

Hier hatten wir ein Bild mit dem Logo der Uni Tübingen.
Allerdings werden das nicht alle Tutor:innen durchgehen lassen,
da Studierende nichts im Namen der Uni veröffentlichen dürfen,
wegen Verantwortlichkeit und so.

Physikalisches Praktikum für Naturwissenschaftler an der Universität Tübingen

OG - Ohm'sches Gesetz, Spannungsteiler, Wheatstone'sche Brücke

Gruppe:	3
Verfasser:	Micha Beck Franziska Trotter
Studiengang:	Medizintechnik B.Sc.
Betreuerin:	Natasha Gerolstein
Versuchsdatum:	11.03.2021
Abgabedatum:	11.03.2021

Inhaltsverzeichnis

1	Theorie	2
1.1	Das Ohm'sche Gesetz	2
1.2	Widerstände in Reihenschaltungen	2
1.3	Widerstände in Parallelschaltungen	3
1.4	Messung von Strom und Spannung	3
1.5	Wheatstone'sche Brücke	3
2	Experimenteller Teil	4
2.1	Versuchsteil 1	4
2.1.1	Aufgabenstellung	4
2.1.2	Versuchsaufbau	4
2.1.3	Durchführung	4
2.1.4	Beobachtung	4
2.1.5	Auswertung	4
2.2	Versuchsteil 2	7
2.2.1	Aufgabenstellung	7
2.2.2	Versuchsaufbau	7
2.2.3	Durchführung	7
2.2.4	Beobachtung	7
2.2.5	Auswertung	7
2.3	Versuchsteil 3	8
2.3.1	Aufgabenstellung	8
2.3.2	Versuchsaufbau	8
2.3.3	Durchführung	8
2.3.4	Beobachtung	8
2.3.5	Auswertung	9
2.4	Fazit	11
2.5	Messdaten	12

1 Theorie

1.1 Das Ohm'sche Gesetz

Der Widerstand eines elektrischen Leiters hängt von den Größen U (Spannung [V]) und I (Stromstärke [A]) und wird durch

$$R = \frac{U}{I} \quad (1)$$

beschrieben, wobei die Einheit des Widerstandes Ohm mit $[R] = \frac{V}{A} = \Omega$. Gemäß des Ohm'schen Gesetzes gilt für konstante Temperaturen, dass

$$U \propto I \longrightarrow U = R \cdot I \quad \text{mit} \quad R = \text{const.} \quad (2)$$

und daher der Widerstand R unabhängig von der Messspannung U und des Messstromes I ist. Ferner gilt, dass der Widerstand R eines homogenen, zylinderförmigen und metallischen Leiters proportional zur Länge l und umgekehrt proportional zur Querschnittsfläche A ist, also:

$$R \propto \frac{l}{A} \iff R = \rho \cdot \frac{l}{A} \quad \text{mit} \quad \rho = \text{const.} \quad (3)$$

ρ ist nicht wie sonst die Dichte des Materials, sondern der spezifische Widerstand des Leiters mit der Einheit $[\rho] = \Omega \cdot m$. Der spezifische Widerstand ist material- und temperaturabhängig.

1.2 Widerstände in Reihenschaltungen

Unter in Reihe geschalteten (Reihenschaltung) Widerständen versteht man eine Anordnung von theoretisch beliebig vielen Einzelwiderständen hintereinander auf einem elektrischen Leiter.

Bei einer solchen Reihenschaltung fließt bei einer angelegten Spannung U_{ges} durch alle Widerstände ein elektrischer Strom der Stärke I_{ges} , welche an allen Widerständen (und sonstigen Bauteilen der Reihenschaltung) gleich groß ist. An den Widerständen R_i fällt hierbei eine Spannung ab, welche sich als

$$U_i = R_i \cdot I_{\text{ges}} \quad (4)$$

berechnen lässt.

Darüberhinaus ist die Summe der Spannungsabfälle gleich der anliegenden Spannung U_{ges} .

$$U_{\text{ges}} = \sum_{i=1}^n U_i \quad (5)$$

Unter Verwendung des Ohm'schen Gesetzes lässt sich (5) umformen zu:

$$R_{\text{ges}} \cdot I_{\text{ges}} = U_{\text{ges}} = \sum_{i=1}^n R_i \cdot I_{\text{ges}} = I_{\text{ges}} \cdot \sum_{i=1}^n R_i \quad (6)$$

Dabei ist R_{ges} der sogenannte Ersatzwiderstand der Schaltung, welcher sich aus der Summe der Einzelwiderstände berechnen lässt.

1.3 Widerstände in Parallelschaltungen

Bei einer Parallelschaltung von n Widerständen hat jeder Widerstand direkten Kontakt zur Spannungsquelle, weshalb an jedem Widerstand die Spannung U_{ges} abfällt. Durch jeden Einzelwiderstand R_i fließt ein elektrischer Strom der Stärke I_i . Die Gesamtstromstärke ergibt sich aus der Summe der Einzelströme, also

$$I_{\text{ges}} = \sum_{i=1}^n I_i \quad (7)$$

und nach Umformung gemäß dem Ohm'schen Gesetz zu:

$$I_{\text{ges}} = \frac{U_{\text{ges}}}{R_{\text{ges}}} = \sum_{i=1}^n \frac{U_{\text{ges}}}{R_i} = U_{\text{ges}} \cdot \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i} \quad (8)$$

Der Gesamtwiderstand von n parallel geschalteten Widerständen ist zu berechnen mit

$$R_{\text{ges}} = \frac{\prod_{i=1}^n R_i}{\sum_{i=1}^n R_i} \quad (9)$$

1.4 Messung von Strom und Spannung

Eine Messung der Stromstärke I erfolgt stets in Reihe zum Stromkreis, eine Messung der Spannung U parallel zum Stromkreis.

Durch die Wahl eines geeigneten Messgerätes kann der Einfluss, den das Messgerät aufgrund des gegebenen Innenwiderstandes auf den Stromkreis ausübt, minimiert und im besten Fall sogar in einen nicht messbaren Bereich gedrängt werden.

Grundsätzlich sollte der Innenwiderstand eines Voltmeters möglichst groß sein, der eines Amperemeters möglichst gering sein.

1.5 Wheatstone'sche Brücke

Dabei handelt es sich um einen Aufbau, mithilfe dessen ein Widerstand sehr präzise bemessen werden kann. Dabei wird ein Spannungsteiler mit zwei Widerständen R_X und R_Y und einer mit einem Messdraht der Länge l und verstellbarem Schleifkontakt an eine Spannungsquelle geschlossen. Zwischen den Widerständen und an den Schleifkontakt wird ein Strom- oder Spannungsmessgerät geschlossen. Der Schleifkontakt kann nun so gestellt werden, dass am Messgerät 0 V bzw. 0 A angezeigt wird. Das bedeutet, dass der Spannungsabfall an beiden Seiten gleich groß ist. Jeweils für das erste Messdrahtstück l_1 und den ersten Widerstand R_X und für das zweite Messdrahtstück l_2 und den zweiten Widerstand R_N . Dadurch lässt sich mit Formel (1)

$$R_1 I_D = R_X I_W \implies I_W = I_D \frac{R_1}{R_X} \quad \text{und} \quad R_2 I_D = R_N I_W \quad (10)$$

herleiten. Durch Einsetzen und mithilfe von Gleichung (3) folgt nun

$$R_X = \frac{R_1}{R_2} R_N = \frac{\rho \frac{l_1}{A}}{\rho \frac{l_2}{A}} R_N = R_N \frac{l_1}{l_2} \quad (11)$$

Bei diesem Verfahren sind die Messergebnisse am zuverlässigsten, wenn ungefähr $l_1 = l_2$ gilt, da hier eine Ungenauigkeit einen geringeren Fehler nach sich zieht. Für die Bestimmung von R_X ist eine Kenntnis von R_N notwendig. Deshalb wird ein Normalwiderstand mit bekanntem Wert dafür verwendet.

2 Experimenteller Teil

2.1 Versuchsteil 1

2.1.1 Aufgabenstellung

Ziel des ersten Versuchsteils ist es, eine Strom-Spannungs-Kennlinie des verwendeten Messdrahtes aufzunehmen und anhand dessen Aussagen über den Zusammenhang von Spannung U und Stromstärke I zu treffen.

2.1.2 Versuchsaufbau

An einem Stromkreis, bestehend aus einer Spannungsquelle und dem Messdraht wird ein Amperemeter zur Messung der Stromstärke in Reihe geschaltet, zudem wird die Spannung am Messdraht mit einem parallel geschalteten Voltmeter gemessen.

2.1.3 Durchführung

Die angelegte Spannung wird von 0 V bis 1,8 V in Schritten von 0,2 V erhöht und der der dabei durch einen Messdraht der Länge $l = 1\text{ m}$ fließende Strom somit als Funktion der angelegten Spannung $I(U)$ gemessen. Dies geschieht einmal mit einer Stromfehlerschaltung und einmal mit einer Spannungsfehlerschaltung. Außerdem wird mithilfe eines Messschiebers der Durchmesser des Drahtes bestimmt.

2.1.4 Beobachtung

Für die Strom- bzw. Spannungsfehlerschaltung wurden folgende Messwerte aufgenommen:

Abbildung 1: Tabelle 1: Experimentell bestimmte Messwerte für die Stromfehlerschaltung

Stromfehlerschaltung										
U [V]	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6	1,8
I [mA]	0	22,49	44,4	67,7	90	112	135,1	157,1	179,5	202,1
I [A]	0	0,02249	0,0444	0,0677	0,09	0,112	0,1351	0,1571	0,1795	0,2021

Abbildung 2: Tabelle 2: Experimentell bestimmte Messwerte für die Spannungsfehlerschaltung

Spannungsfehlerschaltung										
U [V]	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6	1,8
I [mA]	0	18,29	36,43	54,7	73,4	92,2	109,8	128,3	145,9	164,7
I [A]	0	0,01829	0,03643	0,0547	0,0734	0,0922	0,1098	0,1283	0,1459	0,1647

2.1.5 Auswertung

Die bei der Stromfehlerschaltung gemessenen Werte für die Stromstärken I können in einem Diagramm gegen die Werte der Spannung U aufgetragen werden. Man erhält eine Funktion $I(U) = m \cdot U$ mit der Steigung m . Diese Steigung der Geraden kommt dann durch $\frac{\Delta I}{\Delta U} = \frac{1}{R}$ zum Ausdruck. Sie stellt also den Kehrwert des Ohm'schen Widerstands dar und hat die Einheit $\frac{1}{\Omega}$. Der Widerstand kann nun mithilfe der Steigung m berechnet werden.

$$R = \frac{1}{m} = \frac{1}{0,112273509...} \frac{1}{\Omega} = 8,90682... \Omega \quad (12)$$

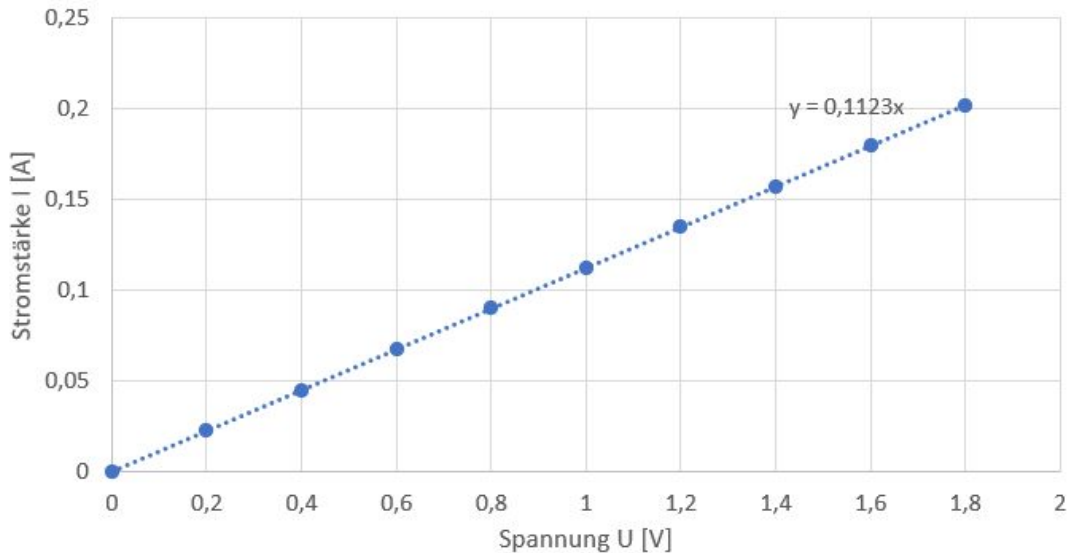


Abbildung 3: Diagramm 1: Abhängigkeit der Stromstärke I von der Spannung U in einer Stromfehlerschaltung

Da die Geradensteigung allerdings eine Größe mit Unsicherheit ist, muss hier eine Fehlerrechnung nach Gauß durchgeführt werden. Dazu wird die Unsicherheit der Geradensteigung $\Delta u_m = 1,586124... \cdot 10^{-4} \frac{1}{\Omega}$ mit dem RGP-Befehl in Excel angegeben.

$$\Delta u_R = \sqrt{\left(\frac{\partial R(m)}{\partial m} \cdot \Delta u_m\right)^2} = \left|\frac{\Delta u_m}{m^2}\right| = 0,012582952... \Omega \quad (13)$$

Der Widerstand mit absolutem Fehler ist dann $(8,907 \pm 0,012) \Omega$ und mit relativem Fehler $8,907 \cdot (1 \pm 0,13 \%) \Omega$. Das entspricht einem sehr kleinen Fehler. Allerdings kann aus dieser einzelnen Messreihe keine Aussage über eine hohe Genauigkeit der Methode gemacht werden; bei wiederholtem Messen können durchaus größere Abweichungen zu beobachten sein.

Der Messdraht hat einen spezifischen Widerstand von $\rho = 1,43 \mu\Omega \text{ m}$. Mit der Länge $l = 1 \text{ m}$ und dem errechneten Widerstand kann mit Gleichung (3) die Fläche und damit der Durchmesser des Drahtes berechnet werden.

$$A = \frac{1}{4} \pi d^2 = \frac{\rho l}{R} \quad \Longleftrightarrow \quad d = 2 \sqrt{\frac{\rho l}{\pi R}} = 0,000452124... \text{ m} = 0,452129... \text{ mm} \quad (14)$$

Auch dieser Wert wird von der Unsicherheit des Widerstandes beeinflusst. Mit einer Fehlerrechnung, kann das Fehlerintervall der Drahtdicke angegeben werden.

$$\Delta u_d = \sqrt{\left(\frac{\partial d(\rho, l, R)}{\partial R} \Delta u_R\right)^2} = \left| -\sqrt{\frac{\rho l}{\pi R^3}} \right| = 0,02538... \text{ mm} \quad (15)$$

Mit einem Messschieber wurde die Dicke des Drahtes von $d_{\text{mess}} = (0,5 \pm 0,05) \text{ mm}$ bestimmt. Der errechnete Wert $d = (0,452 \pm 0,026) \text{ mm}$ weicht also um 9,6% ab, jedoch überschneiden sich die Fehlerintervalle beider Messungen. Die Abweichung lässt sich jedoch leicht über die Stromfehlerschaltung erklären. Diese ist zwar recht genau, dennoch kommt es bei jeder einzelnen Messung des Stroms I zu der gleichen kleinen Abweichung durch das Voltmeter, was auch

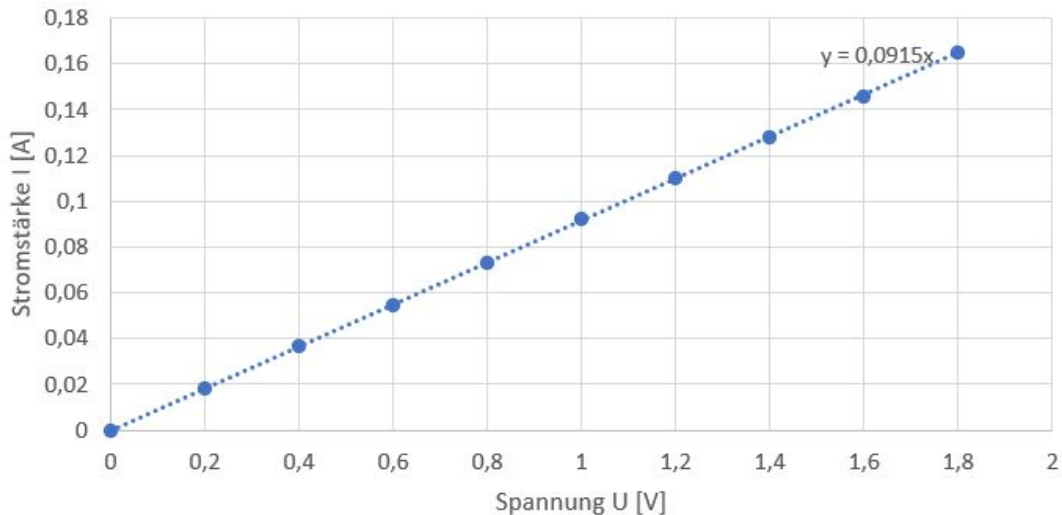


Abbildung 4: Diagramm 2: Abhängigkeit der Stromstärke I von der Spannung U in einer Spannungsfehlerschaltung

die Geradensteigung und damit den ermittelten Widerstand beeinflusst.

Auch für eine Spannungsfehlerschaltung kann die Stromstärke I im Diagramm gegen die Spannung U aufgetragen werden und in der Berechnung des Widerstandes und seiner Unsicherheit analog vorgegangen werden.

Mit einer Unsicherheit der Geradensteigung von $1,859622... \cdot 10^{-4} \frac{1}{\Omega}$ ergibt sich hier ein Widerstand

$$\begin{aligned}
 R &= (10,92739035... \pm 0,0222053...) \Omega \\
 &= (10,927 \pm 0,023) \Omega \\
 &= 10,927 \cdot (1 \pm 0,22\%) \Omega
 \end{aligned} \tag{16}$$

Beim Vergleich der zwei ermittelten Werte des Messdrahtwiderstands ist wichtig zu beachten, dass der mithilfe der Stromfehlerschaltung bestimmte Wert vertrauenswürdiger ist. Aufgrund der recht kleinen Widerstandsdimension ist eine Spannungsfehlerschaltung sehr ungenau, da am Voltmeter der Widerstand des Amperemeters mitgemessen wird. Bei kleinen Widerständen R kann der Innenwiderstand des Amperemeters einen großen Anteil der Messung verantworten. Bei der Stromfehlerschaltung dagegen tritt durch den, im Vergleich zu R , hohen Innenwiderstand des Voltmeters am Amperemeter nur ein kleiner Fehler auf.

Dieser Fehler an der Stromfehlerschaltung kann jedoch ausgeglichen werden, wenn der Innenwiderstand des Amperemeters bekannt ist. Hier beträgt dieser $R_I = 2 \Omega$. Der Widerstand R und das Amperemeter R_I sind in Reihe geschaltet, weshalb sich - wie in Gleichung (6) deutlich wird - der Widerstand beider additiv zum Gesamtwiderstand R_{ges} ergibt. Damit kann nun auch eine Korrektur durchgeführt werden.

$$\begin{aligned}
 R_{ges} = R + R_I &\iff R = R_{ges} - R_I = (8,927 \pm 0,023) \Omega \\
 &= 8,927 \cdot (1 \pm 0,26\%) \Omega
 \end{aligned} \tag{17}$$

Im Rahmen der Messgenauigkeit kann also der mit der Stromfehlerschaltung ermittelte Widerstand mithilfe einer Spannungsfehlerschaltung bestätigt werden. Die geringe Größe der Fehlerintervalle deutet dabei auf zwei sehr präzise Messreihen hin, welche durch systematische Fehler wohl in gleicher Weise und zu gleichem Grad beeinflusst wurden.

2.2 Versuchsteil 2

2.2.1 Aufgabenstellung

Im zweiten Versuchsteil soll die Proportionalität der Spannung U und der Länge l des Messdrahtes untersucht werden.

2.2.2 Versuchsaufbau

Dazu wird eine Potentiometerschaltung aufgebaut. An einen Stromkreis mit einem Messdraht der Länge l wird ein Voltmeter mit Schleifkontakt geschlossen.

2.2.3 Durchführung

Nun wird bei einer festen Spannung $U_{ges} = 1,8 \text{ V}$ der Spannungsabfall am Draht in 10 cm Schritten gemessen.

2.2.4 Beobachtung

Abbildung 5: Tabelle 3: Experimentell aufgenommene Messwerte

$U_{ges}=1,8 \text{ V}$										
$l_1 \text{ [m]}$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$U \text{ [V]}$	0,18	0,36	0,54	0,72	0,9	1,08	1,26	1,44	1,62	1,8

2.2.5 Auswertung

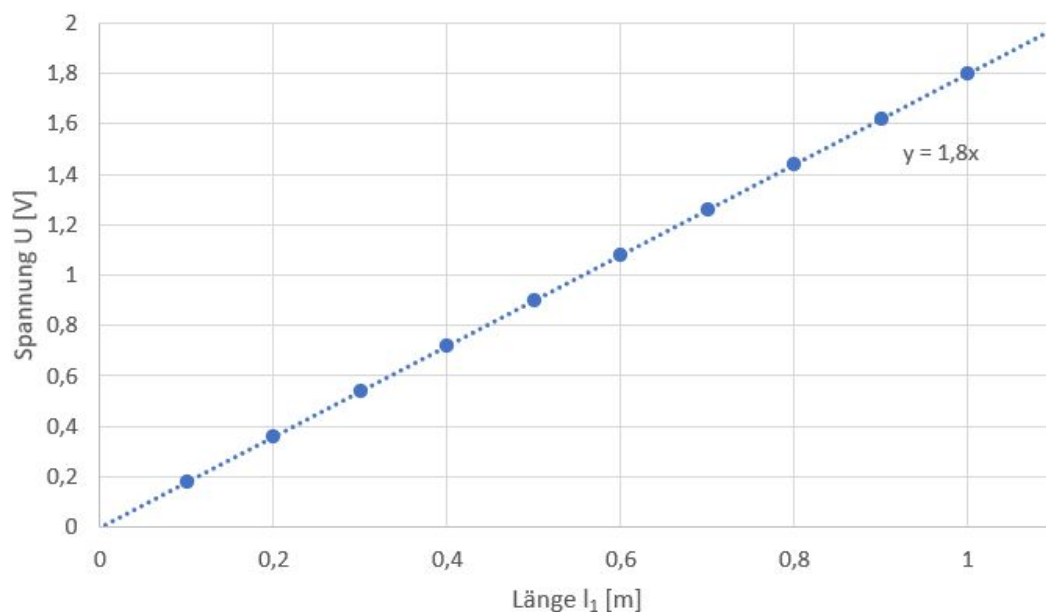


Abbildung 6: Diagramm 3: Zu sehen ist Spannungsabfall als Funktion der Länge l_1

Wie dieses Diagramm zeigt, liegen alle experimentell bestimmten Werte des Spannungsabfalls ohne Abweichung auf der Geraden der Form $y = 1,8 \frac{\text{V}}{\text{m}}$. Der Korrelationskoeffizient liegt daher exakt bei 1. Alle experimentell bestimmten Werte stimmen also mit den theoretisch zu erwartenden Werten überein. Sei nun l_1 die Länge des Drahtes, an welcher der Spannungsabfall bei $U_{ges} = 1,8 \text{ V}$ gemessen wird. Eine Proportionalität von $R \propto l_1$ über die Messdrahtlänge $l = 1 \text{ m}$

würde Werte in Aussicht stellen, welche sich experimentell genau so ergeben haben. So bestätigt diese Messreihe den Zusammenhang $R \propto l_1$.

An dieser Stelle soll angemerkt sein, dass diese Messwerte in dieser Genauigkeit höchst unwahrscheinlich sind, da es eine Vielzahl von Fehlerquellen gibt. Die markanteste hierfür dürfte das Ablesen der Schleifkontaktposition sein, bei dem neben der auftretenden Parallaxe auch ein Rundungsfehler entsteht, da eine Länge l lediglich auf einen Millimeter genau abgelesen werden kann. Auch Widerstände in der Verkabelung, welche wir zu null annehmen, in der Realität aber vorkommen, könnten das Endergebnis verfälschen. In dieser konkreten Messreihe haben sich die erwähnten Fehlerquellen (und auch andere, nicht so offensichtliche Fehlerquellen) wohl gegenseitig derart eliminiert, dass der perfekte Wert der Theorie bestätigt wird. Dies ist bei physikalischen Experimenten zwar höchst unwahrscheinlich, kommt aber auch vor.

2.3 Versuchsteil 3

2.3.1 Aufgabenstellung

Ziel ist hier die Widerstände R_X und R_Y zu ermitteln, sowie die Ersatzwiderstände einer Reihen- und einer Parallelschaltung dieser beiden.

2.3.2 Versuchsaufbau

Es wird eine Wheatstone'sche Brücke, wie in der Theorie beschrieben, aufgebaut. Als Normalwiderstand R_N wird ein Stöpsel-Rheostat verwendet, welcher vier verschiedene Widerstände, die einzeln überbrückbar sind, enthält. So können in Zehnerschritten Widerstände bis $100\ \Omega$ eingestellt werden. Die Spannung ist auf $1,6\ \text{V}$ eingestellt.

2.3.3 Durchführung

Für Widerstände in Zehnerschritten von $30\ \Omega$ bis $100\ \Omega$ werden die Längen für die abgegliche Brücke gemessen. Dies wird insgesamt vier Mal durchgeführt. Einmal mit einem unbekannten Widerstand R_X , mit einem unbekannten Widerstand R_Y , mit zwei parallel geschalteten Widerständen R_X und R_Y und einmal mit einer Reihenschaltung dieser beiden.

2.3.4 Beobachtung

Aus der beschriebenen Versuchsdurchführung ergaben sich folgende Daten:

Abbildung 7: Tabelle 4: Messwerte für den Widerstand $R_x = R_7$

$R_x=R_7$								
$R_n\ [\Omega]$	30	40	50	60	70	80	90	100
$l_1\ [\text{cm}]$	69,2	62,8	57,4	52,9	49	45,7	42,8	40,2
$l_2\ [\text{cm}]$	30,8	37,2	42,6	47,1	51	54,3	57,2	59,8

Abbildung 8: Tabelle 5: Messwerte für den Widerstand $R_y = R_8$

$R_y=R_8$								
$R_n\ [\Omega]$	30	40	50	60	70	80	90	100
$l_1\ [\text{cm}]$	72,9	66,8	61,6	57,2	53,4	50,1	47,1	44,5
$l_2\ [\text{cm}]$	27,1	33,2	38,4	42,8	46,6	49,9	52,9	55,5

Abbildung 9: Tabelle 6: Messwerte für die Widerstände R_y und R_8 parallel verschaltet

$R_y=R_8 \parallel R_x=R_7$								
$R_n [\Omega]$	30	40	50	60	70	80	90	100
$l_1 [\text{cm}]$	55	47,8	42,2	37,8	34,2	31,3	28,8	26,7
$l_2 [\text{cm}]$	45	52,2	57,8	62,2	65,8	68,7	71,2	73,3

Abbildung 10: Tabelle 7: Messwerte für die Widerstände R_y und R_8 in Reihe angeordnet

$R_y=R_8$ und $R_x=R_7$ in Reihe								
$R_n [\Omega]$	30	40	50	60	70	80	90	100
$l_1 [\text{cm}]$	83,1	78,7	74,7	71,1	67,8	64,9	62,1	59,6
$l_2 [\text{cm}]$	16,9	21,3	25,3	28,9	32,2	35,1	37,9	40,4

2.3.5 Auswertung

Gemäß Gleichung (11) lässt sich der unbekannte Widerstand R_x unter Kenntnis des Widerstandes R_N und der Längen l_1 und l_2 berechnen mit:

$$R_x = \frac{l_1}{l_2} \cdot R_N \quad (18)$$

Dies liefert folgende errechnete Widerstände für R_x , sowie exakt analog für R_y :

Abbildung 11: Tabelle 8: Errechnete Widerstände nach OG.10

$R_x=R_7$								
$R_n [\Omega]$	30	40	50	60	70	80	90	100
$l_1 [\text{cm}]$	69,2	62,8	57,4	52,9	49	45,7	42,8	40,2
$l_2 [\text{cm}]$	30,8	37,2	42,6	47,1	51	54,3	57,2	59,8
Errechneter Widerstand $[\Omega]$	67,402597	67,526882	67,370892	67,388535	67,254902	67,32965	67,342657	67,22408

$R_y=R_8$								
$R_n [\Omega]$	30	40	50	60	70	80	90	100
$l_1 [\text{cm}]$	72,9	66,8	61,6	57,2	53,4	50,1	47,1	44,5
$l_2 [\text{cm}]$	27,1	33,2	38,4	42,8	46,6	49,9	52,9	55,5
Errechneter Widerstand $[\Omega]$	80,701107	80,481928	80,208333	80,186916	80,214592	80,320641	80,132325	80,18018

Bildet man den Mittelwert der errechneten Einzelwiderständen mit

$$\bar{R}_x = \frac{1}{8} \sum_{i=1}^8 R_i \quad (19)$$

liefert das den gemittelten Wert von $\bar{R}_7=67,3550244...\Omega$ und analog für $\bar{R}_8=80,303252...\Omega$. Die Unsicherheit dieser Widerstände berechnet sich zu

$$\Delta u_{R_x} = \frac{2 \cdot \sigma}{\sqrt{n}} = \Delta u_{R_7} = 0,06608465...\Omega \quad (20)$$

und analog dazu

$$\Delta u_{R_y} = \frac{2 \cdot \sigma}{\sqrt{n}} = \Delta u_{R_8} = 0,275309105...\Omega \quad (21)$$

Die jeweilige Standardabweichung σ wurde mit dem STABW.S-Befehl in Excel berechnet, die Anzahl der Messungen n ist in beiden Fällen 8.

Die Widerstände sind also anzugeben als:

$$\begin{aligned} R_7 &= (67,36 \pm 0,07) \Omega = 67,36 (1 \pm 0,11\%) \Omega \\ R_8 &= (80,30 \pm 0,28) \Omega = 80,30 (1 \pm 0,35\%) \Omega \end{aligned} \quad (22)$$

Verschaltet man diese Widerstände nun parallel, so ergibt sich der errechnete Gesamtwiderstand der Schaltung gemäß Gleichung (9) zu

$$R_{\text{ges}} = \frac{R_7 \cdot R_8}{R_7 + R_8} = 36,3607099... \Omega \quad (23)$$

Mithilfe einer Fehlerrechnung kann lässt sich die Fortpflanzung der Unsicherheiten der Widerstände berechnen.

$$\begin{aligned} \Delta u_{R_{\text{ges}}} &= \sqrt{\left(\frac{\partial R_{\text{ges}}(R_7, R_8)}{\partial R_7} \cdot \Delta u_{R_7} \right)^2 + \left(\frac{\partial R_{\text{ges}}(R_7, R_8)}{\partial R_8} \cdot \Delta u_{R_8} \right)^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{R_8^2 \cdot \Delta u_{R_7}}{(R_7 + R_8)^2} \right)^2 + \left(\frac{R_7^2 \cdot \Delta u_{R_8}}{(R_7 + R_8)^2} \right)^2} \\ &= 0,061836998... \Omega \end{aligned} \quad (24)$$

Der Gesamtwiderstand der Parallelschaltung ist also

$$\begin{aligned} R_{\text{ges}} &= (36,36 \pm 0,07) \Omega \\ &= 36,36 (1 \pm 0,20\%) \Omega \end{aligned} \quad (25)$$

Ebenso lässt sich der Gesamtwiderstand aus den Versuchsdaten (vgl. Abb.: 9) bestimmen. Hierbei wird, wie bereits erläutert, Gleichung (11) verwendet, der Mittelwert aus den Einzelergebnissen gebildet und die Unsicherheit analog zu Gleichung (20) berechnet, die Standardabweichung wurde ebenfalls mit dem STABW.S-Befehl von Excel berechnet.

Es ergibt sich also der experimentell bestimmte Gesamtwiderstand zu

$$R_{\text{ges}} = (36,49 \pm 0,08) \Omega = 36,49 (1 \pm 0,21\%) \Omega \quad (26)$$

Vergleicht man diese beiden Werte für den Gesamtwiderstand, so decken sich diese im Rahmen der Messungenauigkeit. Die vorhandene Abweichung von etwa 0,36% ist sehr gering.

Werden die Widerstände in Reihe geschaltet, so verhalten sich die einzelnen Widerstände additiv.

$$R_{\text{ges}} = R_7 + R_8 = 147,658277... \Omega \quad (27)$$

Zudem muss eine Fehlerrechnung für beide unsicheren Werte durchgeführt werden.

$$\begin{aligned} \Delta u_{R_{\text{ges}}} &= \sqrt{\left(\frac{\partial R_{\text{ges}}(R_7, R_8)}{\partial R_7} \cdot \Delta u_{R_7} \right)^2 + \left(\frac{\partial R_{\text{ges}}(R_7, R_8)}{\partial R_8} \cdot \Delta u_{R_8} \right)^2} \\ &= \sqrt{\Delta u_{R_7}^2 + \Delta u_{R_8}^2} \\ &= 0,288617394... \Omega \end{aligned} \quad (28)$$

Der sich daraus ergebende Gesamtwiderstand der Reihenschaltung ist also

$$\begin{aligned} R_{\text{ges}} &= (147,66 \pm 0,29) \Omega \\ &= 147,66 \cdot (1 \pm 0,20\%) \Omega \end{aligned} \quad (29)$$

Führt man eine Messung der Reihenschaltung mit der Wheatstone'schen Brücke durch, so erhält man nach Gleichung (11) und Mittelwertbildung einen Gesamtwiderstand von

$$R_{\text{ges}} = 147,60655... \Omega \quad (30)$$

Die Unsicherheit wird analog zu (20) gebildet, wobei σ ebenfalls mit dem STABW.S-Befehl von Excel berechnet wurde. Der experimentell bestimmte Gesamtwiderstand mit zugehöriger Unsicherheit ergibt sich also zu:

$$R_{\text{ges}} = (147,61 \pm 0,13) \Omega \quad (31)$$

$$= 147,61 \cdot (1 \pm 0,089\%) \Omega \quad (32)$$

Auch hier ist zwar ein Unterschied zwischen experimentellem Wert und rechnerischem Wert für R_{ges} feststellbar, doch verifizieren sich die Werte auch hier im Rahmen der Messgenauigkeit. Die Abweichung von etwa 0,034% ist verschwindend gering.

2.4 Fazit

Sichtbar wird hier, dass das Messverfahren der Wheatstone'schen Brücke sehr genaue Ergebnisse liefert. Besonders deutlich wird dies an den Vergleichen zwischen errechneten und durch Messung ermittelten Werten der Parallel- und Reihenschaltung der Widerstände. Die Messungen sind so genau und haben eine so geringe Abweichung vom Mittelwert, dass selbst eine Fehlerfortpflanzung höchst gering gehalten wird. Allerdings wäre es bei diesem Verfahren geschickter weniger Messwerte bei denen deutlich $l_1 < l_2$ oder $l_1 > l_2$ gilt zu verwenden. Stattdessen wäre ein variabler Widerstand und viele Positionen mit $l_1 \approx l_2$ günstiger, um genauere Ergebnisse zu erzielen. Da hier aber jeweils links und rechts von der Mitte des Messdrahtes abgewichen wurde, heben sich diese Fehler recht homogen auf.

Mit den ersten Datenreihen konnte das Ohm'sche Gesetz sowie die Proportionalität zwischen Spannung U und der Länge l eines Messdrahtes bereits in den Versuchsteilen 1 und 2 gezeigt werden. Diese Daten zeigen eine ungewöhnlich geringe Abweichung und damit kleine Fehler auf. Wir sind uns allerdings bewusst, dass dies bei einem solchen Versuchsaufbau nicht die Regel ist.

2.5 Messdaten

Abbildung 12: Messwerte, welche während der Durchführung abgenommen werden konnten

Bemerkung: Die Werte für die Stromstärke I für die Spannungsfehlerschaltung sind in [mA] eingetragen und nicht wie laut Tabelle in [A]

1. Strom-Spannungs Kennlinie										
Für Stromfehlerschaltung										Abgelesener Drahtdurchmesser: 0,5 mm
U in V	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8
I in mA	0	22,4	44,4	67,7	90,0	112,0	135,1	157,1	179,5	202,1

Für Spannungsfehlerschaltung										
U in V	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8
I in A	0	18,29	36,43	54,7	73,4	92,2	103,8	128,3	145,3	164,7

2. Potentiometer										
$U_{\text{ges}} = 1,8 \text{ V}$										
U in V	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00
I in mA	0,18	0,36	0,54	0,72	0,9	1,08	1,26	1,44	1,62	1,80

3. Wheatstone Brücke										
R_1, R_2										
R_x	30	40	50	60	70	80	90	100		
I_1 in cm	63,2	62,8	57,4	52,9	49,0	45,7	42,8	40,2		
I_2 in cm	20,8	37,2	42,6	47,1	51,0	54,3	57,2	59,8		

R_1, R_2										
R_x	30	40	50	60	70	80	90	100		
I_1 in cm	72,9	66,8	61,6	57,2	53,4	50,1	47,1	44,5		
I_2 in cm	22,1	33,2	38,4	42,8	46,6	49,9	52,9	55,5		

R_1, R_2										
R_x	30	40	50	60	70	80	90	100		
I_1 in cm	55	47,8	42,2	39,8	37,2	31,3	28,8	26,7		
I_2 in cm	45	57,7	57,8	62,2	65,9	68,7	71,2	73,3		

R_1, R_2										
R_x	30	40	50	60	70	80	90	100		
I_1 in cm	83,1	78,7	74,7	71,7	67,8	64,9	62,1	59,6		
I_2 in cm	4,9	21,5	25,3	29,9	32,2	35,1	37,9	40,4		

Datum des Versuchstags: 11.03.2021

Gruppennummer: 3

Teilnehmer: Beck

Trothar

Unterschrift Assistent/in: