



Probeklausur Einführung in die Regelungstechnik
Teil 2

Name, Vorname: _____

Fachrichtung: _____

Matrikelnummer: _____

Beachten Sie folgende Regeln zu Teil 2 der Prüfung:

- Prüfungszeit: **60 min.**
- Teil 2 der Prüfung umfasst **10 Seiten** (6 Aufgaben, 30 Punkte).
- Für die folgenden Aufgaben sind alle nichtelektronischen Hilfsmittel zugelassen.
- Antworten ohne Begründung können nicht gewertet werden.

Aufgabe 1 (3 Punkte)

Hinweis: Alle Aufgabenteile können unabhängig voneinander bearbeitet werden.

In Abbildung 2 und 3 sind das Bodediagramm einer asymptotisch stabilen Strecke G sowie vier verschiedener Regler K_1 , K_2 , K_3 und K_4 dargestellt. Die Strecke G soll im Standardregelkreis nach Abbildung 1 mit einem der Regler geschlossen werden. Gehen Sie davon aus, dass alle relevanten Pol- und Nullstellen aus den Bodediagrammen abzulesen sind.

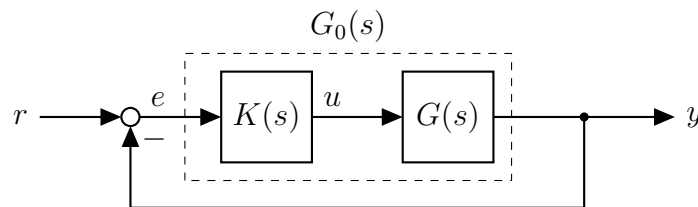


Abbildung 1: Standardregelkreis.

a) Erfüllt der Regler K_1 die Anforderungen

(1 Punkt)

- asymptotisch stabiler geschlossener Kreis und
- keine bleibende Regelabweichung?

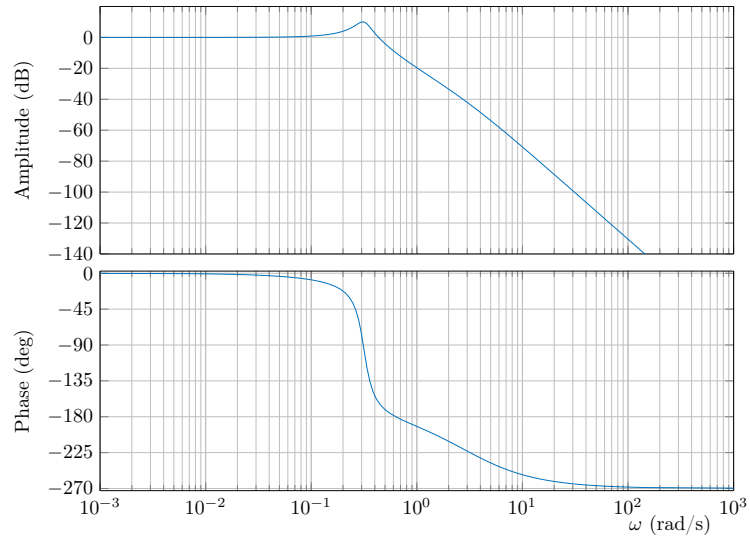
Begründen Sie Ihre Antwort *kurz*.

b) Welcher der Regler K_2 , K_3 und K_4 erfüllt alle Anforderungen

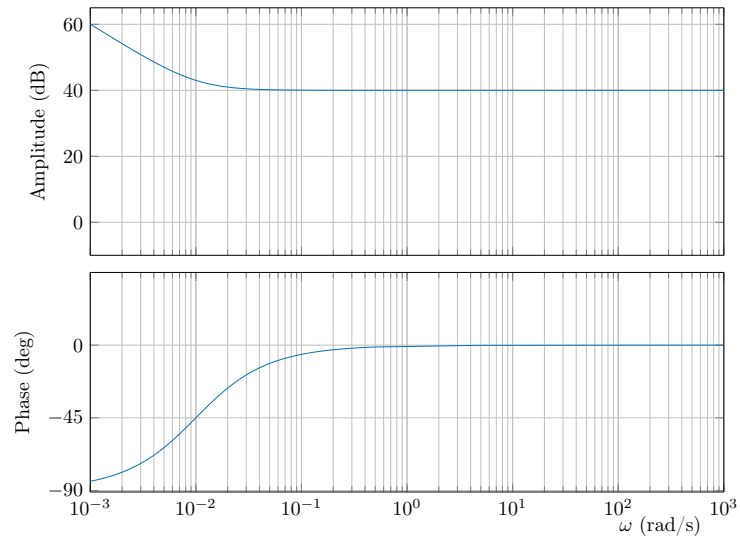
(2 Punkte)

- asymptotisch stabiler geschlossener Kreis,
- keine bleibende Regelabweichung und
- Phasenreserve von ca. 25° ?

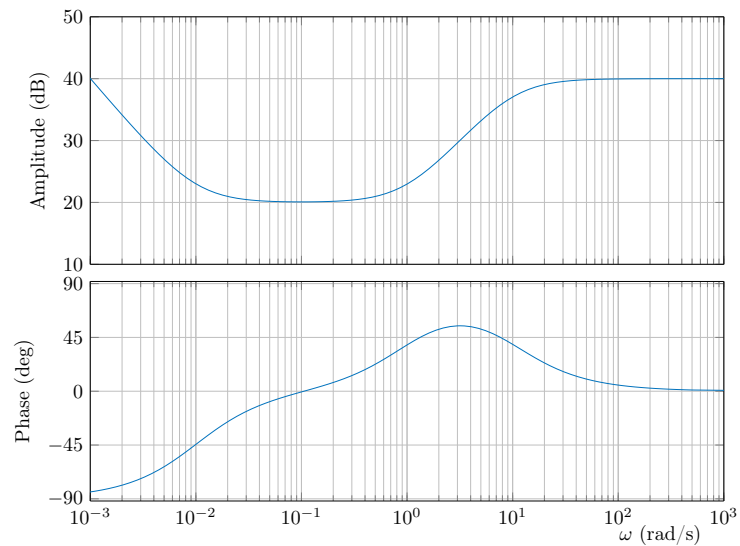
Begründen Sie Ihre Antwort *kurz*.



(a) Regelstrecke G .

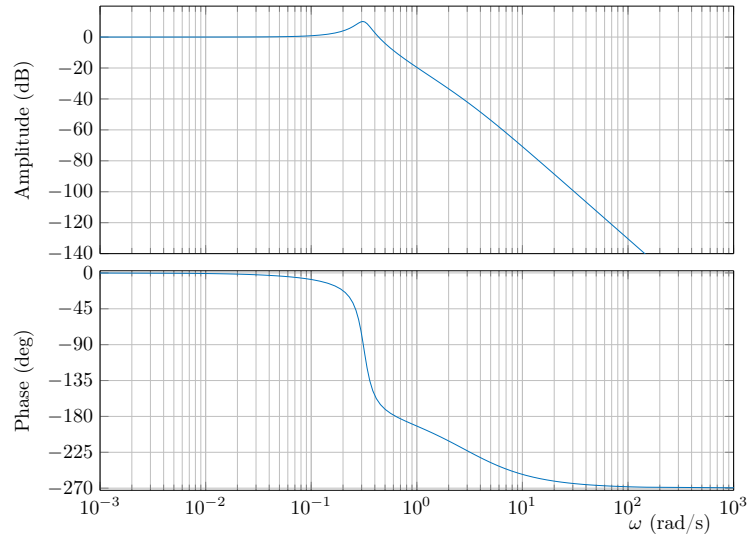


(b) Regler K_1 .

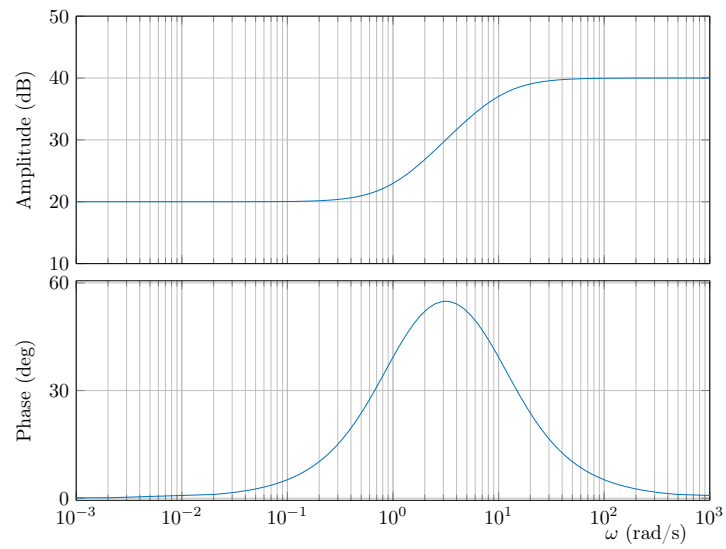


(c) Regler K_2 .

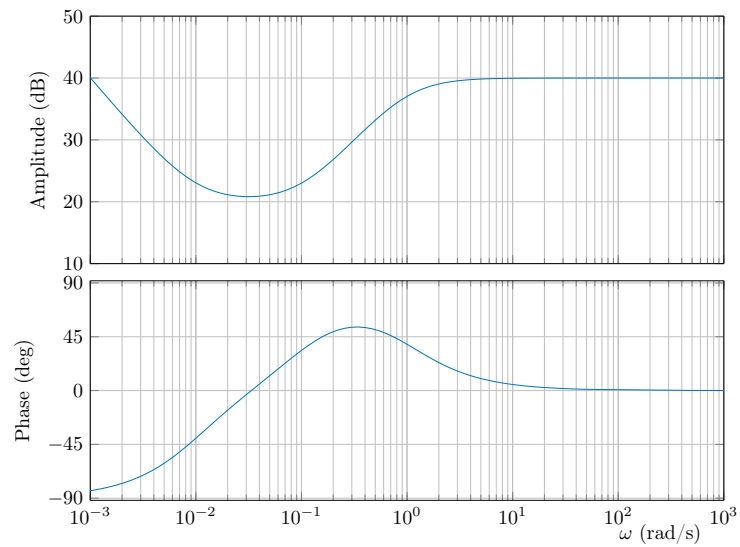
Abbildung 2: Bodediagramme der Strecke G und zur Auswahl stehender Regler K_1 , K_2 .



(a) Regelstrecke G .



(b) Regler K_3 .



(c) Regler K_4 .

Abbildung 3: Bodediagramme der Strecke G und zur Auswahl stehender Regler K_3 , K_4 .

Aufgabe 2 (5 Punkte)

Hinweis: Alle Aufgabenteile können unabhängig voneinander bearbeitet werden.

Gegeben sei ein dynamisches System mit Eingang u und der Übertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{3-s}{(2-s)(4+s)}.$$

Auf den Ausgang y wirkt additiv eine messbare Störung z mit Störübertragungsfunktion

$$G_z(s) = \frac{5+s}{6+s}.$$

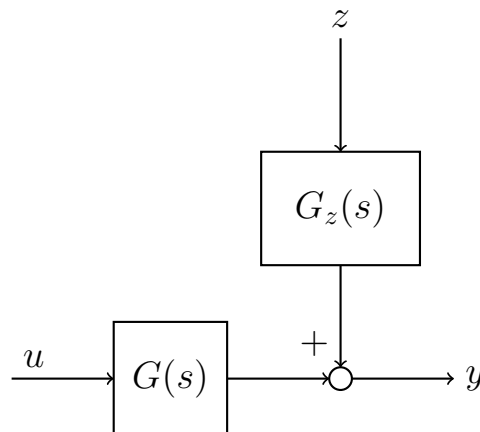


Abbildung 4: Struktur der Strecke und Störung.

Für das System soll eine Regelkreisstruktur mit zwei Freiheitsgraden (2-DOF Regler) entworfen werden, so dass der Ausgang des Systems einem Referenzsignal r möglichst genau folgt und der geschlossene Kreis asymptotisch stabil ist. Zusätzlich soll durch eine Störgrößenaufschaltung die Störung z möglichst exakt von der Regelgröße y entkoppelt werden.

- Ist der Entwurf einer Störgrößenaufschaltung unabhängig von dem Entwurf einer Regelkreisstruktur mit zwei Freiheitsgraden möglich? Begründen Sie Ihre Antwort *kurz*. (1 Punkt)
- Zeichnen Sie das komplette Blockdiagramm des geschlossenen Kreises mit 2-Freiheitsgrade-Regler sowie Störgrößenaufschaltung. Beschriften Sie Ihre Blöcke entsprechend. (2 Punkte)
- Gehen Sie davon aus, dass Störgrößenaufschaltung und 2-Freiheitsgrade-Regler unabhängig voneinander ausgelegt werden können und ein stabilisierender Regler K existiert. Entwerfen Sie eine realisierbare, stabile Störgrößenaufschaltung K_z , so dass die Störung z möglichst exakt von der Regelgröße y entkoppelt wird. (2 Punkte)

Aufgabe 3 (5 Punkte)

Hinweis: Alle Aufgabenteile können unabhängig voneinander bearbeitet werden.

Gegeben sei die Strecke G sowie zwei Regler K_1 und K_2 , die im Standardregelkreis gemäß Abbildung 5 geschlossen werden. Abbildung 6 zeigt die Bodediagramme der beiden *offenen* Kreise $G_{0,1}$ und $G_{0,2}$.

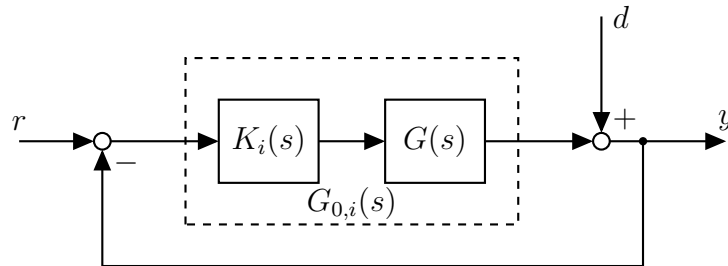
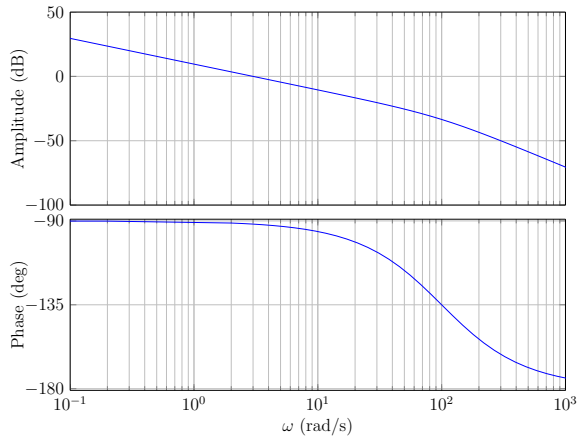
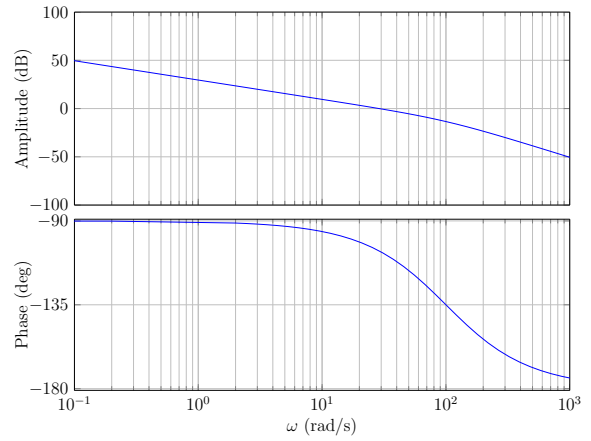


Abbildung 5: Standardregelkreis.

- a) Der *geschlossene* Kreis werde mit einem sinusförmigen Referenzsignal mit einer Amplitude von 1 und einer Frequenz von 10 rad/s angeregt. Abbildung 7 zeigt drei mögliche Ausgänge. Ordnen Sie dem mit Regler K_1 bzw. K_2 geschlossenen Kreis das entsprechende Ausgangssignal zu. Begründen Sie Ihre Wahl. (3 Punkte)
- b) Der *geschlossene* Kreis werde mit einem Einheitssprung als Referenzsignal angeregt. Abbildung 8 zeigt drei mögliche Ausgänge. Ordnen Sie dem mit Regler K_1 bzw. K_2 geschlossenen Kreis das entsprechende Ausgangssignal zu. Begründen Sie Ihre Wahl. (2 Punkte)

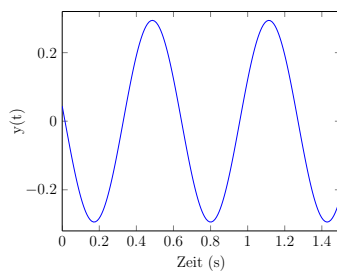


(a) Offener Kreis $G_{0,1}$.

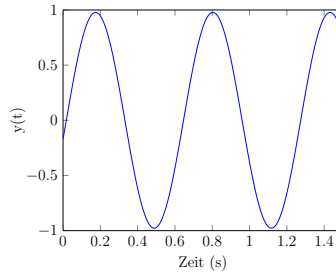


(b) Offener Kreis $G_{0,2}$.

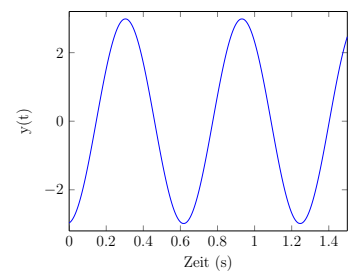
Abbildung 6: Bode Diagramme der *offenen* Kreise.



(a)

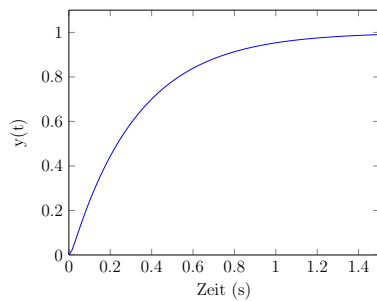


(b)

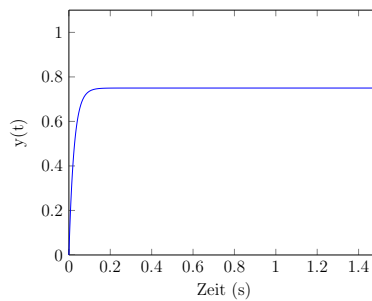


(c)

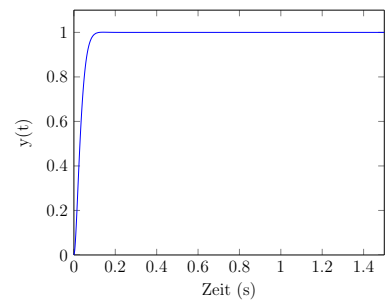
Abbildung 7: Mögliche Ausgänge des *geschlossenen* Kreises bei Anregung mit einem sinusförmigem Referenzsignal.



(a)



(b)



(c)

Abbildung 8: Mögliche Ausgänge des *geschlossenen* Kreises bei einem Einheitssprung als Referenzsignal.

Aufgabe 4 (6 Punkte)

Hinweis: Alle Aufgabenteile können unabhängig voneinander bearbeitet werden.

Gegeben sei das lineare System

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= A\mathbf{x} + \mathbf{b}w, & \mathbf{x}(0) &= \mathbf{x}_0 \in \mathbb{R}^n, \\ y &= \mathbf{c}^\top \mathbf{x},\end{aligned}$$

mit der Matrix $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, den Vektoren $\mathbf{b}, \mathbf{c} \in \mathbb{R}^n$ und einem unbekannten, skalarwertigen Störsignal w .

- a) Zunächst sei $w(t) = 0$ für alle $t \geq 0$. Zeigen Sie, dass die Beobachtbarkeitsmatrix P_0 notwendigerweise nicht vollen Rang hat, wenn der Ausgang y für einen Zustand $\mathbf{x}(0) \neq 0$ identisch Null ist.

(2 Punkte)

- b) Nun sei $\mathbf{x}(0) = 0$. Es soll untersucht werden, wann eine Störung w keinen Einfluss auf den Systemausgang y hat. Zeigen Sie dazu, dass für beliebig oft differenzierbare Störsignale w der Ausgang y genau dann identisch Null ist, wenn

$$\mathbf{c}^\top [\mathbf{b}, A\mathbf{b}, \dots, A^{n-1}\mathbf{b}] = 0.$$

(4 Punkte)

Hinweis: Nach dem Satz von Cayley-Hamilton lässt sich jede Potenz A^i einer Matrix $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ für $i \geq n$ als Linearkombination von $\{I, A, A^2, \dots, A^{n-1}\}$ darstellen, wobei I die Einheitsmatrix ist.

Aufgabe 5 (4 Punkte)

Seien $M \in \mathbb{R}^{n \times n}$ und $\mathbf{g} \in \mathbb{R}^n$. Wir betrachten im Folgenden das System

$$\dot{\mathbf{x}} = A\mathbf{x} + \mathbf{b}u \tag{5.a}$$

mit

$$A = \begin{bmatrix} 0_{n \times n} & M \\ M & 0_{n \times n} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0_n \\ \mathbf{g} \end{bmatrix}. \tag{5.b}$$

Zeigen Sie, dass $(A, \mathbf{b})$ genau dann steuerbar ist, wenn M invertierbar und $(M^2, \mathbf{g})$ steuerbar sind. (4 Punkte)

Aufgabe 6 (7 Punkte)

Gegeben sei das System

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= A\mathbf{x} + \mathbf{b}u \\ \tilde{y} &= \mathbf{c}^T \mathbf{x},\end{aligned}$$

welches wie in Abbildung 9 verschaltet wird.

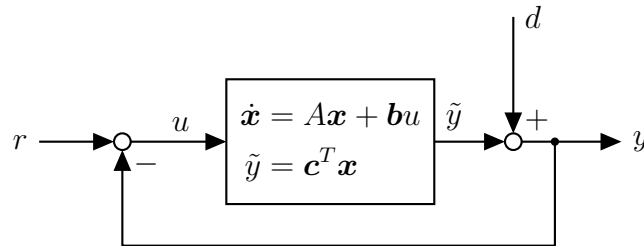


Abbildung 9: Standardregelkreis.

- a) Zeigen Sie, dass die Nullstellen der Störübertragungsfunktion, also der Übertragungsfunktion von d nach y , die Eigenwerte von A sind. Nehmen Sie dabei an, dass keine Pol- / Nullstellenkürzungen auftreten. (4 Punkte)
- b) Nun wird angenommen, dass der geschlossene Kreis asymptotisch stabil ist und A genau einen Eigenwert mit positivem Realteil besitzt. Skizzieren Sie einen möglichen Verlauf von y für den Fall $r(t) = 0$ und einer sprunghörmigen Störung $d(t) = h(t)$. Begründen Sie Ihre Wahl von $y(0)$ und $\lim_{t \rightarrow \infty} y(t)$. (3 Punkte)