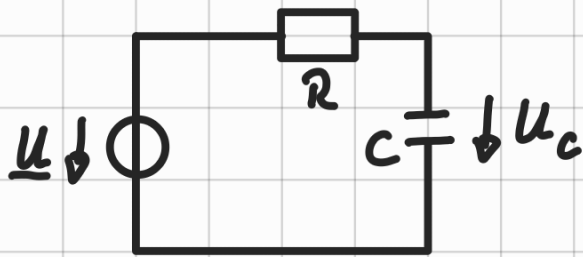


6. Filterschaltungen & Schwingkreise

6.1 / 6.2 Hoch- und Tiefpassfilter



$$Z_R = R$$

$$Z_L = j\omega L$$

$$Z_C = \frac{1}{j\omega C}$$

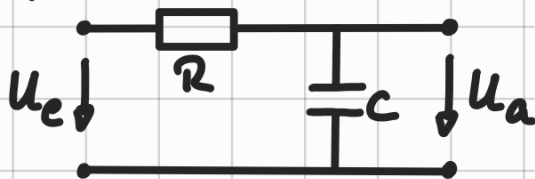
2 Bauteile in Reihe teilen die Spannung unter sich auf
→ Spannungsteiler

$$U_C = \frac{Z_C}{Z_C + Z_R} \cdot U$$

$$= \frac{1}{1 + j\omega CR} \cdot U$$

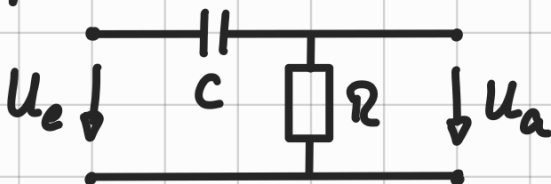
$$= \frac{1}{\sqrt{1^2 + (\omega CR)^2}} \cdot U$$

je größer die Frequenz bzw. ω , desto kleiner U_C



Wird an den Eingang ein sinusförmiges Signal angelegt, dann ist bei kleinen Frequenzen $U_a \approx U_e$ und bei hohen Frequenzen $U_a \approx 0$.
→ Tiefpassfilter

Analog dazu: Hochpassfilter



6.3 Schwingkreise

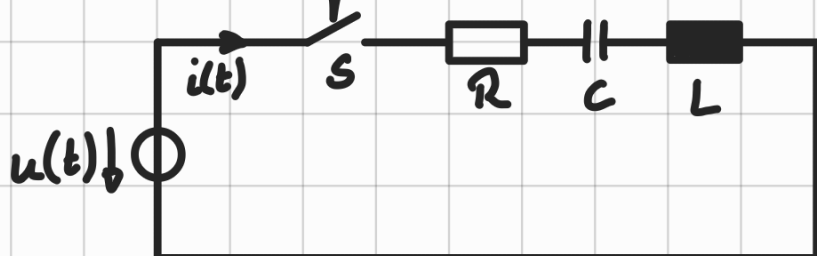
Man braucht ein System mit min. 2 Energiespeichern
→ einfachster Schwingkreis:



$$W_C = \frac{1}{2} C U^2 \quad W_L = \frac{1}{2} L I^2$$

Die Energie „schwingt“ zwischen Kondensator & Spule hin und her.

6.4 Reihenschwingkreis



Bei $t=0$ wird der Schalter geschlossen

Bauteilgleichungen: $u_R(t) = R \cdot i(t)$
 $u_L(t) = L \cdot \frac{di}{dt}$ $i(t) = C \frac{du_C}{dt}$

KR: $u(t) = u_R + u_C + u_L$

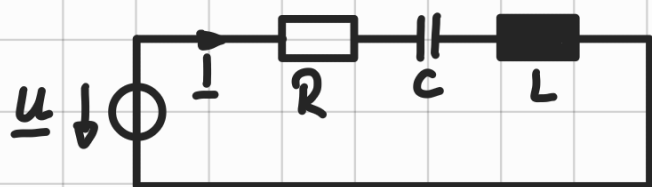
$$\frac{d}{dt} u(t) = R \cdot \frac{d}{dt} i + \frac{1}{C} i + L \cdot \frac{d^2}{dt^2} i$$

⇒ Differentialgleichung für i

→ wird hier nicht gelöst

Wartet man nach dem Schließen des Schalters lang genug, dann ist das System „eingeschwungen“ und wir können mit den üblichen komplexen Methoden arbeiten.

6.4.1 Impedanz



Ersatzimpedanz:

$$Z_{\text{ges}} = Z_R + Z_L + Z_C$$

$$= R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}$$
$$= R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$

Stromstärke: $\underline{U} = \underline{Z}_{\text{ges}} \cdot \underline{I}$

$$\rightarrow I = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_{\text{ges}}} \rightarrow I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

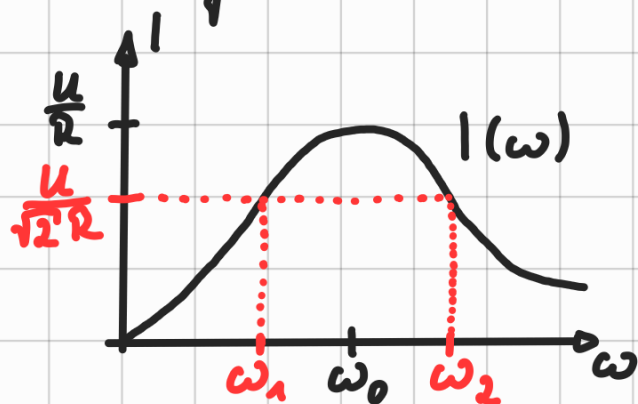
I ist die Amplitude, mit der die (effektive) Stromstärke schwingt.

Diese ist frequenzabhängig.

Maximale Amplitude ist $I = \frac{U}{R}$ für $\omega L = \frac{1}{\omega C} \rightarrow \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

Bei der Resonanzfrequenz $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ wird die effektive Stromstärke maximal. Man spricht dann von Stromerhöhung. Ohne Dämpfung ($R=0$) kommt es zur sog. Resonanzkatastrophe, bei der die Stromstärke solange anwächst, bis die Schaltung kaputt geht.

6.4.2 Eigenschaften



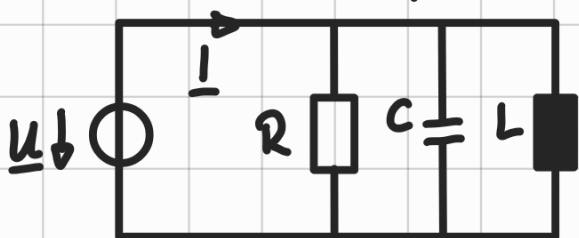
sowohl hohe als auch niedrige Frequenzen werden rausgefiltert
 $\rightarrow$ Bandpassfilter $\rightarrow$ relevant ist hierbei die Bandbreite $B = \omega_2 - \omega_1$

Die Güte des Schwingkreises beschreibt, wie schnell die gespeicherte Energie aufgrund der Dämpfung verloren geht.

$$Q_s = 2\pi \cdot \frac{\text{gesp. Energie}}{\text{Verlust pro Periode}} = \omega_0 \cdot \frac{L}{R}$$

$$\text{es gilt: } Q_s = \frac{\omega_0}{\omega_2 - \omega_1} = \frac{\omega_0}{B}$$

6.5 Parallelschwingkreis



6.5.1 Impedanz

$$\text{Admittanz } Y_{\text{ges}} = Y_R + Y_C + Y_L = \frac{1}{R} + j\omega C + \frac{1}{j\omega L}$$

$$= \frac{1}{R} + j(\omega C - \frac{1}{\omega L})$$

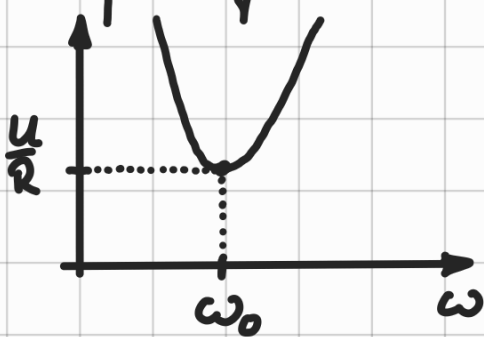
Strom: $\underline{U} = \underline{Z}_{\text{ges}} \cdot \underline{I}$

$$\underline{I} = \frac{1}{\underline{Z}_{\text{ges}}} \underline{U} = \underline{Y}_{\text{ges}} \cdot \underline{U}$$

$$I = \sqrt{\frac{1}{R^2} + (\omega C - \frac{1}{\omega L})^2} \cdot U$$

Bei der Resonanzfrequenz $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ wird die Stromstärke minimal.

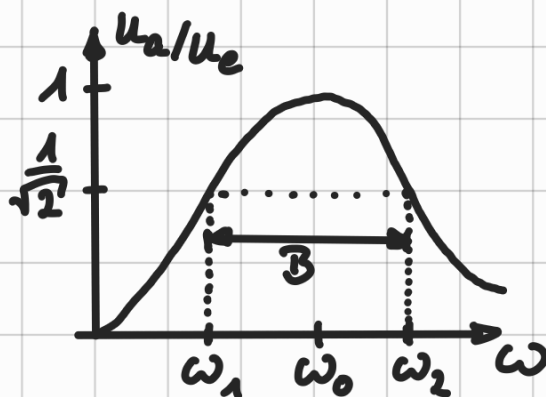
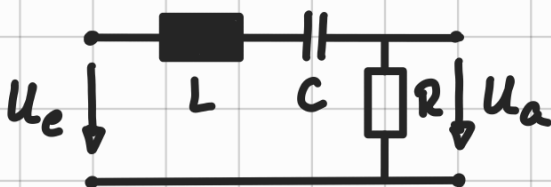
6.5.2 Eigenschaften



Die Güte des Parallelschwingkreises ist

$$Q_p = R \sqrt{\frac{C}{L}} = RC\omega_0$$

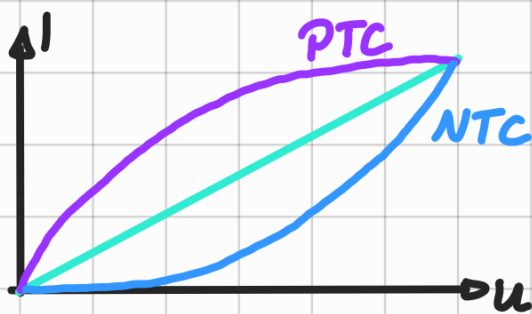
6.6 Bandpassfilter



7. Drehstrom (eher nicht klausurrelevant)

8. Nichtlineare Bauteile

In der Realität weisen alle elektr. Bauelemente ein nichtlineares Verhalten in der Strom-Spannungskennlinie auf. Diese Kennlinie muss zuerst gemessen werden.



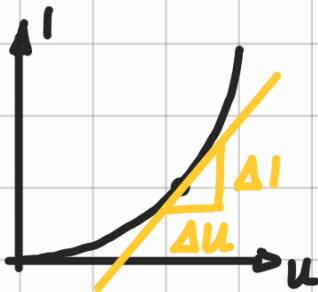
(negative temperature coefficient)
 Heißleiter
 Kaltleiter
 ohmscher Widerstand

Schaltsymbol für nichtlineare Bauteile:

einfache Schaltung: Ein Netzwerk mit mind. einem nichtlinearen Bauteil wird nichtlin. Netzwerk genannt

8.1 Statischer und differentieller Widerstand

Um unsere bekannten Methoden verwenden zu können, müssen wir die Kennlinie um einen bestimmten Punkt linearisieren $\rightarrow$ Tangente an diesen Punkt



Differentieller Widerstand

$$R_d = \frac{dU}{dI} = \lim_{\Delta I \rightarrow 0} \frac{\Delta U}{\Delta I}$$

R_d bestimmt man jedoch i.d.R. grafisch mittels Steigungsdreieck

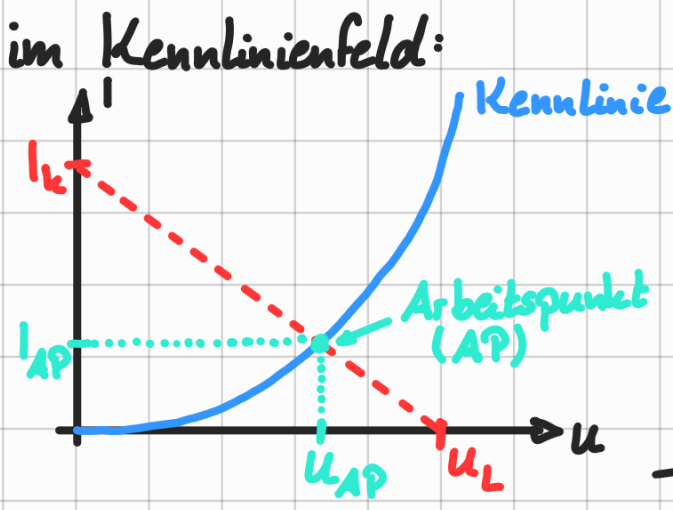
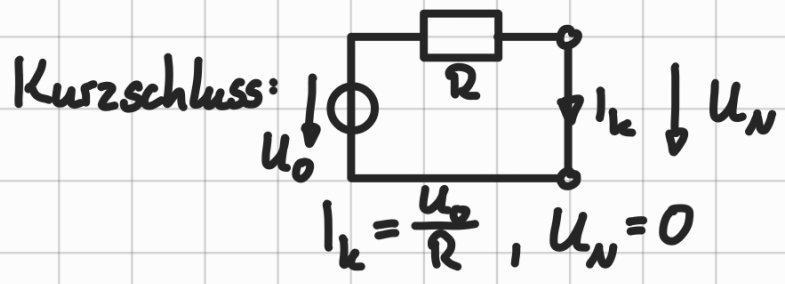
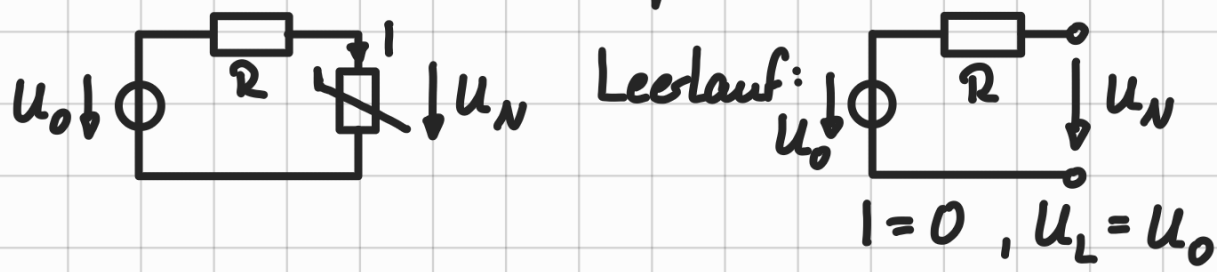
Statischer Widerstand $R_s = \frac{U_{AP}}{I_{AP}}$ AP: Arbeitspunkt
 es gilt: $R_s \geq 0$, aber R_d kann auch negativ sein

Statt mit der nichtlinearen Kennlinie zu arbeiten, wird nun die linearisierte Kennlinie verwendet. Für diese gilt:

$$I = \underbrace{I_{AP} \cdot \left(1 - \frac{R_s}{R_d}\right)}_{y\text{-Achsenabschnitt}} + \frac{U}{R_d}$$

y-Achsenabschnitt $\rightarrow$ auch grafisch

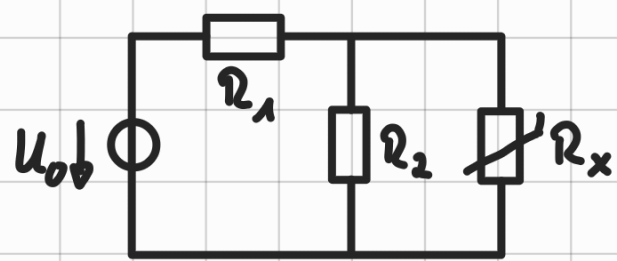
8.2 Arbeitspunkt und Arbeitsgerade



Der Schnittpunkt von Kennlinie und Arbeitsgerade ergibt den sich einstellenden Arbeitspunkt, d.h. diese Spannung und diese Stromstärke (U_{AP}, I_{AP}) herrschen am Bauteil.

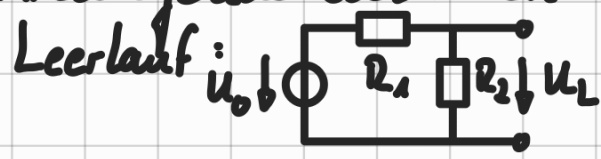
→ um diesen Punkt wird die Kennlinie linearisiert

8.2.1 Beispiel

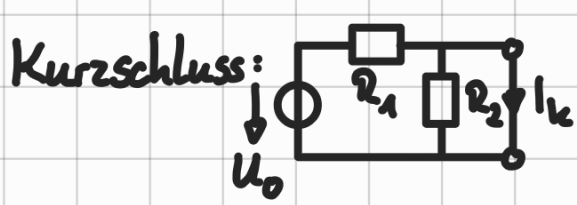


$U_0 = 15V$
 $R_1 = 30\Omega$
 $R_2 = 60\Omega$
 Kennlinie von R_x ist gegeben

1. Arbeitsgerade bestimmen

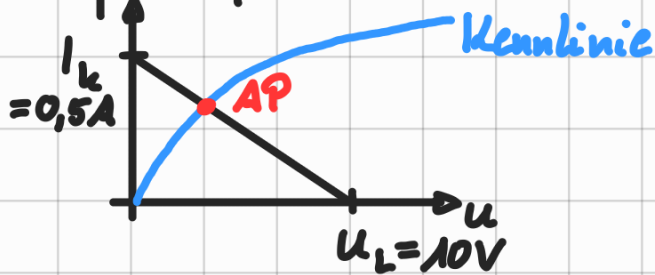


$U_L = U_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot U_0 = 10V$
 Spannungsteiler

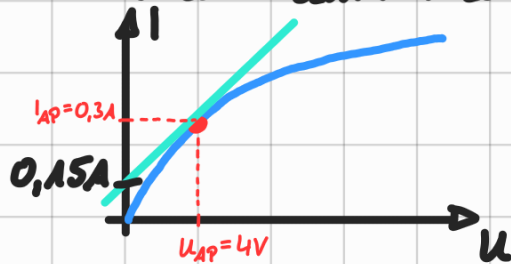


$I_k = \frac{U_0}{R_1} = 0,5A$
 R_2 wird überbrückt

2. Arbeitspunkt bestimmen



3. Kennlinie um AP Linearisieren



y-Achsenabschnitt ablesen: $0,15A$

Steigung ablesen: $26,6 \Omega$
 $= \frac{4V - 0V}{0,3A - 0,15A}$

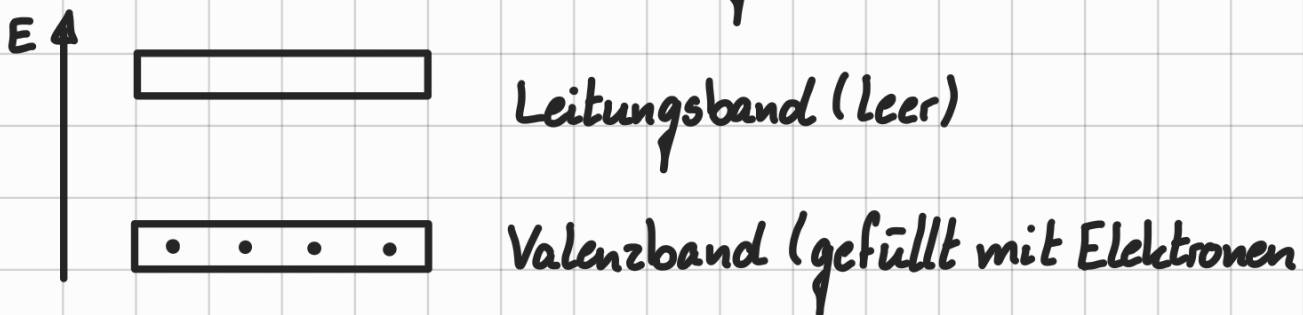
Linearisierte Kennlinie: $I = 0,15A + \frac{U}{26,6 \Omega}$

9. Halbleiter

9.1 Intrinsische Halbleiter

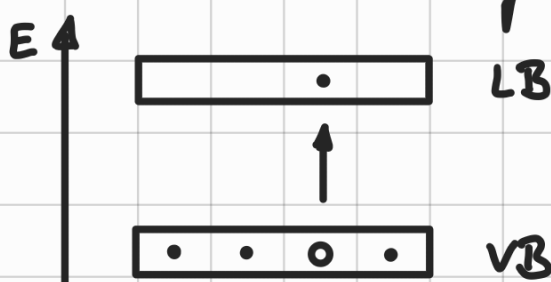
sind v.a. Elemente der 4. Hauptgruppe, wie z.B. C, Si, Ge, Sn, Pb
technisch wichtig: Si, Ge

alle Elektronen sind in festen Atombindungen $\rightarrow$ keine frei beweglichen Elektronen $\rightarrow$ keine elektr. Leitfähigkeit

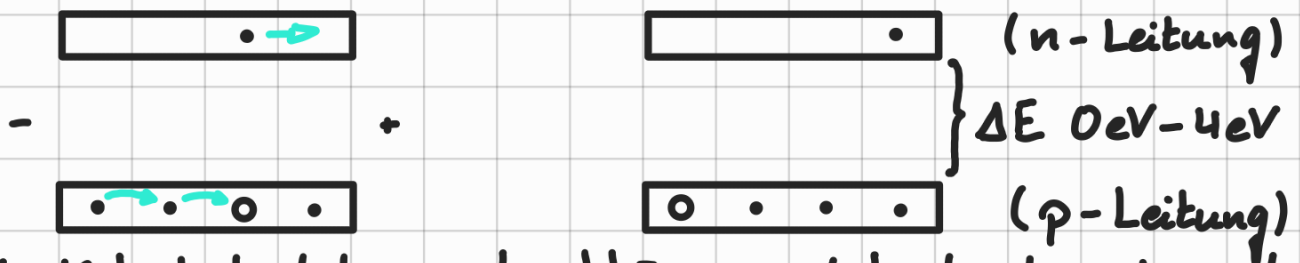


9.1.1 Leitung

Bei höheren Temperaturen oder durch Absorption von Photonen (Photohalbleiter) können Elektronen ins LB angeregt werden. Im VB entsteht dabei ein Loch.



Bei Anlegen einer Spannung wandert das Elektron im LB zum + - Pol und das Loch im VB zum - Pol.



Die Leitfähigkeit ist temperaturabhängig und steigt mit zunehmender Temperatur.

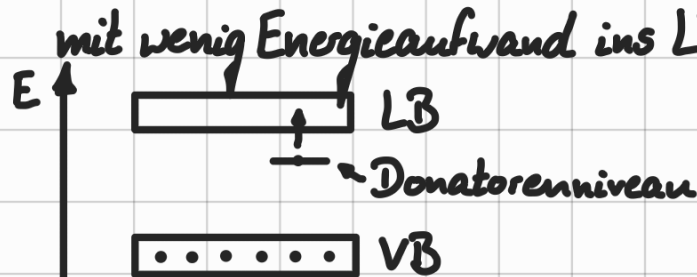
9.2 Dotierung

bezeichnet den Einbau von Fremdatomen in das Kristallgitter

Zweck: gezielte Beeinflussung der Leitfähigkeit (Erhöhung bis um Faktor 10^6)

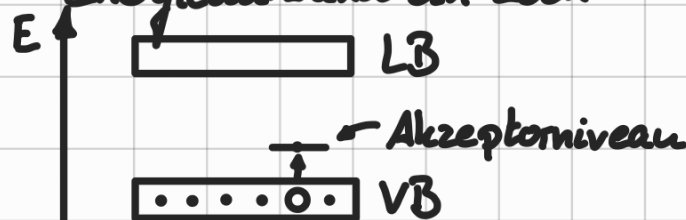
Arten der Dotierung:

n-Dotierung → Einbau von Atomen mit 5 Valenzelektronen (P, As, Sb)
 ↳ 1 Elektron wird nicht für Bindungen benötigt & kann mit wenig Energieaufwand ins LB angeregt werden

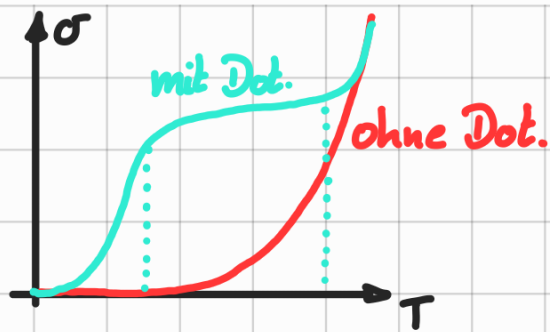


Man nennt solche Atome Donatoren (lat. donare = geben)

p-Dotierung → Einbau von Atomen mit 3 Valenzelektronen (B, Al, In)
 ↳ 1 Elektron zu wenig, im VB entsteht mit geringem Energieaufwand ein Loch



Man nennt solche Atome Akzeptoren (lat. acceptare = aufnehmen)



σ : Leitfähigkeit

Wichtig: die Dotieratome sind elektr. neutrale Atome, der dotierte Halbleiter ist also ebenfalls elektrisch neutral.

10. Dioden

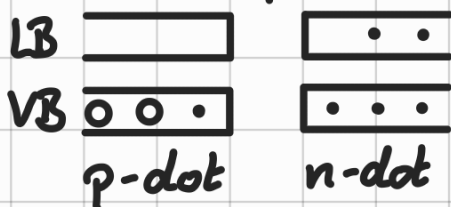
bringe p- & n-dotierten Halbleiter zusammen $\rightarrow$ pn-Übergang = Diode



Schaltsymbol:



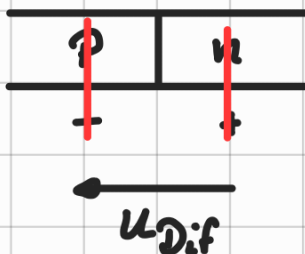
Betrachte p-n-Übergang



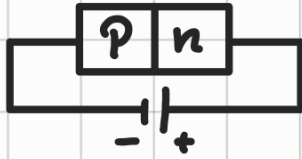
Im n-dotierten HL ist die Konzentration der Elektronen groß, im p-dotierten die der Löcher

$\rightarrow$ In der Folge wandern im Bereich der Grenzschicht Elektronen aus dem LB der n-dotierten Seite nach links und Löcher aus dem VB der p-dotierten Seite nach rechts (Diffusionsstrom). Dabei rekombinieren Elektronen und Löcher, es entsteht eine Zone ohne frei bewegliche Ladungsträger.

Durch den Diffusionsstrom wird der p-dot. HL negativ geladen und der n-dot. HL positiv geladen $\rightarrow$ Diffusionsspannung U_{Dif}

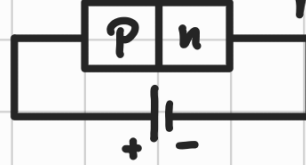


Anlegen einer Spannung Sperrrichtung



Elektronen aus n-Schicht wandern zum + Pol, Löcher aus p-Schicht wandern zum - Pol $\rightarrow$ Sperrschicht wird noch größer

Durchlassrichtung



Ladungsträger werden von Spannungsquelle nachgeliefert, sobald die Spannung der Quelle einen gewissen Wert übersteigt (Schlensenspannung $U_s \approx U_{Dif}$) fließt ein Strom

Die Diffusionsspannung ist materialabhängig:

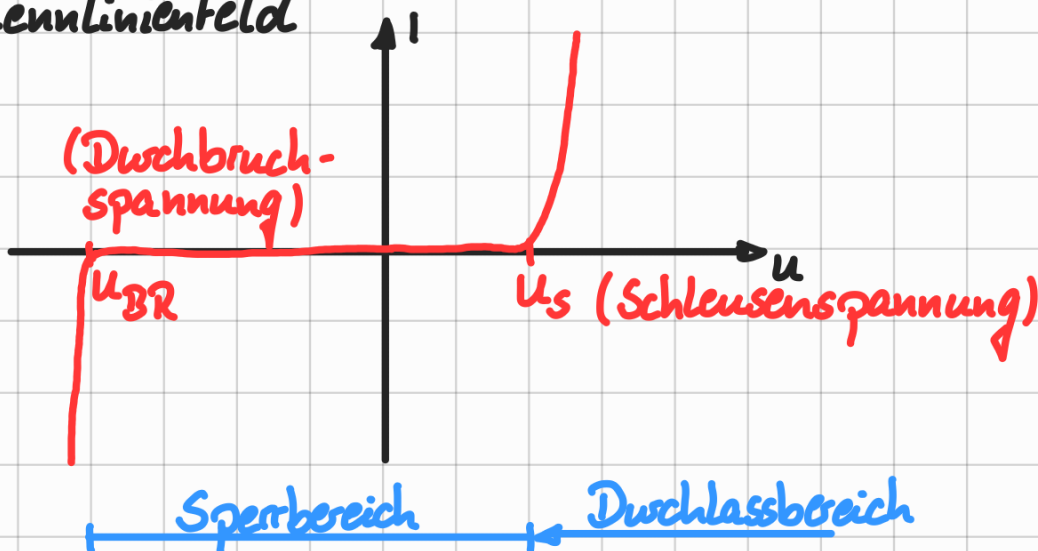
Si: $U_{Dif} \approx 0,6 - 0,7V$

Ge: $U_{Dif} \approx 0,2 - 0,3V$

GaAs: $U_{Dif} \approx 1,4 - 2,9V$

Zener-Durchbruch: Bei negativen Spannungen (Sperrichtung) fließt fast kein Strom durch die Diode. Wird die Spannung aber zu groß, dann können Elektronen durch die zugeführte Energie frei werden. Diese „schlagen“ dann weitere Elektronen frei $\rightarrow$ Lawineneffekt i.d. R. geht dabei die Diode kaputt

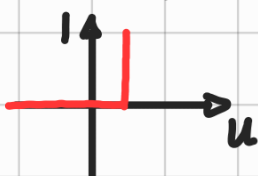
10.1 Kennlinienfeld



10.2 Ideale Diode

ist ein hypothetisches Bauteil, wirkt in Spannungsrichtung ($U < 0$) wie ein Leerlauf & in Durchlassrichtung ($U > 0$) wie ein Kurzschluss
→ elektrisch gesteuerter Schalter

Schaltsymbol: 

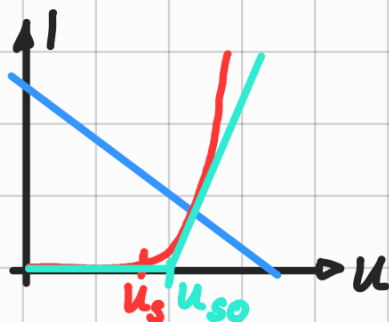
Kennlinie: 

Die ideale Diode hat in Durchlassrichtung keinen Widerstand, d.h. die Kennlinie steigt unendlich schnell. Das heißt allerdings nicht, dass der Strom unendlich wird, wie immer muss erst die Arbeitsgerade und ihr Schnittpunkt mit der Kennlinie bestimmt werden für den sich einstellenden Strom.

10.3 Reale Diode

10.3.1 Ersatzschaltbild

1. Messung der Kennlinie
2. Arbeitsgerade bestimmen & einzeichnen
3. Arbeitspunkt bestimmen und Linearisierung



Vereinfachung:
 $U_s \approx U_{so}$

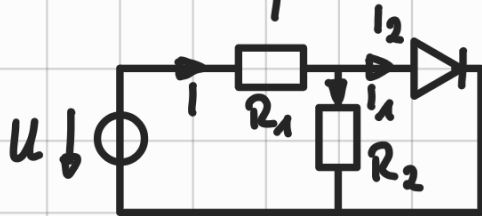
es gilt: $U < U_{so} : I = 0$
 $U > U_{so} : I = \frac{1}{R_d} (U_D - U_{so})$

4. Ersatzschaltbild zeichnen, d.h. ersetze die Diode z.B. in



man sieht: $U < U_{so}$: Ideale Diode sperrt $\rightarrow I = 0$
 $U > U_{so}$: Ideale Diode in Durchlassrichtung
 $I = \frac{1}{R_d} (U_D - U_{so})$

10.3.2 Beispiel

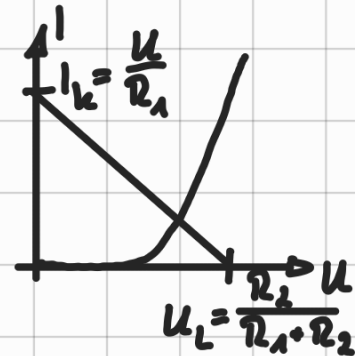


ges.: I, I_1, I_2

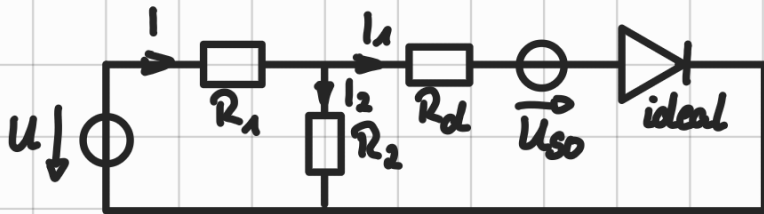
Sonderfall: Falls Diode ideal: Diode in Durchlassrichtung
 $\rightarrow$ Ersetzen durch Kurzschluss
 $\rightarrow I_1 = 0, I = I_2 = \frac{U}{R_1}$

Reale Diode: $U = 12V, U_{so} = 1V, R_1 = 30\Omega, R_2 = 10\Omega, R_d = 0,5\Omega$
 $\rightarrow$ Linearisierung wurde schon durchgeführt

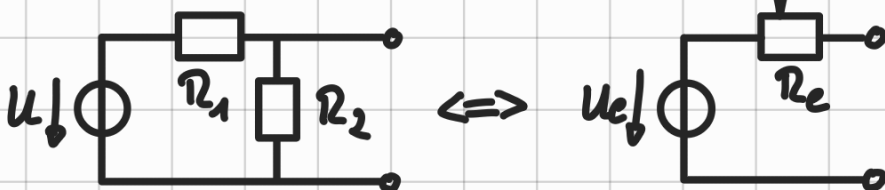
1. Messung der Kennlinie (entfällt)
2. Arbeitsgerade bestimmen (entfällt)
3. AP und Linearisierung (entfällt)



4. Linearisiertes ESB zeichnen



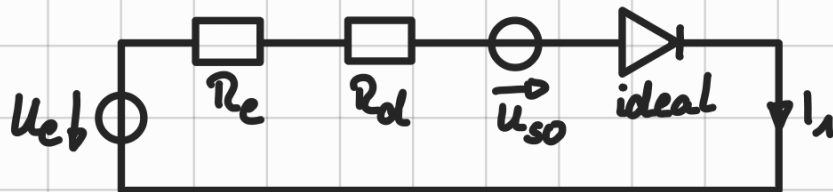
5. Ströme berechnen: MR + KR $\rightarrow$ aufwendig
 Überlagerungssatz $\rightarrow$ geht so
Ersatzspannungsquelle



Kurzschluss: $I_k = \frac{U}{R_1}$ $I_k = \frac{U_e}{R_e}$
 Leerlauf: $U_L = \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2}\right) \cdot U$ $U_L = U_e$

Gleichsetzen: $U_e = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot U = 3V$

$$R_e = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 7,5V$$



MR: $U_e - U_{so} - I_1 \cdot (R_e + R_d) = 0 \rightarrow I_1 = \frac{U_e - U_{so}}{R_e + R_d} = 0,24A$



KR: $I = I_1 + I_2$

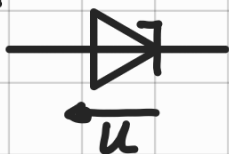
MR: $U_2 = R_d \cdot I_1 + U_{so} = R_2 \cdot I_2 \rightarrow I_2 = \frac{R_d I_1 + U_{so}}{R_d} \approx 0,113A$
 $\rightarrow I = 0,353A$

Die Arbeitspunktwerte sind die Spannung und der Strom an der Diode

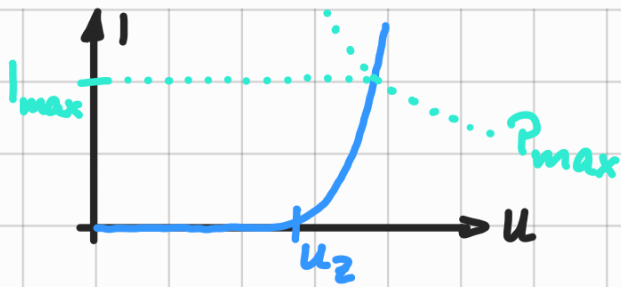
$$I_{AP} = I_1$$

$$U_{AP} = U_{so} + I_1 R_d (= U_2)$$

10.4 Zenerdioden
 Schaltsymbol



Wichtig: Eine Zenerdiode ist für den Betrieb in Sperrichtung ausgelegt.
 Eine Gleichrichterdiode geht bei Durchbruch kaputt.



Die Zenerdiode übersteht den Durchbruch unbeschadet, falls die Maximalleistung $P_{z,max}$ nicht überschritten wird ($P = U \cdot I \rightarrow I = \frac{P_{max}}{U}$, **Hyperbellast**).

Oberhalb der Zenerspannung U_Z bzw. ab einer gewissen Stromstärke I_{min} steigt die Kennlinie nahezu senkrecht (Faustregel $I_{min} \approx 0,1 \cdot I_{max}$)
 $\rightarrow$ die Spannung ist nahezu unabhängig vom Strom

10.4.1 Spannungsstabilisierung

Betrachte:



Ziel: Spannung an R_L soll möglichst konstant bleiben, auch wenn U verändert wird

bei $\Delta U = 0$ sollte idealerweise $\Delta U_L = 0$ sein

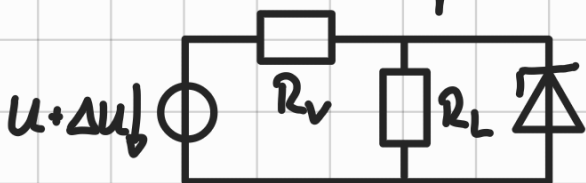
$$M.R.: U_{zener} = U_L + \Delta U_L$$

Bei der Zenerdiode ist die Spannung zwischen I_{min} und I_{max} nahezu unabh. vom Strom

$\rightarrow$ die Zenerdiode dient zur Spannungsstabilisierung

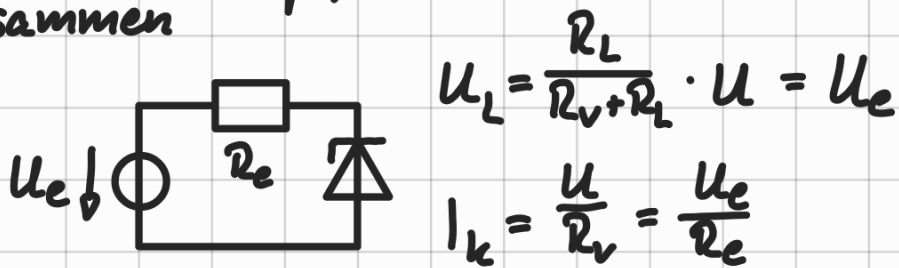
10.4.2 Verschiebung des Arbeitspunktes

Betrachte die folgende Schaltung



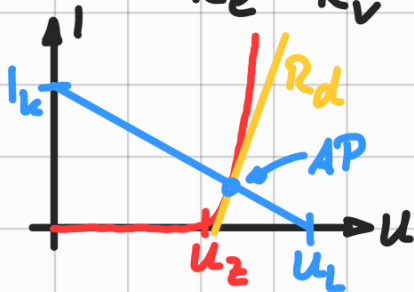
Arbeitsgerade und AP bestimmen

Fasse Spannungsg. & Widerstände zu einer Ersatzspannungsquelle zusammen

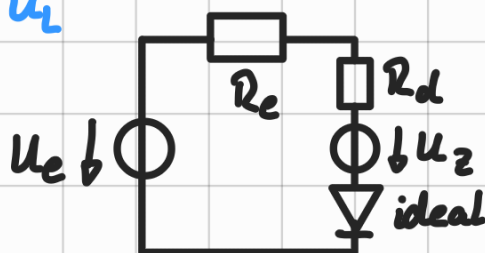


$$\rightarrow R_e = R_v \cdot \frac{U_e}{U} = \frac{R_v R_L}{R_v + R_L}$$

Arbeitsgerade:



Linearisiertes ESB:



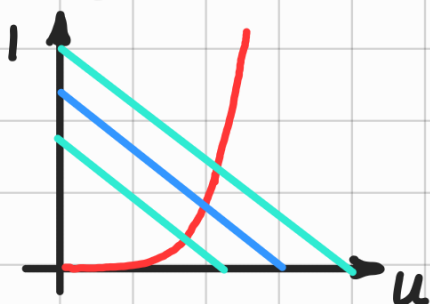
1. Variiere R_L , lassen $R_v = \text{konstant}$, $U = \text{konstant}$

$$I_k = \frac{U}{R_v} = \text{konst.}; \quad U_L = \frac{R_L}{R_v + R_L} \cdot U \rightarrow \text{verändert sich}$$

Falls die Veränderung nicht zu groß ist, kann die Verschiebung des Arbeitspunktes auf der linearisierten Kennlinie durchgeführt werden.

2. Variiere U , $R_v = \text{konst.}$, $R_L = \text{konst.}$

$$I_k = \frac{U}{R_v} \sim U; \quad U_L = \frac{R_L}{R_v + R_L} \cdot U \sim U$$



Arbeitsgerade verschiebt sich parallel nach oben oder unten

Linearisierung muss nur neu durchgeführt werden, wenn AG in Bereich abrutscht, in dem Steigung der Kennlinie sich deutlich ändert

11. Transistoren

11.1 Einführung

Transistor = transfer + resistor
„elektrisch gesteuerter Widerstand“

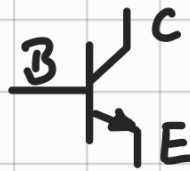
Es gibt 2 verschiedene Transistorarten:

Bipolartransistoren: an der Funktionsweise sind Elektronen und Löcher beteiligt

Unipolartransistoren: an der Funktionsweise ist nur einer der Ladungsträger beteiligt
/ Feldeffekttransistoren

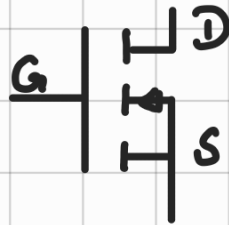
11.2 Schaltsymbole

Bipolartransistoren
(npn)



C: Kollektor
B: Basis
E: Emitter

Feldeffekttransistoren

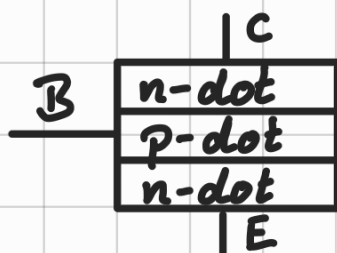


D: Drain
G: Gate
S: Source

11.3 npn - Bipolartransistor

11.3.1 Aufbau

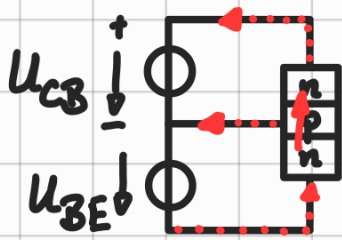
Besteht aus 3 Halbleiterschichten



← wichtig

Basisschicht ist besonders dünn

11.3.2 Funktionsweise



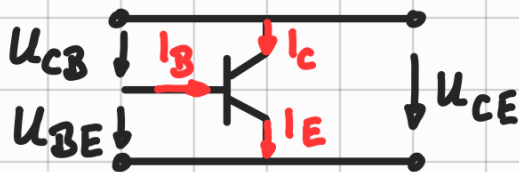
Es fließt zusätzlich zum Basisstrom I_B nun auch ein Kollektorstrom I_C und es ist $I_C \gg I_B$

Transistoreffekt: Durch die Variation des Stromes im BE-Kreis kann der Strom im CB-Kreis gesteuert werden.

→ Der Strom I_B steuert den Strom I_C

11.3.3 Ströme und Spannungen

Beim npn-Transistor gibt es drei Ströme und drei Spannungen mit KR und MR:



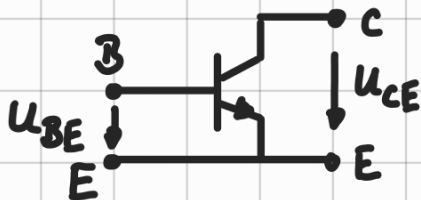
$$U_{CB} = U_{CE} - U_{BE}$$
$$I_E = I_B + I_C$$

→ sind nicht unabh. voneinander

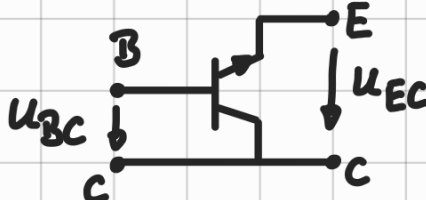
→ es reicht also, sich auf zwei Spannungen und zwei Stromstärken zu beschränken

11.3.4 Grundschaltungen

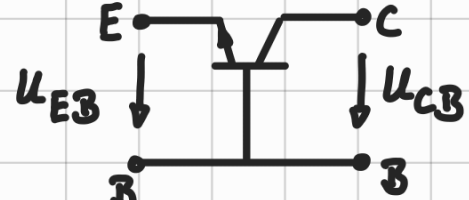
Emitter-Schaltung



Kollektor-Schaltung



Basis-Schaltung

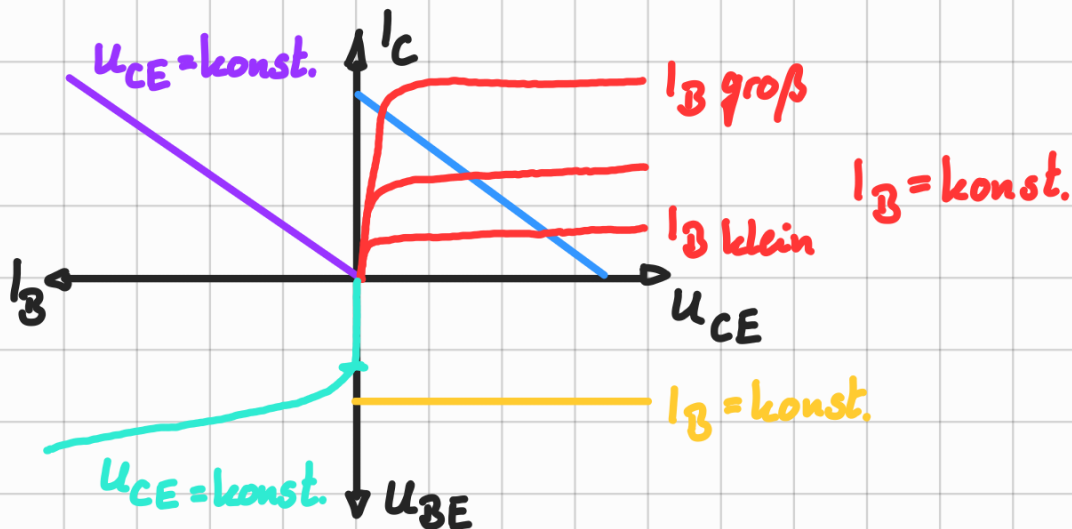


Wir werden im Folgenden nur die Emitter Schaltung betrachten, d.h. die für uns relevanten Größen sind I_B , I_C , U_{CE} und U_{BE} .

11.3.5 Kennlinienfeld

Größen: I_B , I_C , U_{CE} , U_{BE}

4-Quadranten-Kennlinienfeld:



2. Quadrant: Stromverstärkungskennlinie $I_C = f(I_B)$; In Abhängigkeit der Spannung U_{CE} ergeben sich verschiedene Kennlinien, die in guter Näherung Ursprungsgeraden sind.
Vereinfachende Annahme: keine Abhängigkeit von U_{CE} , d. h. nur eine Kennlinie

Ursprungsgerade $I_C = \beta \cdot I_B$ β : Stromverstärkung ≈ 500

3. Quadrant: Eingangskennlinie; entspricht der Form nach einer Diodenkennlinie; in Abhängigkeit von U_{CE} würden sich verschiedene Diodenkennlinien ergeben
Vereinfachende Annahme: keine Abhängigkeit von U_{CE}
→ nur eine Kennlinie

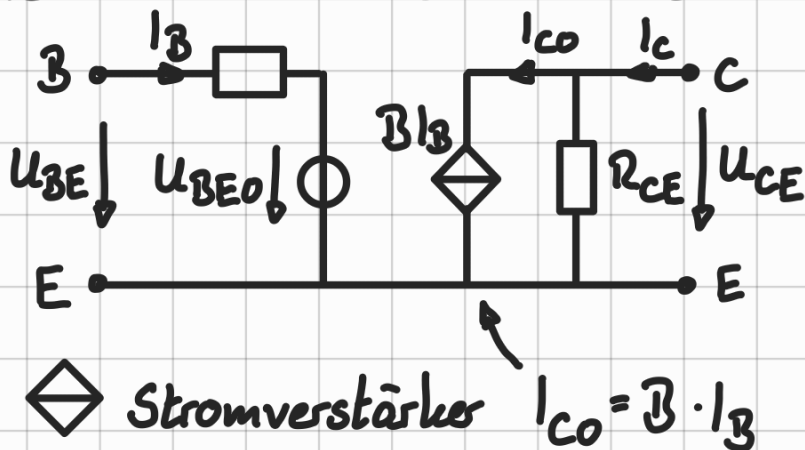
4. Quadrant: Rückwirkungskennlinie; gibt an, um welchen Betrag U_{BE} bei einer Änderung von U_{CE} geändert werden muss, damit der Basisstrom konstant bleibt
Kennlinie läuft parallel zur U_{CE} -Achse → U_{BE} praktisch unabhängig von U_{CE} → Rückwirkungskennlinie in erster Näherung vernachlässigbar

1. Quadrant: Ausgangskennlinie $I_C = f(U_{CE})$ bei verschiedenen Werten von I_B

Die Spannung U_{CE} hat oberhalb eines Schwellwertes nur einen geringen Einfluss auf I_C
 Vereinfachende Annahme: Oft wird angenommen, dass die Steigung der Kennlinien null ist.

Das Produkt $U_{CE} \cdot I_C$ bestimmt den größten Anteil der Verlustleistung $\rightarrow$ daher ist der im Ausgangskennlinienfeld gewählte AP v.a. für die Verlustberechnung von Bedeutung

11.4 linearisiertes Gleichstrom-ESB



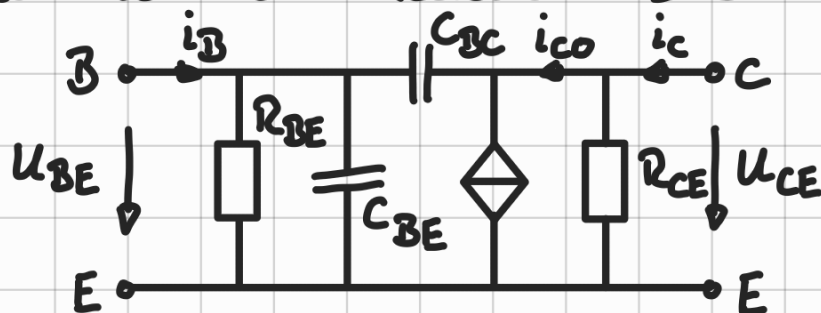
Eingangskennlinie: $I_B(U_{BE}) = \frac{1}{R_{BE}} (U_{BE} - U_{BE0})$

Ausgangskennlinie: $I_C(U_{CE}) = \beta \cdot I_B + \frac{U_{CE}}{R_{CE}} \quad I_B = \text{konst.}$

häufig wird angenommen, dass $R_{CE} \rightarrow \infty \Rightarrow I_C = I_{C0} = \beta \cdot I_B$

Stromverstärkungskennlinie: $I_C(I_B) = \beta \cdot I_B + \frac{U_{CE}}{R_{CE}}$

11.5 linearisiertes Wechselstrom-ESB



C_{BE} : Basis-Emitter-Kapazität (wird erst bei sehr hohen Frequenzen wirksam)

C_{BC} : Basis-Kollektor-Kapazität (ist bei mittleren Frequenzen vernachlässigbar)

↳ Vereinfachende Annahme: kapazitive Effekte werden vernachlässigt

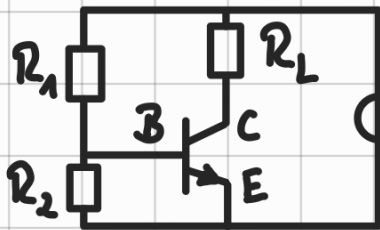
11.6 Verlustleistung

Setzt sich aus Eingangs- und Ausgangsleistung zusammen

$$\begin{aligned} P_V &= P_{V, BE} + P_{V, CE} \\ &= U_{BE} I_B + U_{CE} I_C \end{aligned}$$

darf in der Praxis nicht überschritten werden

11.7 Beispiel



geg.: $U_{Bat} = 24V$, $R_L = 400\Omega$,
 $R_2 = 500\Omega$, $U_{BE0} = 0,5V$,
 $\beta = 250$, $R_{BE} = 100\Omega$, $R_{CE} = 10k\Omega$

gesucht: R_1 so, dass $P = 1W$ oder $P = 0,5W$ an R abfällt
Verlustleistung des Transistors bei $P = 1W$

Vorgehensweise: 1. Arbeitsgerade

2. AP bestimmen

(linearisieren) → Werte sind schon gegeben

3. R_1 bestimmen

4. Verlustleistung

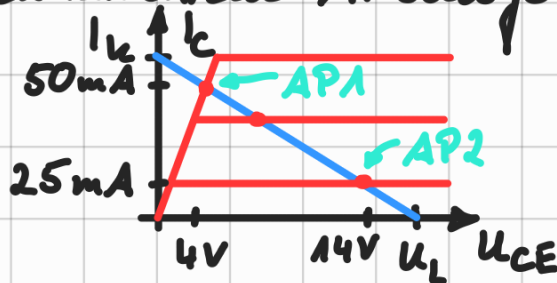
1. Arbeitsgerade



$$LL: U_L = U_{Bat}$$

$$KS: I_k = \frac{U_{Bat}}{R_L}$$

im Kennlinienfeld Arbeitsgerade eintragen



2. AP bestimmen über die Bedingung $P = 1W$ bzw. $P = 0,25W$

$$P = I_C \cdot U_{RL} = I_C^2 R_L \rightarrow I_C = \sqrt{\frac{P}{R_L}}$$

$$\text{für } P = 1W : I_{C,AP1} = 50mA$$

$$P = 0,25W : I_{C,AP2} = 25mA$$

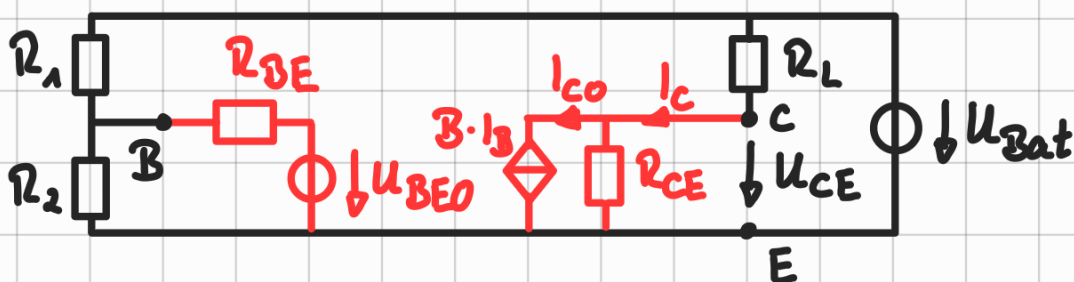
$$U_{CE} = U_{Bat} - I_C \cdot R_L \rightarrow U_{CE,AP1} = 4V$$

$$U_{CE,AP2} = 14V$$

$\rightarrow I_C$ und U_{CE} sind bestimmt $\rightarrow$ über das Kennlinienfeld sind damit auch I_B und U_{BE} eindeutig festgelegt

3. R_1 bestimmen

Linearisiertes ESB



$$U_{BE} = U_2$$

$$\text{MR: } U_{\text{Bat}} = U_1 + U_2 = U_1 + U_{\text{BE}} = U_1 + U_{\text{RBE}} + U_{\text{BEO}} \\ = R_1 I_1 + R_{\text{BE}} I_B + U_{\text{BEO}}$$

$$I_{\text{CO}} = \beta I_B \rightarrow I_B = \frac{1}{\beta} I_{\text{CO}} \stackrel{\text{KR}}{=} \frac{1}{\beta} (I_C - I_{\text{RCE}}) \\ = \frac{1}{\beta} \left(I_C - \frac{U_{\text{CE}}}{R_{\text{CE}}} \right) \quad \checkmark$$

$$I_1 = I_B + I_2 = I_B + \frac{U_{\text{BE}}}{R_2} = I_B + \frac{1}{R_2} (U_{\text{BEO}} + R_{\text{BE}} I_B)$$

$$R_1 = \frac{1}{I_1} (U_{\text{Bat}} - R_{\text{BE}} I_B - U_{\text{BEO}})$$

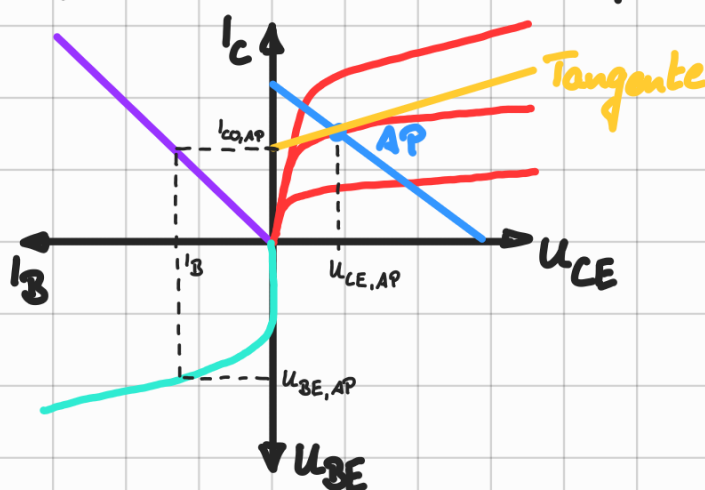
$$R_{1, \text{AP1}} = 19 \text{ k}\Omega$$

$$R_{2, \text{AP2}} = 21,1 \text{ k}\Omega$$

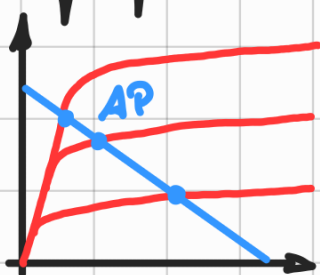
4. Verlustleistung $P_v = U_{\text{BE}} I_B + U_{\text{CE}} I_C$
 $\stackrel{\text{AP1}}{=} (R_{\text{BE}} I_B + U_{\text{BEO}}) I_B + U_{\text{CE}} I_C$
 $\stackrel{\text{AP1}}{=} 0,1 \text{ mW} + 200 \text{ mW}$

→ Eingangsleistung ist i.d.R. vernachlässigbar klein

Zusatzanmerkung:



11.8 Sättigung und Schalteranwendung

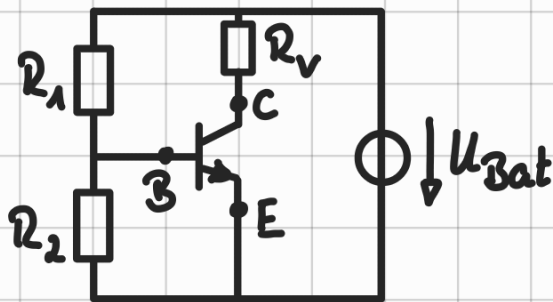


Ab einem bestimmten Wert von I_B kann der Kollektorstrom nicht weiter steigen.

→ Der Transistor befindet sich in der sog. Sättigung für einen max. Wert von U_{BE} bzw. I_B .

Der reale Transistor kann nicht in einen „ideal Leitfähigen“ Zustand versetzt werden.

11.8.1 Transistor als Schalter



R_1 sei veränderlich

↳ legt U_{BE} und I_B fest

↳ legt fest wo der AP liegt

Bei AP1: Wert von U_{BE} ist maximal

↳ I_C ist groß & U_{CE} klein

↳ Leistung an R_V ist groß

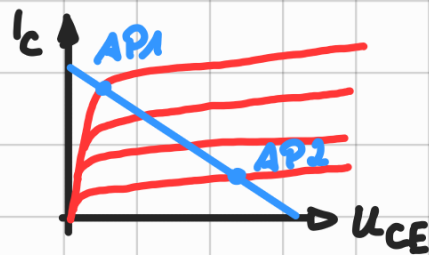
↳ entspricht geschlossenem Schalter

Bei AP2: Wert von U_{BE} ist klein

↳ I_C ist klein & U_{CE} groß

↳ Leistung an R_V ist klein

↳ entspricht geöffnetem Schalter (nicht ideal)

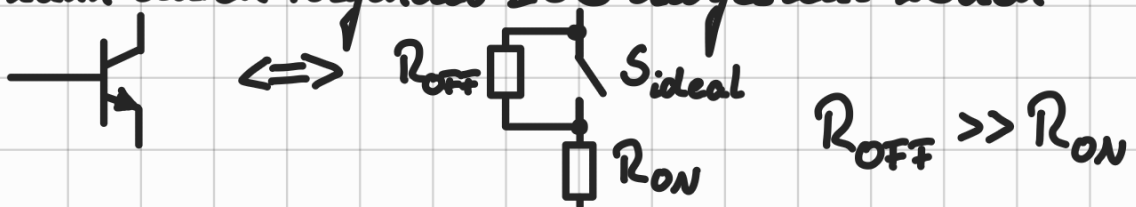


Zusammengefasst: U_{BE} maximal → Transistor in Sättigung und Schalter ist geschlossen (Zustand ON)

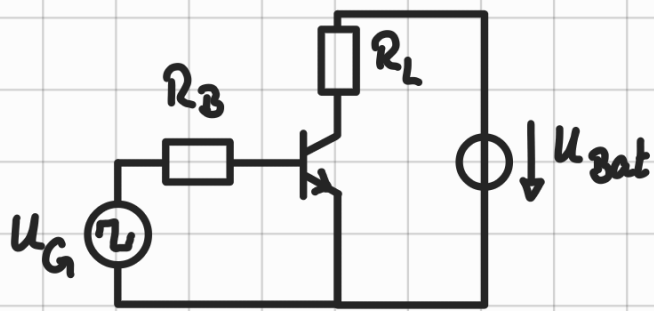
U_{BE} klein → Schalter ist „offen“ (Zustand OFF)

→ Ersatzwiderstand R_{ON} (sehr klein) bzw. R_{OFF} (sehr groß)

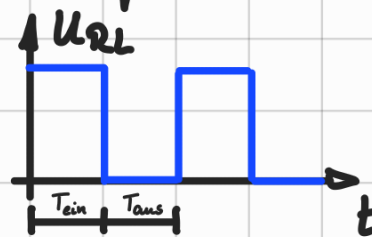
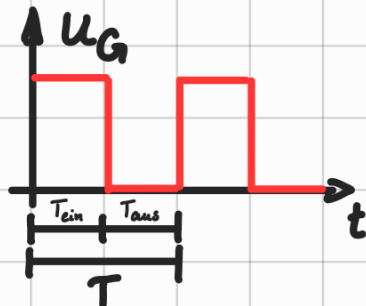
Transistor als Schalter (für die Extremfälle U_{BE} sehr klein, U_{BE} maximal) kann durch folgendes ESB dargestellt werden:



M. 8. 2 Anwendung



Transistor wird aufgrund des schlechten Wirkungsgrads für $U_{CE} = \frac{1}{2} U_{Bat}$ nicht auf einen AP in der Mitte geschaltet, sondern mit hoher Frequenz ein- und ausgeschaltet ($U_{BE} = 0$, U_{BE} maximal)



Ausgangssignal

Mittlere Leistung R_L ?
$$P = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) i(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^{T_{ein}} U \cdot \frac{U}{R} dt = \frac{U^2}{R} \cdot T_{ein} \cdot \frac{1}{T}$$

→ hängt linear von T_{ein} ab

→ über die Variation von T_{ein} lässt sich die mittlere Leistung am Verbraucher R_L einstellen

Nachtrag:
$$\bar{U}_{RL} = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^{T_{ein}} U dt = U \cdot \frac{T_{ein}}{T}$$

$$\bar{I}_{RL} = \frac{U}{R} \cdot \frac{T_{ein}}{T}$$

Man sieht: $P \neq \bar{U}_{RL} \cdot \bar{I}_{RL}$

12. Logikschaltungen (eher nicht klausurrelevant)

13. Kleinsignalverstärker

13.1 Vorbemerkungen

Ziel: Ein Wechselstromsignal mit kleiner Amplitude in ein Wechselstromsignal mit derselben Frequenz aber größerer Amplitude „umzuwandeln“

Anforderungen: die Signalquelle sollte nicht belastet werden $\rightarrow$ hochohmiger Verstärker-Eingang; die Verstärkung soll möglichst groß sein; das Signal soll in der Kurvenform nicht verändert werden (Nichtlinearitäten verursachen Oberwellen und damit Verzerrungen $\rightarrow$ es ergibt sich ein klirrendes Geräusch, sog. Klirr-Faktor); die Verstärkung soll unabhängig von der Frequenz sein

Praxis: In der Praxis sind viele Probleme durch schaltungstechnische Maßnahmen zu lösen z.B.

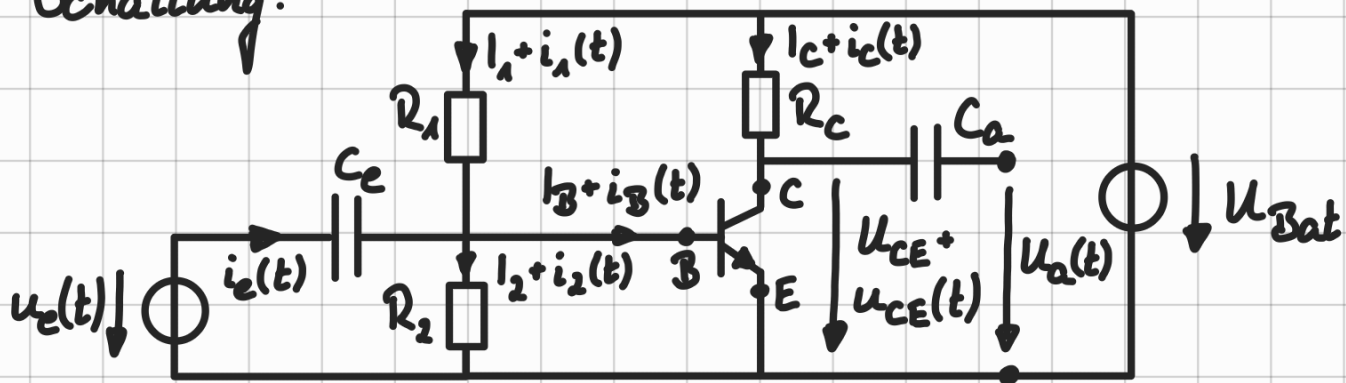
Nichtlinearitäten, Verzerrungen

therm. Probleme $\rightarrow$ Arbeitspunktstabilisierung

$\rightarrow$ praxistaugliche Verstärkerschaltungen sind sehr komplex

Im Folgenden eine Schaltung mit npn-Bipolartransistor zur Verstärkung einer sinusförmigen Spannung (Kleinsignalverstärker)

13.2 Kleinsignalverstärker Schaltung:



Annahmen: $R_2 = \infty$

$C_{BC} = C_{BE} = 0$

$R_{CE} = \infty$

C_E, C_A sehr groß (auch für kleine Frequenzen leitend)

geg.: $U_{Bat} = 12\text{ V}$

$R_{BE} = 100\ \Omega$

$\beta = 150$

$R_C = 150\ \Omega$

$U_{BE0} = 0,8\text{ V}$

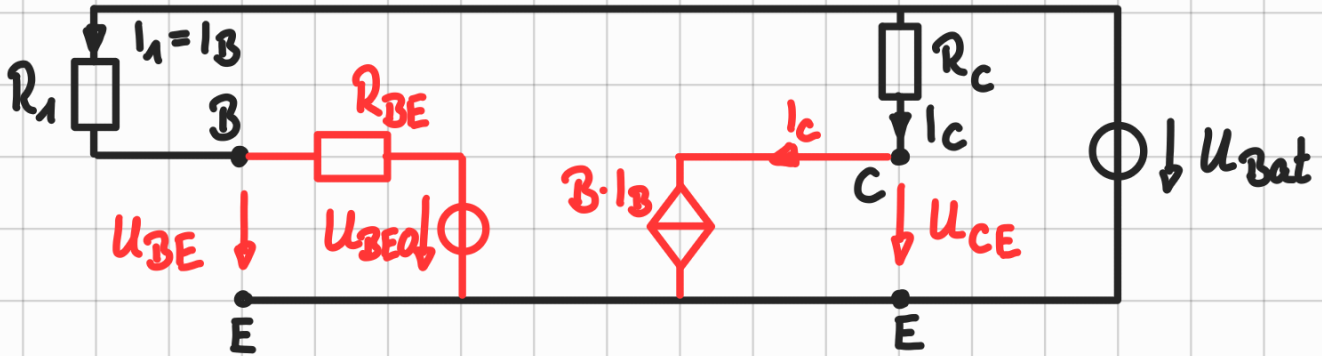
$\beta = 200$

gesucht: Spannungs-, Strom- und Leistungsverstärkung

Im Netzwerk befinden sich zwei Quellen: Gleichspannungsq. U_{Bat}
Wechselspannungsq. $u_e(t)$

- Es bietet sich die Anwendung des Überlagerungssatzes an
- Aber: Überlagerungssatz ist nur anwendbar für lineare Netzwerke
- Transistor durch linearisiertes ESB ersetzen

1. Wechselspannungsquelle kurzschließen



Bestimme R_1 so, dass $U_{CE} = \frac{1}{2} U_{Bat}$

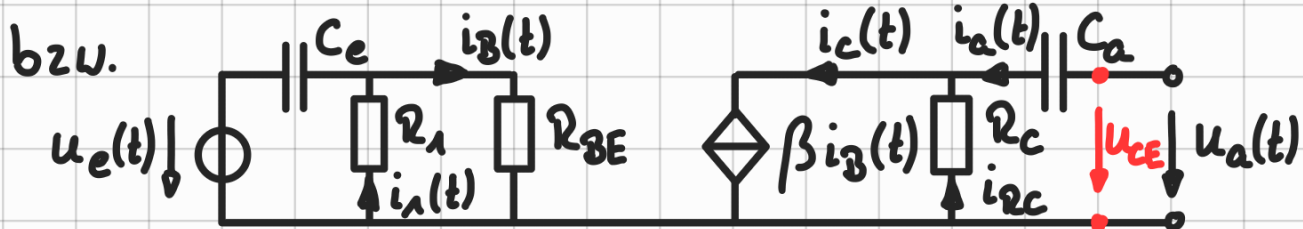
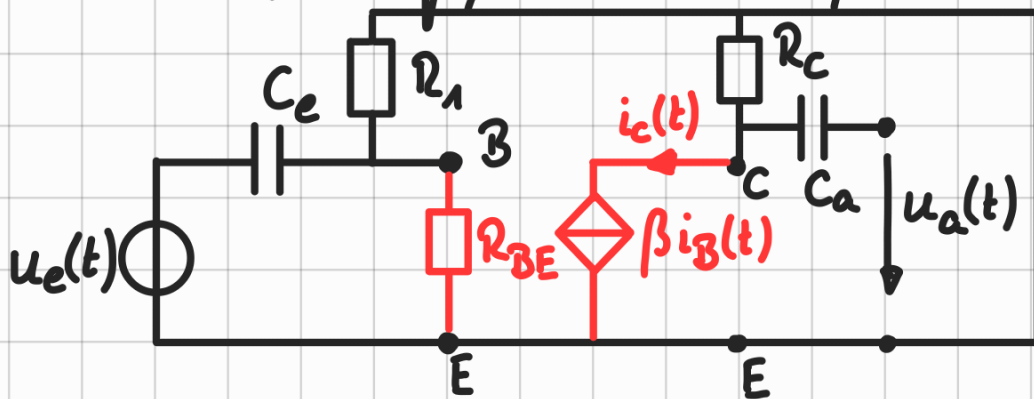
$$\text{MR: } U_{Bat} = R_1 I_B + R_{BE} I_B + U_{BE0}$$
$$U_{Bat} = R_C I_C + U_{CE} = R_C \beta I_B + U_{CE}$$

$$I_B \text{ eliminieren} \rightarrow R_1 = \frac{\beta R_C (U_{Bat} - U_{BE0})}{U_{Bat} - U_{CE}} - R_{BE}$$
$$= 42 \text{ k}\Omega - 100 \Omega$$
$$= 41,9 \text{ k}\Omega$$

Wir sehen $R_1 \gg R_{BE}$

$$\text{Berechne AP: } I_B = \frac{U_{Bat}}{2 \beta R_C} \approx 0,27 \text{ mA}$$
$$I_C = \beta \cdot I_B \approx 40 \text{ mA}$$
$$U_{BE} = I_B \cdot R_{BE} + U_{BE0} \approx 0,83 \text{ V}$$
$$U_{CE} = \frac{1}{2} U_{Bat} = 6 \text{ V}$$

2. Gleichspannungsquelle kurzschließen



Annahme: C_a, C_e lassen die Wechselströme i_a und i_e ungehindert passieren $\rightarrow$ Kondensatoren können vernachlässigt werden
 $\rightarrow$ Analyse ohne komplexe Wechselstromrechnung

a) Leerlauf-Wechselspannungsverstärkung

$$\rightarrow i_a(t) = 0$$

$$\text{MR: } u_{CE} = -R_C i_{RC} = -R_C i_c = -R_C \beta i_B$$

$$u_e = R_{BE} \cdot i_B$$

$$\rightarrow u_a = u_{CE} = -R_C \cdot \beta \cdot \frac{u_e}{R_{BE}} = -\beta \frac{R_C}{R_{BE}} \cdot u_e = -300 u_e$$

$$\text{Spannungsverstärkung } v_u = \frac{u_a}{u_e} = -300$$

b) Kurzschluss-Wechselstromverstärkung

$$\rightarrow i_{RC}(t) = 0$$

$$\text{KR: } i_a = i_c = \beta i_B$$

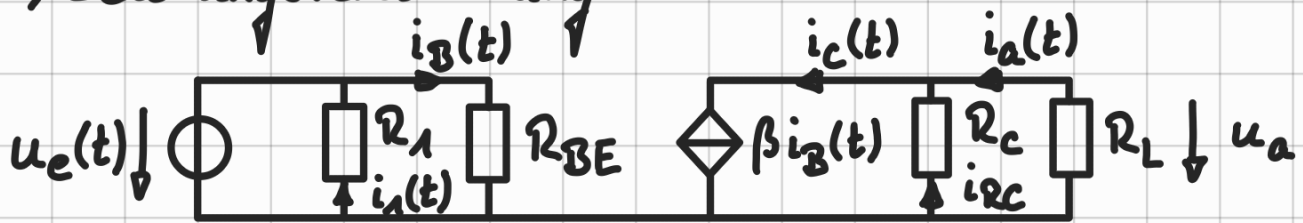
$$R_1 \gg R_{BE}$$

$$i_B = \frac{R_1}{R_1 + R_{BE}} \cdot i_e = \frac{1}{1 + \frac{R_{BE}}{R_1}} \cdot i_e \approx i_e$$

$$\rightarrow i_a = \beta \cdot i_e = 200 i_e$$

Stromverstärkung $v_i = \frac{i_a}{i_e} = 200$

c) Leistungsverstärkung



Mit MR und KR ergibt sich

$$u_a = \frac{R_L R_C}{R_L + R_C} \cdot \frac{1}{R_{BE}} \beta u_{BE}$$

$$i_a = \frac{R_L R_C}{R_L + R_C} \cdot \beta i_e$$

Leistungsverstärkung $v_p = \frac{u_a i_a}{u_e i_e} = \frac{1}{R_{BE}} \cdot \frac{R_L R_C^2}{(R_L + R_C)^2} \cdot \beta^2$

Bsp! $R_L = 150 \Omega$

$v_p \approx 150000$

Vergleich mit v_u, v_i , dann sieht man $|v_u \cdot v_i| = 60000 \neq v_p$

3. Überlagerung

Als letzten Schritt des Überlagerungssatzes müssen wir die Teilergebnisse für Ströme und Spannungen aus der Gleichstrom- und der Wechselstromrechnung überlagern $\rightarrow$ Dadurch ergeben sich Mischgrößen $i_1, i_B, i_C, u_{BE}, u_{CE}$

Nimmt man z.B. $u_e(t) = \hat{u}_e \sin(\omega t)$, dann ergibt sich für die Spannung zwischen C und E:

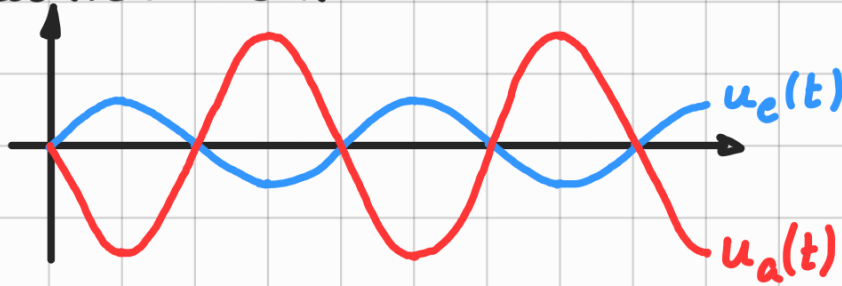
$$u_{CE} = u_{CE,AP} + u_{CE}(t) = 6V - 300 u_e(t)$$

$$= 6V - 300 \hat{u}_e \sin(\omega t)$$

Das Ausgangssignal ist aber eine Wechselgröße, da C_a den Gleichstromanteil unterbricht

$\rightarrow u_a(t) = -300 \hat{u}_e \sin(\omega t)$

Das Ausgangssignal ist gegenüber dem Eingangssignal um 180° phasenverschoben



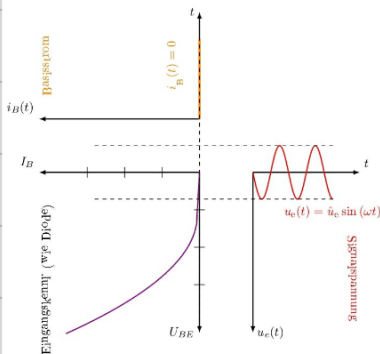
13.2.2 zur Funktionsweise

Leistungsverstärkung

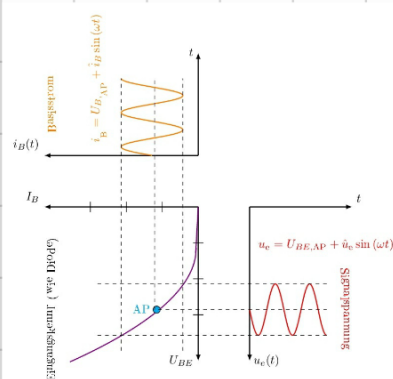
- die „schwache“ Signalquelle liefert die Signalleistung P_e
- im Lastwiderstand R_L wird die um den Faktor $V_p \gg 1$ größere Leistung umgesetzt
- Wo kommt der Leistungszuwachs her? Der Transistor kann keine Leistung erzeugen. Die Leistung muss von der Quelle, d.h. von der Batterie U_{Bat} geliefert werden.

Warum $U_{CE} = \frac{1}{2} U_{Bat}$? $\rightarrow$ s. Skript

Warum benötigen wir Mischgrößen?



Die Amplitude der Signalspannung ist kleiner als die Schwellenspannung $\rightarrow$ die Basis-Emitter-Diode sperrt dauernd $\rightarrow$ es kann kein Basisstrom fließen ($i_B(t) = 0$) $\rightarrow$ das Eingangssignal bewirkt nichts



Bei der Signalspannung wird ein Gleichanteil überlagert $\rightarrow$ die Basis-Emitter-Diode sperrt nicht $\rightarrow$ es kann ein Basisstrom fließen $\rightarrow$ das Eingangssignal $u_e(t)$ zeigt Wirkung

Widerstände R_1 , R_2 , R_C dienen zur AP-Einstellung

Warum C_e , C_a ?

- Wird als Eingangssignal eine Mischgröße gewählt, dann könnte der zusätzliche Gleichstromanteil zu einem verzerrten Ausgangssignal oder evtl. zu einer Überlastung des Transistors führen $\rightarrow C_e$ koppelt diesen möglichen Gleichstromanteil aus
- Außerdem würde ohne C_e die Spannungsquelle U_{Bat} einen (Gleich-)strom durch die Signalquelle U_e bewirken und diese ggf. zerstören
- Durch U_{Bat} entsteht im Transistor eine Mischgröße. Der Gleichstromanteil wird durch C_a ausgekoppelt.
 $\rightarrow C_a$ und C_e werden Koppelkondensatoren genannt

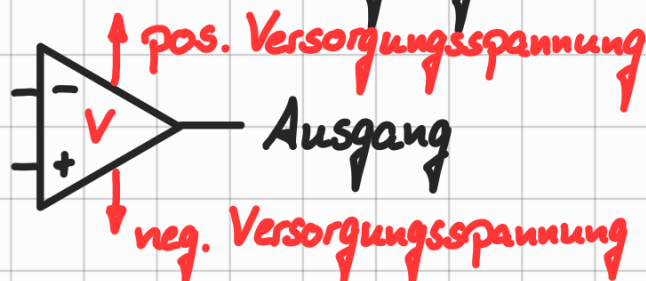
14. Operationsverstärker

14.1 Operationsverstärker

Der Operationsverstärker ist ein elektron. Spannungsverstärker mit einer sehr hohen Verstärkung

Bauelement mit zwei Eingängen und einem Ausgang

invertierender Eingang
nichtinv. Eingang



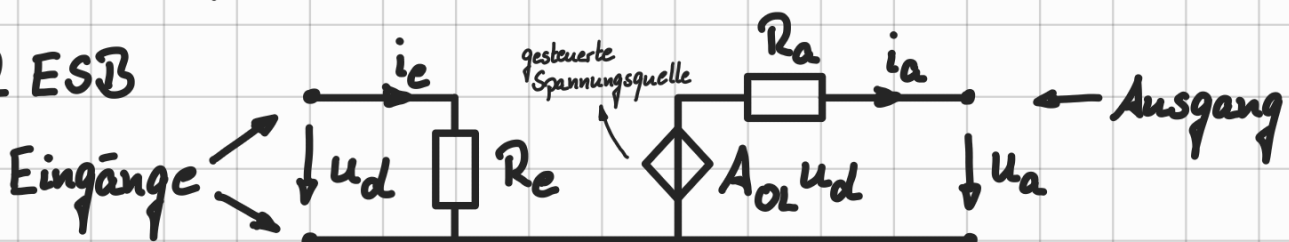
V: Hinweis, dass es sich um einen Verstärker der Verstärkung V handelt

Anschlüsse für Versorgungsspannung

$\rightarrow$ werden i.d. R. weggelassen

Der Operationsverstärker wird häufig mit OP, OV, OPV oder im englischen OPamp abgekürzt

14.2 ESB



Eingangskreis: u_d (Differenzspannung) wird zw. nichtinv. (+) und invertierendem (-) Eingang gemessen

R_e sehr groß (hochohmige Spannungsmessung) $\rightarrow$ sehr geringe Ströme in das Messgerät bzw. in diesem Fall durch den Eingangswiderstand des Verstärkers

Ausgangskreis: R_a möglichst klein, damit fast die gesamte Spannung von der Spannungsquelle ∇ abgegriffen wird
Leerlaufverstärkung A_{OL} sollte möglichst groß sein

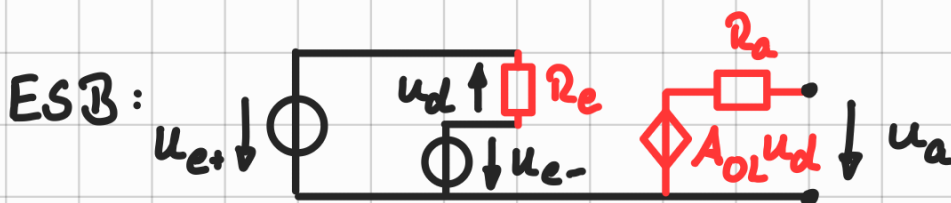
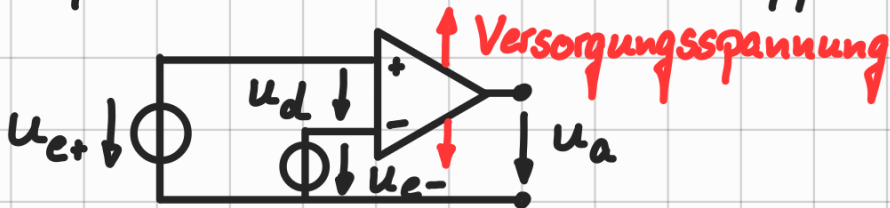
14.2.1 Idealer OP

Wir wollen im Folgenden den OP als ideal betrachten; dazu werden folgende Annahmen gemacht:

	realer OP	idealer OP
R_e	$R_e > 1M\Omega$	$\rightarrow \infty$
R_a	$R_a \approx 2-100\Omega$	$= 0$
A_{OL}	$A_{OL} \approx 10^4-10^7$	$\rightarrow \infty$

14.3 Open-Loop-Betrieb / Komparator

Ein Komparator ist ein OP ohne Rückkopplung



idealer OP: $R_a = 0$ $u_a = A_{OL} u_d = \underbrace{A_{OL} (u_{e+} - u_{e-})}_{\text{soq. Steuergesetz}}$

Sonderfälle $u_{e+} = 0$ oder $u_{e-} = 0$

$$u_a = \begin{cases} A_{OL} u_{e+} & u_{e-} = 0 \\ A_{OL} u_{e-} & u_{e+} = 0 \end{cases}$$

→ erklärt „invertierender“ und „nichtinv.“

idealer OP: $A_{OL} \rightarrow \infty$

$$u_d > 0 \rightarrow u_a \rightarrow \infty$$

$$u_d < 0 \rightarrow u_a \rightarrow -\infty$$

In der Realität kann die Ausgangsspannung nie größer werden als die Versorgungsspannung

Es gilt:

$$u_d > 0 \rightarrow u_a = u_{a,max}$$

$$u_d < 0 \rightarrow u_a = u_{a,min} < 0$$

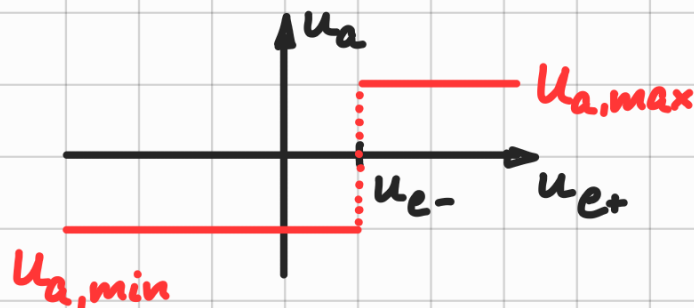
Die Grenzen der Ausgangsspannung hängen von der Versorgungsspannung des OP ab. Die Werte $u_{a,max}$, $u_{a,min}$ sind betragsmäßig jeweils um 2-3 V kleiner als VS-OP.

Typische Werte: VS-OP = 15V

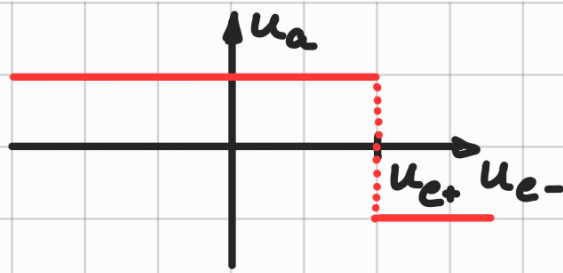
$$u_{a,max} = 12V$$

$$u_{a,min} = -12V$$

Werden diese Werte angenommen, dann sagt man der OP befindet sich in der Begrenzung.



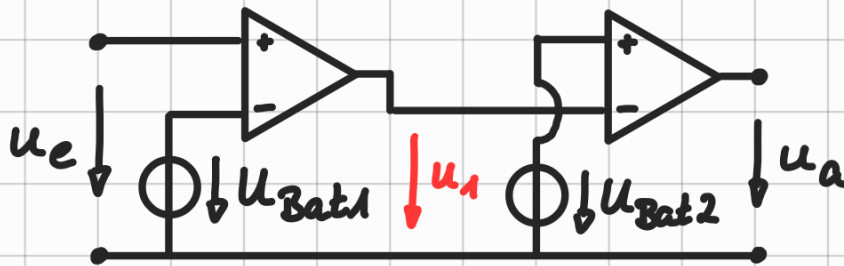
$u_{e-} = \text{konst.}$



Das Vorzeichen der Ausgangsspannung gibt an, welche der Eingangsspannungen größer ist $\rightarrow$ Die Schaltung „vergleicht“ die Eingangsspannungen $\rightarrow$ Komparator

14.3.1 Beispiel

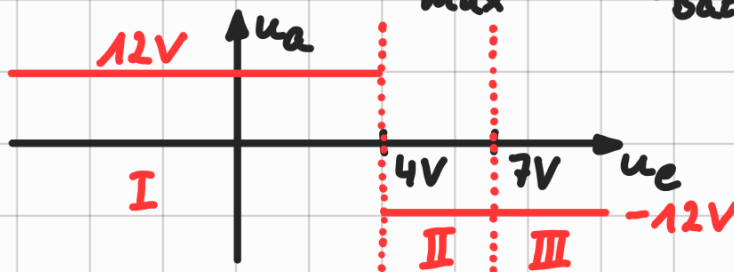
Zwei OP mit $U_{\max} = 12\text{ V}$, $U_{\text{Bat}1} = 4\text{ V}$, $U_{\text{Bat}2} = 7\text{ V}$



$$\text{Spannungen: } u_1 = \begin{cases} U_{\max} & \text{für } u_e > U_{\text{Bat}1} \\ -U_{\max} & u_e < U_{\text{Bat}1} \end{cases}$$

$$u_a = \begin{cases} U_{\max} & U_{\text{Bat}1} > u_1 \\ -U_{\max} & U_{\text{Bat}2} < u_1 \end{cases}$$

Skizze:



$$\begin{array}{lll} u_e < U_{\text{Bat}1} & u_e > U_{\text{Bat}1} & u_e > U_{\text{Bat}1} \\ \rightarrow u_1 = -12\text{ V} & \rightarrow u_1 = 12\text{ V} & u_1 = 12\text{ V} \end{array}$$

14.4 OP mit Rückkopplung

Ausgangsspannung wird auf einen der Eingänge rückgekoppelt
+ Eingang: Mittkopplung: Die Differenzspannung ändert sich gleichsinnig, sodass die Ausgangsspannung ihre Extremwerte erreicht.

Der OP arbeitet immer in der Übersteuerung und die Verstärkung bleibt unendlich.

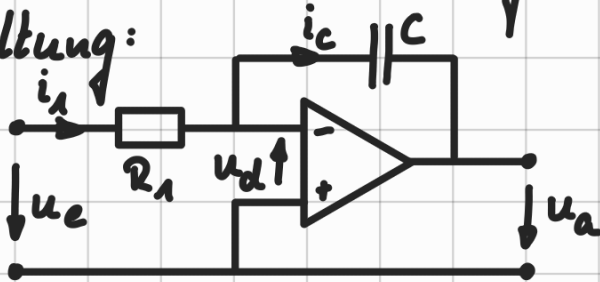
- Eingang: Gegenkopplung: Die unendliche LL-Verstärkung $A_{OL} = \infty$ führt bei Gegenkopplung dazu, dass $u_d \approx 0 \rightarrow$ es können sich nun dauerhaft Spannungswerte zw. $U_{a,max}$ und $U_{a,min}$ einstellen $\rightarrow$ die Verstärkung des OP kann auf diese Weise auf endliche Werte eingestellt werden

14.5 Schaltungen mit Gegenkopplung

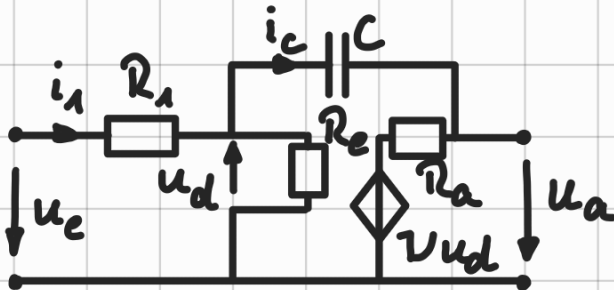
Wir betrachten beispielhaft eine Schaltung mit Gegenkopplung ausführlich. Die weiteren Schaltungen werden jeweils nur kurz vorgestellt. Bei der Gegenkopplung wird die Spannungsverstärkung mit V_u bezeichnet.

14.5.1 Invertierender Integrierer

Schaltung:



ESB:



$$\begin{aligned} \text{MR: } u_e + u_d - R_1 i_1 &= 0 \\ u_d + u_c + R_a i_c + v u_d &= 0 \\ R_a i_c + v u_d - u_a &= 0 \end{aligned}$$

$$\text{KR: } i_1 = i_d + i_c$$

idealer OP: $R_e \rightarrow \infty \rightarrow i_d = 0$
 $v \rightarrow \infty \rightarrow$ Gegenkopplung $u_d \approx 0, v \cdot u_d$ endlich
 $R_a = 0 \Omega \rightarrow R_a i_c = 0$

$$\Rightarrow u_e - R_1 i_1 = 0$$

$$u_c + v u_d = 0$$

$$v u_d - u_a = 0$$

$$i_1 = i_c$$

Bauteilgleichung vom Kondensator $i_c = C \cdot \frac{du_c}{dt}$

$$u_a = v u_d = -u_c = -\frac{1}{C} \int i_c dt$$

$$= -\frac{1}{C} \int i_1 dt$$

$$= \frac{1}{R_1 C} \int u_e dt$$

Das Eingangssignal wird integriert und invertiert.

Beispiele

geg.: $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$
 $C = 100 \mu\text{F}$
 $V_S - OP = 15 \text{ V}$

Vorfaktor: $-\frac{1}{CR_1} = \frac{1}{100 \cdot 10^{-6} \cdot 10 \cdot 10^3} \frac{1}{s} = -1 \frac{1}{s}$

1. $u_e(t) = u_e$ zeitl. konstant, $u_a(0) = 0 \text{ V}$

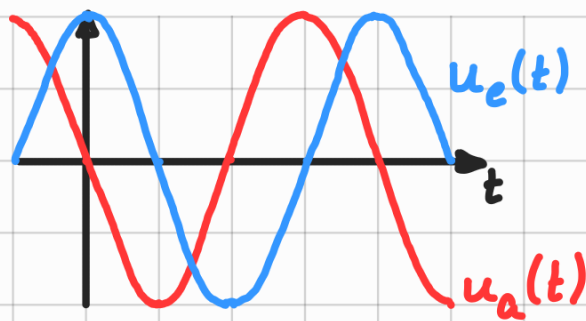
$$u_a(t) = -1 \frac{1}{s} \int u_e dt = -1 \frac{1}{s} \cdot u_e \cdot t + c$$

$$u_a(0) = 0 \text{ V} = 0 \text{ V} + c \Leftrightarrow c = 0$$



2. $u_e(t) = \hat{u}_e \cos(\omega t)$, $u_a(0) = 0 \text{ V}$

$$u_a(t) = -1 \frac{1}{s} \int \hat{u}_e \cos(\omega t) dt = -1 \frac{1}{s} \cdot \frac{\hat{u}_e}{\omega} \sin(\omega t) + \underbrace{c}_{=0}$$



darf die 15V nicht über-/unterschreiten, sonst werden Teile des Signals „abgeschnitten“
 $\rightarrow$ es muss $\frac{U_a}{\omega} \leq 15V$ gelten

3. Rechtecksspannung



Betrachte Intervalle

$$0 \leq t \leq 2s \quad u_e(t) = +2V \quad u_a(0) = 0V$$

$$u_a(t) = -1 \frac{A}{s} \int 2V dt = -2 \frac{V}{s} \cdot t + c \quad c = 0$$

$$2s \leq t \leq 6s \quad u_e(t) = -2V \quad u_a(2s) = -4V$$

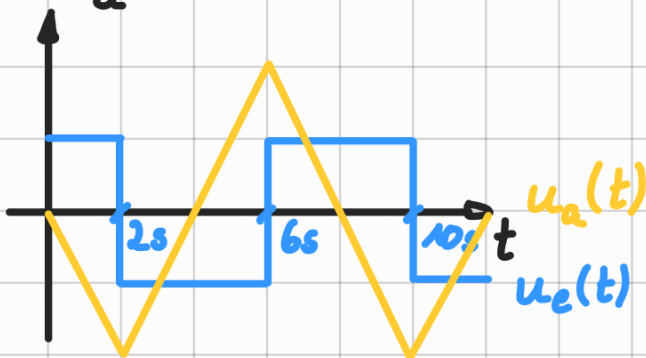
$$u_a(t) = -1 \frac{A}{s} \int -2V dt = +2 \frac{V}{s} \cdot t + c$$

$$u_a(2s) = -4V = 2 \frac{V}{s} \cdot 2s + c = 4V + c \Rightarrow c = -8V$$

$$6s \leq t \leq 10s \quad u_e(t) = +2V \quad u_a(6s) = 4V$$

$$u_a(t) = -1 \frac{A}{s} \int 2V dt = -2 \frac{V}{s} t + c$$

$$u_a(6s) = 4V = -12V + c \Rightarrow c = 16V$$



Um ein dreieckförmiges Signal zu erhalten, darf

- u_e nicht zu groß sein
- die Periodenlänge nicht zu groß gewählt sein
- der Vorfaktor $\frac{1}{CR_1}$ nicht zu groß werden

14.5.2 - 14.5.7 Verschiedene Schaltungen mit Gegenkopplung
→ s. Skript für die wichtigsten Schaltungen

14.5.8 Schlussbemerkung

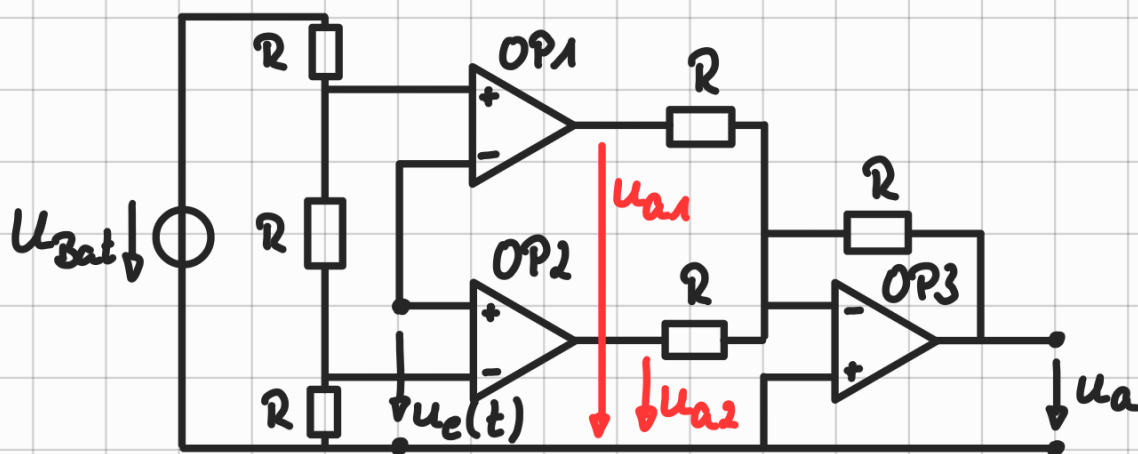
Mit den Gegenkopplungsschaltungen lassen sich math. Operationen realisieren

- Operation: Math. Operation (Vergleich, Addition, Integration, ...)
- Verstärker: Über die Widerstandsverhältnisse lassen sich die Verstärkungsfaktoren einstellen

Diese Operationen werden heute durch digitale Bausteine (Mikroprozessoren und Software) realisiert

14.6 Abschlussbeispiel

Drei baugleiche OP mit $V_S - OP = 15V$ und $U_{a,max} = 12V$;
außerdem $U_{Bat} = 15V$



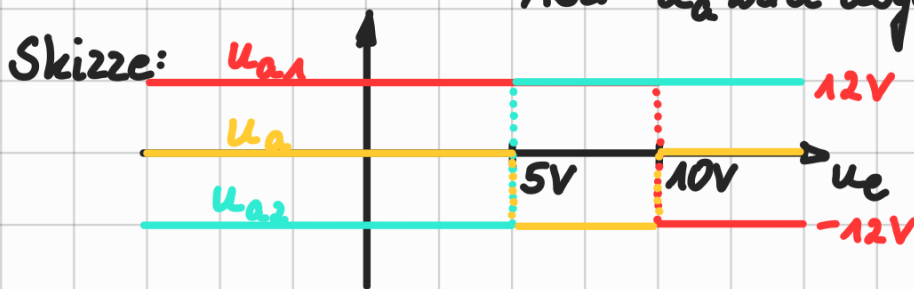
geg.: $u_e(t) = 20V - 5 \frac{V}{s} \cdot t$
Frage: Wie lautet $u_a(t)$?

1. Grundsaltungen: OP1 und OP2 als Komparatoren
OP3 als invertierender Addierer

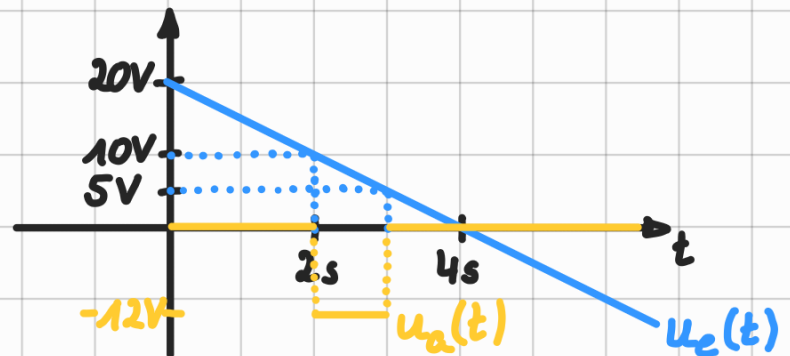
2. Spannungen: OP1 invertierender Eingang: u_e
 nichtinv. Eingang: $\frac{2}{3} U_{\text{Bat}} = 10V$
 $u_{a1} = \begin{cases} 12V & 10V > u_e \\ -12V & 10V < u_e \end{cases}$

OP2 invertierender Eingang: $\frac{1}{3} U_{\text{Bat}} = 5V$
 nichtinv. Eingang: u_e
 $u_{a2} = \begin{cases} 12V & u_e > 5V \\ -12V & u_e < 5V \end{cases}$

OP3 $u_a = -R \cdot \left(\frac{u_{a1}}{R} + \frac{u_{a2}}{R} \right) = -(u_{a1} + u_{a2})$
 Aber: u_a wird abgeschnitten bei $\pm 12V$



mit $u_e(t) = 20V - 5 \frac{V}{s} t$:



15. Elektrische Maschinen

15.1 Was sind elektrische Maschinen?

Elektr. Maschinen sind elektromechanische Energiewandler. Sie wandeln

- elektrische in elektrische Energie um (Transformatoren)
- elektr. in mechanische Energie um (Motoren)
- mechan. in elektr. Energie um (Generatoren)

Die Energieumwandlung erfolgt über die Zwischenstufe der Magnetenergie

elektr. Energie $\leftrightarrow$ Magnetenergie $\leftrightarrow$ elektr. oder mechan. Energie

15.2 Wiederholung: Elektrodynam. Wirkprinzip

1. Strom erzeugt Magnetfeld

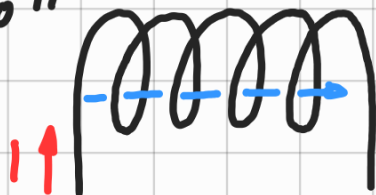


von oben:

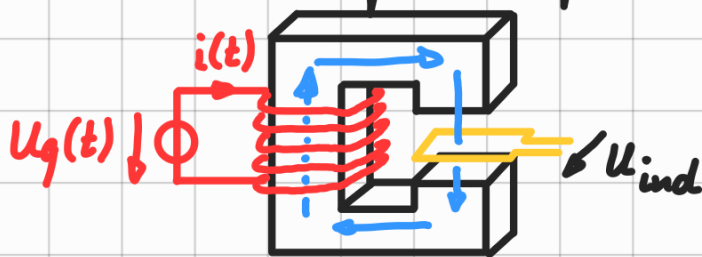


zw. magn. Feldstärke H und magn. Flussdichte gilt im Vakuum

$$\underline{B} = \mu_0 \underline{H}$$



2. zeitl. Änderung des magn. Flusses induziert eine Spannung



magn. Fluss $\Phi = \iint \underline{B} \cdot d\underline{A} = \iint B \, dA = \underline{B} \cdot \underline{A}$

Änderung der Fläche (Bewegungsinduktion oder Generator-Prinzip)

Änderung von B (Ruheinduktion oder Transformator-Prinzip)

$$U_{\text{ind}} = -N \frac{d\Phi}{dt}$$

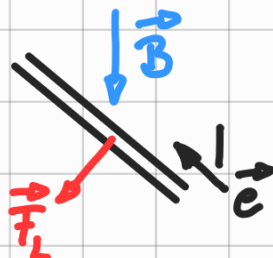
N : Wicklungen der Leiterschleife

$$= -N \left(\frac{dB}{dt} A + \frac{dA}{dt} B \right)$$

3. Bewegte Ladung im Magnetfeld erfährt Lorentzkraft

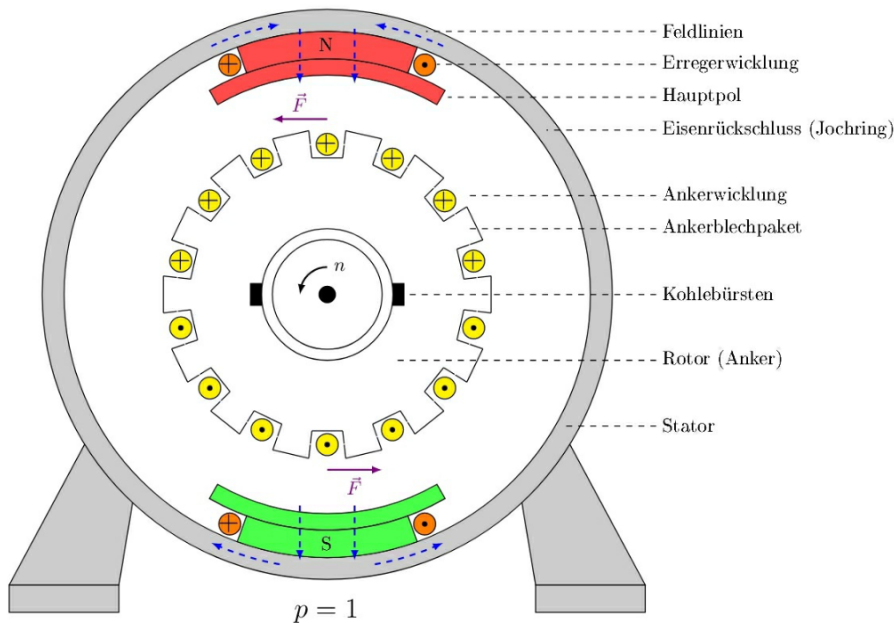
$$\vec{F}_L = Q (\vec{v} \times \vec{B})$$
$$= I \cdot l \cdot \vec{e} \times \vec{B}$$

$\hookrightarrow$ Leiterlänge



16. Gleichstrommaschinen

- Aufbau mit Polpaarzahl $p = 1$:



1. Stator (mit Erregerwicklung)

Der magn. Fluss wird durch ein Magnetfeld „erzeugt“

a) fremderregte GSM: Anschluss der Erregerwicklung an eine Spannungsquelle u_F (F: Feld); dann fließt ein Erregerstrom I_F durch die Spulen. Es baut sich ein magn. Feld auf
 $\rightarrow \Phi \sim B$

b) permanenterregte GSM (PM-GSM): Das Magnetfeld wird durch Permanentmagnete erzeugt
 $\Phi = \text{konstant}$

2. Anker / Rotor

Anschluss des Ankerkreises an eine Spannungsquelle $U_A \rightarrow$ dann fließt ein Ankerstrom I_A über die Kohlebürsten in die Ankerwicklung

Der Kommutator sorgt dafür, dass die Ankerleiter in den Halbebenen unter den Polen jeweils in gleicher Richtung bestromt werden. Die stromdurchflossene Spule erfährt im Magnetfeld eine Lorentzkraft. Dies führt zu einem elektrisch induzierten Drehmoment $M_i \sim I_A$

$$M_i = c \Phi \cdot I_A \quad (1)$$

c : Maschinenkonstante

$$c = \frac{2N}{\pi} \cdot p$$

N : Anzahl Windungen im Anker

p : Polpaarzahl

M_i : inneres Drehmoment

Das an der Welle mechanisch verfügbare Drehmoment M ist dann um das Reibungsmoment M_{Rbg} kleiner.

$$M = M_i - M_{Rbg}$$

Reibung durch Reibung in den Lagern, Reibung zw. den Bürsten und dem Kommutator und Luftreibung $\rightarrow$ der Anker dreht sich
Im Ankerkreis wird aufgrund der Rotation eine Spannung induziert

$$U_{ind} = \Phi \Omega \quad (2)$$

Ω : Drehfrequenz

$$\Omega = 2\pi n \quad n: \text{Drehzahl}$$

(1) und (2) sind die Grundgleichungen der GSM

In obiger Erklärung arbeitet die GSM im Motorbetrieb

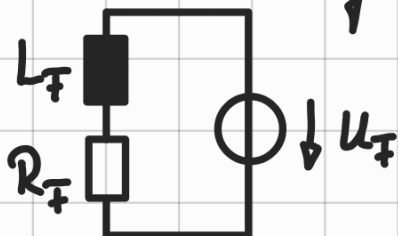
- sie nimmt elektr. Energie auf (Erregerkreis & Ankerkreis)
- sie gibt mechan. Energie ab (Drehmoment bzw. Drehbewegung)

16.3 ESB der GSM

16.3.1 ESB des Stators

fremderregte GSM

- mit einer Spule kann ein Magnetfeld im Stator der GSM erzeugt werden



- es gilt $B \sim I_F : \Phi = k_F \cdot I_F = k_F \cdot \frac{U_F}{R_F}$ k_F : Konstante

- Verluste:

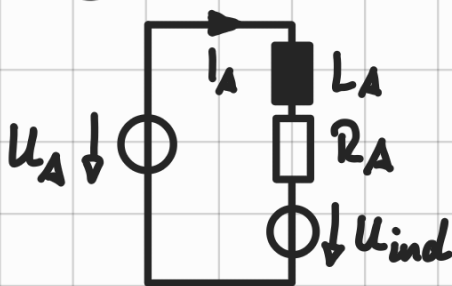
$$P_{V,F} = U_F \cdot I_F = \frac{U_F^2}{R_F}$$

PM - GSM

- Das Ersatzschaltbild entfällt
- Der magn. Fluss $\Phi = \text{konstant}$
- Verluste: $P_{V,T} = 0$

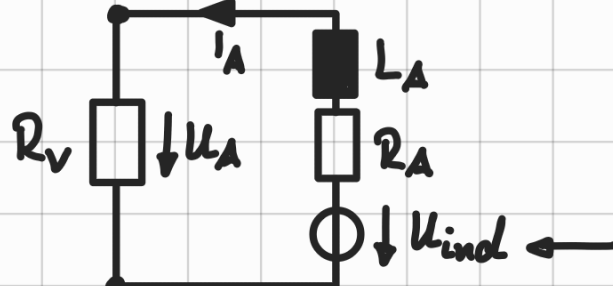
16.3.2 ESB des Ankers / Rotors

ESB für Motorbetrieb



I_A positiv $\Rightarrow U_{ind}$ nimmt elektr. Energie auf und gibt mechan. ab

ESB für Generatorbetrieb



I_A negativ $\Rightarrow U_{ind}$ gibt elektr. Energie ab und nimmt mechan. auf

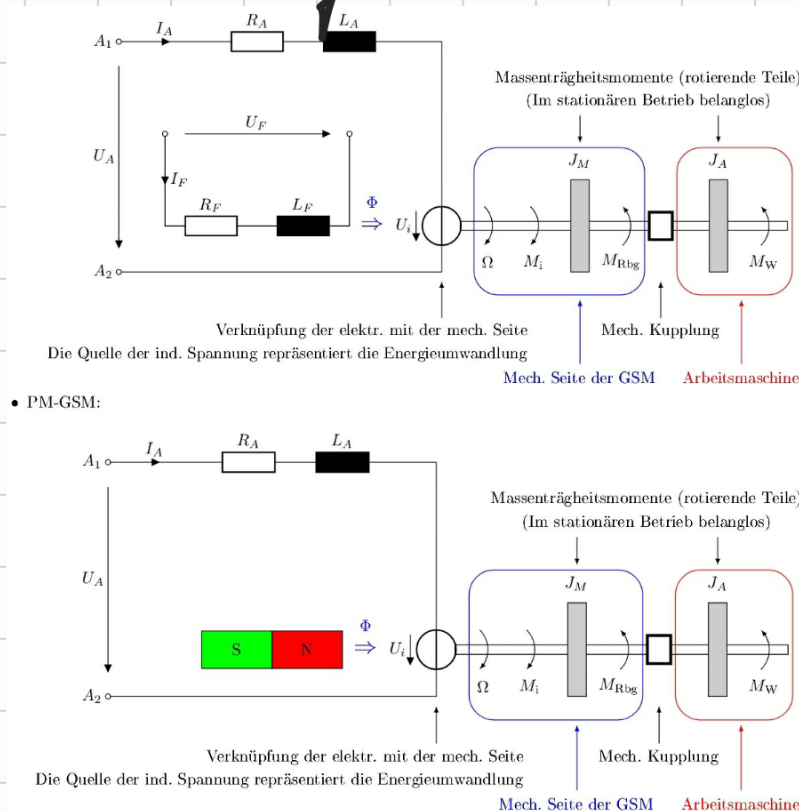
Achtung: Beim Generator bezeichnet U_A die Spannung am Verbraucher

$$U_A = \pm I_A R_A + U_{ind}$$

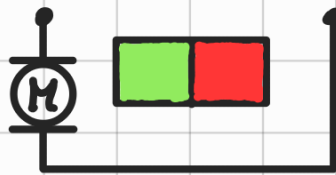
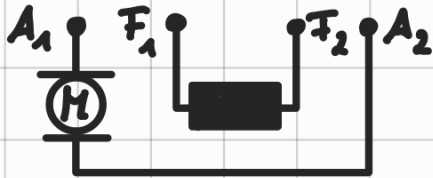
Verluste:

$$P_{V,A} = R_A I_A^2 = \frac{1}{R_A} (U_A - U_{ind})^2$$

16.3.3 Gesamtdarstellung



16.4 Schaltzeichen der GSM



16.5 Kennlinie

Maschenregel im Ankerkreis: $U_A = R_A I_A + U_{\text{ind}}$
 $= \frac{M_i}{c\Phi} R_A + c\Phi \Omega$

→ Kennlinie $\Omega = \frac{U_A}{c\Phi} - \frac{R_A}{(c\Phi)^2} M_i$

16.5.1 Sonderfälle

1. Leerlauf

- idealer Leerlauf → keine Reibung; Maschine wird nicht mechan. belastet → $M_{i,0} = 0$

ideale Leerlaufdrehzahl ist dann $n_0 = \frac{\Omega_0}{2\pi} = \frac{U_A}{2\pi c\Phi}$

- realer Leerlauf → Maschine wird auch hier nicht belastet, aber Reibungsverluste werden berücksichtigt → $M_{i,0r} = M_{\text{Rbg}}$
 hier gilt dann $I_A = \frac{M_i}{c\Phi} \neq 0$
 → es muss ständig elektr. Energie hinzugeführt werden

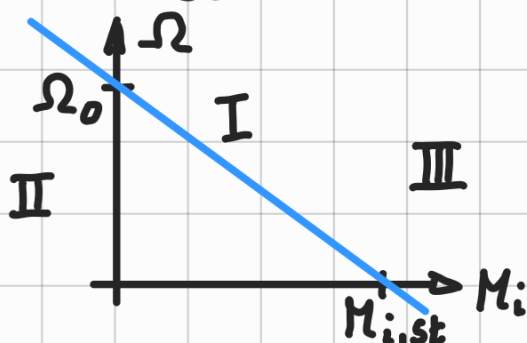
2. Anlauf / Stillstand

Drehzahl $n = 0$

→ $U_{\text{ind}} = c\Phi \Omega = 0$

→ $I_{A,\text{st}} = \frac{U_A}{R_A}$ $M_{i,\text{st}} = c\Phi I_A = c\Phi \frac{U_A}{R_A}$

16.5.2 Betriebsmodi



I: $\Omega > 0, M_i > 0$ → Motorbetrieb

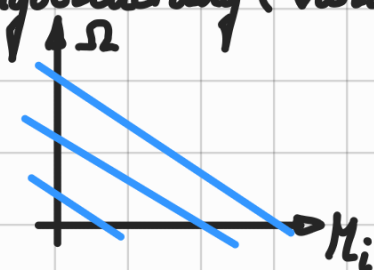
II: $\Omega > 0, M_i < 0$ → Generatorbetrieb

III: $\Omega < 0$, $M_i < 0 \rightarrow$ Gegenstrombremsbetrieb (es wird elektr. & mechan. Energie zugeführt; eine mögliche Arbeitsmaschine wird abgebremst)

16.6 Drehzahlstellverfahren

Die Kennlinie $\Omega = \frac{U_A}{c\phi} - \frac{R_A}{(c\phi)^2} M_i$ kann folgendermaßen beeinflusst werden:

1. Spannungssteuerung (variäre U_A)



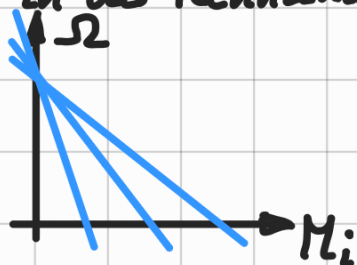
2. Feldsteuerung (variäre U_F und damit ϕ)



3. Widerstandssteuerung

Zuschalten eines Vorwiderstands R_v im Ankerkreis

$\rightarrow R_A + R_v$ in der Kennliniengleichung



16.7 Leistungsfluss

Elektrische Leistung (an den Spannungsquellen)

$$P_{el} = P_A + P_F = U_A I_A + U_F I_F$$

Verluste:

- Erregerverluste (Wärmeverluste in der Erregerwicklung)

$$P_{v,F} = R_F \cdot I_F^2 = U_F \cdot I_F = P_F$$

- Ankerverluste (Wärmeverluste in der Ankerwicklung)

$$P_{v,A} = R_A \cdot I_A^2 \neq P_A$$

- Reibungsverluste (durch Lager- & Luftreibung)

$$P_{v,Rbg} = \Omega M_{Rbg}$$

Innere mechanische Leistung

$$P_{mech,i} = \Omega M_i = U_{ind} \cdot I_A$$

mechanisch an der Welle abgegebene Leistung

$$P_{mech} = \Omega \cdot M$$

$$= P_{el} - P_{v,F} - P_{v,A} - P_{v,Rbg}$$

$$= P_A - P_{v,A} - P_{v,Rbg}$$

Wichtig: Verluste sind immer positiv, während die anderen Größen je nach Betriebsart (Motor, Generator) das Vorzeichen wechseln können.

16.8 Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{\text{genutzte Leistung}}{\text{gesamte aufgebrachte Leistung}}$$

1. Motorbetrieb

aufgebrachte Leistung: $P_{el} = P_A + P_F > 0$

mechan. Nutzleistung: $P_{mech} = P_{el} - P_{v,A} - P_{v,F} - P_{v,Rbg} > 0$

$$\eta = \frac{P_{mech}}{P_{el}}$$

2. Generatorbetrieb

aufgebrachte mechan. Leistung: $P_{mech} < 0$

" elektr. " : P_F

gesamte aufgebrachte Leistung: $P_F + |P_{mech}|$

elektrische Nutzleistung: $U_A I_A = P_A = -|P_{mech}| + P_{v,Rbg} + P_{v,A} < 0$

$$\eta = \frac{|P_A|}{P_F + |P_{mech}|}$$

16. 8. 1 Beispiel GSM im Motor- und Generatorbetrieb

geg.: $U_F = 200 \text{ V}$ $I_A = 50 \text{ A}$ $P_{v,Rbg} = 500 \text{ W}$
 $R_F = 100 \text{ V}$ $R_A = 0,5 \Omega$ $c\phi = 1,5 \text{ Vs}$

außerdem: 1. $U_A = 400 \text{ V}$ im Motorbetrieb

2. $P_{mech} = -21,75 \text{ kW}$ im Generatorbetrieb

Bestimmen Sie alle unbekannten Größen (Leistungen, Momente, Drehzahlen, Wirkungsgrade)

1. Motorbetrieb

$$P_F = U_F I_F = \frac{U_F^2}{R_F} = 400 \text{ W}$$

$$P_A = U_A \cdot I_A = 20 \text{ kW}$$

$$P_{v,A} = R_A I_A^2 = 1250 \text{ W}$$

$$P_{v,F} = P_F = 400 \text{ W}$$

$$P_{el} = P_A + P_F = 20,4 \text{ kW}$$

$$P_{mech,i} = P_{el} - P_{v,A} - P_{v,F} = 18,75 \text{ kW}$$

$$P_{mech} = P_{mech,i} - P_{v,Rbg} = 18,25 \text{ kW}$$

$$\eta = \frac{P_{mech}}{P_{el}} \approx 86 \%$$

$$M_i = \frac{P_{mech,i}}{\Omega} = 75 \text{ Nm}$$

$$\Omega = \frac{U_{ind}}{c\phi} = 250 \frac{1}{s}$$

$$U_{ind} = \frac{P_{mech,i}}{I_A} = 375 \text{ V}$$

2. Generatorbetrieb ($P_{mech} = -21,75 \text{ kW}$)

$$P_F = \frac{U_F^2}{R_F} = 400 \text{ W}$$

$$P_{v,F} = P_F = 400 \text{ W}$$

$$P_{v,A} = R_A I_A^2 = 1250 \text{ W}$$

$$P_{mech,i} = P_{mech} + P_{v,Rbg} = -21,25 \text{ kW}$$

$$P_A = P_{\text{mech},i} + P_{V,A} = -20 \text{ kW}$$

< 0 (Ankerkreis gibt el. Leistung ab)

$$\eta = \frac{|P_A|}{P_F + |P_{\text{mech}}|} = \frac{20 \text{ kW}}{0,4 \text{ kW} + 21,75 \text{ kW}} \approx 90\%$$

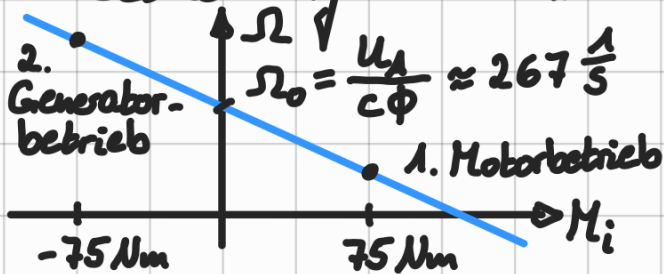
$$U_{\text{ind}} = \frac{P_{\text{mech},i}}{I_A} = \frac{-21,25 \text{ kW}}{\textcircled{-50 \text{ A}}} = 425 \text{ V}$$

↳ I_A im Generatorbetrieb < 0

$$\Omega = \frac{U_{\text{ind}}}{c\Phi} \approx 283 \frac{1}{\text{s}}$$

$$M_i = c\Phi I_A = -75 \text{ Nm}$$

3. Betrachtung der Kennlinie



$$|P_{\text{mech},i}| = |\Omega \cdot M_i|$$

unterscheidet sich bei den Betriebsmodi, wenn $|M_i|$ identisch ist, aufgrund der unterschiedlichen Drehzahl

16.10 Fremderregte GSM als Motor

Nennbetrieb:

$$U_{A,N} = 300 \text{ V}$$

$$R_{A,N} = 0,5 \Omega$$

$$P_{V,A} = 5 \text{ kW}$$

$$P_{\text{mech},N} = 23 \text{ kW}$$

$$M_{i,N} = 140 \text{ Nm}$$

$$U_F = 200 \text{ V}$$

$$R_F = 50 \Omega$$

ges.: $\eta, c\Phi, U_{\text{ind}}, n, n_0, M_{i,st}, I_{A,st}$



$I_N \hat{=} I_A$
"Nennstrom"

$$P_F = U_F \cdot I_F = \frac{U_F^2}{R_F} = 0,8 \text{ kW}$$

$$P_A = U_A \cdot I_A = 30 \text{ kW} \quad \leftarrow \quad P_{V,A} = R_A \cdot I_A^2$$

$$\eta = \frac{P_{\text{mech},N}}{P_A + P_F} \approx 94,2\%$$

$$U_{\text{ind}} = U_A - R_A I_A = 250 \text{ V}$$

$$M_{i,N} = c\Phi \cdot I_A \rightarrow c\Phi = 1,4 \text{ Vs}$$

$$U_{\text{ind}} = c\Phi \cdot \Omega \rightarrow n = \frac{\Omega}{2\pi} = 1705 \frac{1}{\text{min}}$$

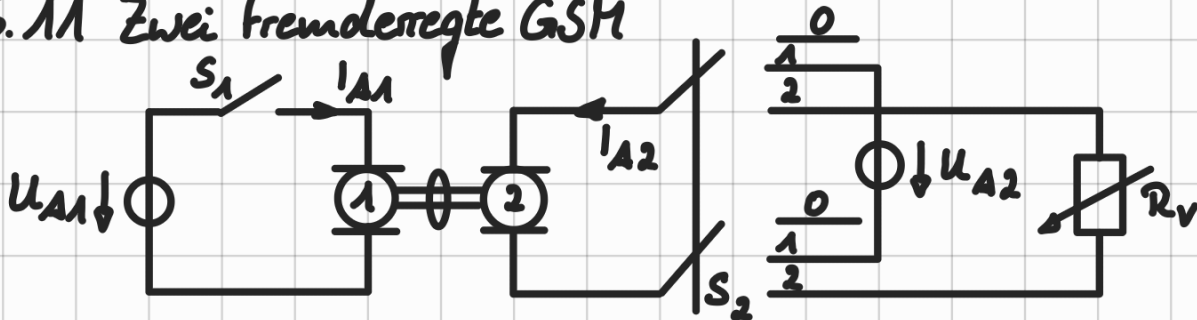
$$\text{Kennlinie: } \Omega = \frac{U_A}{c\Phi} - \frac{R_A}{(c\Phi)^2} M_{i1}$$

$$\text{Leerlauf: } n_0 = \frac{U_A}{2\pi c\Phi} = 2046 \frac{1}{\text{min}} \quad (M_i = 0)$$

$$\text{Stillstand } (\Omega = 0): M_{i,st} = \frac{U_A}{R_A} c\Phi = 840 \text{ Nm}$$

$$I_{A,st} = \frac{M_{i,st}}{c\Phi} = 600 \text{ A}$$

16.11 Zwei fremderregte GSM



Schalterstellung S_2 : 0 $\rightarrow$ GSM 2 Leerlauf

1 $\rightarrow$ GSM 2 Motorbetrieb (treibt GSM 1 an)

2 $\rightarrow$ GSM 2 Generatorbetrieb (wirkt als Belastungsmaschine für GSM 1)

Daten von GSM 1:

$U_{A,N} = 220 \text{ V}$	$R_A = 0,1 \Omega$
$U_{F,N} = 220 \text{ V}$	$M_N = 321,6 \text{ Nm}$
$I_{A,N} = 210 \text{ A}$	$c\Phi = 1,6 \text{ Vs}$
$I_{F,N} = 5 \text{ A}$	

Annahmen: Es werden stationäre Betriebsverhältnisse vorausgesetzt
Reibungsmomente M_{Rbg} sind drehzahlabhängig

1. S_2 in Stellung 0 $\rightarrow$ realer Leerlaufbetrieb von GSM 1

Berechnen Sie $P_{v,F}$, $P_{v,A,Or}$, $P_{v,Rgb,Or}$ bei $I_{A,Or} = 9 \text{ A}$

$$P_{v,F} = U_{F,N} \cdot I_{F,N} = 1100 \text{ W}$$

$$P_{v,A,Or} = R_A \cdot I_{A,N}^2 = 8,1 \text{ W}$$

$$\begin{aligned} \text{realer Leerlauf} &\rightarrow P_{\text{mech},N} = 0 \\ &= (P_F + P_A) - (P_{V,F} + P_{V,A} + P_{V,Rbg}) \\ \Leftrightarrow P_{V,Rbg,Or} &= P_{A,Or} - P_{V,A,Or} = 1971,9 \text{ W} \end{aligned}$$

- Berechnen Sie Reibungsmoment M_{Rbg} und Leerlaufdrehfrequenz Ω_{Or}

$$P_{V,Rbg,Or} = M_{Rbg} \cdot \Omega_{Or}$$

$$\Omega_{Or} = \frac{U_{A,N}}{c\Phi} - \frac{R_A}{(c\Phi)^2} \cdot M_i$$

realer Leerlauf:

$$M = M_i - M_{Rbg} = 0$$

$$\hookrightarrow \Omega_{Or}^2 = \frac{U_{A,N}}{c\Phi} \Omega_{Or} - \frac{R_A}{(c\Phi)^2} P_{V,Rbg,Or}$$

$$\text{Auflösen mit Mitternachtsformel: } \Omega_{Or,1} = 136,9 \frac{1}{s}$$

$$\Omega_{Or,2} = 0,57 \frac{1}{s}$$

$\Omega_{Or,2}$ ist nahezu Stillstand $\rightarrow$ macht keinen Sinn

$$M_{Rbg} = 14,4 \text{ Nm}$$

- S_2 in Stellung 1 $\rightarrow$ GSM 2 wird als Motor betrieben und soll Reibungsverluste der GSM 1 ausgleichen $\rightarrow$ GSM 1 im idealen Leerlaufbetrieb

- Berechnen Sie die ideale Leerlaufdrehfrequenz $\Omega_{0,i}$

$$\Omega_{0,i} = \frac{U_A}{c\Phi} - \frac{R_A}{(c\Phi)^2} M_i = \frac{U_A}{c\Phi} = 137,5 \frac{1}{s}$$

idealer Leerlauf: $M_i = 0$

- S_2 in Stellung 2 $\rightarrow$ GSM 2 wirkt als Belastungsmaschine für GSM 1, die im Nennbetrieb ist

- Berechnen Sie die Drehfrequenz im Nennbetrieb Ω_N

$$\Omega_N = \frac{U_A}{c\Phi} - \frac{R_A}{(c\Phi)^2} \cdot M_{i,N} = 124,4 \frac{1}{s}$$

$\nearrow = M_N + M_{Rbg}$

• Berechnen Sie $P_{\text{mech},N}$, $P_{v,Rbg,N}$ + η

$$P_{\text{mech},N} = M_N \Omega_N \approx 40 \text{ kW}$$

$$P_{v,Rbg,N} = M_{Rbg} \Omega_N = 1,8 \text{ kW}$$

$$\eta = \frac{P_{\text{mech},N}}{P_F + P_A} = \frac{P_{\text{mech},N}}{P_{\text{mech},N} + P_{v,Rbg,N} + P_{v,A,N} + P_{v,F,N}} \approx 0,85 = 85\%$$

16. 12 Altklausuraufgabe 2020 H, Aufg. 6

$$n = 2250 \frac{\text{min}}{\text{min}}$$

$$P_{\text{mech}} = 11,2 \text{ kW}$$

$$U_{\text{ind}} = 260 \text{ V}$$

$$U_A = 296 \text{ V}$$

$$I_A = 45 \text{ A}$$

$$I_F = 5 \text{ A}$$

$$R_F = 15 \Omega$$

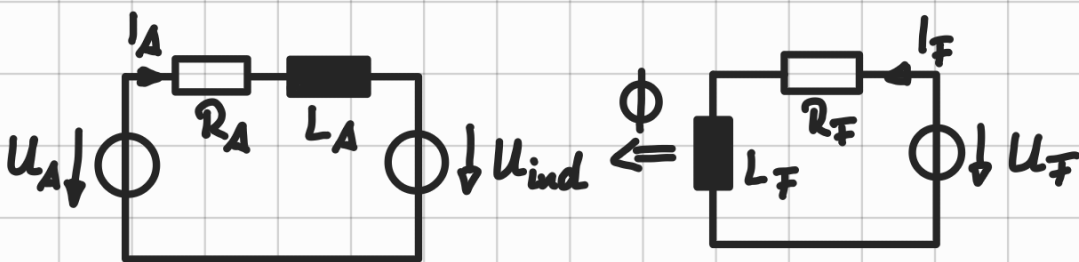
1.

a) Nachteil: Verschleiß bei Kohlebürsten

Vorteil: z. B. hohes Anlaufmoment

2.

a)



b) stationärer Betrieb $\rightarrow$ An den Induktivitäten fallen wegen Gleichstrom keine Spannungen ab.

3.

$$P_{\text{mech},i} = U_{\text{ind}} \cdot I_A = 11,7 \text{ kW}$$

$$P_{v,Rbg} = P_{\text{mech}} - P_{\text{mech},i} = 500 \text{ W}$$

$$M_{Rbg} = \frac{P_{v,Rbg}}{\Omega} = \frac{P_{v,Rbg}}{2\pi n} = 2,12 \text{ Nm}$$

$$c\Phi = \frac{U_{\text{ind}}}{\Omega} = \frac{U_{\text{ind}}}{2\pi n} \approx 1,1 \text{ Vs}$$

$$R_A = \frac{U_A - U_{\text{ind}}}{I_A} = 0,8 \Omega$$

$$4. \quad I_{A,N} = 50 \text{ A} \quad U_{A,N} = 380 \text{ V}$$

$$M_N = M_i - M_{Rbg} = c\phi \cdot I_{A,N} - M_{Rbg} = 53,01 \text{ Nm}$$

$$n_N = \frac{\Omega_N}{2\pi} = \frac{\omega_{ind}}{2\pi c\phi} = \frac{U_{A,N} - R_A \cdot I_{A,N}}{2\pi c\phi} \approx 2942 \frac{1}{\text{min}}$$

$$P_{mech,N} = \Omega_N M_N = 16,33 \text{ kW}$$

$$\eta = \frac{P_{mech,N}}{P_A + P_F} = \frac{P_{mech,N}}{U_{A,N} I_{A,N} + R_F I_F^2} = 84,9 \%$$