

Einführung in die Kontinuumsbiomechanik

Gedächtnisprotokoll

Prüfung vom WS 2020/2021, Prof Oli Röhrle und Assistent Christian Bleiler

Die Prüfung war insgesamt fair, also nicht extrem schwer, wie wohl in den letzten Jahren auch. 2 Stunden Zeit. Es gab insg. 100 Punkte. Aufgeteilt in 3 Teile:

1. Multiple Choice (04 Antwortmöglichkeiten, nur 1 richtig, 1 Punkt pro Aufgabe, ≥ 10 Aufgaben)
2. Verständnisfragen
3. Rechenaufgaben (Hauptteil, ca. 50 Punkte)

Multiple Choice

1. Gegeben ist die Dissipationsungleichung ohne " $\geq$ " Zeichen. Frage: Welcher Operator muss eingesetzt werden, wenn es sich um einen reversiblen Prozess handelt?
 1. $=$
 2. $\leq$
 3. $\geq$
 4. $>$
2. Was ist richtig? (4 Aussagen gegeben, Antwortmöglichkeiten waren z.B. "nur a) ist richtig", "c) und d) sind richtig", "nur b) ist nicht richtig")

1. Das Prinzip Actio=Reactio ist fundamental für die Kontinuumsbiomechanik
2. ...
3. Welche Größe wird im 2. Hauptsatz der Thermodynamik beschrieben?
 1. Impuls
 2. Dichte
 3. Entropie
 4. ?
4. Welcher Fußballverein ist der großartigste der Welt? Nur eine (offensichtlich richtige) Antwort.
 1. FC Schalke 04
5. Was ist richtig?
 1. Spannung und Temperatur sind Neumann-Randbedingungen.
 2. Verschiebung und Wärmefluss sind Dirichlet-Randbedingungen.
 3. Verschiebung und Temperatur sind Dirichlet-Randbedingungen.
 4. Spannung und Verschiebung sind Neumann-Randbedingungen.
6. Wieviele Einträge hat ein 2-stufiger Tensor im 3-dimensionalen Raum?
 1. 3
 2. 6
 3. 9
 4. 12

7. ...

Verständnisfragen

1. Gegeben ist die Energiebilanz. Was bedeuten die einzelnen Buchstaben (ρ , ϵ , r , Q , ...)?
2. Gegeben ist eine allgemeine Bilanzgleichung.
 1. Was bedeuten G , P , H in einer Bilanzgleichung?
 2. Geben Sie für G , P , H je ein Beispiel an.
3. Gegeben ist die Formel für die materielle Zeitableitung $\frac{d\Psi(x,t)}{dt} = \frac{\partial\Psi(x,t)}{\partial t} + \text{grad}(\Psi(x,t)) \cdot \dot{x}(x,t)$
 1. Benennen Sie die beiden Anteile (Summanden)
 2. Beschreiben Sie in einem Satz, was jeder der Anteile bedeutet.
 3. Wieso fällt der lokale Anteil weg, wenn die Zeitableitung in der Referenzkonfiguration durchgeführt wird?
4. Zeichnen Sie das Wappen des besten Fußballvereins aller Zeiten.



5. Geben Sie an, ob die folgenden Größen invariant gegenüber Rotation und/oder Translation sind. Geben Sie an, welchen Wert Sie in der Referenzkonfiguration annehmen. Beachten Sie, dass die Größen tensoriell sind.

Größe	rotationsinvariant	verschiebungsinvariant	Referenzwert
$\underline{\chi}$			
$\underline{F}$			
$\underline{C}$			
$\underline{E}$			

6. Zeigen Sie kurz, warum der rechte Cauchy-Green-Tensor C gut geeignet ist, wenn es verschiedene Beobachter gibt.
7. Nennen Sie eine Eigenschaft von viskoelastischem Materialverhalten.
8. Zeigen Sie in einer kleinen beschrifteten Skizze den Zusammenhang zwischen Referenzkonfiguration, aktueller Konfiguration, Platzierungsfunktion und einer Verschiebung.
9. Wozu werden Konstitutivgleichungen benötigt?
10. Zeigen Sie mit einer kleinen Skizze und einem kurzen Text, wie Sie eine Probe von Sehnenmaterial auf Anisotropie untersuchen können.
11. ...

Rechenaufgaben

Für jede der 4 Aufgabe war die Gesamtpunktzahl angegeben.

1. ca. 8 Punkte. Zeigen Sie mit Hilfe der Massenbilanz (angegeben), warum die folgende Relation gilt: (1:1 wie in der Vortragsübung)

$$\frac{d}{dt} \int_B \rho(x, t) y(x, t) dv = \int_B \rho(x, t) \frac{d}{dt} y(x, t) dv$$
2. 27 Punkte. Für einen thermoelastischen Körper ($V = \{F, \theta, Grad(\theta)\}$) ist die Clausius-Duhem-Ungleichung, eine Gleichung für die Freie Energie $\Psi(\lambda, \theta) = \dots$ (pseudo-1D-Fall, ziemlich lang) gegeben, dazu sind die Relationen $P = \rho_0 \frac{\partial \Psi}{\partial F}$, $\eta_0 = -\frac{\partial \Psi}{\partial \theta}$, $\frac{\partial \Psi}{\partial Grad \theta} = 0$ gegeben und die Fourier-

Gleichung $Q = -k \text{Grad} \theta$. (Man wurde mit den Teilaufgaben "an die Hand genommen", musste sich also nicht zu viele Rechenschritte selbst überlegen).

1. Zeigen Sie, dass das System für beliebige Wahl von Ψ thermodynamisch konsistent ist.
 2. Nehmen Sie ab jetzt den Pseudo-1D-Fall an.
 3. ...
 4. Berechnen Sie η_0 und $\dot{\eta}_0$.
 5. Zeigen Sie, dass die folgende Energiebilanz gültig ist.
 6. Hinweis: $\varepsilon_0 = \Psi - \theta \eta_0$
3. ? Punkte. Es wird ein lineares Maxwell-Modell (Serienschaltung) betrachtet.
1. Zeichnen Sie das Modell kennzeichnen Sie die Auslenkungen ε_i , ε_e und die Gesamtauslenkung ε .
 2. Schreiben Sie die Zusammenhänge zwischen ε , ε_i , ε_e und σ , σ_e , σ_i auf.
 3. Schreiben Sie die Konstitutivgleichungen für Feder und Dämpfer auf.
 4. Formulieren Sie die Evolutionsgleichung für ε_i .
 5. Gegeben ist die Lösung der Evolutionsgleichung. Zeichnen Sie den Verlauf von ε_i und σ für einen Relaxationsversuch.
 6. Erklären Sie kurz, warum das Maxwell-Modell nicht für die Modellierung von Festkörpern geeignet ist.
4. ca. 10 Punkte. Gegeben ist eine skalare Dichteverteilung $\rho_0(X, t)$ und eine Platzierungsfunktion $\chi(X, t)$.

1. Bestimmen Sie die Geschwindigkeit in Euler'scher und in Lagrange'scher Darstellung.
2. Bestimmen Sie die Dichteverteilung in Euler'scher Darstellung.
3. Bestimmen Sie die Zeitableitung $\dot{\rho}(x, t)$ unter Verwendung der Ergebnisse der vorherigen Aufgabenteile.
4. Zeigen Sie, dass $S(0, t) \gg B(x, t)$ für $t = [-\infty, \infty]$.