

Hier hatten wir ein Bild mit dem Logo der Uni Tübingen.
Allerdings werden das nicht alle Tutor:innen durchgehen lassen,
da Studierende nichts im Namen der Uni veröffentlichen dürfen,
wegen Verantwortlichkeit und so.

Physikalisches Praktikum für Naturwissenschaftler an der Universität Tübingen

DB - Dichtebestimmung

Gruppe: 3
Verfasser: Micha Beck
Franziska Trotter
Studiengang: Medizintechnik B.Sc.
Betreuer: Maximilian Hilbert
Versuchsdatum: 10.03.2021
Abgabedatum: 10.03.2021
Abgabedatum 2: 10.03.2021

Inhaltsverzeichnis

1	Theorie	2
1.1	Dichte	2
2	Experimenteller Teil	3
2.1	Versuchsteil 1	3
2.1.1	Aufgabenstellung	3
2.1.2	Durchführung	3
2.1.3	Beobachtung	3
2.1.4	Auswertung	3
2.2	Versuchsteil 2	4
2.2.1	Aufgabenstellung	4
2.2.2	Durchführung	4
2.2.3	Beobachtung	4
2.2.4	Auswertung	5
2.3	Fazit	6
2.4	Messdaten	7

1 Theorie

1.1 Dichte

Als Dichte eines Stoffes ist das Gewicht pro Volumeneinheit definiert. Im Allgemeinen wird sie mit

$$\rho = \frac{m}{V} \quad \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right] \quad (1)$$

Für verschiedene geometrische Formen können die Formeln für die Dichte des Körpers direkt aus den Abmaßen dessen angegeben werden:

$$\begin{aligned} \text{Würfel m. Seitenlänge } a : \quad & \rho(m, a) = \frac{m}{a^3} \\ \text{Quader m. Seitenlängen } a, b, c : \quad & \rho(m, a, b, c) = \frac{m}{a \cdot b \cdot c} \\ \text{Zylinder m. Radius } r, \text{ Höhe } h : \quad & \rho(m, r, h) = \frac{m}{\pi \cdot r^2 \cdot h} \end{aligned} \quad (2)$$

Je nachdem, wie die Volumenmaße bestimmt werden, können leicht Messungenauigkeiten entstehen, weshalb bei jeder Dichtebestimmung auch eine Fehlerrechnung nötig ist.

Hat man eine Materie mehrmals in verschiedenen Formen und Volumina vorliegen, so können die Massen auch in einem Diagramm gegen die Volumina aufgetragen werden. Durch die Messdaten kann nun eine Ausgleichsgerade gezogen werden. Die Steigung der Geraden wird durch

$$b = \frac{m_2 - m_1}{V_2 - V_1}. \quad (3)$$

Das entspricht gerade der Dichte ρ des Stoffes. Dieser Wert ist gegenüber der Einzelmessung mit höherer Wahrscheinlichkeit dem Literaturwert ähnlich.

2 Experimenteller Teil

2.1 Versuchsteil 1

2.1.1 Aufgabenstellung

Ziel des Versuchs ist es, die Dichte ρ eines Materials experimentell zu bestimmen, hier handelt es sich um eine Reihe aus Messingkörpern.

2.1.2 Durchführung

Zunächst wurde die geometrische Form eines vorliegenden Messkörpers bestimmt, zudem auch die Masse m und die entsprechenden geometrischen Parameter für Höhe, Breite und Tiefe. Diese wurden an sechs verschiedenen Stellen am Bauteil bestimmt. Messwerkzeuge waren ein handelsübliches Geodreieck und die Waage des Instituts.

Die Kantenlängen bzw. Höhen der Körper wurden stets durch einfaches Anlegen des Geodreiecks gemessen. Die Kanten haben dabei zur Orientierung gedient. Bei den Würfeln wurde jede Kantenlänge zweimal bestimmt, bei den Quadern jede Kantenlänge an den jeweils vier Kanten und je einmal zwischen den Kanten.

Die Höhe der Zylinder wurde ebenfalls je sechs mal um den Radius herum abgenommen und sowohl Durchmesser, als auch Radius bestimmt. Für den Radius wurde der Nullpunkt des Geodreiecks auf den Mittelpunkt gelegt und nach drei verschiedenen Winkeln ausgerichtet. Der Durchmesser wurde gemessen, indem der Nullpunkt auf die Kante gelegt und die Dreiecksseite durch den Mittelpunkt gelegt wurde. Auch dies wurde an drei verschiedenen Winkeln gemacht.

2.1.3 Beobachtung

Wie in Durchführung beschrieben wurde folgender Datensatz bestimmt:

Tabelle 1: Geometrische Daten und Masse m , sowie die errechnete Dichte ρ

Nr.	Geometrie	gemittelte Höhe h [mm]	gemittelter Radius r [mm]	Masse m [g]	Volumen V [mm ³]	Dichte ρ [$\frac{\text{g}}{\text{mm}^3}$]
5	Zylinder	40,0833333	18,95833333	402	45259,94407	0,008882026

Da leider keine Möglichkeit zur Temperaturabnahme vorhanden war, ist die Abschätzung des thermischen Gleichgewichts rein subjektiv. Die Messingkörper waren gefühlt minimal kälter als die Umgebungsluft. Es lag also nach dieser subjektiven Einschätzung möglicherweise kein vollkommenes thermisches Gleichgewicht vor, aber die Unterschiede waren mutmaßlich sehr gering.

2.1.4 Auswertung

Wie bereits in Beobachtung angeklungen, konnte ein minimaler Temperaturunterschied zwischen den zu vermessenden Objekten und der Raumluft festgestellt werden. Dieser beträgt möglicherweise etwa $\Delta T \approx 1\text{K}$. Bei einem für Messing (je nach Legierung leicht abweichenden) Ausdehnungskoeffizienten von $\alpha = 19 \cdot 10^{-6} \text{K}^{-1}$ und eine Temperaturdifferenz von 1 K kombiniert mit der Messkörperlänge, bei welchen alle Maße unter 5 cm lagen, spielt die stattfindende Ausdehnung keine Rolle, da sich diese in Größenordnungen weit unter der Messgenauigkeit des Geodreiecks abspielt. Daher ist die Messung als im thermischen Gleichgewicht durchgeführt zu betrachten. Nimmt man die Raumtemperatur zu 20° C kann unsere nachfolgend erläuterte Dichtebestimmung des Materials lediglich für eine Temperatur von $T \approx 293\text{K}$ den wahren Wert

für die Dichte des Materials beschreiben.

In Tabelle 1 ist die berechnete Dichte ρ bereits angegeben. Dazu wurde Formel (1) verwendet und das Volumen wie in (2) mit $V_Z = \pi h r^2$ berechnet. Für die Angabe von Höhe und Radius wurden die Ergebnisse aller gemittelt. Es ergab sich eine Dichte $\rho_{Messing} = 8,882026 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$. Nun soll eine Fehlerrechnung durchgeführt werden. Die Waage, mit welcher die Masse abgenommen wurden, hat eine Unsicherheit von $\Delta u_m = 1,0 \text{ g}$; für das Geodreieck wird eine Unsicherheit von $\Delta u_l = 0,3 \text{ mm}$ angenommen. Nach Gauß können die Fehlerfortpflanzungen berechnet werden.

$$\begin{aligned} \Delta u_\rho &= \sqrt{\left(\frac{\partial \rho(m, h, r)}{\partial m} \cdot \Delta u_m\right)^2 + \left(\frac{\partial \rho(m, h, r)}{\partial h} \cdot \Delta u_h\right)^2 + \left(\frac{\partial \rho(m, h, r)}{\partial r} \cdot \Delta u_r\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{\Delta u_m}{\pi h r^2}\right)^2 + \left(-\frac{m \Delta u_h}{\pi h^2 r^2}\right)^2 + \left(-\frac{2m \Delta u_r}{\pi h r^3}\right)^2} \\ &= 0,000289698... \frac{\text{g}}{\text{mm}^3} = 0,289698... \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \end{aligned} \quad (4)$$

Die aus diesem einen Zylinder bestimmte Dichte ist dann $\rho_{Messing} = (8,88 \pm 0,29) \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ oder mit relativem Fehler $\rho_{Messing} = 8,88 \cdot (1 \pm 3,2\%) \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$.

2.2 Versuchsteil 2

2.2.1 Aufgabenstellung

Auch hier geht es wieder um die experimentelle Dichtebestimmung der Messreihe aus Versuchsteil 1.

2.2.2 Durchführung

Wie in Versuchsteil 1 wurden auch hier die geometrischen Daten, die geometrische Form und die Masse m bestimmt, wobei die Bezeichnung der bestimmten geometrischen Daten je nach geometrischer Form variieren. Für einen Quader wurden die Kantenlängen a , b und c der orthogonal zueinander stehenden Kanten bestimmt, beim Würfel eine Kantenlänge a und beim Zylinder die Höhe h und der Radius r . (Hier werden die gleichen Messwerte wie in Versuchsteil 1 verwendet.)

2.2.3 Beobachtung

Der so ermittelte Datensatz ist der Folgende:

Tabelle 2: Geometrische Daten und Masse m

Nr.	Geometrie	gemittelte Kantenlänge a [mm]	gemittelte Kantenlänge b [mm]	gemittelte Kantenlänge c [mm]	gemittelter Radius r [mm]	gemittelte Höhe h [mm]	Masse m [g]	Volumen V [mm ³]	Dichte ρ [$\frac{\text{g}}{\text{mm}^3}$]
4	Quader	15	10	13	-	-	16,5	1950	0,0084615...
6	Zylinder	-	-	-	12,79166...	15,83333...	66,5	8139,10207...	0,0081704...
2	Würfel	20,08333...	-	-	-	-	70	8100,41724...	0,0086415...
3	Quader	24,83333...	17,83333...	30,83333...	-	-	116	13654,8842...	0,0084951...
1	Würfel	34,79166...	-	-	-	-	381	42113,9232...	0,0090468...
5	Zylinder	-	-	-	18,95833...	40,08333...	402	45259,9440...	0,0088820...

2.2.4 Auswertung

Die Volumina und Gewichte der Körper werden in einem Diagramm so eingetragen, dass eine Ausgleichsgerade durch die Werte gezogen werden kann. Diese Gerade beschreibt den Zusammenhang von $m(V) = \rho \cdot V$. Die Steigung der Gerade entspricht also der Dichte der Körper.

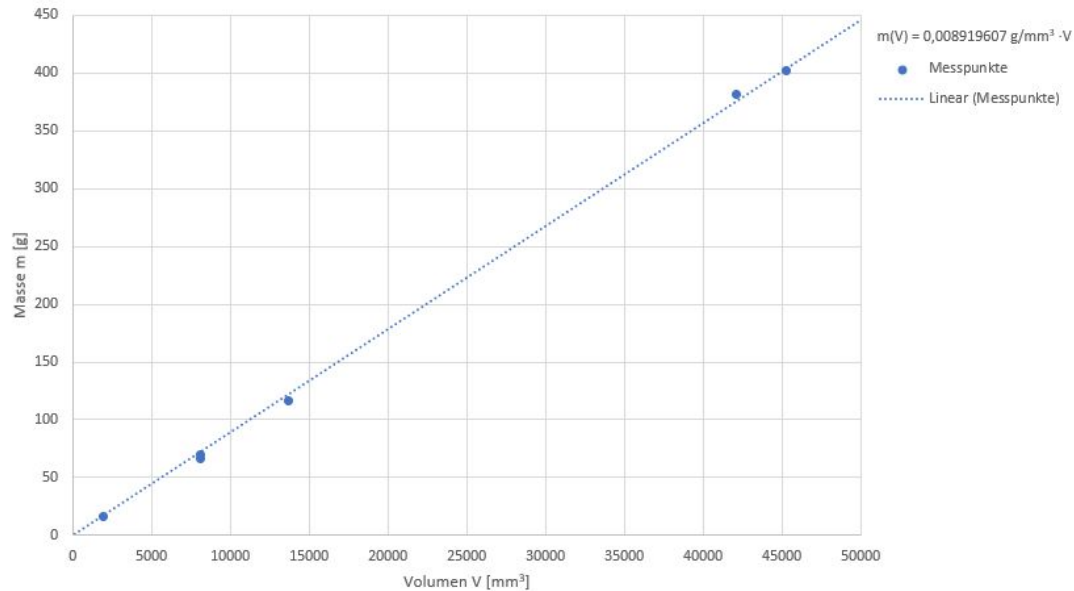


Abbildung 1: Diagramm 1: Linearer Zusammenhang der Masse m und des Volumens V

Diese Geradesteigung kann im Diagramm abgelesen werden und beträgt

$$\rho = 0,008919607 \frac{\text{g}}{\text{mm}^3} = 8,919607 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \quad (5)$$

Mithilfe des RGP-Befehl und einem studentischen t -Faktor 2 ergibt sich eine Unsicherheit der Geradensteigung und damit der Dichte von

$$\Delta u_\rho = 0,000144574 \frac{\text{g}}{\text{mm}^3} = 0,144574... \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \quad (6)$$

Dann kann die Dichte über diesen Weg angegeben werden mit $\rho = (8,92 \pm 0,15) \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$. Oder mit relativem Fehler $\rho = (8,92(1 \pm 1,6\%)) \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$.

2.3 Fazit

An dieser Stelle soll nun noch ein Vergleich gezogen werden. Der zweiten Dichtebestimmungsmethode wäre eigentlich mehr Vertrauen zu schenken, da hier simpel mehr Daten ausgewertet wurden. Dadurch können sich statistische Fehler ausgleichen und der Mittelwert näher an den Literaturwert gebracht werden. Der Literaturwert von Messing beträgt $\rho_{\text{Messing}} = 8,73 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$, womit allerdings das Ergebnis der ersten Dichtebestimmung doch etwas näher an diesem Wert liegt. Zwischen den Werten der beiden Methoden liegt eine Diskrepanz von etwa 0,5% und sie liegen jeweils innerhalb des Fehlerintervalls voneinander. Sie bestätigen sich also gegenseitig. Da beide aber größer als der Literaturwert sind, lässt sich ein zusätzlicher systematischer Fehler vermuten. Zum Beispiel könnte die Kupferlegierung etwas abweichen oder der Zinkanteil nicht genau 40% betragen. Zudem waren die Körper an den Kanten leicht angefasst, wodurch die Längenbestimmung wohl oft kleiner ausgefallen ist. Dadurch wird auch ein sehr kleiner Anteil des Volumens durch die Fase weggenommen. In dieser Kombination kann also auch hier ein Fehler entstehen. Auch die Messung mittels Geodreieck ist hier als eine mögliche Fehlerquelle zu nennen. Zwar gleichen sich bei einer hohen Zahl an Messungen statistische Fehler im Mittel aus, doch ist die Messung, welche eine hohe Präzision liefern sollte eher mit einem Messschieber oder einer Messschraube durchzuführen.

Dem Literaturwert am nächsten käme der hier nicht ausgewertete Mittelwert der einzelnen bestimmten Dichten $\bar{\rho} = (8,62 \pm 0,26) \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$.

2.4 Messdaten

Abbildung 2: Rohdaten der Messreihe 12

Bezeichnung	Geometrische Form	Kantenlänge a [mm]	Kantenlänge a [mm]	Masse m [g]	Volumen a ³ [mm ³]	Dichte ρ [g/mm ³]
Körper 1	Würfel	35	34,79166667	381	42113,92325	0,0090463
		34,5				
		34,75				
		35				
		34,5				
		35				