ist begleitet von einer Formänderung, die durch eine korporative Scherbewegung der Atome des Kristallgitters hervorgerufen wird
- Die Formänderung kann beträchtlich erhöht werden, wenn man das Material im Niedertemperaturbereich, also im martensitischen Zustand, verformt. Bei anschließender Erwärmung springt es dann in seinen ursprünglichen Zustand (Austenit) zurück

Ausblick:



- Verbesserung der Risszähigkeit und Weiterentwicklung der Verarbeitungsverfahren komplexer Verbundstrukturen stehen im Vordergrund
- Problem: Mechanisches Verhalten bisher nur experimentell bestimmbar (hoher Aufwand)
- Ziel: Werkstoffverhalten theoretisch vorhersagen in Abhängigkeit der Charakteristik von Faser und Matrix und der Fasernanordnung
 - ➔ Beschreibung durch Stoffgesetze
 - ➔ Anpassung des Verbundwerkstoffs direkt an die Geometrie und an die Beanspruchung des Bauteils („maßgeschneiderte“ Werkstoffe)

Neue Art des Konstruierens

- ➔ Einsatz des Computers
- ➔ Interdisziplinäre Zusammenarbeit erforderlich

Wie nennt man die physikalische Simulationsart, die ohne Experimente auskommt?

In der Physik wird eine Ab-initio-Rechnung ohne die Ergebnisse der entsprechenden Messungen durchgeführt

Aufgabe 26:

Definieren Sie die Begriffe Struktur- und Funktionswerkstoffe?

Strukturwerkstoffe müssen mechanische und/oder thermische Belastungen aufnehmen. Maßgebend dafür sind Festigkeit und Steifigkeit.

Funktionswerkstoffe müssen bestimmte technische Funktionen ausüben. Maßgebend dafür sind die jeweiligen physikalischen Stoffeigenschaften (elektrische, magnetische, dielektrische, optische usw.)

Welche Vor- und Nachteile haben keramische gegenüber metallischen Werkstoffen?

Vorteile von Keramiken:

- Hohe Härte und Druckfestigkeit
- Hohe Verschleißfestigkeit
- Gute Korrosionsbeständigkeit
- Niedrige Dichte (geringes spezifisches Gewicht)
- Hohe Warmfestigkeit

Nachteile von Keramiken:

- Sprödigkeit (nicht plastisch verformbar)
- Niedrige Zugfestigkeit
- Hohe Schlagempfindlichkeit
- Geringe Temperaturwechselbeständigkeit (=empfindlich gegen Thermoschock)

Was ist unter dem Begriff eines Faserverbundwerkstoff zu verstehen?

Werkstoffe, die aus (mindestens) zwei Komponenten bestehen, den Fasern und der Matrix (Grundwerkstoff).

Was ist unter einer unidirektionalen, biaxialen, multiaxialen und dreidimensionalen Struktur bezüglich der Verstärkung zu verstehen? Wie lassen sich solche Strukturen verwirklichen?

- **unidirektional:** Verstärkung in einer Richtung: Laminat mit parallelen Lang-(-/Endlos-)fasern
- **biaxial:** Verstärkung in zwei aufeinander senkrechten Richtungen: Zwei Laminat übereinander mit orthogonalen Faserzügen.
- **multidirektional:** Verstärkung in vielen (mehreren) Richtungen (einer Ebene): mehrere Laminat mit Faserzügen in verschiedenen Richtungen.
- **dreidimensional:** Verstärkung in allen Richtungen (richtungsunabhängig, quasiisotrop): räumlich (dreidimensional) gewebte oder geflochtene Textilstrukturen.

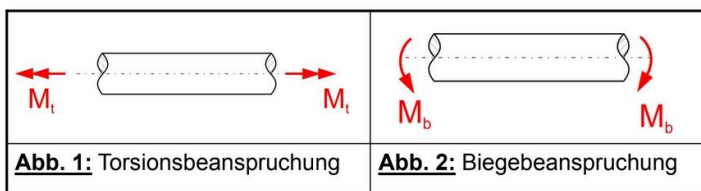
Prüfungsaufgaben:

Welche Bedeutung haben Fremdatome, Versetzungen, Korngrenzen und Ausscheidungen für das Verfestigungsverhalten metallischer Werkstoffe?

Fremdatome tragen zur **Mischkristallverfestigung** bei, Versetzungen wirken durch Waldverfestigung **verfestigend**, Korngrenzen verfestigen über die **Hall-Petch-Beziehung** und Ausscheidungen durch **Versetzungsbehinderung**.

Wie lautet der Spannungstensor für die höchstbeanspruchten Stellen der dargestellten Belastungen in Abb. 1 sowie Abb. 2? Charakterisieren Sie den herrschenden Spannungszustand.

$$W_t = \frac{\pi}{16} d^3 \quad W_b = \frac{\pi}{32} d^3 \quad d = 10 \text{ mm} \quad M_b = M_t = 10 \text{ Nm}$$



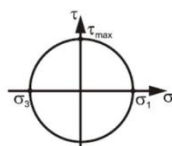
Lösung: Bild 1 = Torsion

$$W_t = \frac{\pi}{16} d^3 = \frac{\pi}{16} (10 \text{ mm})^3 = 196,35 \text{ mm}^3$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \frac{M_t}{W_t} = \frac{10 \cdot 10^3 \text{ Nmm}}{196,35 \text{ mm}^3} = 50,9 \text{ MPa} = \tau_{\max}$$

$$\bar{S} = \begin{bmatrix} 0 & 50,9 & 0 \\ 50,9 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ MPa}$$

2-achsiger Spannungszustand



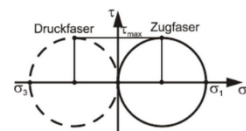
Lösung: Bild 2 = Biegung

$$W_b = \frac{\pi}{32} d^3 = \frac{\pi}{32} (10 \text{ mm})^3 = 98,17 \text{ mm}^3$$

$$\sigma_{xx} = \frac{M_b}{W_b} = \frac{10 \cdot 10^3 \text{ Nmm}}{98,17 \text{ mm}^3} = 101,9 \text{ MPa} = \sigma_1$$

$$\bar{S} = \begin{bmatrix} 101,9 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ MPa} \quad (\text{Zugbereich})$$

1-achsiger Spannungszustand



Der Spannungstensor kann in einen hydrostatischen und in einen deviatorischen Anteil aufgespalten werden. Zeigen Sie den formalen Weg, auf dem dies geschieht. Aus welchem der beiden Anteile leitet sich die Vergleichsspannung nach von Mises her?

$$\bar{\mathbf{S}} = \bar{\mathbf{H}} + \bar{\mathbf{D}} = \begin{pmatrix} \sigma_{\text{hyd}} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\text{hyd}} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{\text{hyd}} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \sigma_{xx} - \sigma_{\text{hyd}} & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \sigma_{yy} - \sigma_{\text{hyd}} & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_{zz} - \sigma_{\text{hyd}} \end{pmatrix}$$

Die Vergleichsspannung nach von Mises leitet sich aus dem deviatorischen Anteil des Spannungstensors ab.

$$\sigma_{\text{hyd}} = 1/3(\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz})$$

Bewirkt einer der in Abb. 1 bzw. Abb. 2 skizzierten Spannungszustände bei rein elastischem Werkstoffverhalten eine Volumenänderung an der höchst beanspruchten Stelle? Wenn ja geben Sie diese an.

$$\text{(Kompressionsmodul } K = \frac{E}{3(1-2\mu)}) \quad E = 210000 \text{ MPa}, \mu = 0,3$$

Nur **Belastungsfall 2** (Biegung) bewirkt eine Volumenzunahme, da in diesem Fall der hydrostatische Anteil nicht verschwindet.

oder

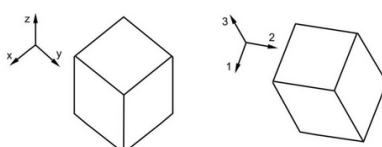
Torsionsspannungen bewirken nur eine Gestalt- aber keine Volumenänderung → Nur in **Belastungsfall 2** (Biegung) tritt eine Volumenänderung auf.

$$K = \frac{E}{3 \cdot (1-2\mu)} = \frac{210000 \text{ MPa}}{3 \cdot (1-2 \cdot 0,3)} = 175000 \text{ MPa}$$

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{3}(\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}) = \frac{1}{3}(101,9 \text{ MPa}) = 33,97 \text{ MPa}$$

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \frac{\bar{\sigma}}{K} = \frac{33,97 \text{ MPa}}{175000 \text{ MPa}} = 0,000194 = 0,0194 \%$$

Bestimmen Sie den herrschenden Spannungszustand des Spannungstensors $\mathbf{S}_1$. Skizzieren Sie den mit dem Spannungstensor beschriebenen Spannungszustand im Ausgangs- und im Hauptachsensystem. (Benutzen Sie dafür die beigelegten Würfelemente).

$$\bar{\mathbf{S}}_1 = \begin{pmatrix} 20 & 30 & 0 \\ 30 & 45 & 0 \\ 0 & 0 & 50 \end{pmatrix} \text{ MPa}$$


$$\text{Determinante } ((20 - \lambda) \cdot (45 - \lambda) - 30 \cdot 30) \cdot (50 - \lambda) = 0$$

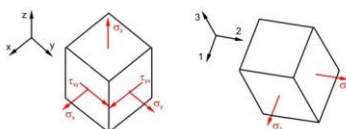
$$(900 - 20\lambda - 45\lambda + \lambda^2 - 900) \cdot (50 - \lambda) = 0$$

$$\lambda \cdot (\lambda - 65) \cdot (50 - \lambda) = 0$$

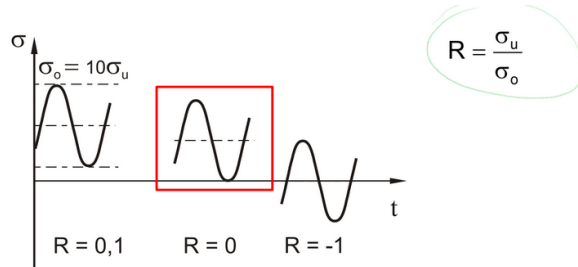
$$\bar{\mathbf{S}}_1 = \begin{pmatrix} 20 & 30 & 0 \\ 30 & 45 & 0 \\ 0 & 0 & 50 \end{pmatrix} \text{ MPa}$$

$$\text{Nullstellen } \sigma_3 = 0 \text{ MPa}, \sigma_2 = 50 \text{ MPa}, \sigma_1 = 65 \text{ MPa}$$

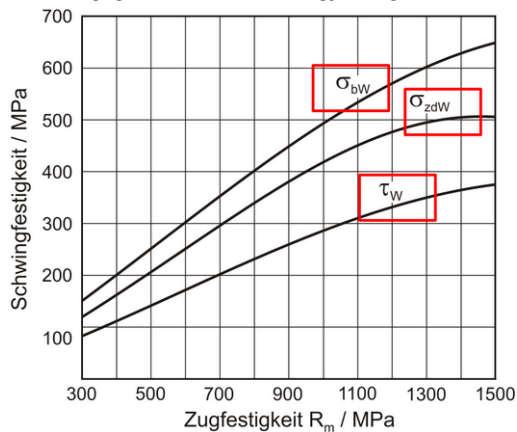
→ der Spannungszustand ist **zweiachsig**



Zeichnen Sie jeweils ein Schwingenspiel für die Spannungsverhältnisse $R = 0$; $R = 0,1$ und $R = -1$ in ein gemeinsames Diagramm und beschriften Sie die Achsen.



Skizzieren und beschriften Sie die Zug-Druck-, Biege- und Torsionswechselfestigkeit von Stahl in Abhängigkeit von der Zugfestigkeit.

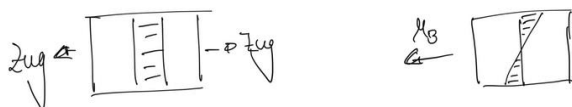


Beschreiben Sie die verschiedenen Stadien eines Schwingungsbruches unter einachsiger, rein wechselnder Belastung im spannungskontrollierten Versuch. Gehen Sie dabei auf Details wie Orientierungen zur Belastungsrichtung, Ursachen für Richtungswechsel und die Risswachstumsgeschwindigkeit ein.

- Bildung von Extrusionen/Intrusionen, daraus entstehen Mikrorisse an Gleitbändern/Korngrenzen, zunächst 45° zur Hauptbelastungsrichtung/Oberfläche, da in dieser Richtung maximale Schubspannung vorliegt.
- Nach einigen Körnern dreht der Riss auf 90° zur Beanspruchungsrichtung. Durch den Riss entsteht eine Kerbwirkung, durch diese ein stark dreiaxiger SPZ vor der Rissspitze.
- Dadurch sind keine plastischen Abgleitungen mehr möglich, es kommt zur Werkstofftrennung, der Riss wächst, bis die Belastung zu groß wird für den Restquerschnitt und es kommt zum Restbruch/Gewaltbruch.
- Die Risswachstumsgeschwindigkeit nimmt mit zunehmender Risslänge zu, da die Belastung des verbleibenden Querschnitts immer größer wird.

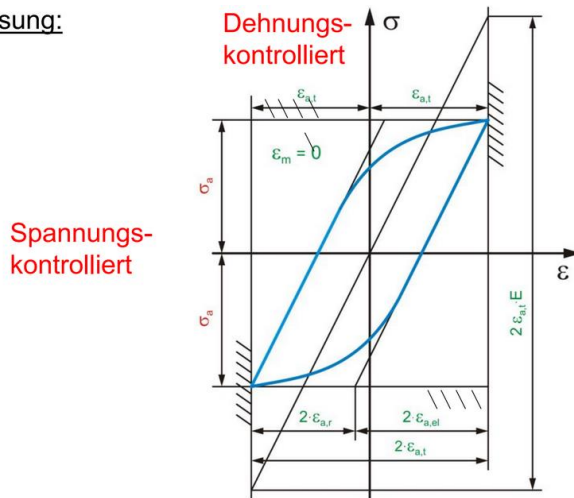
Erklären Sie anhand des Spannungsgradienten, warum die Biegewechselfestigkeit höher ist als die Zug-Druck-Wechselfestigkeit.

Volumen bei Zug-Druck-Beanspruchung ist homogen belastet, bei Biegung ist ein Gradient vorhanden: Daher ist das hochbeanspruchte Volumen bei Zug/ Druck höher und damit die Lebensdauer kürzer.



Veranschaulichen Sie an einer Hystereseschleife bei rein wechselnder Beanspruchung die verschiedenen Arten der Durchführung eines zyklischen Versuches.

Lösung:



Nennen Sie einen entscheidenden Vor- und Nachteil des Ramberg-Osgood-Ansatzes zur Beschreibung der Fließkurve.

+ ein Ausdruck beschreibt die gesamte Spannungs-Dehnungs-Kurve

- linear-elastisches Verhalten ist nicht exakt dargestellt

Bestimmen Sie den Parameter K der Ramberg-Osgood-Gleichung, wenn Sie aus dem Zugversuch mit einem Rundstab mit einem Radius r folgende Werte ermittelt haben (Parameter n sei bekannt):

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + K \cdot \left(\frac{\sigma}{E} \right)^n \quad F_{eH}; \Delta l_{eH}; F_{max}; \Delta l \text{ bei } F_{max}; A_5$$

$$S_0 = \pi r^2 \quad \text{Bekannt: } r; F_{eH}; \Delta l_{eH}; F_{max}; \Delta l \text{ bei } F_{max}; A_5$$

$$l_0 = 5 \cdot d = 10 \cdot r$$

$$E = \frac{F_{eH} \cdot l_0}{S_0 \cdot \Delta l_{eH}}$$

$$R_m = \frac{F_{max}}{S_0}$$

$$\varepsilon_{gt} = \frac{\Delta l}{5 \cdot d} \quad (\Delta l \text{ bei } F_{max})$$

$$K = \frac{\varepsilon_{gt} - \frac{R_m}{E}}{\left(\frac{R_m}{E} \right)^n} \quad \text{bei } F = F_{max} \text{ und } \varepsilon = \varepsilon_{gt}$$

Nennen Sie zwei weitere Ansätze zur vollständigen Beschreibung der Fließkurve eines duktilen Werkstoffes.

- linear elastisch - idealplastisch
- Schwaigerer
- Troost

Welche Möglichkeiten zur Bestimmung einer elastisch-plastischen Vergleichsspannung kennen Sie und wozu werden diese benötigt?

GEH: Gestaltänderungsenergiehypothese

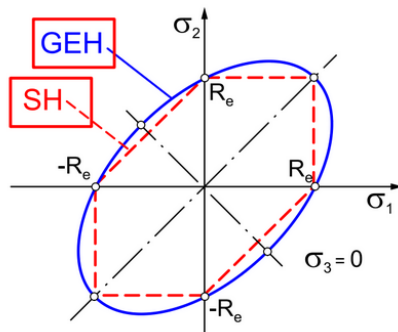
$$\sigma_v = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}$$

SH: Schubspannungshypothese

$$\sigma_v = \sigma_{max} - \sigma_{min}$$

Der reale **dreiachsige** Spannungszustand wird für Berechnungen in einen festigkeitsmäßig **äquivalenten** fiktiv **einachsigen** Spannungszustand überführt.

Skizzieren Sie die Fließgrenzkurven nach GEH und SH für einen zwei-achsigen Spannungszustand.



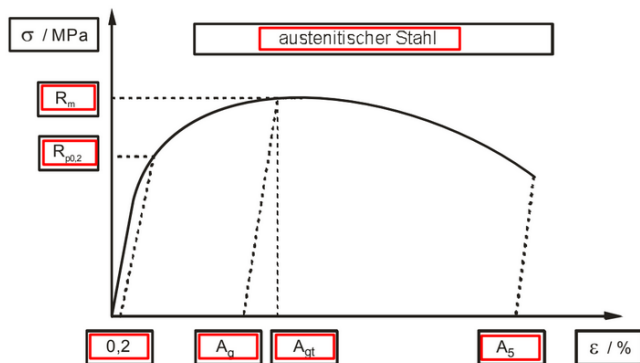
Welcher Ansatz (GEH/SH) zur Bestimmung einer elastisch-plastischen Vergleichsspannung ermöglicht eine bessere Werkstoffausnutzung?

GEH (Gestaltänderungsenergiehypothese)

Welche Bedeutung hat der Höchstlastpunkt für die Bestimmung der Fließkurve?

Ab dem Höchstlastpunkt wird der Spannungszustand mehrachsig, die Spannungsverteilung ungleichmäßig und die Verformung im höchstbeanspruchten Querschnitt inhomogen, wodurch die Fließkurve nur noch näherungsweise bestimmt werden kann.

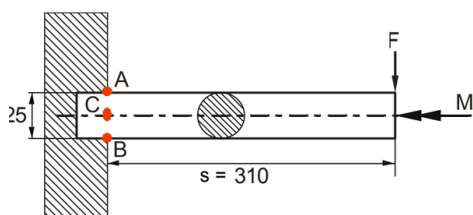
Beschriften Sie die dargestellte Fließkurve und geben Sie an, um welche Werkstoffgruppe (ferritischer oder austenitischer Stahl) es sich handeln könnte.



Warum bildet sich beim Stauchversuch ein mehrachsiger Spannungszustand aus und wie kann dies verhindert werden?

Der mehrachsige (3-achsige) Spannungszustand resultiert aus dem Ausbauchen der zylinderförmigen Probe. Durch Schmieren und kegeliges Ausführen der Stirnflächen kann dies verhindert werden.

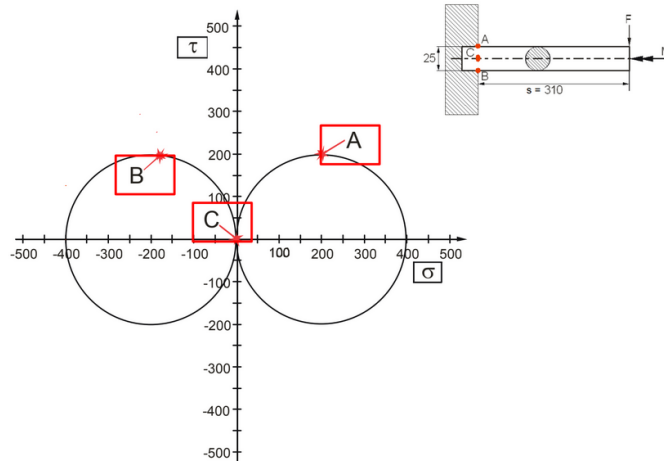
Skizzieren Sie maßstabsgerecht die Mohr'schen Spannungskreise für die Stellen A, B und C für einen einseitig fest eingespannten Kragbalken (siehe Abb.) in das dargestellte Achsensystem, wenn nur die Kraft F mit 1,98 kN angreift, und beschriften Sie dieses. Hinweis: Die Kerbwirkung aufgrund der Kerbe an der Einspannung darf vernachlässigt werden.



$$M_b = F \cdot s = 1980 \text{ N} \cdot 310 \text{ mm} = 613800 \text{ Nmm}$$

$$W_b = \frac{\pi}{32} \cdot d^3 = 1533,98 \text{ mm}^3$$

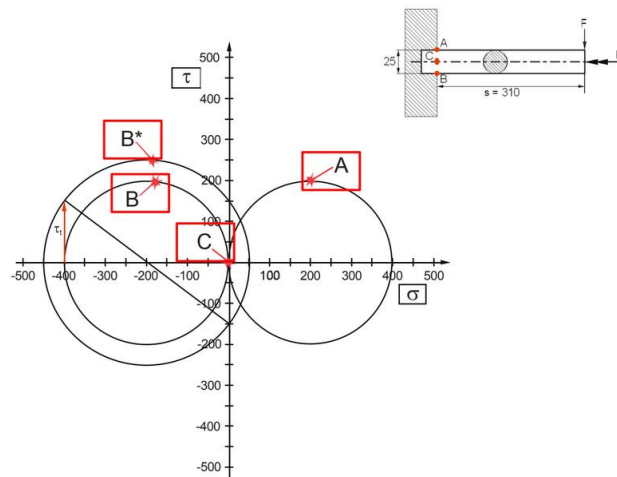
$$\sigma_b = \frac{M_b}{W_b} = \frac{613800 \text{ Nmm}}{1533,98 \text{ mm}^3} = 400,14 \text{ MPa}$$



Wie verändert sich der Spannungskreis für die Stelle B, wenn zusätzlich ein Torsionsmoment von 460 Nm wirkt? Zeichnen Sie auch diesen Spannungskreis maßstabsgerecht in ein.

$$W_t = \frac{\pi}{16} \cdot d^3 = 3067,96 \text{ mm}^3 = (2W_b)$$

$$\tau_t = \frac{M_t}{W_t} = \frac{460000 \text{ Nmm}}{3067,96 \text{ mm}^3} = 149,94 \text{ MPa}$$



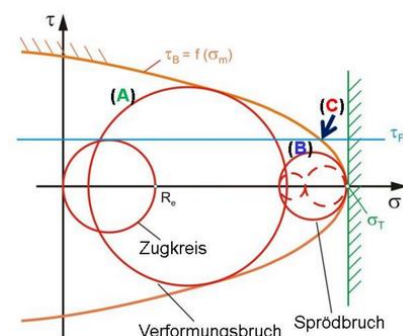
Durch welche Bedingungen kann ein Stahl vom Typ S235 seine ausgeprägte Streckgrenze verlieren? Nennen Sie vier.

- mehrachsiger Spannungszustand / Kerbe
- Vorverformung
- Wärmebehandlung / Härten-Vergüten
- hohe bzw. tiefe Temperaturen

Wie lässt sich mit Hilfe der Mohr'schen Spannungskreise ein Zäh- bzw. Sprödbbruch veranschaulichen?

durch zusätzliche Grenzzlinien: Mohr'sche Hüllparabel + Fließgerade

Schnittpunkt zwischen Hüllparabel und Fließgerade trennt Sprödbbruch vom duktilen Bruch



Geben Sie den Temperaturbereich und die Ursache der Anomalie der Verformungskennwerte niedriglegierter Kohlenstoffstähle bei steigenden Temperaturen an.

Temperaturbereich um 250°C durch die Ausscheidungen von Nitriden

Welche Kristallgitter sind anfällig bzw. unanfällig für einen schlagartigen Abfall der Verformungskennwerte bei tiefen Temperaturen? Nennen Sie jeweils einen zugehörigen Werkstoff.

anfällig:

- kubisch raumzentriertes Kristallgitter (a-Eisen, un- und niedriglegierte Stähle...)
- hexagonales Gitter (Zink, Magnesium...)

unanfällig:

- kubisch flächenzentriertes Raumgitter (Aluminium, Nickel, aust. Stähle, Kupfer...)

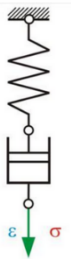
Ordnen Sie den folgenden zwei Formeln den zugehörigen Kriechansatz nach Maxwell oder Voigt zu.

$\dot{\varepsilon} + \frac{E}{C} \cdot \varepsilon = \frac{1}{C} \cdot \sigma$	$\dot{\sigma} + \frac{E}{C} \cdot \sigma = E \cdot \dot{\varepsilon}$
Voigt	Maxwell

Welche Art von kombiniertem Feder-Dämpferelement würde sich am besten für eine schlagartige Beanspruchung eignen. Begründen Sie Ihre Antwort kurz.

Schlagartig: Maxwell-Modell Energie wird durch das „Federelement“ aufgenommen und allmählich durch das viskose Element wieder abgebaut.

Für eine Versuchsanordnung wurde ein Schwingfundament mit vier Dämpferelementen mit einem Durchmesser von 4 cm und einer Höhe von 40 cm konzipiert. Durch den Versuch wirkt eine Last von 250 t auf das Fundament. Wie lange dauert es, bis sich das Dämpferelement auf 36 mm verkürzt, unter der Annahme, dass sich sein Verhalten mit dem Maxwell-Modell beschreiben lässt ($E=9700 \text{ MPa}$, $C=29,0E6 \text{ MPAs}$)?



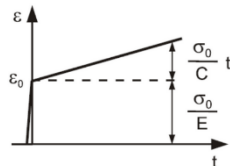
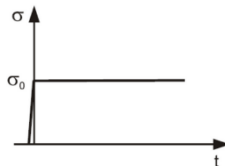
Lösung: $\frac{\sigma_0}{C} = \dot{\varepsilon}$ (Maxwell für konstante Spannung $\sigma = \sigma_0$)

Maxwell:
 $\dot{\sigma} + \frac{E}{C} \cdot \sigma = E \cdot \dot{\varepsilon}$

Durch Trennung der Variablen ergibt sich

$$\int_{\varepsilon_0}^{\varepsilon} d\varepsilon = \frac{\sigma_0}{C} \cdot \int_0^t dt$$

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 + \frac{\sigma_0}{C} \cdot t$$



Fläche: $A = 4 \cdot \frac{\pi}{4} d^2 = \pi d^2 = 5026,55 \text{ mm}^2$

Spannung: $\sigma_0 = \frac{F}{A} = \frac{250000 \cdot 9,81}{5026,55} = 487,91 \text{ MPa}$

Dehnung: $\varepsilon(t) = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{400 - 36}{400} = 0,91$

Zeit:

$$t = \frac{\left(\varepsilon(t) - \frac{\sigma_0}{E} \right) \cdot C}{\sigma_0} = 51098 \text{ s}$$

Wie weit hätte sich der Dämpfer in dieser Zeit verkürzt, wenn sein Verhalten dem Voigt-Modell entsprechen würde?

$$\dot{\epsilon} + \frac{E}{C} \epsilon = \frac{1}{C} \sigma_0 \quad (\text{Voigt für konstante Spannung } \sigma = \sigma_0) \quad \text{Voigt: } \dot{\epsilon} + \frac{E}{C} \epsilon = \frac{1}{C} \sigma$$

Das ist eine lineare, inhomogene, gewöhnliche DGL erster Ordnung mit konstanten Koeffizienten. Ihre allgemeine Lösung lautet

$$\epsilon(t) = \frac{\sigma_0}{E} + B \cdot e^{-\frac{E}{C}t}$$

(steht in
Dankschulge-
weihen)

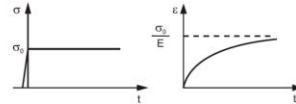
$$\epsilon(t) = \frac{\sigma_0}{E} \cdot \left(1 - e^{-\frac{E}{C}t}\right)$$

Die Konstante B ergibt sich aus der Anfangsbedingung $\epsilon = 0$ für $t = 0$ zu

$$B = -\frac{\sigma_0}{E}$$

Damit wird

$$\epsilon(t) = \frac{\sigma_0}{E} \cdot \left(1 - e^{-\frac{E}{C}t}\right)$$



$$\epsilon(t) = \frac{487,91}{9700} \cdot \left(1 - e^{-\frac{9700}{29000000} \cdot 51098}\right) = 0,0503$$

(Maxwell:
 $\epsilon(t) = 0,91$)

$$\epsilon(t) = \frac{\Delta l}{l_0} \Rightarrow \Delta l = \epsilon(t) \cdot l_0 = 0,0503 \cdot 400 = 20,12 \text{ mm}$$

(Maxwell:
 $\Delta l = 364 \text{ mm}$)

Das Fundament wird bei 35 mm Weglänge fixiert, wodurch der Dämpfer relaxiert. Nach welcher Zeit wirkt nur noch 30% der ursprünglichen Spannung?

$$\dot{\sigma} + \frac{E}{C} \sigma = 0 \quad (\text{Maxwell für konstante Dehnung } \epsilon = \epsilon_0) \quad \text{Maxwell: } \dot{\sigma} + \frac{E}{C} \sigma = E \cdot \dot{\epsilon}$$

Das ist eine lineare, homogene, gewöhnliche Differentialgleichung (DGL) erster Ordnung mit konstanten Koeffizienten. Sie lässt sich umschreiben in

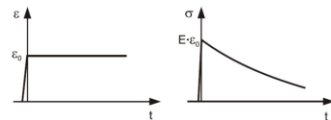
$$\int_{\sigma(0)}^{\sigma} \frac{d\sigma}{\sigma} = -\frac{E}{C} \int_0^t dt$$

Integriert ergibt das

$$\ln \frac{\sigma}{\sigma(0)} = -\frac{E}{C} t$$

oder in Exponentialform

$$\sigma(t) = \sigma(0) \cdot e^{-\frac{E}{C}t}$$



$$\sigma(t) = \sigma_0 \cdot e^{-\frac{E}{C}t}$$

$$\frac{\sigma(t)}{\sigma_0} = e^{-\frac{E}{C}t}$$

$$-\ln \frac{\sigma(t)}{\sigma_0} = \frac{E}{C} t \quad 30\% \text{ der ursprünglichen Spannung} \Rightarrow$$

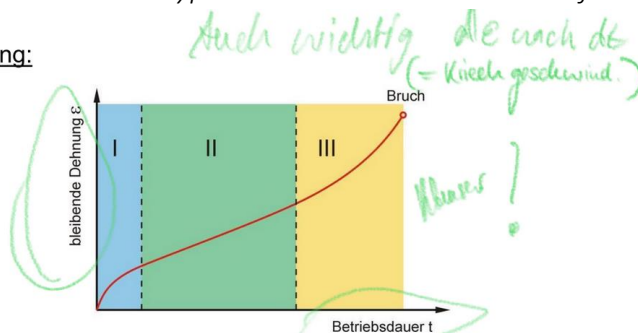
$$t = -\ln \frac{0,3\sigma_0}{\sigma_0} \cdot \frac{C}{E} = -\ln 0,3 \cdot \frac{C}{E} = 3600 \text{ s}$$

Warum ist der Widerstand gegen das Kriechen bei austenitischen Stählen in der Regel höher als bei ferritischen Stählen?

Umso mehr Gleitsysteme, desto leichter tritt Kriechen auf. Ferritische Werkstoffe können bei höherer Temperatur insgesamt 48 Gleitsysteme aktivieren, kfz Werkstoffe besitzen über den gesamten Temperaturbereich nur die 12 Gleitsysteme.

Skizzieren Sie eine typische Kriechkurve und beschriften Sie die auftretenden Bereiche.

Lösung:



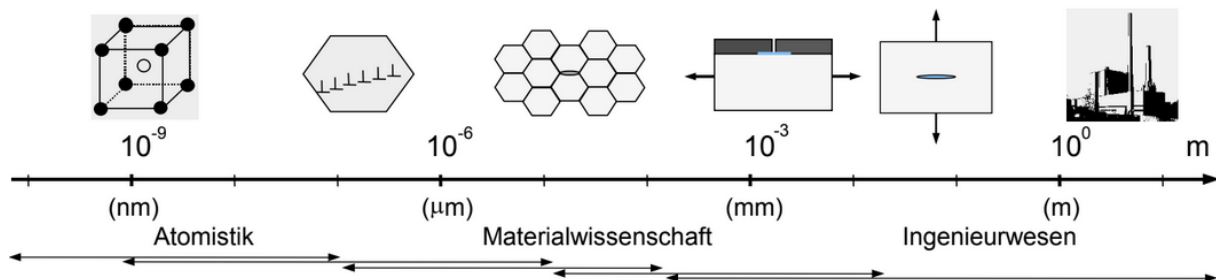
I: Übergangskriechen / II: stationäres Kriechen / III: beschleunigtes Kriechen

Nennen Sie drei Ansätze zur mathematischen Beschreibung des Kriechens.

- Norton
- Garofalo
- Andrade

Werkstoffsimulation

Entwicklung von Werkstoffmodellen:



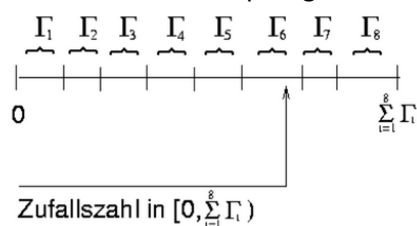
Nano	Meso 1	Mikro	Meso 2	Makro
Nanosimulation	Versetzungsmodell	Mikrostrukturmodell	Mesoskopische Bruchaspekte	Meso-Makro-Verknüpfung
Atombindung	Versetzung	Korngefüge	Beschichtungen	Probe, Bauteil, Komponente
Molecular Dynamic Monte Carlo FEAt -> Finite Elemente/ Atomistik-Kopplung	Versetzungstheorie	Mikrostrukturmechanik Realgefügemodelle	Mesomechanik	Strukturmechanik
Bruch von Atombindungen	Orowan-Modell	Mikroriss	Delamination	Makroriss
	Versetzungsbewegungen	Porenbildung an Einschlüssen Selbstkonsistente Einheitszelle	Schichtmodelle	Plastische Verformungsstrukturmodelle

Monte-Carlo-Methode/-Simulation:

Definition: Ein stochastischer Prozess wird mithilfe von Zufallszahlen nachvollzogen.
Modellexperiment auf Rechner

Funktionsweise:

1. Leerstellen umgeben von 8 nächsten Nachbaratomen für jedes Atom:
 → Berechnung Aktivierungsenergie
 → Berechnung Sprungrate Γ_i
2. Dann: Auswahl eines Sprungs mittels Zufallszahl:



- Durchführung des Sprungs. Leerstelle und Atom vertauschen ihre Position. Leerstelle ist auf neuer Position.

Zeitskala:

Monte-Carlo-Zeit (ein Leerstellensprung):

$$t_{MC} = \left(\sum_{i=1}^8 \Gamma_i \right)^{-1}$$

Längenskala: einige nm

Zeitskala: Pikosekunden bis Jahre

Kinetik: Atomsprünge auf festem Metallgitter

Ostwald-Reifung: Ein System minimiert seine freie Energie durch Verkleinerung seiner Grenzflächen

➔ Auflösung kleiner Partikel, Wachstum großer Partikel

Zeitgesetz:

$$\begin{aligned} \bar{R}^3(t) - \bar{R}^3(0) &= K_{LSW} \cdot t \\ \bar{R}(0) &= 1,09 \text{ nm} \\ K_{LSW} &= 1,50 \cdot 10^{-6} \text{ nm}^3 / \text{s} \end{aligned}$$

➔ zeitl. Entwicklung des mittleren Radius; K = Vergrößerungsrate

Beispiel: Cu-Ausscheidungen -> kleine werden aufgelöst und große wachsen

Diffusion der Atome mittels **Leerstellenmechanismus**

- ➔ Platzwechsel der Leerstellen mit benachbarten Gitteratom (therm. Aktiviert)
- ➔ Diffusionsmechanismus im Kristall

System Fe-Cu:

- ➔ Aktivierungsenergie stark abhängig von lokaler Atomordnung, für jeden Platzwechsel separat berechnet
- ➔ Aktivierung A Atom abhängig von: Sattelpunktenergie $E_{Sp,A}$; interatomarer Energie zu ersten & zweiten Nachbaratom

Van't Hoff Gesetz: Eine Temperaturerhöhung um 10K verursacht Verdopplung der Geschwindigkeit der Ausscheidungsbildung

Russel-Brown-Modell: mathematisches Modell zur Beschreibung der Ausscheidungsverfestigung in FE durch Cu-Ausscheidungen

Experimentelle Methoden mit denen Ergebnisse der Monte-Carlo Simulation verglichen werden kann:

- APFIM-Methode (Atom Probe Field Ion Microscopy): Experiment, dass Schalenstruktur von Cu-Ausscheidungen bestätigt
 - Cu-Kern, umgeben von Ni & Mn Schicht
- TEM/REMS/SANS(Small Angle Neutron Scattering): Größenverteilung

Molekulardynamik

Funktionsweise: Der Kristall wird als ein System klassischer Punktteilchen betrachtet. Es wird für jedes Atom die Newtonsche Bewegungsgleichung numerisch gelöst:

$$\vec{F}_i = - \frac{\partial E}{\partial \vec{x}_i}$$

Die Kraft, die auf ein Atom wirkt, ist eine Funktion der Positionen der benachbarten Atome.

OUTPUT: Positionen, Geschwindigkeiten und Spannungen für alle Atome.

Potentiale: EAM (=Embedded Atom Method)

EAM Potentials

$$E = \sum_i F_i(\bar{\rho}_i) + \frac{1}{2} \sum_{i,j} \phi_{ij}(r_{ij})$$

(wichtig bei Metallen) (Lennard-Jones-Pot.)
 Embedding part Pair potential part
 (Bezeichnung bei B.3. Cu-Fe)

$$\bar{\rho}_i = \sum_{j \neq i} \rho_{ji}(r_{ij})$$

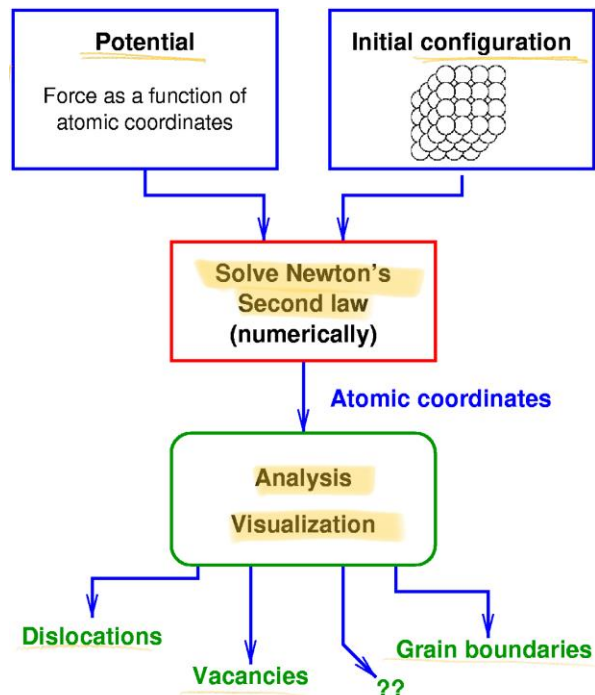
Local electron density

Links: Einbettungsteil: lokale Elektronendichte

Rechts: Paarpotentialteil: WW mit Nachbaratom

➔ Fe-Cu-Potential (angepasst an Gitterparameter, kohäsive Energie, el. Konstanten, Leerstellenbindungsenergie)

Andere Potentiale: Effective Medium Theory (EMT); Finnis-Sinclair potential



Beschreibung MD-Methode zur Simulation Kurzzeitverhalten von MK hinsichtlich Modellerstellung, atomarer Wechselwirkung, Anfangs bzw. Randbedingungen und Energiesituation.

Bei Md-Methode zur Simulation des atomistischen Verhaltens von Festkörpern werden Atome auf ihren Gitterplätzen in Ausgangszustand platziert. WW der Atome durch empirisch oder theoretisch abgeleitete Potentiale beschrieben. Atomen wird eine auf der Boltzmannstatistik beruhende Ausgangsbewegung vorgegeben und das Modell wird mit freien oder periodischen Randbedingungen versehen. Die Atome bewegen sich in eine z.B. aufgrund von äußeren Belastungen bestimmten Gleichgewichtsposition niedriger Energie.

Längenskala: einige nm

Zeitskala: piko-nanosekunden

Kinetik: jede Atomschwingung wird in kurzen Zeitabschnitten berechnet

Es kann für jedes Atom in der Simulationsbox der Spannungstensor bestimmt werden

Gitterprozesse bei Nanozugprobe Fe:

- Twinning
- void-formation (Porenbildung)
-> unterschiedliche Prozesse bei unterschiedlicher Orientierung

Inverser vs. Normaler Hall Petch Effekt:

kritische Korngröße = 10 - 15 nm

Invers: (bis kritische Korngröße von 10 nm) – kleine Körner

- ➔ Re steigt mit steigendem Korndurchmesser/ das Material wird härter mit der Korngröße
- ➔ Kleiner Körner -> mehr Korngrenzen -> leichtere Verformung
- ➔ Bei kleineren Körnern ist das Gleiten an den Korngrenzen der vorherrschende Verformungsmechanismus, und es tritt ein umgekehrter Hall-Petch-Effekt auf
- ➔ Betroffen: nanokristalline Materialien (Al,Cu) -> kfz
- ➔ Keine gewöhnliche Versetzungsaktivität

normal: (ab kritischer Korngröße von 15 nm) – große Körner

- ➔ Re steigt mit sinkendem Korndurchmesser/ Wenn die Körner kleiner werden, wird das Material härter.
- ➔ Kleiner Körner -> mehr Korngrenzen -> härteres Material
- ➔ Bei größeren Körnern wird die Verformung durch Versetzungen verursacht. Korngrenzen verursachen Anhäufungen und behindern die Versetzungsbewegung. Der Hall-Petch-Effekt wird beobachtet

Anwendungen:

- Grenzflächenversagen (Auftrennen zweier Phasen an Phasengrenze ausgehend von anfänglicher Kerbe), Tribologie, Nanoindentation (Einpressen Pyramidenform; Last auf Eindringtiefe)
- Schichtsimulation: Beschichtungsprozesse, Eigenschaften an Korngrenzen (Korngrenzendiffusion/Versetzungsklettern)
- Wechselwirkung von Partialversetzungspaaren mit Ausscheidungen
- Bruchsimulationen, Versetzungsentstehung an Risspitzen
- Simulation der Biegung
- Schneidprozess (spanende Bearbeitung)
- Berechnungen von Polykristallen

Verfestigungsmechanismen

- Versetzungsverfestigung, Frank-Read-Quellen
- Mischkristallverfestigung
- Korngrenzenverfestigung
- Phasengrenzenverfestigung
- Ausscheidungsverfestigung
- Orowan-Mechanismus, Schneiden von Ausscheidungen

Finite-Elemente-Methode (FEM)

Lösung aller Probleme der Statik und Dynamik von Tragwerkskonstruktionen und der Festkörpermechanik

Grundlagen:

Grundlegende Schritte:

- Diskretisierung eines Körpers in eine endliche Anzahl von Elementen, Definition der Randbedingungen
- Solver: Lösung des Gleichungssystems ($F = Ku$)
- Postprocessing: Visualisierung von Spannungen, Dehnungen, Verschiebungen
- Kritische Durchsicht

Kontinuumsproblem → Diskretes Problem

Jeder Festkörper ist zusammengesetzt aus endlicher Anzahl geometrischer Elemente

→ Kennt man elastische Eigenschaften der Elemente (Last-Formänderungs-Beziehung) und setzt die Elemente unter Beachtung der Elastizitätstheoretischen Grundgesetze zu Körpern zusammen, kann man statisches & dynamisches Verhalten errechnen

2 Arten der Berechnung:

- 1) Kraftmethode (statische Verträglichkeit): GGW-Bedingungen überall erfüllt; geometrische Verträglichkeit nur an best. Knotenpunkten

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0$$
$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} = 0$$

- 2) Verschiebungsmethode (kinematische Verträglichkeit): geometrische Verträglichkeit überall; GGW-Bedingungen nur an Knotenpunkten

$$\text{VB: } \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y}$$

→ Verschiebungsmethode allgemein vielseitiger anwendbar

Es ergibt sich die Beziehung

$$\underbrace{P_{(j)}}_{\text{Kräfte}} = \underbrace{k_{(j)}}_{\text{Steifigkeit}} \cdot \underbrace{p_{(j)}}_{\text{Verschiebungen}}$$

für jedes Element j

→ Aufstellung der Steifigkeitsmatrix k bildet das Kernstück der FEM

Diese Beziehung lässt sich für das Bauteil zusammenfassen als die Matrixengleichung:

$$P = k \cdot p$$
$$P = \{P_1 P_2 \dots P_j \dots\}^T$$
$$k = \text{diag}[k_j] = \text{diag}\{k_1 k_2 \dots k_j \dots\}$$
$$p = \{p_1 p_2 \dots p_j \dots\}^T$$

- Elementmatrizen müssen beim Zusammenfassen auf selbes Koordinatensystem bezogen sein
- Stellt Zusammenhang zwischen Elementkräften & -Verschiebungen auf

Analog für die äußeren Kräfte:

$$R = K \cdot r$$

R: Vektor der äußeren Kräfte

K: Steifigkeitsmatrix des Gesamttragwerks

r: Vektor der Tragwerksverschiebungen

Um von äußerer Belastung R auf gesuchte Elementverschiebung P zu kommen muss Verbindung zwischen $P = k \cdot p$ und $R = K \cdot r$ hergestellt werden.

1. Geometrische (kinematische) Beziehung zwischen Verschiebung, Elemente und Tragwerk
2. Energetische Beziehung zwischen Arbeit äußerer Kräfte am Tragwerk und Formänderungsenergie der Elemente

→ 1. $p = a \cdot r$ (boolsche Beziehung) – Zuordnungsmatrix a nur aus 0 und 1

→ 2. $r^T R = p^T P \rightarrow K = a^T k \cdot a \rightarrow r = K^{-1} \cdot R$

Anwendungsbeispiel:

Siehe WS6-20 bis WS6-52

Durchführung FE-Berechnung in der Praxis

Verschiedene Elementtypen:

- 1-dim.: Stab- und Balkenelemente
- 2-dim.: Scheiben-, Platten- und Schalenelemente
- 3-dim.: Tetraeder-, Pentaeder- und Hexaederelemente
- Rotationssymmetrisches Bauelement: Axialsymmetrische Elemente

Grundsatz:

- Möglichst einfache Elemente mit wenig Knotenpunkten (Rechenumfang sinkt, Kosten sinken)
- Komplizierte Elemente nur dort, wo hohe Rechengenauigkeit erreicht werden muss

Knotenpunkte:

- 2 → konstante Spannungen
- 3 → lineare Spannungsverteilung
- 4 → parabolische Spannungsverteilung
- Verschiebungsansatz: 1 Ordnung höher

Verschiebungsansätze:

- Linearer Verschiebungsansatz: 2 Knotenpunkte
 - $u(x) = ax + b$
 - $\sigma_x = E \frac{du}{dx} = Ea$
 - Konstante Spannung im ganzen Element.
- Quadratischer Verschiebungsansatz: 3 Knotenpunkte
 - $u(x) = ax^2 + bx + c$

Spannungs- zustand	Elemente	
	Berandung gerade	Berandung gekrümmt
einachsig (Stab, Balken) 1D	FLA 3  FLA 4 	FLAC 3  FLAC 3 
zweiachsig (Scheibe, Platte) 2D	TRIM 6  THIM 10  QUAM 9 	TRIC 6  TRIC 10  QUAC 9 
dreiaxsig (Tetraeder, Hexaeder) 3D	TET 10  TET 20  HEXE 27 	TEC 10  TEC 20  HEXEC 27 

$$\sigma_x = E(2ax + b)$$

- linear veränderliche Spannungsverteilung im Element
- Kubischer Verschiebungsansatz: 4 Knotenpunkte
 - $u(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$

$$\sigma_x = E(3ax^2 + 2bx + c)$$

- parabolische Spannungsverteilung

Abwägung der **Wirtschaftlichkeit**:

Mehr Elemente mit weniger Knotenpunkten $\leftrightarrow$ Weniger Elemente mit mehr Knotenpunkten

Wahl der relativen **Elementgröße**:

- keine großen Beanspruchungsgradienten $\rightarrow$ verhältnismäßig grob idealisiert $\rightarrow$ Kleines zu lösendes Gleichungssystem
- hohe Spannungskonzentrationen $\rightarrow$ entsprechend fein idealisiert $\rightarrow$ Großes zu lösendes Gleichungssystem, dafür hohe Genauigkeit

Zur Idealisierung gehört auch das richtige Ansetzen der äußeren Belastung und der Randbedingungen:

- Äußere Belastung nur in Knotenpunkten
- Verteilung kontinuierlicher Lasten
- Belastung statisch oder dynamisch

Durch die Randbedingungen wird die Lagerungsart erfasst $\rightarrow$ ausgedrückt in Kräften, Momenten, Verschiebungen und Verdrehungen.

Schema:

1. **Pre-processing** (Vorbereitung): Mithilfe eines „Pre-processors“ werden folgende Aufgaben bearbeitet:
 - a. Erstellung der Topologie, d.h. Einteilung der zu untersuchenden Struktur in geeignete Elemente (Idealisierung) nach den Vorgaben des Benutzers
 - b. Eingabe der äußeren Belastung, Randbedingungen und Materialdaten
 - c. Festlegung der Art der Berechnung (statisch, dynamisch, thermisch,...)
2. **Solver**: Programmdurchlauf in der Rechenanlage
3. **Post-processing** (Auswertung): Mithilfe eines „Post-processors“ werden die Berechnungsergebnisse in graphische Darstellungen umgesetzt („Visualisierung“). Dies kann auf verschiedene Arten geschehen:
 - a. Diagramme von Spannungen, Dehnungen, Vergleichsspannungen, Verschiebungen als Funktion des Ortes oder der Zeit
 - b. Konturlinien oder Isolinien (Linien gleicher Spannung, Dehnung, usw. , „Höhenlinien“)
 - c. Farbdarstellungen (die Größe der Spannung, Dehnung usw. wird über eine Farbskala wiedergegeben)
4. **Kritische Durchsicht**: ausgegebene Resultate überprüfen, Interpretation und Bewertung der Ergebnisse (Lokalisieren der höchstbeanspruchten Stellen, Beurteilen der Beanspruchung); Bsp:
 - a. σ senkrecht zur lastfreien Oberfläche = 0 ?
 - b. Spannungen im ungestörten Bereich richtig ?

Anwendungsmöglichkeiten:

Anwendungsbereich der Finite-Elemente-Methode ist sehr weitreichend → Voraussetzung: leistungsfähiger Computer

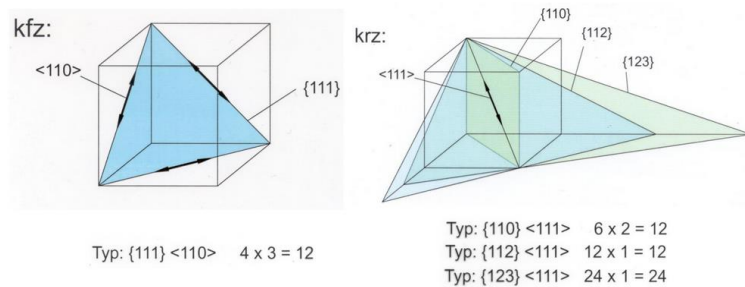
Geometrie der zu untersuchenden Bauteile:

- praktisch keine Einschränkungen
- keine Beschränkung auf Probleme, für die sich eine DGL aufstellen lässt
- große Anzahl verschiedener Elemente zur Idealisierung einer Struktur stehen zur Verfügung

auch auf nichtlineare Probleme anwenden → Rechenaufwand steigt hier allerdings beträchtlich an

Mikrostrukturmodell:

Gleitsystem:



	Gleit-systeme	Gleit-richtung	Anzahl der Gleitsysteme	
kfz Cu, Al, Ni, Pb, Au, Ag, γFe, ...	{111}	<110>	4 × 3 = 12	
krz αFe, W, Mo, β Messing	{110}	<111>	6 × 2 = 12	
αFe, Mo, W, Na	{211}	<111>	12 × 1 = 12	
αFe, K	{321}	<111>	24 × 1 = 24	
hdp Cd, Zn, Mg, Ti, Be, Al ₂ O ₃	{0001}	<1120>	1 × 3 = 3	
Ti	{1010}	<1120>	3 × 1 = 3	
Ti, Mg	{1011}	<1120>	6 × 1 = 6	

Schmid'sches Schubspannungsgesetz:

$\tau = F_G / A_G$
 $F_G = F \cdot \cos \lambda_0$
 $A_G = A_0 / \cos \varphi_0$
 Für die im Gleitsystem wirksame Schubspannung ergibt sich somit

$$\tau = \sigma_n \cdot \cos \varphi_0 \cdot \cos \lambda_0$$

$$\tau = (F/A) \cdot \cos \lambda_0 \cdot \cos \varphi_0$$

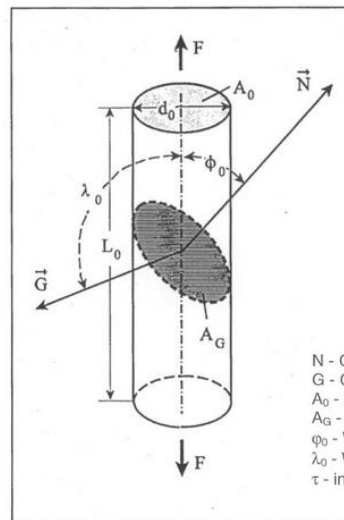
$$m = 1 / \cos \lambda_0 \cdot \cos \varphi_0$$

m - Schmidfaktor/Orientierungsfaktor

$$\tau = \sigma / m$$

Kritische Fließspannungen τ_y bei Raumtemperatur

$$\tau_y = 10^{-5} \text{ G}$$



N - Gleitebenennormale
 G - Gleitrichtung
 A₀ - Probenquerschnittsfläche
 A_G - Probenfläche in Gleitebene
 φ₀ - Winkel zwischen F und N
 λ₀ - Winkel zwischen F und G
 τ - in der Gleitebene wirkende Schubspannung in Gleitrichtung

Bild 2.14: Zur Schubspannungsermittlung im Gleitsystem

Orientierungsfaktor nach Sachs-Schmid (Polykristall)

Annahmen:

- Einfachgleitung auf stärkste belasteten Gleitsystem
- Parallelschaltung der Körner ohne WW
- Homogene Spannungsverteilung
- Verfestigung orientierungsabhängig
- Keine Textur

$$M_s = (\sum m \cdot dA) / A_\Delta$$

$$\sigma = M_s \cdot \tau \quad \epsilon = \gamma / M_s$$

M_s - Sachs faktor
 m - Schmidfaktoren im Orientierungsdreieck
 A - einzelne Flächen für Schmid'sche Orientierungsfaktoren im Orientierungsdreieck
 A_Δ - Fläche des Orientierungsdreiecks

Orientierungsfaktor nach Taylor (Polykristalle)

Annahmen:

- Mehrfachgleitung
- Homogene Dehnungsverteilung
- Kopplung längs Korngrenze
- Keine Volumenänderung
- Betätigen von 5 Gleitsystemen
- Minimale Abgleitsumme
- Keine Textur

$$M_T = (\int M_k \cdot dA) / A\Delta$$

$$\sigma = M_T \cdot \tau \quad \varepsilon = \gamma / M_T$$

M_T - Taylorfaktor
 A - einzelne Flächen für Taylor'sche Orientierungsfaktoren im Orientierungsdreieck
 $A\Delta$ - Fläche des Orientierungsdreiecks

Phasenfeldmodellierung:

Simulation der Entwicklung dendritischen Gefügens; (Wechselwirkung zwischen einer Versetzung und einem Feld von Ausscheidungen)

Input: Keimverteilung, Wärmeextraktion, Legierungszusammensetzung

Output: Korngröße, Korngestalt, Phasen

Cooling Rate: $\frac{\partial T}{\partial t}$ Nuclei distance: $r = \frac{a}{\sqrt{n \cdot \pi}}$ ($\approx$ Kornabstände)
 (= Anzahl der Körner)

Discrete Dislocation Dynamics:

Berechnet zu jedem Zeitpunkt die genaue Position und Geschwindigkeit aller Versetzungen.

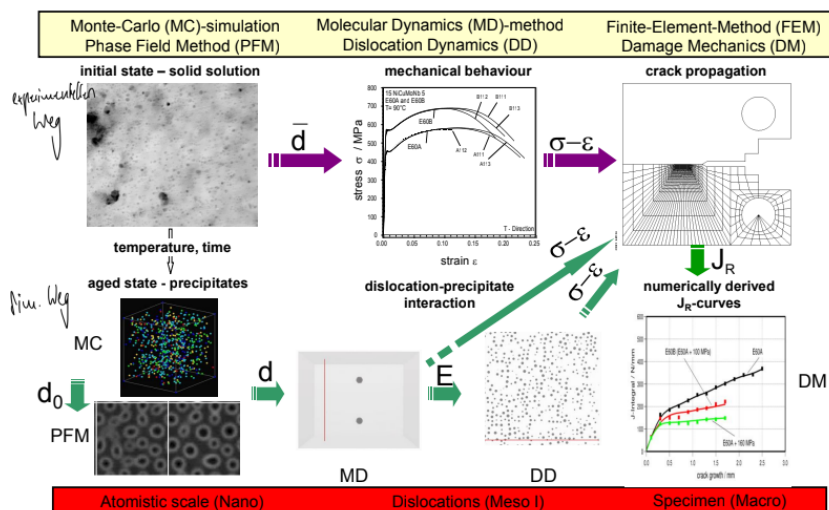
Messung Nanohärte

Nanoindentation:

- ➔ Duktile WK: Beobachten von Ausbildungen Verschleifen unterhalb der Indenterspitze
- ➔ Spröde WK: Beobachten Amorphisierung nahe der Indenterspitze

4 mögl. Änderungen der Mikrostruktur bei $T > 0,4 T_s$

- Zerfall metastabiler Gefügebestandteile
- Bildung weiterer Ausscheidungen
- Koagulation ausgeschiedener Phasen
- Umwandlung bereits ausgeschiedener Phasen

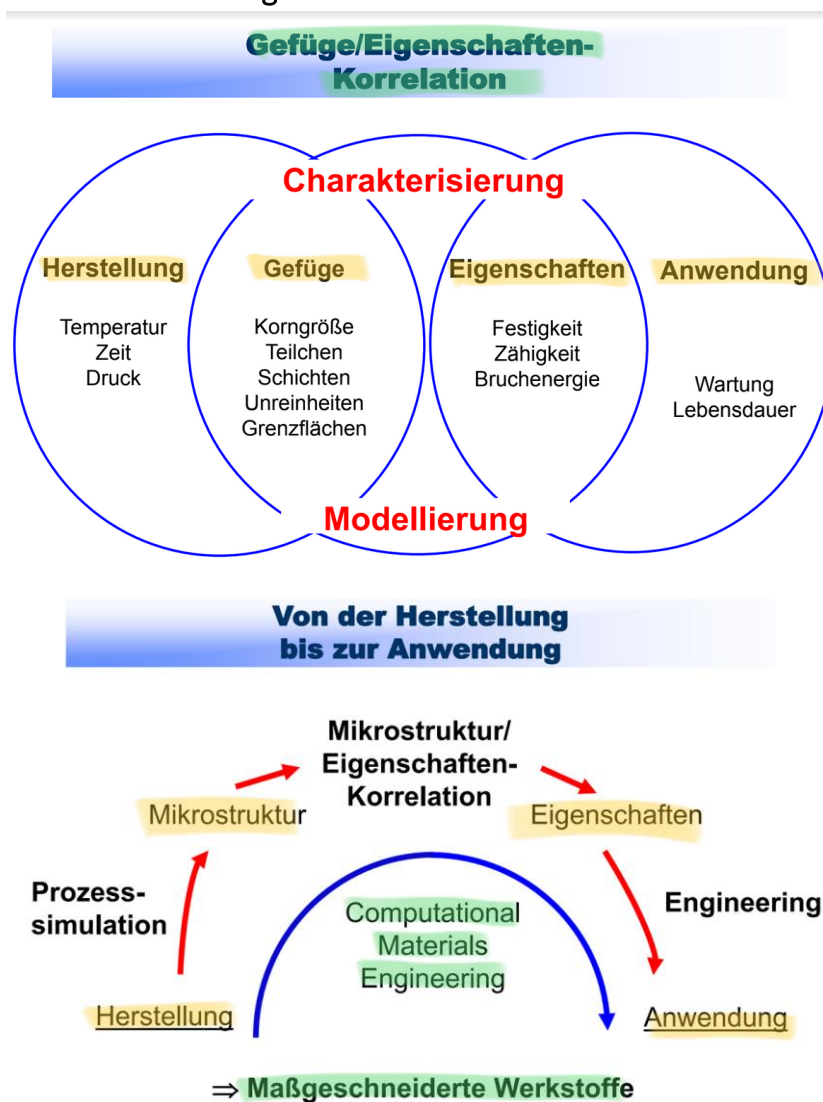


Mikro-/Mesomechanik:

Gekerbte Rundzugprobe:

- Stellt Einfluss von Oberflächenhärte so dar, dass man unterschiedliche Werkstoffkennwerte den Einzelnen Schichten zuweist
- Einflussbereich ist feiner aufgelöst
- Aufstellung $\frac{1}{4}$ -Modell der Probe unter Ausnutzung von Symmetriebedingungen
- Idealisierung, gradierter Zonen im Kerbgrund über unterschiedlich fein modellierte Elementbereiche
- Zuweisen unterschiedlicher Spannungs-Dehnungskurven zu Bereichen in Abh. Von deren Lage im Kerbgrund
-

Mikromechanische Modellierung:



Damage Parameter:

$$D = \frac{1}{A} \int_0^{\epsilon_{pl}} e^{B\eta} d\epsilon_{pl}$$

$$\text{Damage: } D = 1$$

$D=0$ keine Schädigung

$\eta = \sigma_H / \sigma_V$	triaxiality
σ_H	hydrostatic stress
σ_V	von Mises stress
$\epsilon_{pl,C}$	critical plastic strain
A, B	material constants

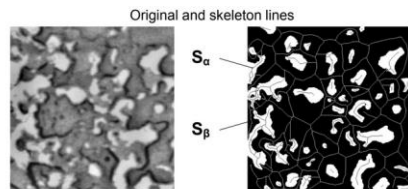
Verbundwerkstoffe:

3 Gefügearten:

- Partikelverstärkte Verbundwerkstoffe
- Faserverstärkte Verbundwerkstoffe
- Durchdringungsgefüge

Durchdringungsgefüge:

- Werden beschrieben mit Volumenanteil f_α/f_β und Matrizität M_α/M_β ($0 < M < 1$)



$$\text{MATRICITY: } M_\alpha = \frac{S_\alpha}{S_\alpha + S_\beta} \quad M_\beta = \frac{S_\beta}{S_\alpha + S_\beta}$$

($f_\alpha = 21\%$, $M_\alpha = 0.26$ $f_\beta = 79\%$, $M_\beta = 0.74$)

- Skelettlinien: S_α = Skelettlinien Phase α; s_β = Skelettlinien Phase β
 - Skelettlinien reduzieren Bereich auf Linien
 - In Formel werden immer Gesamtlänge von Phasen α und β verwendet
 - M ist Maß wie sehr α β oder andersrum umschließt
- Simulation mit selbstkonsistentem Matrizitätsmodell
- Clusterparameter:

$$r_\alpha = \frac{N_\alpha}{N_\alpha + N_\beta} \quad r_\beta = \frac{N_\beta}{N_\alpha + N_\beta}$$

N_i = Number of clusters of phase i

$$R_{p0.2} = r_\alpha \cdot R_{p0.2}^\alpha + r_\beta \cdot R_{p0.2}^\beta$$

F und M sind unabhängig voneinander

Faserverstärkte Verbundwerkstoffe:

- Können nicht mit Realgefüge simuliert werden, zu komplex
- Modellierung zur Beschreibung des Verformungsverhaltens
 - Über Anwendung verschiedener Einheitszellenmodelle, welche unterschiedliche Faserorientierungen präsentieren
 - Statische Mittelung der Einzelergebnisse zur Beschreibung des Verformungsverhaltens
- Homogenisierung

Schädigungsmechanik:

Es wird nur duktiles Bruchversagen betrachtet.

Duktiler Bruch:

1. Keimbildung/Porenbildung (Ablösung Teilchen von Matrix)
2. Keimwachstum/Porenwachstum (zunehmende plastische Verformung)
3. Porenkoaleszenz (Zusammenschluss) (Ausbildung Scherbänder)
- Bruchausbreitung im inneren des Werkstoffes
 - Einflussfaktoren für Ort und Zeit des Bruchs: Temperatur; Spannungszustand; Mikrostruktur (→ bestimmend für Bruchbildung vor allem durch Einschlüsse und Ausscheidungen); Belastungsgrad

Beim duktilen Bruch wird im Gegensatz zum Spröbruch viel Energie absorbiert → plastische Verformung

Bruchbildung kann stabil oder instabil verlaufen, normalerweise transgranular

Materialgesetze für Bruchbildung: Beschreiben komplettes Material, da Aufwand um jede Pore getrennt zu betrachten zu groß wäre

Modelle für Porenbildung: 3 Gruppen:

- Kritische Energie
- Kritische Spannung
- Kritische Dehnung

Beremin-Modell: $\sigma_c \leq \sigma_1 + k(\sigma_v - R_e)$

Chu and Needleman Modell: beschreibt Porenbildungsrate

Modelle für Porenwachstum:

- Rice and Tracey
- Rousselier
- Gurson-Tvergaard-Needleman (GTN)

Modelle für Porenkoaleszenz:

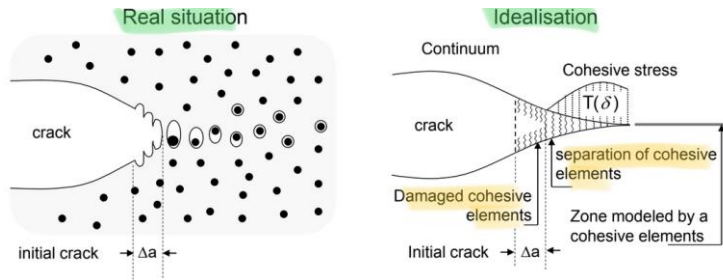
Einteilung numerischer Methoden zur Beschreibung Porenkoaleszenz:

- Kritische Energie
- Kritische Spannung
- Kritische Dehnung

2 Möglichkeiten für Risssimulation in FE – Programmen:

- ➔ nodal release technique (Knotenlösen): wenn ein Kriterium erreicht wird, wird Knoten an der Stelle freigegeben
- ➔ element death technique (Elementzerstörung): wenn ein Kriterium erreicht wird, bekommt diese Element Steifigkeit 0

Cohesive-Zone-Modell: bruchbildung durch Trennung der am Riss beteiligten Oberflächen über Rissspitze oder Kohäsionszone



Vorteile:

- nur 2 Parameter:
- T_0 = kohäsiv Spannung
- Γ_0 = kohäsiv Energie
- Anwendbar für fast alle Materialien

Nachteil: Der Bruchpfad muss bekannt sein

CZM-Parameter:

- werden aus experimentellen Ergebnissen abgeschätzt
- sowohl Beschreibung Schädigung 2D als auch 3D Strukturen
- von einer Geometrie auf andere übertragbar (Material Parameter)
- Beschreibung Schadensentwicklung auf der Mikro- und Makroskala

Multiscale Material Modelling

Materialverhalten auf Makroebene mithilfe von Informationen kleinerer Maßstäbe → Verbindung Atomistik, Mikrostrukturmodelle zur Beschreibung mechanischen Verhaltens

➔ Multiskaliger Ansatz

Multiskalige Modellierung Bsp Niob/Aluminiumoxid-Grenzfläche:

- Ermittlung und Ableitung der Adhäsionsarbeit über Molekulardynamikberechnung auf der Nano-Ebene
- Parameterübergabe an das Kohäsivzonenmodell (CZM)
- Berechnung des Verformungs- und Schädigungsverhaltens mittels FEM auf der Meso-Ebene unter Anwendung des CZM
- Vergleich der FE-Berechnung mit dem Experiment (Makro-Ebene)
- Anpassung der Kohäsivzonenparameter bis Übereinstimmung mit Experiment erreicht ist

Werkstoffauswahl:

Ashby-Diagramm: anschauliche Darstellung von Werkstoffdaten; Auftragen von verschiedenen Werkstoffeigenschaften gegeneinander

Auswahlmethode:

