



Prüfungsklausur Einführung in die Regelungstechnik, 17. September 2020
Teil 2

Name, Vorname: _____

Fachrichtung: _____

Matrikelnummer: _____

Umschlagsnummer: _____

Beachten Sie folgende Regeln zu Teil 2 der Prüfung:

- Bearbeitungszeit: **60 min.**
- Teil 2 der Prüfung umfasst **8 Seiten** (6 Aufgaben, 51 Punkte).
- Für Teil 2 sind **alle nichtelektronischen Hilfsmittel zugelassen.**
- Antworten ohne Begründung können nicht gewertet werden.
- Versehen Sie alle Lösungsblätter mit Ihrem Namen (obere rechte Ecke des Blattes).
- Beginnen Sie jede Aufgabe auf einem neuen Blatt.
- Bitte keine Antworten und Rechnungen auf die Aufgabenblätter schreiben.
- Tragen Sie Ihren Namen auch auf den ausgeteilten Aufgabenblättern ein und geben Sie diese am Ende der Prüfung zusammen mit allen Ihren Lösungsblättern im Mantelbogen mit ab.

Ich habe diese Regeln zur Kenntnis genommen: _____
(Unterschrift)

Ab hier bitte nicht mehr ausfüllen

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	Summe
Erreichte Punktzahl	/11	/ 6	/ 9	/ 8	/ 7	/10	/ 51
Korrektor							

Ich habe Einsicht in die Prüfungsunterlagen genommen: _____
(Datum) (Unterschrift)

Aufgabe 1 (11 Punkte)

Hinweis: Die Aufgabenteile a), b) und c) sind unabhängig voneinander lösbar.

Gegeben sei eine Regelstrecke mit den Parametern $a > 0$ und $d \in \mathbb{R}$, die, wie in Abbildung 1.1 dargestellt, aus zwei hintereinandergeschalteten Teilen besteht und mit einem Kaskadenregler geregelt wird.

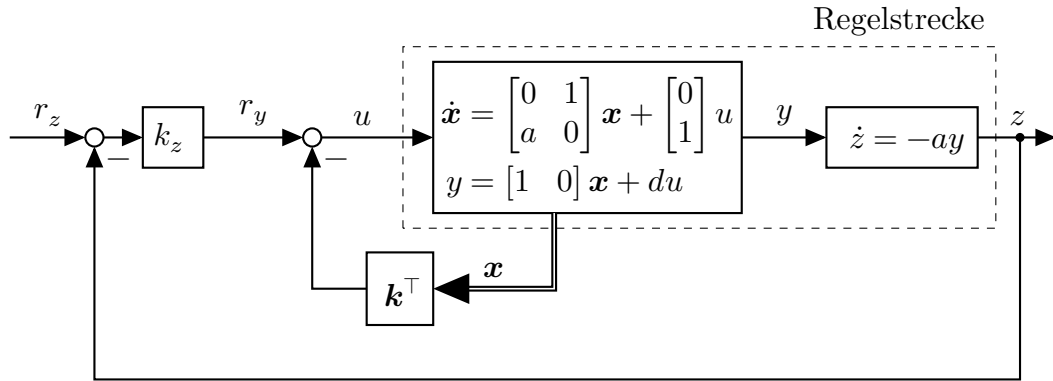


Abbildung 1.1: Kaskadenregler mit Zustandsrückführung.

- Bestimmen Sie alle stabilisierenden Regler $\mathbf{k}^\top \in \mathbb{R}^2$ des inneren Regelkreises $r_y \rightarrow y$ in Abhängigkeit des Parameters a . (2 Punkte)
- Nehmen Sie an, dass der innere Regelkreis $r_y \rightarrow y$ stabil und ausreichend schnell ist. Wie muss der Reglerparameter $k_z \in \mathbb{R}$ gewählt werden, damit der äußere Regelkreis $r_z \rightarrow z$ asymptotisch stabil ist. (2 Punkte)
- Bestimmen Sie die Zustandsraumdarstellung der in Abbildung 1.1 skizzierten Regelstrecke $u \rightarrow z$ mit dem Zustand $\boldsymbol{\xi} = [\mathbf{x}^\top z]^\top$. (1 Punkt)
- Bestimmen Sie alle Werte des Parameters d , mit denen die Regelstrecke steuerbar ist. (2 Punkte)
- Nun sei $d = 0$ und es ist ein stabilisierender Regler $\mathbf{k}^\top$ für den inneren Regelkreis $r_y \rightarrow y$ nach a) gegeben. Unter welcher Bedingung an k_z ist das in Abbildung 1.1 skizzierte Gesamtsystem asymptotisch stabil? (4 Punkte)

Aufgabe 2 (6 Punkte)

Für ein steuerbares und beobachtbares System

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= A\mathbf{x} + \mathbf{b}u, \\ y &= \mathbf{c}^\top \mathbf{x},\end{aligned}$$

mit Zustand $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$, Eingang $u \in \mathbb{R}$ und Ausgang $y \in \mathbb{R}$ soll ein dynamischer Regler

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{z}} &= E\mathbf{z} + \mathbf{f}y, \\ u &= \mathbf{g}^\top \mathbf{z},\end{aligned}$$

mit Zustand $\mathbf{z} \in \mathbb{R}^m$ ausgelegt werden.

- a) Geben Sie eine Zustandsraumdarstellung des Gesamtsystems an. (1 Punkt)
- b) Die Pole des geschlossenen Kreises sollen beliebig vorgegeben werden. Wie müssen die Parameter $(E, \mathbf{f}, \mathbf{g}^\top)$ des dynamischen Reglers dazu gewählt werden? (5 Punkte)

Aufgabe 3 (9 Punkte)

Gegeben sei eine asymptotisch stabile Regelstrecke G , deren Bodediagramm in Abbildung 3.2 dargestellt ist. Die Strecke wird mit einem Regler K im Standardregelkreis gemäß Abbildung 3.1 geschlossen.

Hinweis: Gehen Sie davon aus, dass die Eckfrequenzen aller relevanten Pol- und Nullstellen im abgebildeten Frequenzbereich liegen.

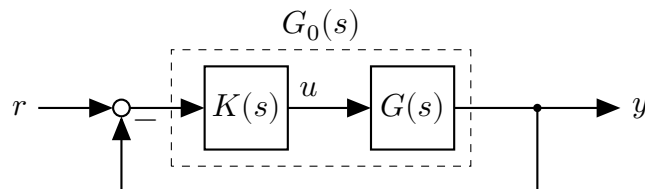


Abbildung 3.1: Standardregelkreis.

Der Regler K soll so ausgelegt werden, dass folgende Anforderungen erfüllt werden:

- i) Stabilität des geschlossenen Kreises
- ii) Durchtrittsfrequenz > 1 rad/s
- iii) Phasenreserve $> 45^\circ$
- iv) Keine bleibende Regelabweichung bei einer sprungförmigen Sollwertänderung

- a) Geben Sie für jede der Anforderungen i) – iv) alle Werte für $k \in \mathbb{R}$ eines P-Reglers $K_P(s) = k$ an, sodass sie ungeachtet der anderen Anforderungen erfüllt ist. (4 Punkte)
- b) Welche der Anforderungen i) - iv) werden mit dem PI-Regler $K_{PI}(s) = k(1 + \frac{1}{T_I s})$, dessen Bodediagramm in Abbildung 3.2 dargestellt ist, erreicht? (2 Punkte)
- c) Zum Erfüllen aller Anforderungen wird mit dem PI-Regler K_{PI} ein Lead-Element $K_{Lead,i}$ in Reihe geschaltet, d. h. $K(s) = K_{PI}(s)K_{Lead,i}(s)$. Mit welchem/welchen der in Abbildung 3.3 dargestellten Lead-Elemente $K_{Lead,i}(s)$ sind alle Anforderungen erfüllt? (3 Punkte)

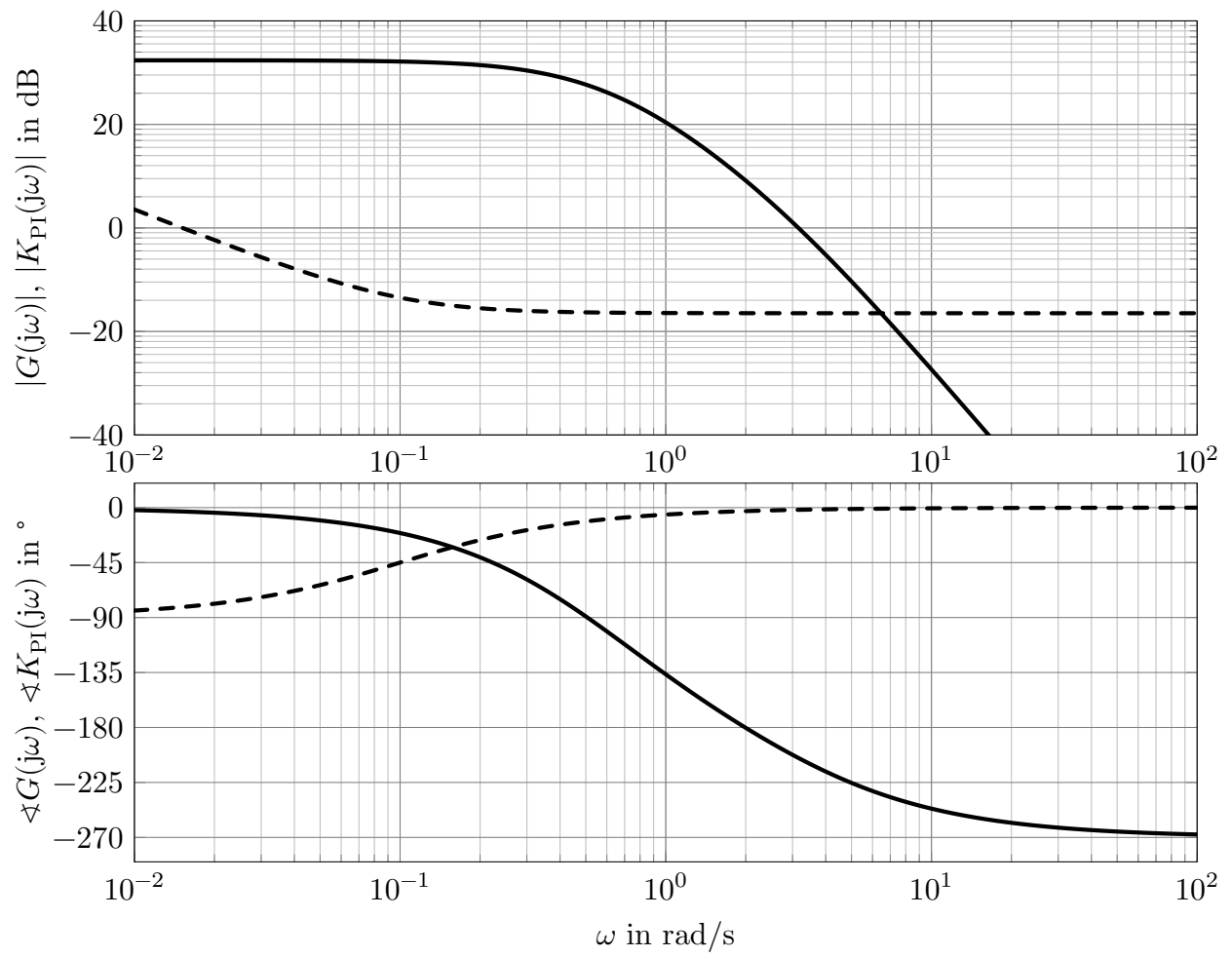


Abbildung 3.2: Bodediagramme der Regelstrecke G (—) und des PI-Reglers K_{PI} (---).

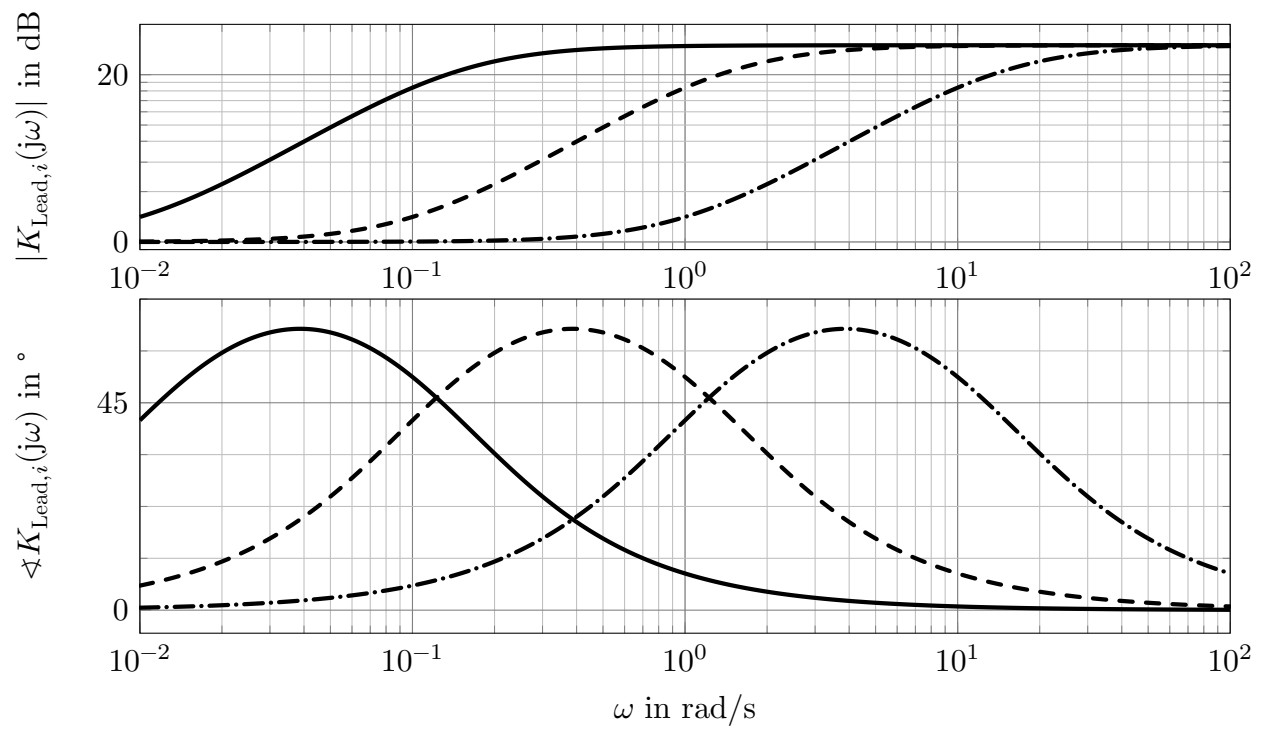


Abbildung 3.3: Bodediagramme der Lead-Elemente $K_{Lead,1}$ (—), $K_{Lead,2}$ (---) und $K_{Lead,3}$ (-.-).

Aufgabe 4 (8 Punkte)

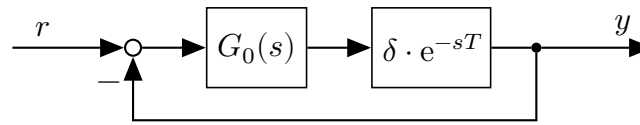


Abbildung 4.1: Blockschaltbild des geschlossenen Kreises.

Der nominelle geschlossene Kreis zu G_0 (d. h. mit $T = 0$ und $\delta = 1$) ist asymptotisch stabil und weist eine Amplitudenreserve von $a_r = (0, 2)$ und eine Phasenreserve von $\gamma_r = \infty$ auf. Es soll untersucht werden, welchen Einfluss verschiedene Veränderungen im Regelkreis auf die Stabilität des geschlossenen Kreises haben. Der geschlossene Kreis wird dazu gemäß Abbildung 4.1 erweitert. Die Totzeit ist kausal.

- a) Bestimmen Sie in Abhängigkeit des Parameters $\delta \in \mathbb{R}$ alle Werte der Totzeit T , für die der geschlossene Kreis asymptotisch stabil oder instabil ist oder für die keine Aussage über die Stabilität möglich ist. (6 Punkte)
- b) Nun sei $T = 0$. Welche Aussagen können Sie über die Amplituden- und Phasenreserve des geschlossenen Kreises in Abhängigkeit von $\delta \in \mathbb{R}$ treffen? (2 Punkte)

Aufgabe 5 (7 Punkte)

Hinweis: Die Aufgabenteile sind unabhängig voneinander lösbar.

Gegeben sei die Parallelschaltung zweier Systeme gemäß Abbildung 5.1. Die Systeme mit den Zuständen $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2 \in \mathbb{R}^n$ haben jeweils identische Systemmatrizen A sowie identische Ausgangsvektoren $\mathbf{c}^\top$. Lediglich die Eingangsvektoren $\mathbf{b}_1$ und $\mathbf{b}_2$ sind verschieden.

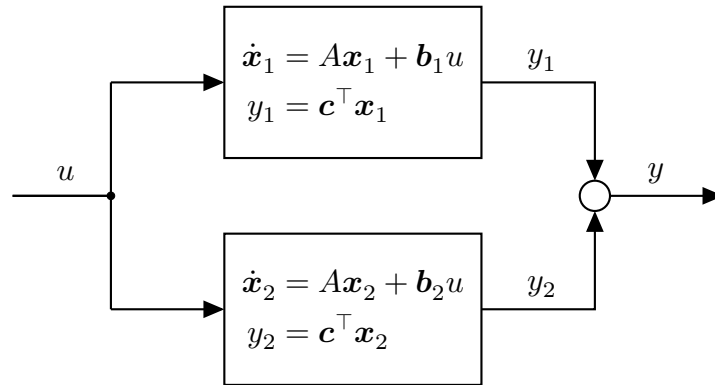


Abbildung 5.1: Parallelschaltung zweier linearer Systeme.

- a) Sei $(A, \mathbf{c}^\top)$ beobachtbar. Ist das Gesamtsystem in Abbildung 5.1 mit dem Ausgang y beobachtbar? (3 Punkte)
- b) Zeigen Sie, dass für alle Systemmatrizen A keine Eingangsvektoren $\mathbf{b}_1$ und $\mathbf{b}_2$ existieren, so dass das Gesamtsystem steuerbar ist. (4 Punkte)

Hinweis: Nach dem Satz von Cayley-Hamilton lässt sich jede Potenz A^i für $i \geq 0$ als Linearkombination von $I, A, A^2, \dots, A^{n-1}$ darstellen, wobei $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ und $I \in \mathbb{R}^{n \times n}$ die Einheitsmatrix ist.

Aufgabe 6 (10 Punkte)

Gegeben sei ein asymptotisch stabiles System in Zustandsraumdarstellung

$$\dot{\mathbf{x}} = A \mathbf{x}, \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0, \quad (6.a)$$

$$y = \mathbf{c}^\top \mathbf{x}, \quad (6.b)$$

mit $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^n$, und $y(t) \in \mathbb{R}$. Betrachten Sie die folgende Matrix

$$W_0 = \int_0^\infty (\mathbf{e}^{A\tau})^\top \mathbf{c} \mathbf{c}^\top \mathbf{e}^{A\tau} d\tau \in \mathbb{R}^{n \times n}. \quad (6.c)$$

Zeigen Sie, dass $(A, \mathbf{c}^\top)$ beobachtbar ist, genau dann wenn W_0 vollen Rang hat.

Hinweis: Verwenden Sie die folgende Definition von Beobachtbarkeit:

$(A, \mathbf{c}^\top)$ ist beobachtbar, genau dann wenn $\forall t \geq 0 : y(t) = 0 \implies \forall t \geq 0 : \mathbf{x}(t) = 0$.