

Kurzlösungen zu den Übungsaufgaben Einführung in die Regelungstechnik (Bestehensniveau)

Aufgabe 1 Siehe Abbildung 1

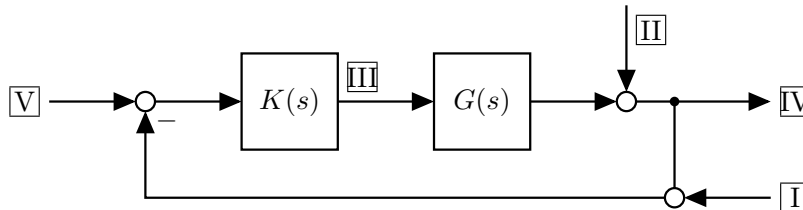


Abbildung 1: Standardregelkreis.

Aufgabe 2

Der geschlossene Regelkreis ist

☒ Stabil ☐ Instabil

Dies ist durch eine einfache Rechnung ersichtlich:

$$\dot{x} = \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 \\ 5 & 6 & -3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \right) x = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 \\ 5 & 6 & -3 \end{bmatrix} x$$

Die Matrix hat untere Dreiecksform, weshalb hier die Eigenwerte -1 , -1 und -3 direkt auf der Diagonalen abgelesen werden können.

Aufgabe 3

a) $\Delta\phi\{G(j\omega)\} =$ 0° ☒ Stabil ☐ Instabil

b) ☒ Stabil ☐ Instabil ☐ keine Aussage möglich
 Der kritische Punkt kann nie überdeckt werden.

c) ☐ Stabil ☐ Instabil ☒ keine Aussage möglich
 Das Small-Gain-Theorem liefert eine hinreichende Bedingung für Stabilität. Daher ist ein Rückschluss auf Instabilität mit dem Small-Gain-Theorem in keinem Fall möglich. Da die Bedingung $|G_0(j\omega)| < 1 \forall \omega$ hier nicht erfüllt ist, kann in diesem Fall keine Aussage getroffen werden.

Aufgabe 4

a)

$$S(s) = \frac{1}{1 + G(s)K(s)} = \frac{s+3}{s+8}$$

$$T(s) = \frac{G(s)K(s)}{1 + G(s)K(s)} = \frac{5}{s+8}$$

b) Der geschlossene Kreis hat einen Pol bei -8 und ist somit stabil. Daher kann der Endwertsatz der Laplace Transformation zur Lösung der Aufgabe angewandt werden. Dieser liefert für die bleibende Regelabweichung:

$$e_B = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot E(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot S(s) \cdot R(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot S(s) \cdot 8 \cdot \frac{1}{s} = S(0) \cdot 8 = 3.$$

Damit ist die bleibende Regelabweichung $e_B = 3$.

Aufgabe 5

- a) Regelkreis A, da $S_A(0) = 0$.
- b) Da alle Pole und Nullstellen in dem in den Bodediagrammen dargestellten Frequenzbereich liegen, ist aus den Bodediagrammen ein Rückschluss auf beliebig hohe Frequenzen möglich. Es kann abgelesen werden, dass der Regelkreis A das untersuchte Messrauschen besser unterdrückt als Regelkreis B, da $|T_A(j\omega)| < |T_B(j\omega)|$ für $\omega \geq 10^2$ rad/s.

Aufgabe 6

- a) Es lassen sich die Werte $a_r = (0, 2)$ und $\varphi_r = 45^\circ$ ablesen. Siehe Abbildung 2 für die Veranschaulichung.

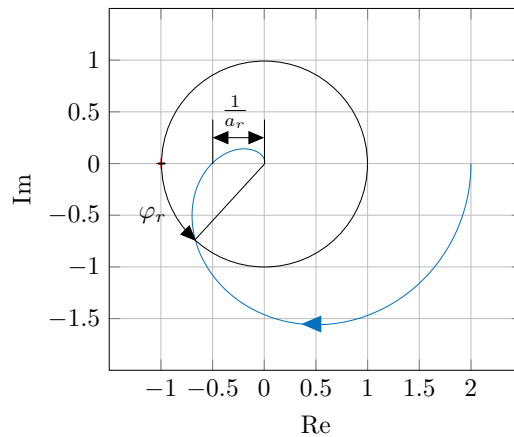


Abbildung 2: Ortskurve des offenen Kreises G_0 mit eingezeichneter Amplituden- und Phasenreserve.

- b) Der Endwertsatz der Laplace Transformation liefert für die bleibende Regelabweichung:

$$e_B = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot E(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot S(s) \cdot U(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot S(s) \cdot \frac{1}{s} = S(0)$$

Aus Abbildung 2 kann man den Wert $G_0(0) = 2$ ablesen. Daraus folgt für die Sensitivität

$$S(0) = \frac{1}{1 + G_0(0)} = \frac{1}{1 + 2} = \frac{1}{3}$$

und damit ist die bleibende Regelabweichung $e_B = \frac{1}{3}$.

Aufgabe 7

$$\omega_D = 2 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$a_r = (0, 10)$$

$$\varphi_r = 90^\circ$$

Siehe Abbildung 3 für die Markierungen.

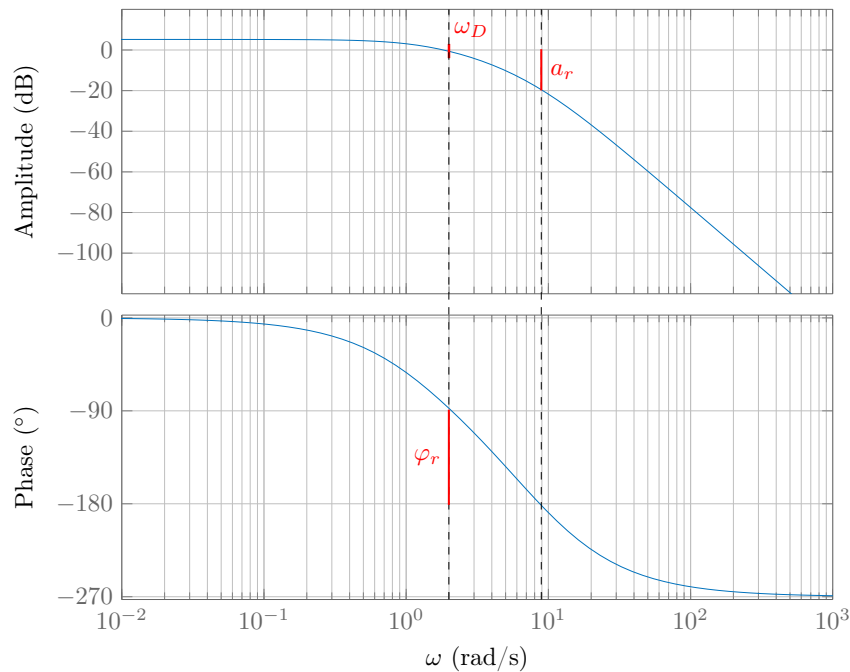


Abbildung 3: Bodediagramm des offenen Kreises G_0 mit gekennzeichneter Durchtrittsfrequenz, Amplitudenreserve und Phasenreserve.

Aufgabe 8

- | | |
|------------------------------|-------------------------------|
| a) P-Regler mit lead-Element | b) PI-Regler mit lead-Element |
| c) P-Regler | d) PI-Regler |

Aufgabe 9

Mit $K_P = 10$ wird die Amplitude wie gewünscht angehoben, mit z.B. $T_I = 10$ erzielt man keine bleibende Regelabweichung auf einen Einheitssprung und der Integrator beeinflusst nicht die Durchtrittsfrequenz (min. $T_I > 1$). Das Bodediagramm des resultierenden offenen Kreises ist in Abbildung 4 dargestellt.

Aufgabe 10

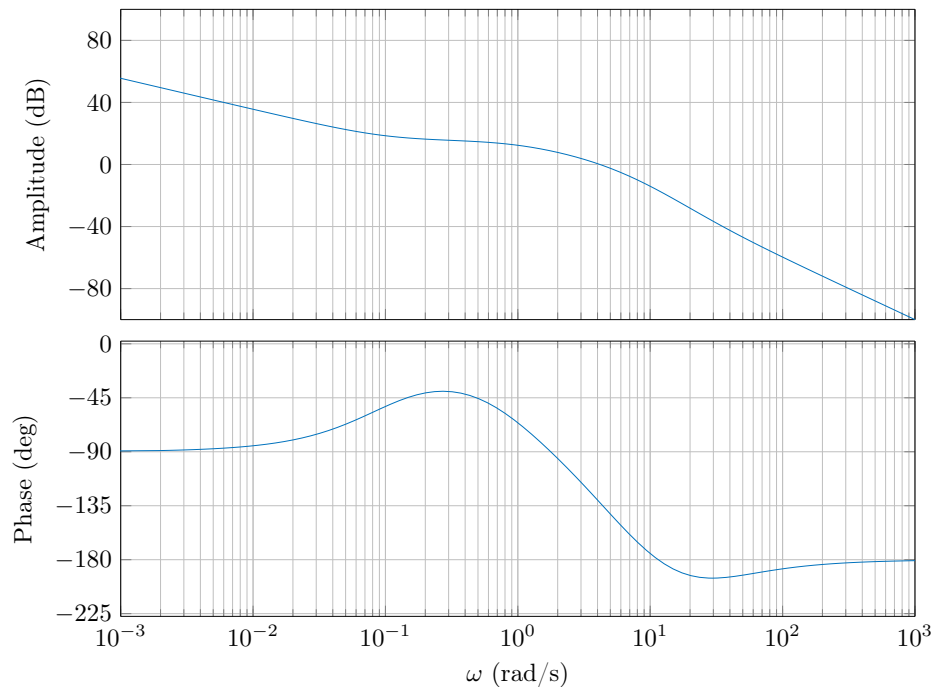


Abbildung 4: Bodediagramm des offenen Kreises GK .

- a) $G_A: k_p \in (\frac{1}{2.5}, \infty)$
- b) G_B : Nicht stabilisierbar mit einem P-Regler.
 Nach dem Nyquistkriterium muss die Phasendrehung $\Delta\Phi \{k_p G_B(j\omega)\}$ des offenen Kreises $k_p G_B$ bezüglich des Punktes $(-1, 0)$, wenn ω den Wertebereich von 0 bis ∞ durchläuft, $\frac{5}{2}\pi$ betragen. Da ein P-Regler die Phase nicht ändert, kann diese Bedingung offensichtlich für kein k_p erfüllt werden.

Aufgabe 11

Ändern der Durchtrittsfrequenz	P-Anteil
Erhöhung der Phasenreserve	Lead-Element
Keine bleibende Regelabweichung	Integrator-Element

Aufgabe 12

Bei dem in der Vorlesung betrachteten Loopshaping wird der

- ☒ offene Kreis
☐ geschlossene Kreis

im Bodediagramm dargestellt.

Aufgabe 13

Für den Entwurf des Reglers $\mathbf{k}^\top$ mittels Polvorgabe muss gelten, dass die Eigenwerte des geschlossenen Kreises $A - \mathbf{b}\mathbf{k}^\top$ genau den gewünschten Polen entsprechen. Man wählt also den Ansatz $\mathbf{k}^\top = [k_1 \quad k_2]$ und setzt

$$\det(sI - (A - \mathbf{b}\mathbf{k}^\top)) \stackrel{!}{=} (s+1)(s+8)$$

$$s^2 + s(2k_2 + 1) - 14 + 6k_1 - 2k_2 \stackrel{!}{=} s^2 + 9s + 8.$$

Ein Koeffizientenvergleich liefert nun

$$\mathbf{k}^\top = \begin{bmatrix} 5 & 4 \end{bmatrix}.$$

Für den Vorfilter ergibt sich nun

$$v = -\frac{1}{c^\top(A - \mathbf{b}\mathbf{k}^\top)^{-1}\mathbf{b}} = \frac{1}{2}$$

Aufgabe 14

Das System ist

- ☐ beobachtbar und steuerbar.
- ☒ beobachtbar aber nicht steuerbar.
- ☐ nicht beobachtbar aber steuerbar.
- ☐ weder beobachtbar noch steuerbar.

Aufgabe 15

Alle Zustände eines steuerbaren linearen Systems lassen sich in endlicher Zeit in jeden beliebigen anderen Zustand überführen. wahr ☒ falsch ☐

Durch geeignete Wahl eines Reglers lassen sich die Pole des geschlossenen Kreises eines nicht steuerbaren aber beobachtbaren linearen Systems beliebig wählen. wahr ☐ falsch ☒

Aus der Kenntnis der Ausgangs- und Eingangstrajektorien über das Zeitintervall $[0, t]$, $t > 0$, lassen sich sämtliche Zustände eines beobachtbaren linearen Systems rekonstruieren. wahr ☒ falsch ☐

Aufgabe 16

$$F = A - \mathbf{e}\mathbf{c}^\top = \begin{bmatrix} -7 & 2 \\ -9 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{e} = \begin{bmatrix} 8 \\ 9 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{l} = \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$\text{Pole des Gesamtsystems} = -1, -2, -3, -4$$

- ☐ ... führen zu einer instabilen Fehlerdynamik.
- ☐ ... verstärken das Messrauschen sehr stark.
- ☒ ... führen zu einer zu langsamen Fehlerdynamik.

Alternative Beobachterpole: z.B. $-9, -10$

Aufgabe 17

Siehe Abbildung 5.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \hat{\mathbf{x}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & -\mathbf{b}\mathbf{k}^\top \\ \mathbf{e}\mathbf{c}^\top & F - \mathbf{l}\mathbf{k}^\top \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \hat{\mathbf{x}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & -\mathbf{b}\mathbf{k}^\top \\ \mathbf{e}\mathbf{c}^\top & A - \mathbf{e}\mathbf{c}^\top - \mathbf{b}\mathbf{k}^\top \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \hat{\mathbf{x}} \end{bmatrix}$$
$$\frac{d}{dt}(\epsilon) = (A - \mathbf{e}\mathbf{c}^\top)\epsilon$$

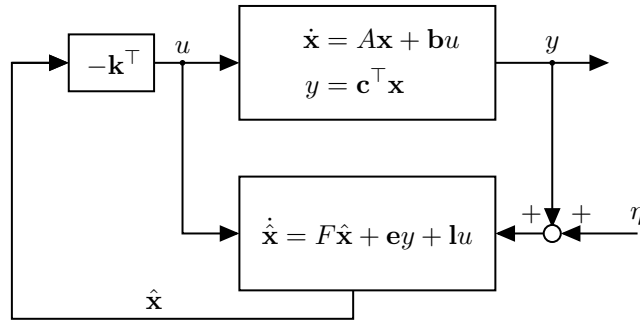


Abbildung 5: Blockschaltbild der Strecke mit Regler und Beobachter.

Aufgabe 18

Siehe Abbildung 6.

Ziel:

- Effiziente Entkopplung von messbaren Störungen.

Bedingungen:

- Nullstellen der Strecke G müssen links der imaginären Achse liegen.
- $\text{rel. Grad}(G) \leq \text{rel. Grad}(G_z)$

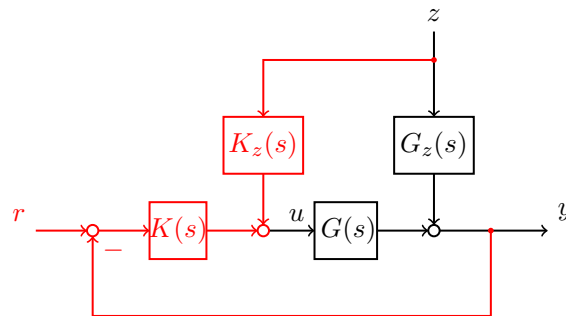


Abbildung 6: Blockschaltbild der Strecke G .

Aufgabe 19

Siehe Abbildung 7

Ziel: Durch die Kaskadenregelung soll eine vereinfachte Reglerauslegung, insbesondere eine Aufteilung verschiedener Regelziele auf verschiedene Regler ermöglicht werden.

- Der Regler K_1 kann Störungen auf den inneren Kreis schnell ausregeln.
- Der Regler K_2 kann für ein gutes Führungsverhalten ausgelegt werden.

Bedingungen:

- Der geschlossene innere Kreis muss *schneller* als der äußere Kreis sein. Damit die Approximation $G_{u_1 \rightarrow y_1} \approx 1$ gültig ist, muss die Durchtrittsfrequenz des inneren Kreises deutlich größer als die des äußeren Kreises sein.

- Ausgänge y_1 und y müssen messbar sein.

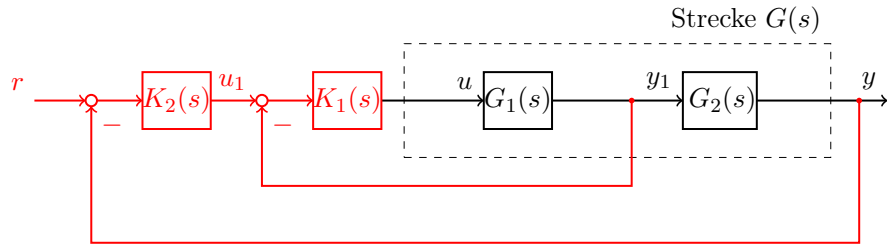


Abbildung 7: Blockschaltbild der Strecke G mit Kaskadenregelung.

Aufgabe 20

Siehe Abbildung 8

Ziel: Durch die 2-Freiheitsgrade-Regelung wird im Vergleich zum Standardregelkreis ein wesentlich verbessertes dynamisches Verhalten erreicht. Der Regler K wird für Stabilität und eine gute Ausregelung möglicher Störgrößen ausgelegt, separat davon kann durch die Vorsteuerung ein gutes Führungsverhalten erreicht werden.

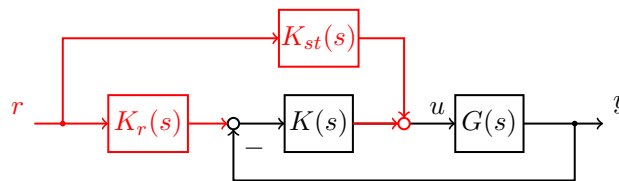


Abbildung 8: Blockschaltbild des geschlossenen Kreises mit 2-Freiheitsgrade-Regler.

Aufgabe 21

Siehe Abbildung 9

Ist in einem Regelkreis mit Stellgrößenbeschränkung der Reglerausgang u_R größer als die maximal zulässige Stellgröße u , so ist keine ausreichende Rückkopplung vorhanden. Enthält der Regler einen instabilen Anteil, so kann dies den geschlossenen Kreis destabilisieren. Bei einem Regler mit I-Anteil wird z.B. der so entstehende zusätzliche Regelfehler aufintegriert, was zu starkem Überschwingen und sogar zu Instabilität führen kann. Dies wird mit einem Anti-Windup verhindert.

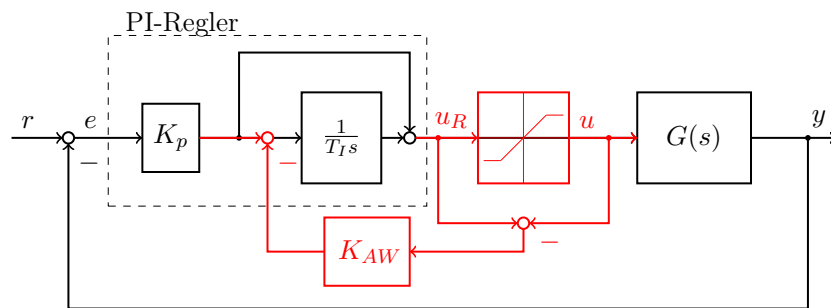


Abbildung 9: Blockschaltbild einer Strecke mit PI-Regler und Anti-Windup.