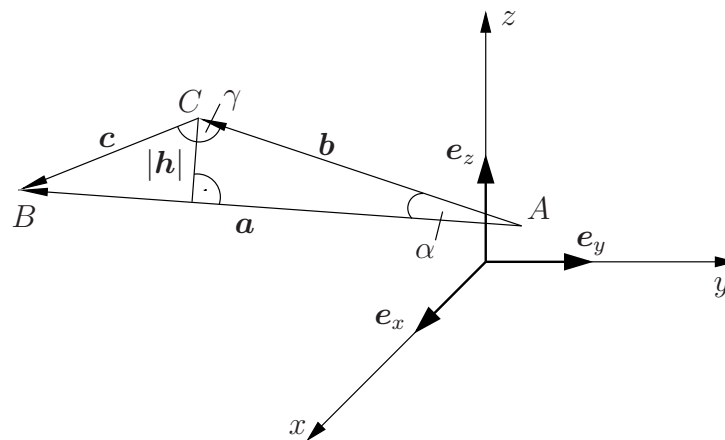


Aufgabe 4

Es seien A, B und C die drei Eckpunkte eines Dreiecks.

1. Skizzieren Sie das Dreieck.
2. Bestimmen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks ABC.
3. Wie groß ist die Höhe auf $\overrightarrow{AB}$?
4. Berechnen Sie den Winkel γ .

Geg.: $A = (1, 1, 1)$, $B = (2, -3, 2)$, $C = (-2, -4, 0)$.

Lösung**1. Skizze****2. Flächeninhalt**

$$\mathbf{a} = \overrightarrow{AB} = \begin{bmatrix} 1 \\ -4 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{b} = \overrightarrow{AC} = \begin{bmatrix} -3 \\ -5 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$A = \frac{1}{2} |\mathbf{a} \times \mathbf{b}| = \frac{1}{2} \left| \begin{bmatrix} 9 \\ -2 \\ -17 \end{bmatrix} \right| = \frac{1}{2} \sqrt{374} \quad \Rightarrow \quad \boxed{A \approx 9.67 \text{ FE}}$$

3. Höhe auf $\overrightarrow{AB}$

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = |\mathbf{a}| \cdot |\mathbf{b}| \cdot \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}}{|\mathbf{a}| \cdot |\mathbf{b}|} = \frac{16}{\sqrt{18} \cdot \sqrt{35}} \quad \Rightarrow \quad \alpha \approx 50.4^\circ$$

$$\sin \alpha = \frac{|\mathbf{h}|}{|\mathbf{b}|}$$

$$\Rightarrow |\mathbf{h}| = |\mathbf{b}| \cdot \sin \alpha \quad \Rightarrow \quad \boxed{|\mathbf{h}| \approx 4.56 \text{ LE}}$$

4. Winkel γ

$$\gamma = \sphericalangle (\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB})$$

$$\overrightarrow{CA} = -\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\overrightarrow{CB} = \mathbf{c} = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\gamma = \arccos \left[\frac{(-\mathbf{b}) \cdot \mathbf{c}}{|-\mathbf{b}| \cdot |\mathbf{c}|} \right]$$

$$\Rightarrow \boxed{\gamma = \arccos \left[\frac{19}{\sqrt{35} \cdot \sqrt{21}} \right] \approx 45.51^\circ}$$