

Übungsaufgaben Einführung in die Regelungstechnik (Bestehensniveau)

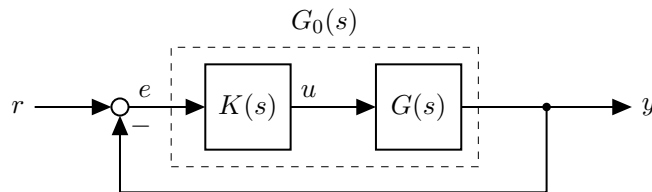


Abbildung 1: Standardregelkreis.

Aufgabe 1 *Standardregelkreis*

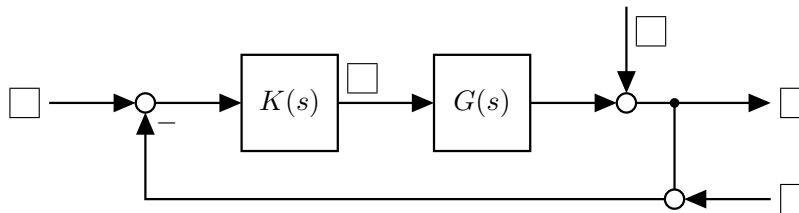


Abbildung 2: Standardregelkreis.

Tragen Sie die folgenden Größen in den Standardregelkreis in Abbildung 2 ein.

Messrauschen:	I	Störgröße:	II
Stellgröße:	III	Regelgröße:	IV
Führungsgröße:	V		

Aufgabe 2 *Geschlossener Regelkreis*

Bestimmen Sie, ob der geschlossene Regelkreis bestehend aus der Strecke

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 \\ 5 & 6 & -3 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

mit dem Zustandsregler

$$u = -[1 \ 0 \ 0] x$$

stabil ist.

Der geschlossene Regelkreis ist

☐ Stabil

☐ Instabil

Aufgabe 3 *Nyquistkriterium*

Abbildung 3 zeigt die Ortskurve eines stabilen Systems G , welches die Regelstrecke in einem Standardregelkreis nach Abbildung 1 repräsentiert.

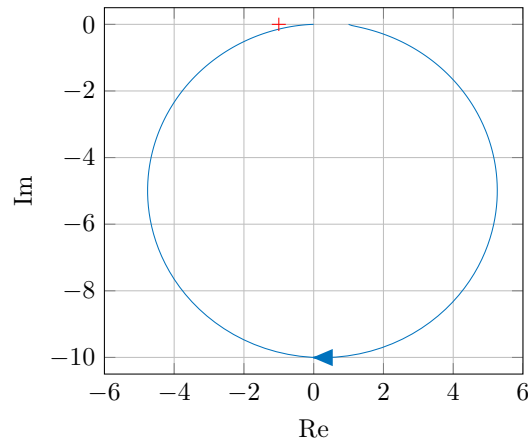


Abbildung 3: Ortskurve von G .

- a) Bestimmen Sie aus dem Nyquist-Diagramm in Abbildung 3 die Phasendrehung $\Delta\phi\{G(j\omega)\}$ bezüglich des Punktes $(-1, 0)$, wenn ω den Wertebereich von $[0, \infty)$ durchläuft. Ist der geschlossene Regelkreis (Abbildung 1) mit dem Regler $K(s) = 1$ stabil?

$$\Delta\phi\{G(j\omega)\} = \boxed{}$$

☐ Stabil

☐ Instabil

- b) Können Sie eine Aussage über die Stabilität des geschlossenen Kreises treffen, wenn ein Regler $K(s) = a$ mit beliebigem $a \in \mathbb{R}, a > 0$ verwendet wird?

Der geschlossene Regelkreis ist

☐ Stabil

☐ Instabil

☐ keine Aussage möglich

- c) Nun sei der Regler $K(s) = 1$. Welche Aussage können Sie in diesem Fall mit dem Small-Gain-Theorem treffen?

☐ Stabil

☐ Instabil

☐ keine Aussage möglich

Aufgabe 4 *Bleibende Regelabweichung*

Gegeben sei das System

$$G(s) = \frac{1}{s+3}$$

und der P-Regler

$$K(s) = 5.$$

- a) Berechnen Sie die Sensitivität S und die komplementäre Sensitivität T des Standardregelkreises nach Abbildung 1.
- b) Berechnen Sie die Regelabweichung $e(t)$ für $t \rightarrow \infty$, wenn das System mit einem Sprungsignal $r(t) = 8h(t)$ angeregt wird, wobei $h(t)$ die Heaviside'sche Sprungfunktion ist.

Aufgabe 5 *Sensitivität und komplementäre Sensitivität*

In den Abbildungen 4 und 5 sind jeweils die Amplitudengänge der Sensitivität S und der komplementären Sensitivität T zweier stabiler Regelkreise A und B dargestellt.

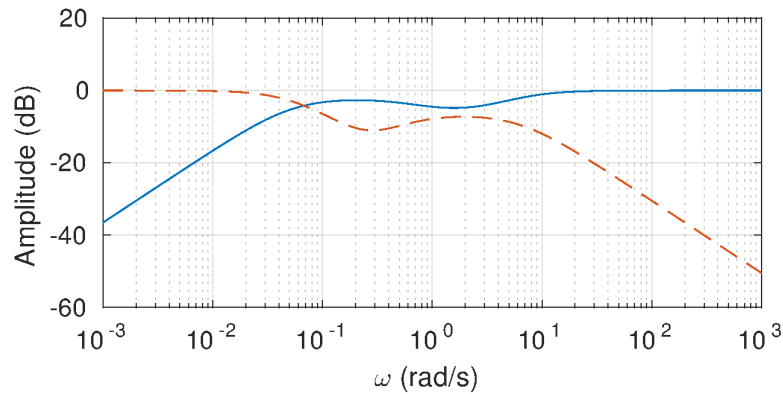


Abbildung 4: Amplitudengang der Sensitivität S_A (—) und der komplementären Sensitivität T_A (---) des Regelkreises A.

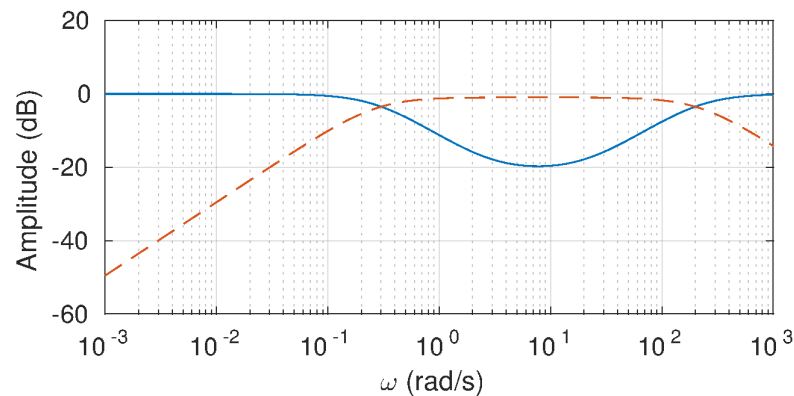


Abbildung 5: Amplitudengang der Sensitivität S_B (—) und der komplementären Sensitivität T_B (---) des Regelkreises B.

Entscheiden Sie, welches der beiden Systeme

- a) ein besseres Führungsverhalten bezüglich sprungförmigen Sollwertänderungen aufweist.
- b) Messrauschen im Bereich von $\omega \geq 10^2$ rad/s besser unterdrückt.

Gehen Sie davon aus, dass alle Pole und Nullstellen im Bereich $[10^{-3}$ rad/s, 10^3 rad/s] liegen.

Aufgabe 6 *Amplituden- und Phasenreserve*

Gegeben sei ein Standardregelkreis nach Abbildung 1 mit dem offenen Kreis G_0 , dessen Ortskurve in Abbildung 6 dargestellt ist. Gehen Sie davon aus, dass $G_0(s)$ keine Pole in der geschlossenen rechten Halbebene hat.

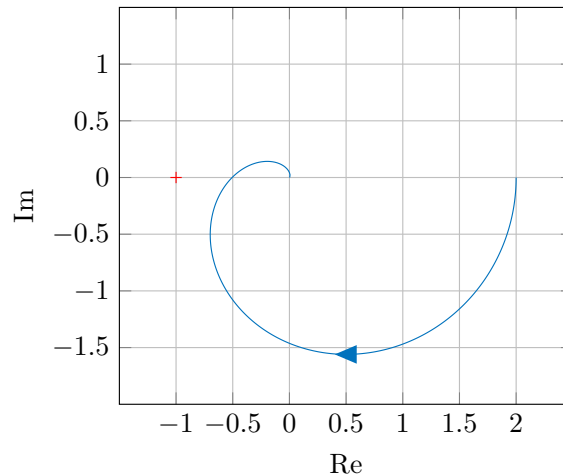


Abbildung 6: Ortskurve des offenen Kreises G_0 .

- Ermitteln Sie anhand der in Abbildung 6 dargestellten Ortskurve die Amplitudenreserve a_r und Phasenreserve φ_r und zeichnen Sie diese jeweils in Abbildung 6 ein.
- Ermitteln Sie anhand der Ortskurve in Abbildung 6 die bleibende Regelabweichung, wenn das System mit einem Sprungsignal $u(t) = h(t)$ angeregt wird.

Aufgabe 7 Amplituden- und Phasenreserve

In Abbildung 7 ist das Bodediagramm eines stabilen offenen Kreises G_0 gegeben. Bestimmen Sie daraus näherungsweise die Durchtrittsfrequenz ω_D , die Amplitudenreserve a_r und Phasenreserve φ_r des geschlossenen Kreises. Markieren Sie die Größen ω_D , a_r und φ_r in Abbildung 7.

Aufgabe 8 Standardregler im Frequenzbereich

In der Vorlesung wurden verschiedene Standardregler im Frequenzbereich behandelt. In Abbildung 8 sind die Bodediagramme von vier verschiedenen Reglertypen dargestellt, benennen Sie diese.

- | | |
|----------|----------|
| a) | b) |
| c) | d) |

Aufgabe 9 PI-Regler

Das Bodediagramm einer Regelstrecke G ist in Abbildung 9 dargestellt. Die Strecke wird im Standardregelkreis gemäß Abbildung 1 geschlossen. Entwerfen Sie einen PI-Regler, so dass die Durchtrittsfrequenz bei 4rad/s liegt und keine bleibende Regelabweichung bei einem Einheitsprung am Eingang besteht. Bestimmen Sie dafür die Parameter K_P und T_I des PI-Reglers

$$K_{PI}(s) = K_P \left(1 + \frac{1}{T_I s} \right).$$

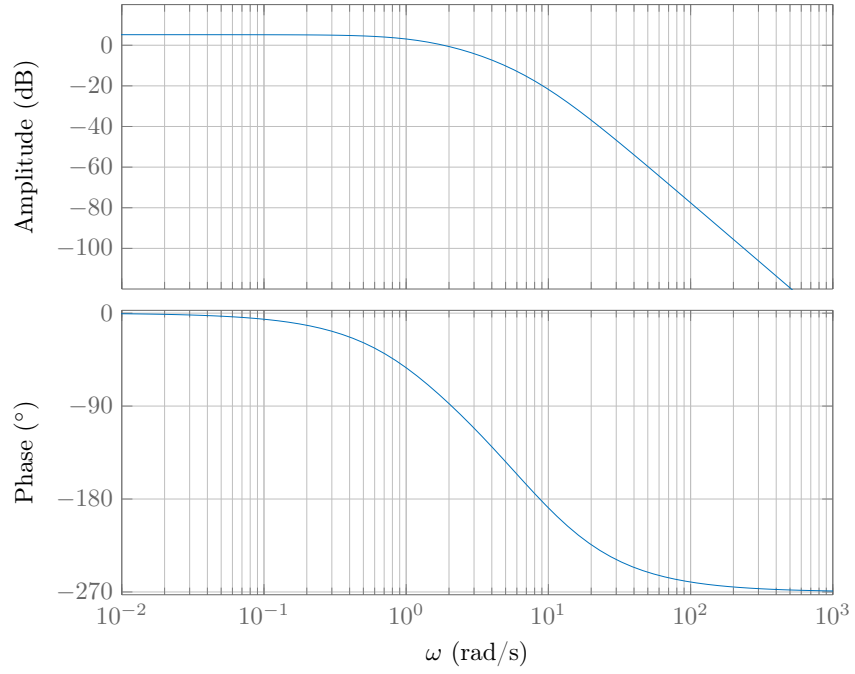
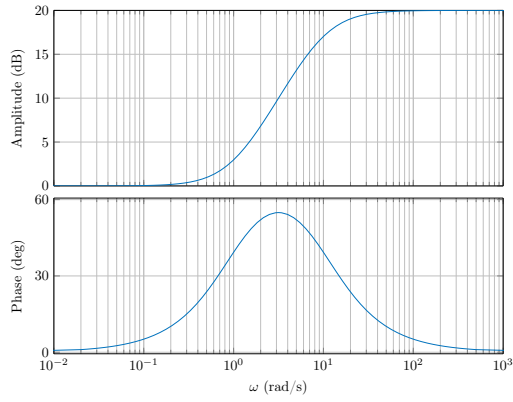
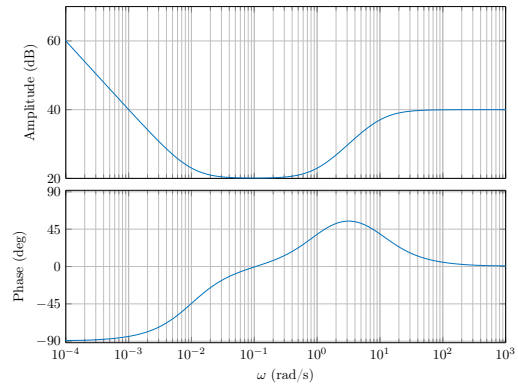


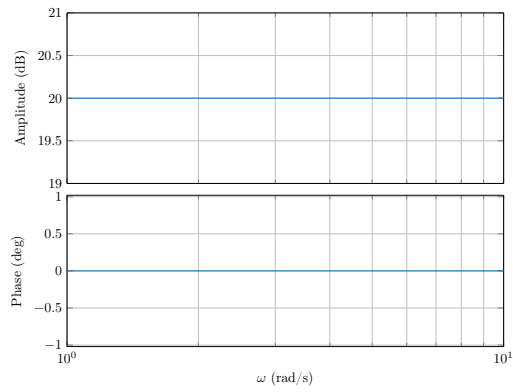
Abbildung 7: Bodediagramm des offenen Kreises G_0 .



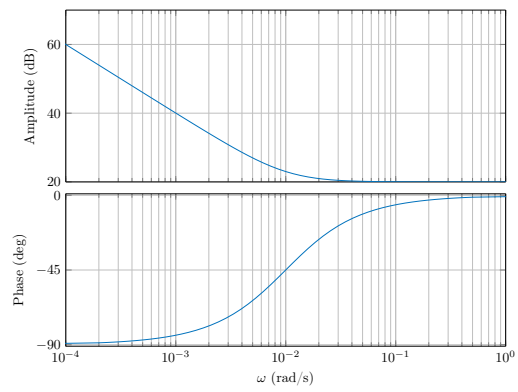
(a)



(b)



(c)



(d)

Abbildung 8: Bodediagramme der behandelten Standardregler.

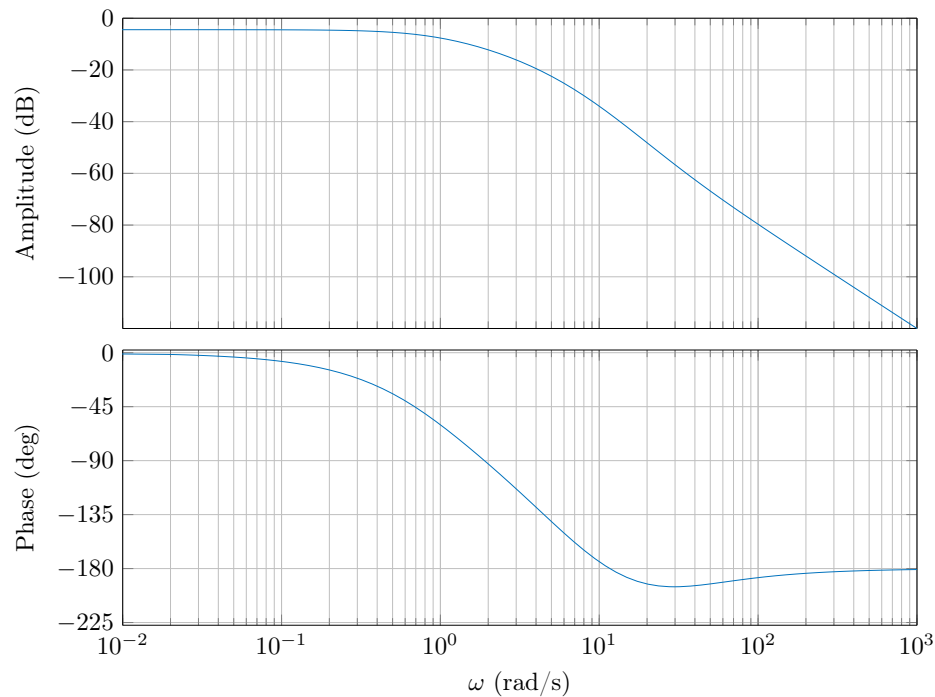


Abbildung 9: Bodediagramm der Strecke G .

Aufgabe 10 *Stabilisierende P-Regler*

- In Abbildung 10 ist die Ortskurve der Regelstrecke G_A dargestellt, welche zwei Pole mit positivem Realteil und keinen Pol im Ursprung hat. Der geschlossene Regelkreis nach Abbildung 1 mit $G = G_A$ soll mit einem P-Regler $K(s) = k_p$ mit $k_p \in \mathbb{R}$ und $k_p > 0$ stabilisiert werden. Geben Sie alle stabilisierenden Werte für k_p an.
- In Abbildung 11 ist das Bodediagramm der Regelstrecke G_B dargestellt, welche zwei Pole mit positivem Realteil sowie einen Pol im Ursprung hat. Der geschlossene Regelkreis nach Abbildung 1 mit $G = G_B$ soll mit einem P-Regler $K(s) = k_p$ mit $k_p \in \mathbb{R}$ und $k_p > 0$ stabilisiert werden. Geben Sie alle stabilisierenden Werte für k_p an.

Aufgabe 11 *Reglerauswahl*

Welche der Elemente eines PI-Reglers mit lead-Element werden beim Loopshaping im Allgemeinen für folgende Anforderungen gewählt.

Ändern der Durchtrittsfrequenz	
Erhöhung der Phasenreserve	
Keine bleibende Regelabweichung	
bei konstanter Führungsgröße	

Aufgabe 12 *Loopshaping*

Bei dem in der Vorlesung betrachteten Loopshaping wird der

- ☐ offene Kreis
- ☐ geschlossene Kreis

im Bodediagramm dargestellt.

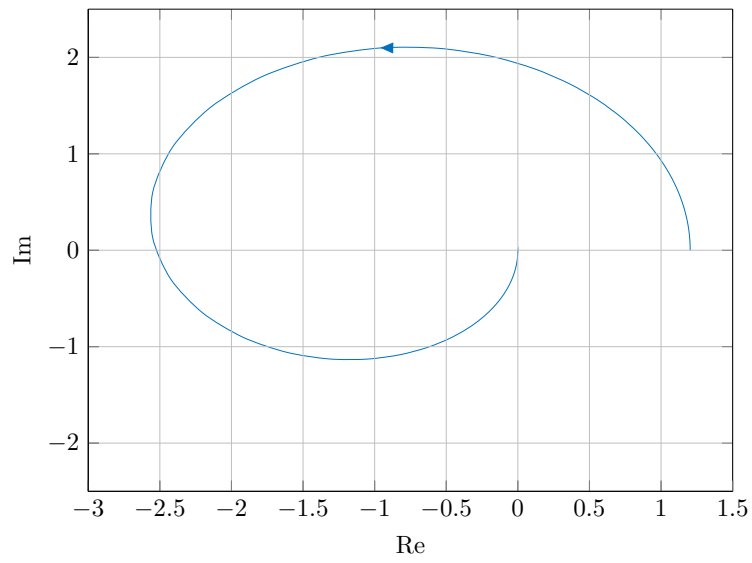


Abbildung 10: Ortskurve von G_A .

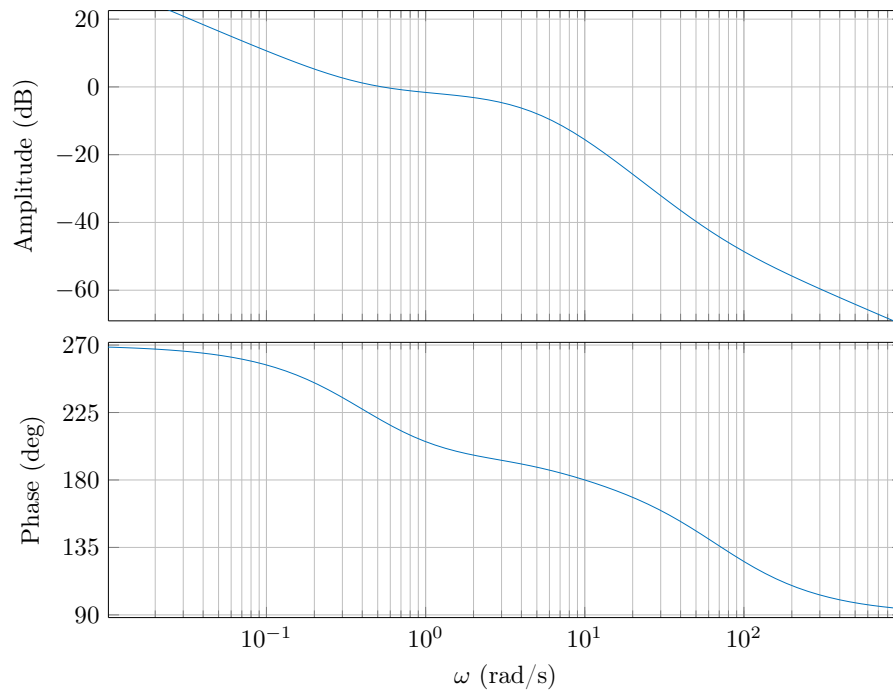


Abbildung 11: Bodediagramm von G_B .

Aufgabe 13 Vorfilter

Gegeben sei eine Strecke mit Zustandsregler und Vorfilter gemäß Abbildung 12.

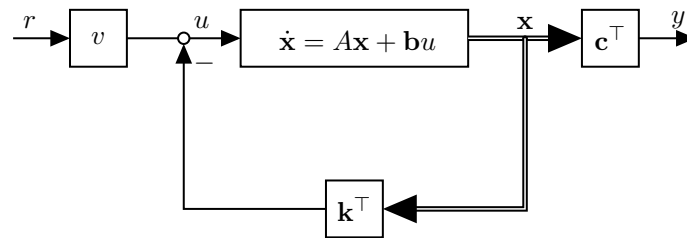


Abbildung 12: Blockschaltbild von Strecke mit Regler und Vorfilter.

Es sei nun

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{c}^\top = \begin{bmatrix} 3 & 1 \end{bmatrix}.$$

Bestimmen Sie zunächst den Regler $\mathbf{k}^\top$, so dass die Pole des geschlossenen Kreises bei -1 und -8 liegen. Berechnen Sie anschließend den Vorfilter v , so dass keine bleibende Regelabweichung auftritt.

$$\begin{aligned} \mathbf{k}^\top &= \dots\dots\dots \\ v &= \dots\dots\dots \end{aligned}$$

Aufgabe 14 Steuerbarkeit/Beobachtbarkeit

Gegeben sei das System

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 4 & -3 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix} u \\ y &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x} \end{aligned}$$

Das System ist

- ☐ beobachtbar und steuerbar.
- ☐ beobachtbar aber nicht steuerbar.
- ☐ nicht beobachtbar aber steuerbar.
- ☐ weder beobachtbar noch steuerbar.

Aufgabe 15 Steuerbarkeit/Beobachtbarkeit

Überprüfen Sie folgende Aussagen auf ihren Wahrheitsgehalt.

Alle Zustände eines steuerbaren linearen Systems lassen sich in endlicher Zeit in jeden beliebigen anderen Zustand überführen. wahr ☐ falsch ☐

Durch geeignete Wahl eines Reglers lassen sich die Pole des geschlossenen Kreises eines nicht steuerbaren aber beobachtbaren linearen Systems beliebig wählen. wahr ☐ falsch ☐

Aus der Kenntnis der Ausgangs- und Eingangstrajektorien über das Zeitintervall $[0, t]$, $t > 0$, lassen sich sämtliche Zustände eines beobachtbaren linearen Systems rekonstruieren. wahr ☐ falsch ☐

Aufgabe 16 *Beobachter Entwurf*

Gegeben sei das System

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix} u$$
$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x},$$

der Regler

$$u = - \begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

sowie der Beobachter

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = F\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{e}y + \mathbf{l}u$$

Bestimmen Sie die Vektoren $\mathbf{e}$ und $\mathbf{l}$ sowie die Matrix F , so dass die Pole der Fehlerdynamik des Beobachters bei -1 und -4 liegen.

$$\begin{aligned} F &= \dots\dots\dots \\ \mathbf{e} &= \dots\dots\dots \\ \mathbf{l} &= \dots\dots\dots \end{aligned}$$

Wo liegen nun die Pole des Gesamtsystems, bestehend aus ursprünglichem System, Regler und Beobachter?

$$\text{Pole des Gesamtsystems} = \dots\dots\dots$$

Warum ist die Wahl der Beobachterpole nicht gut? Entscheiden Sie sich für eine der folgenden Antworten:

Die gewählten Pole...

- ☐ ... führen zu einer instabilen Fehlerdynamik.
- ☐ ... verstärken das Messrauschen sehr stark.
- ☐ ... führen zu einer sehr langsamen Fehlerdynamik.

Schlagen Sie eine sinnvolle Alternative für die Beobachterpole vor.

$$\text{Alternative Beobachterpole: } \dots\dots\dots$$

Aufgabe 17 *Beobachter Prinzip*

Vervollständigen Sie das Blockschaltbild der Strecke mit Zustandsregler in Abbildung 13 um einen Beobachter. Geben Sie anschließend die Zustandsraumdarstellung des geschlossenen Regelkreises, bestehend aus Strecke, Regler und Beobachter, sowie die Dynamik des Beobachterfehlers $\epsilon = (\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}})$ an.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \hat{\mathbf{x}} \end{bmatrix} &= \dots\dots\dots \\ \frac{d}{dt}(\epsilon) &= \dots\dots\dots \end{aligned}$$

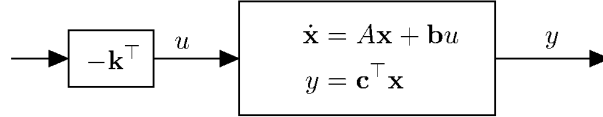


Abbildung 13: Blockschaltbild einer Strecke mit Zustandsregler.

Aufgabe 18 Störgrößenaufschaltung

In Abbildung 14 ist das Blockschaltbild einer Strecke G mit additiver, messbarer Störung z mit Störübertragungsfunktion G_z dargestellt. Ergänzen Sie Abbildung 14 um ein Referenzsignal, einen Regler K und Störgrößenaufschaltung K_z . Erläutern Sie *kurz* die Ziele einer Störgrößenaufschaltung und Bedingungen für eine exakte Entkopplung der Störung. Beachten Sie dabei, dass die Regler intern stabile Übertragungsfunktionen sein sollten.

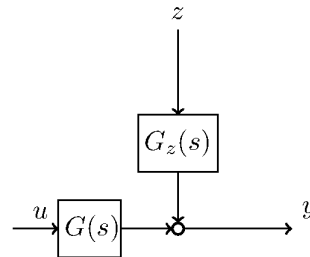


Abbildung 14: Blockschaltbild der Störung und Strecke.

Aufgabe 19 Kaskadenregelung

In Abbildung 15 ist das Blockschaltbild einer Strecke G mit $G(s) = G_1(s) \cdot G_2(s)$ mit messbaren Ausgängen y_1 und y dargestellt. Ergänzen Sie Abbildung 15 um ein Referenzsignal und einen Kaskadenregler bestehend aus K_1 und K_2 . Erläutern Sie *kurz* die Ziele einer Kaskadenregelung und Voraussetzung für den Entwurf einer Kaskadenregelung.

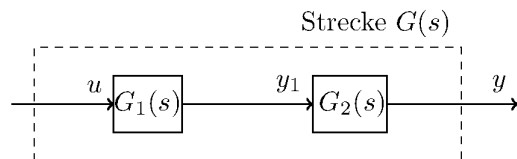


Abbildung 15: Blockschaltbild mit Kaskadenstruktur der Strecke.

Aufgabe 20 2-Freiheitsgrade-Regelung

In Abbildung 16 ist das Blockschaltbild eines geschlossenen Regelkreises G_{cl} bestehend aus Regler K und Strecke G dargestellt. Ergänzen Sie Abbildung 16 um eine Vorsteuerung für ein Referenzsignal r zu einem Regler mit zwei Freiheitsgraden. Erläutern Sie *kurz* die Ziele der 2-Freiheitsgrade Regelstruktur.

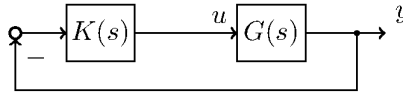


Abbildung 16: Blockschaltbild des geschlossenen Kreises.

Aufgabe 21 Anti-Windup

In Abbildung 17 ist das Blockschaltbild eines geschlossenen Regelkreises G_{cl} bestehend aus PI-Regler und Strecke G dargestellt. Ergänzen Sie Abbildung 17 um einen Anti-Windup für den Integrator-Zustand des Reglers. Erläutern Sie *kurz* wann Anti-Windup eingesetzt werden sollte und die Ziele gegenüber einem PI -Regler.

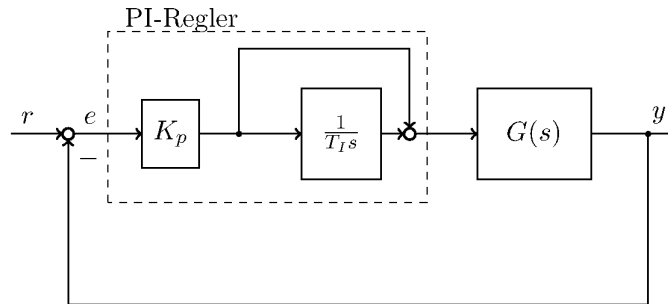


Abbildung 17: Blockschaltbild einer Strecke mit PI-Regler.