

Hier hatten wir ein Bild mit dem Logo der Uni Tübingen.
Allerdings werden das nicht alle Tutor:innen durchgehen lassen,
da Studierende nichts im Namen der Uni veröffentlichen dürfen,
wegen Verantwortlichkeit und so.

EM - Eigenschaften des Elektrons

Physikalisches Praktikum für Naturwissenschaftler an der Universität Tübingen

Gruppe: 3
Verfasser: Micha Beck
Franziska Trotter
Studiengang: Medizintechnik B.Sc.
Betreuer: Sebastian Müller
Versuchsdatum: 09.03.2021
Abgabedatum: 09.03.2021
Abgabedatum 2: 10.03.2021

Inhaltsverzeichnis

1	Theorie	2
1.1	Elektronen	2
1.2	Milikanversuch	3
2	Experimenteller Teil	5
2.1	Versuchsteil 1	5
2.2	Versuchsteil 2	7
2.3	Fazit	10

1 Theorie

1.1 Elektronen

Die spezifische Ladung eines Teilchens definiert das Verhältnis zwischen seiner Ladung und seiner Masse. Für ein Elektron ergibt sich diese spezifische Ladung $\frac{e}{m}$ aus der Elektronenmasse m und der Elementarladung e , welche die Quantisierung der positiven und negativen Ladungswerte Q in der Natur zulässt. Das heißt, dass eine Ladung $Q = n \cdot e$ immer einem Ganzzahligen der Elementarladung e entspricht.

Freie Elektronen im elektrischen Feld erfahren eine Kraft $\vec{F}_{el} = -e\vec{E}$. $\vec{E}$ ist dabei die elektrische Feldstärke. Durch seine Masse gilt für das Elektron auch das zweite Newton'sche Gesetz $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$. Die Energie $W_{el} = e \cdot U$, welche ein freies Elektron im $\vec{E}$ -Feld erfährt, wird in kinetische Energie umgewandelt. Mit dem Energieerhaltungssatz kann nun die Geschwindigkeit v des Elektrons errechnet werden.

$$W_{el} = W_{kin} \quad \Longleftrightarrow \quad e \cdot U = \frac{1}{2}mv^2 \quad \Longleftrightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2eU}{m}} \quad (1)$$

Hierbei ist v die Geschwindigkeit des Elektrons, m die Masse des Elektrons und U die Spannung.

1.1.1 Elektronen im $\vec{B}$ -Feld

Im einem Magnetfeld wirkt auf geladene Teilchen die sogenannte Lorentzkraft $\vec{F}_L = q(\vec{v} \times \vec{B})$. Für den Betrag der Lorentzkraft ist nur der orthogonal zu den Feldlinien verlaufende Bewegungsanteil der Teilchen von Bedeutung.

$$F_L = q|\vec{v}||\vec{B}|\sin\alpha = qv_{\perp}B \quad (2)$$

Das Elektron wird durch diese Kraft auf eine Kreisbahn ausgelenkt. Der Radius ist dann abhängig von Geschwindigkeit des Elektrons, der $\vec{B}$ -Feldstärke und von Masse wie Ladung des Elektrons. Die Lorentzkraft muss für diese Kreisbahn gleich groß wie die Zentripetalkraft sein.

$$F_L = F_Z \quad \Longleftrightarrow \quad evB = \frac{mv^2}{r} \quad \Longleftrightarrow \quad r = \frac{mv}{eB} \quad (3)$$

Wenn das Elektron vorher durch ein $\vec{E}$ -Feld beschleunigt wurde, kann die Geschwindigkeit durch den Ausdruck in (1) ersetzt werden.

$$r = \frac{m\sqrt{\frac{2eU}{m}}}{eB} = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2Um}{e}} \quad \Longleftrightarrow \quad \frac{e}{m} = \frac{2U}{B^2r^2} \quad (4)$$

Ein nahezu homogenes $\vec{B}$ -Feld kann durch zwei Helmholtz-Spulen erzeugt werden. Es handelt sich um zwei Spulen mit gleichem Radius R und gleicher Wicklungszahl n , welche sich parallel im Abstand $d = R$ zueinander befinden. Fließt nun durch beide der gleiche Strom I kann die magnetische Feldstärke $B = A_C \cdot I$ angegeben werden. Die Apparatekonstante A_C ist gemäß Gleichung Gleichung EM.6 dann

$$A_C = \mu_0 \frac{k \cdot R^2}{\sqrt{\left(R^2 + \left(\frac{R}{2}\right)^2\right)^3}} \quad \text{mit der mag. Feldkonstante } \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \quad (5)$$

Dann lässt sich die spezifische Ladung umschreiben zu

$$\frac{e}{m} = \frac{2U}{A_C^2 I^2 r^2}. \quad (6)$$

1.2 Milikanversuch

Beim Milikanversuch werden elektrisch geladene Öltröpfchen in eine Plattenkondensator gebracht. Über ihre Bewegungen mit und ohne angelegte Spannung kann die Ladung q der Tröpfchen bestimmt werden.

Liegt keine Spannung an, so wirken Gewichtskraft, Auftriebskraft und Stokes'sche Reibungskraft auf die Tröpfchen. Es wird davon ausgegangen, dass die Öltröpfchen als Kugeln mit Radius r betrachtet werden können. Die Gewichtskraft $\vec{F}_G = m_{\text{Öl}} \cdot g = \frac{4}{3}\pi g r^3 \rho_{\text{Öl}}$ und die Auftriebskraft $\vec{F}_A = m_{\text{Luft}} \cdot g = \frac{4}{3}\pi g r^3 \rho_{\text{Luft}}$ wirken entgegengesetzt und so lässt sich aus ihnen eine resultierende Kraft $\vec{F}_{\text{eff}} = \frac{4}{3}\pi g r^3 (\rho_{\text{Öl}} - \rho_{\text{Luft}}) = \frac{4}{3}\pi g r^3 \rho_{\text{eff}}$ errechnen. Die Stokes'sche Reibungskraft steigt mit der Geschwindigkeit des Tröpfchens an. Das Tröpfchen wird also durch $\vec{F}_{\text{eff}}$ solange beschleunigt, bis ein Kräftegleichgewicht mit der Reibungskraft herrscht; dann sinkt das Tröpfchen weiter mit der konstanten Geschwindigkeit v_{sink} . Da die Tröpfchen im Milikanversuch eine Radius $r < 1 \mu\text{m}$ haben, muss die Stokesreibung ($\vec{F}_R = 6\pi\eta r v$) noch nach Cunningham korrigiert werden:

$$\vec{F}_R = \frac{6\pi\eta r v_{\text{sink}}}{1 + \frac{a}{r}} \quad \text{mit} \quad a = \frac{b}{p} = \frac{8 \cdot 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{m}}{1013,25 \text{ hPa}} \quad (7)$$

Sobald das Kräftegleichgewicht zwischen $\vec{F}_{\text{eff}}$ und $\vec{F}_R$ erreicht ist, kann durch Gleichsetzen und Umformen ein Ausdruck für den Tröpfchenradius erhalten werden. Hierbei wird der Einfachheit halber v_{sink} als v bezeichnet.

$$\vec{F}_{\text{eff}} = \vec{F}_R \quad \Longleftrightarrow \quad \frac{4}{3}\pi g r^3 \rho_{\text{eff}} - \frac{6\pi\eta r v}{1 + \frac{a}{r}} = 0 \quad \Longleftrightarrow \quad r = -\frac{a}{2} + \sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{9\eta}{2g\rho_{\text{eff}}} \cdot v_{\text{sink}}} \quad (8)$$

Wird nun eine Spannung U am Kondensator angelegt, erfahren die Tröpfchen eine weitere Kraft $\vec{F}_{\text{el}} = q \cdot E = q \frac{U}{d}$ mit dem Abstand d zwischen den Platten des Kondensators. Diese Kraft wirkt (abhängig vom Vorzeichen der Ladung des Tröpfchens) für negativ geladene Teilchen entgegen der Sinkgeschwindigkeit der Tröpfchen und beschleunigt diese in die andere Richtung (sofern die positive Kondensatorplatte die Obere ist). Die Stokes'sche Reibung wirkt hier bremsend und die Kräfte verbleiben im erreichten Kräftegleichgewicht mit einer konstanten Steiggeschwindigkeit v_{steig} der Tröpfchen. Daraus kann nun die Tröpfchenladung q bestimmt werden.

$$\begin{aligned} \vec{F}_{\text{eff}} + \vec{F}_R - \vec{F}_{\text{el}} = 0 & \implies \frac{4}{3}\pi g r^3 \rho_{\text{eff}} - \frac{6\pi\eta r v}{1 + \frac{a}{r}} - q \frac{U}{d} = 0 \\ & \implies q = \frac{3\pi d \eta \cdot \left(a - \sqrt{a^2 + \frac{18\eta}{g\rho_{\text{eff}}} \cdot v_{\text{sink}}}\right)^2}{U \left(a + \sqrt{a^2 + \frac{18\eta}{g\rho_{\text{eff}}} \cdot v_{\text{sink}}}\right)} \cdot (v_{\text{sink}} + v_{\text{steig}}) \end{aligned} \quad (9)$$

Da dieser Ausdruck (9) ebenso wie Ausdruck (8) sehr kompliziert werden kann, werden einige Teile dieser zusammengefasst, um eine übersichtlichere Darstellung zu erreichen.

$$q = \frac{k_2(a-w)^2}{U(a+w)} \cdot (v_{sink} + v_{steig}) \quad \text{und} \quad r = \frac{1}{2}(w-a) \quad (10)$$

Die Größen k_1, k_2 und w sind dabei wie folgt gegeben.

$$\begin{aligned} k_1 &:= \frac{18\eta}{g\rho_{eff}} = 3,23 \cdot 10^{-8} \text{ ms} \\ k_2 &:= 3\pi d\eta = 1,024 \cdot 10^{-6} \frac{\text{kg}}{\text{s}} \\ w &:= \sqrt{a^2 + k_1 v_{sink}} \end{aligned} \quad (11)$$

2 Experimenteller Teil

2.1 Versuchsteil 1

2.1.1 Aufgabenstellung

Ziel ist es, experimentell die spezifische Ladung $\frac{e}{m}$ eines Elektrons zu ermitteln.

2.1.2 Versuchsaufbau

Zwischen einem Helmholtz-Spulenpaar ist eine Fadenstrahlröhre angebracht. Es gibt eine Elektronenquelle aus einer Kathode, einem Wehneltzylinder und einer Anode mit Bohrung. Wird der Draht der Kathode elektrisch stark erhitzt, können Elektronen den Draht verlassen und als freie Elektronen in die Röhre übergehen. Durch die Spannung zwischen den Elektroden werden die Elektronen beschleunigt, durch den Wehneltzylinder wird der Elektronenstrahl gebündelt. Die Elektronen durchfliegen die Bohrung der Anode und gelangen damit in das vom Helmholtz-Spulenpaar erzeugten $\vec{B}$ -Feld. Hier werden sie abgelenkt. Treffen Elektronen auf das Neon-Gas in der Fadenstrahlröhre, so wird durch die Wechselwirkungen die Flugbahn der Elektronen sichtbar. Sichtbar heißt hier in Form von Licht, also Photonen, welche die Neon-Atome nach Anregung durch Kollision mit einem Elektron emittieren. Über eine Skala kann der Radius der Flugbahn abgelesen werden.

2.1.3 Durchführung

Für die Durchmesser $d_1 = 6 \text{ cm}$, $d_2 = 8 \text{ cm}$, $d_3 = 10 \text{ cm}$ und die Beschleunigungsspannungen U von $U_1 = 200 \text{ V}$ bis $U_2 = 400 \text{ V}$ in 25 V-Schritten werden die dazu benötigten Spulenströme I bestimmt.

2.1.4 Beobachtung

Experimentell ergaben sich folgende Spulenströme I in Abhängigkeit des Durchmessers d und der Spulenspannung U :

Abbildung 1: Tabelle 1: Experimentell bestimmte Messwerte

"SpezLadung_09-Mar-2021_08_47_42.txt"						
	d=6cm		d=8cm		d=10cm	
U [V]	I [A]	I ² [A ²]	I [A]	I ² [A ²]	I [A]	I ² [A ²]
200	2,1566	4,65092356...	1,584	2,509056...	1,2554	1,57602916...
225	2,2021	4,84924441...	1,717	2,948089...	1,3422	1,80150084...
250	2,3156	5,36200336...	1,7756	3,15275536...	1,3421	1,80123241...
275	2,4147	5,83077609...	1,9004	3,61152016...	1,5221	2,31678841...
300	2,5848	6,68119104...	1,9365	3,75003225...	1,583	2,505889...
325	2,7772	7,71283984...	1,9302	3,72567204...	1,5688	2,46113344...
350	2,6944	7,25979136...	2,0866	4,35389956...	1,7029	2,89986841...
375	2,875	8,265625...	2,105	4,431025...	1,71	2,9241...
400	2,9612	8,76870544...	2,1501	4,62293001...	1,8292	3,34597264...

Das Quadrat des Spulenstroms I [A] zu I^2 [A²] wurde hierbei rechnerisch bestimmt.

2.1.5 Auswertung

Zur Berechnung der spezifischen Ladung ist nun noch die Apparatekonstante A_C notwendig. Diese kann mit Formel (5) berechnet werden. Die Wicklungszahl der Helmholtzspulen ist $K = 124$ und der Radius und Abstand beträgt $R = 14,75 \text{ cm}$.

$$A_C = \mu_0 \frac{k \cdot R^2}{\sqrt{\left(R^2 + \left(\frac{R}{2}\right)^2\right)^3}} \quad (12)$$

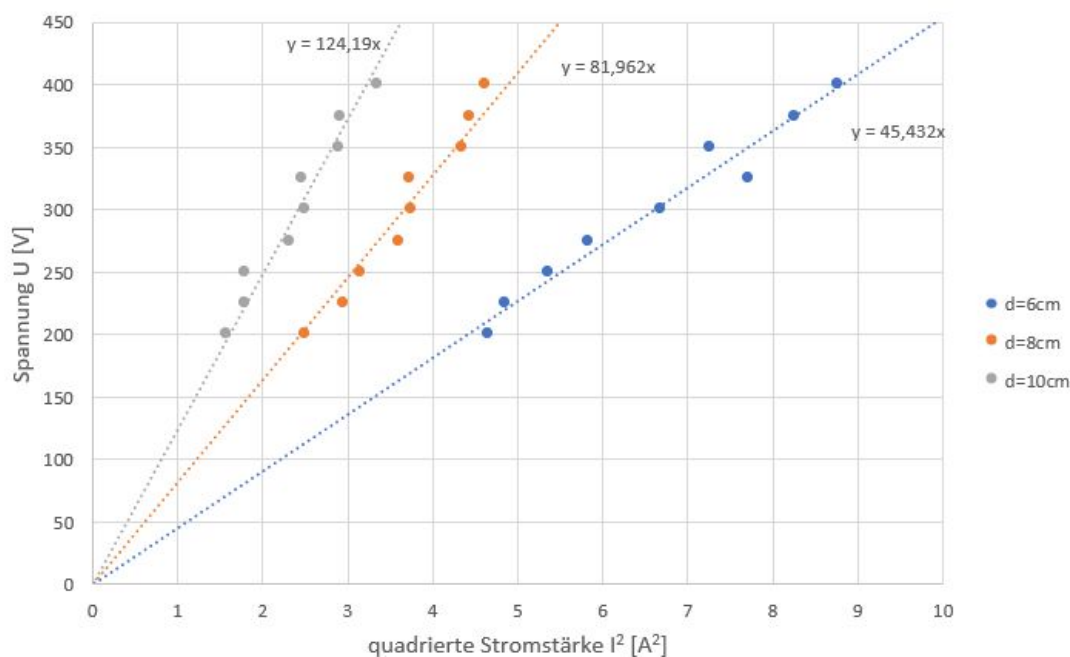
$$= 0,0007559176... \frac{\text{Vs}}{\text{Am}^2} = 7,559176... \cdot 10^{-4} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}^2}$$

Trägt man die Beschleunigungsspannung U gegen das Quadrat der Spannung I^2 in einem Diagramm auf, erhält man einen linearen Zusammenhang, welcher sich aus Gleichung (6) herleiten lässt.

$$\frac{e}{m} = \frac{2U}{A_C^2 I^2 r^2} \quad \Longleftrightarrow \quad U = \frac{e}{m} \cdot \frac{A_C^2 \cdot r^2}{2} \cdot I^2 \quad (13)$$

Dann entspricht die Steigung b der Ausgleichsgerade dem Ausdruck $\frac{e}{m} \cdot \frac{A_C^2 \cdot r^2}{2}$, wodurch sich dann die spezifische Ladung $\frac{e}{m}$ berechnet lässt.

Abbildung 2: Diagramm 1: Beschleunigungsspannung U gegen das Quadrat der Stromstärke I^2 inklusive einer Ausgleichsgeraden für jeweils unterschiedliche Radien



Die Steigungen der Ausgleichsgeraden sind im Diagramm vermerkt, jedoch ist anzumerken dass dies lediglich die gerundeten Werte repräsentiert, im Folgenden wurde mit den (im Rahmen der Rechengenauigkeit des Programmes Excel) genauen Werten für die Steigung gerechnet. Aus den Steigungen der Ausgleichsgeraden kann nun also die spezifische Ladung bestimmt werden:

$$b = \frac{e}{m} \cdot \frac{A_C^2 \cdot r^2}{2} \quad \Longleftrightarrow \quad \frac{e}{m} = \frac{2b}{A_C^2 \cdot r^2} \quad (14)$$

Mit den Geradensteigungen und Gleichung (14) ergeben sich dann folgende berechnete Werte für die spezifische Ladung $\frac{e}{m}$.

Durchmesser d_i [m]	Geradensteigung b $\left[\frac{\text{V}}{\text{A}^2}\right]$	spezifische Ladung $\frac{e}{m}$ $\left[\frac{\text{C}}{\text{kg}}\right]$
0,06	45,43206805...	$1,76686... \cdot 10^{11}$
0,08	81,96248341...	$1,79298... \cdot 10^{11}$
0,10	124,1858556...	$1,73865... \cdot 10^{11}$

Mit der Unsicherheit der Geradensteigung, welche über den RGP-Befehl von Excel berechnet wurde, und mit dem Faktor $t=2$ abgeändert angegeben ist, wird die Unsicherheit der Ergebnisse für die spezifische Ladung berechnet. Die Rechnungen werden wie folgt durchgeführt.

$$\Delta u_{\frac{e}{m}} = \sqrt{\left(\frac{\partial \frac{e}{m}(b, r, A_C)}{\partial b} \cdot \Delta u_b\right)^2} = \left|\frac{2\Delta u_b}{A_C^2 r^2}\right| \quad (15)$$

Es ergeben sich also spezifischen Ladungen mit ihrem errechneten Fehler zu:

Durchmesser d [m]	Endergebnis der spezifischen Ladung $\frac{e}{m}$ mit Fehler $\left[\frac{\text{C}}{\text{kg}}\right]$
0,06	$(1,77 \pm 0,06) \cdot 10^{11}$
0,08	$(1,80 \pm 0,06) \cdot 10^{11}$
0,10	$(1,74 \pm 0,06) \cdot 10^{11}$

Nun soll der Mittelwert der Einzelergebnisse angegeben werden. Der Fehler, der dabei berücksichtigt wird, ist der größte Fehler der Einzelergebnisse.

$$\overline{\frac{e}{m}} = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 \frac{e_i}{m} \pm \max\{\Delta u_{\frac{e}{m}i}\} \quad (16)$$

Daraus ergibt sich unter Verwendung der entsprechenden Zahlenwerte die spezifische Ladung $\frac{e}{m} = (1,766163333... \pm 0,059971083...) \cdot 10^{-11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}$, was gemäß den Rundungskonventionen als $\frac{e}{m} = (1,77 \pm 0,06) \cdot 10^{-11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}$ angegeben wird. Der Literaturwert liegt bei $(1,75882001076 \pm 0,00000000053) \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}$, welcher im Rahmen der Messungenauigkeit verifiziert werden konnte.

2.2 Versuchsteil 2

2.2.1 Aufgabenstellung

Nun soll die Quantisierung von in der Natur vorkommenden elektrischen Ladungen Q nachgewiesen werden. Das bedeutet, dass jede Ladung Q ein ganzzahliges Vielfaches der Elementarladung e ist. Außerdem wird auf diesem Weg die Elementarladung e sowie die Elektronenmasse m bestimmt.

2.2.2 Versuchsaufbau

Die Milikan-Apparatur wird an ein Steuergerät angeschlossen. Dabei muss die Milikan-Apparatur so waagerecht wie möglich stehen um eine Verfälschung der Messergebnisse zu verhindern. Dies kann über die verstellbaren Füße erreicht werden. In der Apparatur befindet sich ein Plattenkondensator mit horizontal ausgerichteten Platten. In diesen reicht ein Zerstäuber, worüber die Öltröpfchen entstehen und ins Kondensatorfeld gelangen; durch Reibung wird ein Teil der

Tröpfchen geladen. Der Zerstäuber wird mittels einer Pumpe für das Öl und einer für Luft verwendet. Über ein Mikroskop und eine Dunkelfeldbeleuchtung können die Tröpfchen beobachtet werden und in mehreren Ebenen nach einem geeigneten gesucht werden.

Über das Steuergerät können Spannung und Polarität am Kondensator eingestellt werden.

2.2.3 Durchführung

Nun soll für 12 Tröpfchen die Ladung q bestimmt werden. Dazu wird die Sinkgeschwindigkeit ohne Spannung am Kondensator und die Steiggeschwindigkeit mit einer Spannung U gemessen. Mithilfe einer Skala kann die zurückgelegte Strecke eines Tröpfchens beobachtet werden und somit die benötigte Zeit, welche ein Tröpfchen braucht, um 1 mm zurückzulegen, mithilfe einer Smartphone-Stoppuhrfunktion gemessen und daraus die Geschwindigkeit bestimmt werden. Die Spannung U , die beim Steigvorgang anliegt, darf während der Messung auf keinen Fall verändert werden. Obwohl die meisten Tröpfchen einfach geladen sind, ist hier Ziel auch mehrfach geladene Tröpfchen zu finden, um die Quantelung der Ladung darzustellen. Diese haben bei angelegter Spannung U möglicherweise eine höhere Steiggeschwindigkeit.

2.2.4 Beobachtung

Beim Beobachten der Tröpfchen zwischen den Kondensatorplatten konnte bei angelegter Spannung eine Steigstrecke und die dafür benötigte Zeit und entsprechend ohne anliegende Spannung eine Sinkstrecke und dafür benötigte Zeit abgenommen werden.

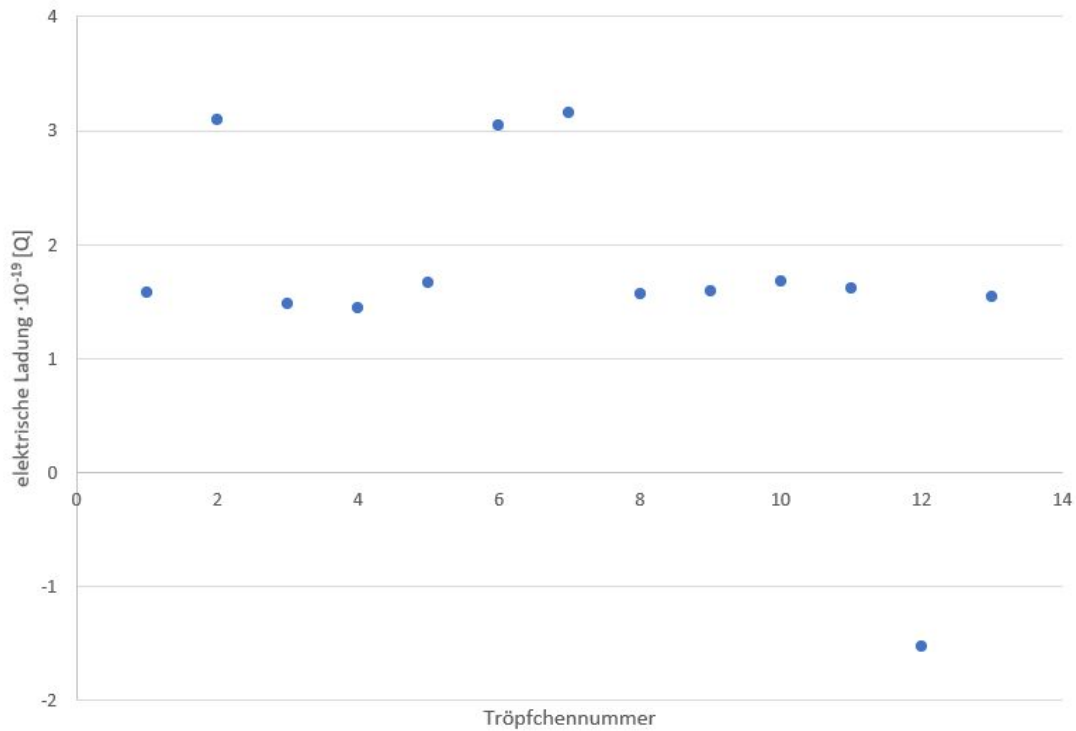
Abbildung 3: Tabelle 2: Sink- und Steiggeschwindigkeiten verschiedener Öltröpfchen in elektrischen Feldern verschiedener Stärke

Tröpfchen	Video-Nr.	s_{sink} [mm]	t_{sink} [s]	s_{steig} [mm]	t_{steig} [s]	U [V]	Radius [nm]	Q [C] $\cdot 10^{-19}$
1	17	1	35,4	1	10,4	603	439,8	1,5755
2	17	1	24,1	1	6,6	603	540,7	3,0933
3	26	1	33,8	1	11,4	625	450,9	1,4752
4	23	1	20,2	1	27,7	640	594	1,4365
5	23	1	26,7	1	12,6	640	511,9	1,658
6	21	1	12,6	1	16,8	645	762,1	3,0454
7	16	1	18	1	8,2	646	631,5	3,159
8	28	1	28,9	1	12	655	490,6	1,5585
9	51	1	21,8	1	17,6	664	570,4	1,5872
10	60	1	30,6	1	9,8	673	475,8	1,673
11	60	1	22,2	1	16,2	673	564,9	1,6107
12	13	1	15,3	1	49,06	-707	688,1	-1,535
13	65	1	40,3	1	8,1	680	409,9	1,535

2.2.5 Auswertung

Mithilfe des Programms *Tabellenwerkzeug zur Auswertung des Milikanversuchs* können Radius r und Ladung q der Tröpfchen berechnet werden. Für diese Berechnung könnten alternativ auch die Formeln (8) und (9) verwendet werden. Hier wurde das Tabellenwerkzeug verwendet, wofür allerdings die gemessenen Zeiten auf eine Dezimalstelle gerundet werden mussten. Die Ergebnisse der Rechnung sind in der Tabelle 2 bereits eingetragen.

Die berechneten Werte für die Ladung q werden nun in ein Diagramm eingezeichnet. Da sich diese immer Gruppenweise bei den gleichen Werten einfinden, kann die Quantelung bereits sichtbar gemacht werden. Sehr viele Tröpfchen haben dabei die Ladung $\pm 1e$, was der Elementarladung entspricht. Andere haben die doppelte Ladung; es gibt jedoch kein Tröpfchen mit einer Ladungsmenge dazwischen.

Abbildung 4: Diagramm 2: Landungsmenge q von zwölf Öltröpfchen

Durch einfaches Dividieren kann die Elementarladung $e = \frac{q}{n}$ aus diesen Werten bestimmt und gemittelt werden. In der folgenden Tabelle sind die Quantelungen der Ladung aufgetragen.

Abbildung 5: Tabelle 3: Tröpfchenladung und aus Quantelung resultierende Elementarladung e

Tröpfchen	Q [C] · 10 ⁻¹⁹	Quantelung n	e=Q/n [C] · 10 ⁻¹⁹
1	1,5755	1	1,5755
2	3,0933	2	1,54665
3	1,4752	1	1,4752
4	1,4365	1	1,4365
5	1,658	1	1,658
6	3,0454	2	1,5227
7	3,159	2	1,5795
8	1,5585	1	1,5585
9	1,5872	1	1,5872
10	1,673	1	1,673
11	1,6107	1	1,6107
12	-1,535	-1	1,535
13	1,535	1	1,535

Der Mittelwert ergibt sich dann einfach zu

$$\bar{e} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n e_i = 1,5632041... \cdot 10^{-19} \text{ C}. \quad (17)$$

Die Standardabweichung für diesen Mittelwert kann wie gewohnt berechnet werden.

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (e_i - \bar{e})^2} = 0,06797103... \cdot 10^{-19} \text{ C} \quad (18)$$

Damit kann nun die Unsicherheit der errechneten Elementarladung e angegeben werden.

$$\Delta u_{\bar{e}} = \frac{2\sigma}{\sqrt{N}} = 0,039243097 \cdot 10^{-19} \text{ C} \quad (19)$$

Mit diesem Fehler kann die Elementarladung $e = (1,56 \pm 0,04) \cdot 10^{-19} \text{ C}$ angegeben werden. Mit dem relativen Fehler entspricht das $e = 1,56 \cdot (1 \pm 2,6\%) \cdot 10^{-19} \text{ C}$. Der Literaturwert $e = 1,602176634 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ für die Elementarladung liegt dabei knapp außerhalb des Fehlerintervalls. Diese Unsicherheit kann zustande kommen, da die Sink- und Steigzeit der Öltröpfchen recht ungenau bestimmt ist. Die Stoppuhr gibt zwar Sekunden mit zwei Dezimalstellen an, aber für das Milikantool muss auf eine Dezimalstelle gerundet werden. Wichtiger ist allerdings, dass der Startzeitpunkt wie auch der Stoppzeitpunkt relativ ungenau abgepasst wird, da hier Reaktionszeit und eigenes Empfinden für das Überschreiten der Millimetermarke zu statistischen Ungenauigkeiten führt.

Aus den experimentell bestimmten Werten für die spezifische Ladung $\frac{e}{m}$ und die Elementarladung e kann die Elektronenmasse m bestimmt werden:

$$m = \frac{\bar{e}}{\left(\frac{e}{m}\right)} = 8,8508471... \cdot 10^{-31} \text{ kg} \quad (20)$$

Dieser Wert ist nun abhängig von zwei ungenauigkeitsbehafteten Ergebnissen. Um diese Ungenauigkeit zu berücksichtigen wird nun noch die Fehlerfortpflanzung nach Gauß durchgeführt.

$$\begin{aligned} \Delta u_m &= \sqrt{\left(\frac{\partial m(\bar{e}, \frac{e}{m})}{\partial \bar{e}} \cdot \Delta u_{\bar{e}}\right)^2 + \left(\frac{\partial m(\bar{e}, \frac{e}{m})}{\partial \frac{e}{m}} \cdot \Delta u_{\frac{e}{m}}\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{\Delta u_{\bar{e}}}{\left(\frac{e}{m}\right)}\right)^2 + \left(-\frac{\bar{e}}{\left(\frac{e}{m}\right)^2} \cdot \Delta u_{\frac{e}{m}}\right)^2} \\ &= 0,37375304... \cdot 10^{-31} \text{ kg} \end{aligned} \quad (21)$$

Die Elektronenmasse ist damit $m = (8,9 \pm 0,4) \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ und der Literaturwert $m = (9,1093837015 \pm 0,0000000028) \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ liegt in diesem Fehlerintervall.

2.3 Fazit

Vergleicht man die experimentell bestimmten Größen mit den vorliegenden Literaturwerten, so lassen sich diese weitgehend im Rahmen der Messgenauigkeit verifizieren. Abweichungen bei der spezifischen Ladung des Elektrons können insbesondere durch das subjektive Ablesen des Kreisbahndurchmessers d entstehen. Auch beim Millikan-Versuch kann das visuelle Abschätzen der Tröpfchengeschwindigkeit nur mit einer gewissen Toleranz durchgeführt werden.