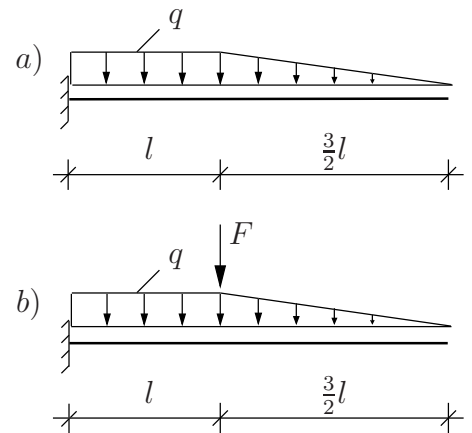
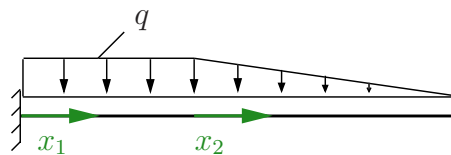


Aufgabe 3

1. Berechnen Sie für den Kragarm a) den Querkraft- und Momentenverlauf durch Integration der Schnittgrößendifferentialgleichung.
2. Der Kragarm wird zusätzlich durch eine Einzelkraft F belastet, sodass man das System b) erhält. Berechnen Sie für diese Belastung ebenfalls den Querkraft- und Momentenverlauf.
3. Welche Änderungen ergeben sich bei der Schnittgrößenberechnung?
4. Stellen Sie die unter 1. und 2. berechneten Schnittgrößenverläufe unter Angabe von Rand- und Extremwerten graphisch dar.



Geg.: F , q , l .

Lösung**1. Querkraft- und Momentenverlauf Lastfall a)****1.1 Integration der Schnittgrößendifferentialgleichung****1.1.1. Bereich I.**

$$\begin{aligned}
 q_1(x_1) &= q \\
 Q_1(x_1) &= - \int q_1(x_1) dx_1 + C_1 \\
 &= - \int q dx_1 + C_1 \quad \Rightarrow Q_1(x_1) = -qx_1 + C_1 \\
 M_1(x_1) &= \int Q_1(x_1) dx_1 + C_2 \\
 &= \int (-qx_1 + C_1) dx_1 + C_2 \quad \Rightarrow M_1(x_1) = -\frac{1}{2} qx_1^2 + C_1 x_1 + C_2
 \end{aligned}$$

1.1.2. Bereich II.

$$\begin{aligned}
 q_2(x_2) &= mx + c \quad \text{mit} \quad m = -\frac{q}{\frac{3}{2}l} = -\frac{2}{3} \frac{q}{l} \quad \Rightarrow q_2(x_2) = -\frac{2}{3} \frac{q}{l} x_2 + q \\
 Q_2(x_2) &= - \int \left(-\frac{2q}{3l} x_2 + q \right) dx_2 + C_3 \quad \Rightarrow Q_2(x_2) = \frac{q}{3l} x_2^2 - qx_2 + C_3 \\
 M_2(x_2) &= \int \left(\frac{q}{3l} x_2^2 - qx_2 + C_3 \right) dx_2 + C_4 \quad \Rightarrow M_2(x_2) = \frac{q}{9l} x_2^3 - \frac{1}{2} qx_2^2 + C_3 x_2 + C_4
 \end{aligned}$$

1.2 Rand- und Übergangsbedingungen

$$\text{Randbedingungen:} \quad M_2(x_2 = \tfrac{3}{2}l) = 0 \quad (1)$$

$$Q_2(x_2 = \tfrac{3}{2}l) = 0 \quad (2)$$

$$\text{Übergangsbedingungen:} \quad M_1(x_1 = l) = M_2(x_2 = 0) \quad (3)$$

$$Q_1(x_1 = l) = Q_2(x_2 = 0) \quad (4)$$

$$\text{aus (2):} \quad Q_2(x_2 = \tfrac{3}{2}l) = \frac{q}{3l} \left(\tfrac{3}{2}l\right)^2 - q \left(\tfrac{3}{2}l\right) + C_3 = 0 \quad \Rightarrow C_3 = \frac{3}{4}ql$$

$$\text{aus (1):} \quad M_2(x_2 = \tfrac{3}{2}l) = \frac{q}{9l} \left(\tfrac{3}{2}l\right)^3 - \frac{1}{2}q \left(\tfrac{3}{2}l\right)^2 + \frac{3}{4}ql \left(\tfrac{3}{2}l\right) + C_4 = 0 \quad \Rightarrow C_4 = -\frac{3}{8}ql^2$$

$$\text{aus (4):} \quad -ql + C_1 = 0 - 0 + C_3 \Rightarrow C_1 = \frac{7}{4}ql$$

$$\text{aus (3):} \quad -\frac{1}{2}ql^2 + \frac{7}{4}ql^2 + C_2 = C_4 \quad \Rightarrow C_2 = -\frac{13}{8}ql^2$$

1.3 Schnittgrößenverläufe

$$Q_1(x_1) = -qx_1 + \frac{7}{4}ql$$

$$Q_2(x_2) = \frac{q}{3l}x_2^2 - qx_2 + \frac{3}{4}ql$$

$$M_1(x_1) = -\frac{1}{2}qx_1^2 + \frac{7}{4}qlx_1 - \frac{13}{8}ql^2$$

$$M_2(x_2) = \frac{q}{9l}x_2^3 - \frac{1}{2}qx_2^2 + \frac{3}{4}qlx_2 - \frac{3}{8}ql^2$$

2. Querkraft- und Momentenverlauf Lastfall b)

3. Änderungen bei der Schnittgrößenberechnung

- Gleiche Bereichseinteilung (gleiche Integrationsbereiche)
- Gleiche Randbedingungen (C_3 und C_4 bleiben also gleich)

3.1 Neue Übergangsbedingungen

$$Q_1(x = l) = Q_2(x = 0) + F \quad (5)$$

$$M_1(x = l) = M_2(x = 0) \quad (6)$$

$$\text{aus (5):} \quad -ql + C_1 = \frac{3}{4}ql + F \Rightarrow C_1 = \frac{7}{4}ql + F$$

$$\text{aus (6):} \quad -\frac{1}{2}ql^2 + \left(\frac{7}{4}ql + F\right) \cdot l + C_2 = -\frac{3}{8}ql^2 \Rightarrow C_2 = -\frac{13}{8}ql^2 - Fl$$

3.2 Schnittgrößenverläufe

$$Q_1(x_1) = -qx_1 + \frac{7}{4}ql + F$$

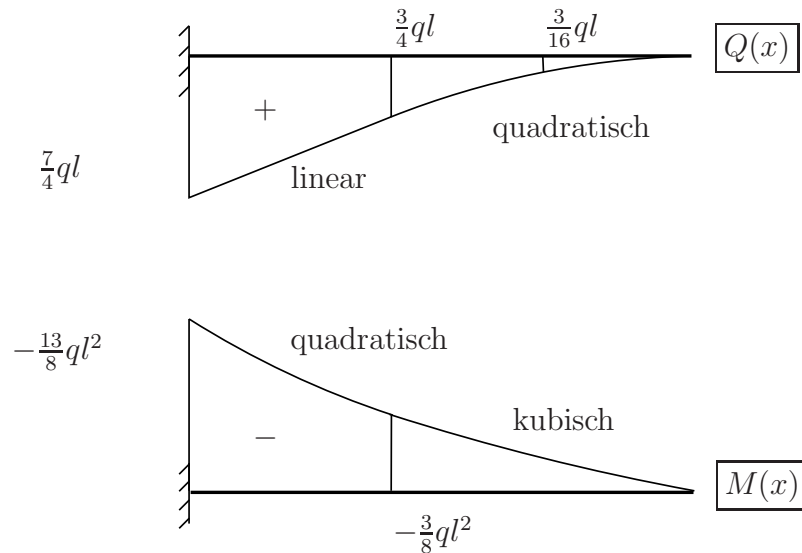
$$Q_2(x_2) = \frac{q}{3l}x_2^2 - qx_2 + \frac{3}{4}ql$$

$$M_1(x_1) = -\frac{1}{2}qx_1^2 + \frac{7}{4}qlx_1 - \frac{13}{8}ql^2 - Fl$$

$$M_2(x_2) = \frac{q}{9l}x_2^3 - \frac{1}{2}qx_2^2 + \frac{3}{4}qlx_2 - \frac{3}{8}ql^2$$

4. Graphische Darstellung der Schnittgrößenverläufe

4.1 Lastfall a)



4.2 Lastfall b)

