

Physikalisches Blockpraktikum für Naturwissenschaftler WS 20/21

Versuch Saitenschwingung – SA

Gruppe:	4
Betreuer:	Chris Nill
Verfasser:	Adrian Eisenhardt Nils von Schaper
Versuchsdatum:	02.03.2021
Abgabedatum:	08.03.2021
Abgabe:	Nr. 2

Inhaltsverzeichnis

1.THEORIE	3
2.EXPERIMENTELLER TEIL	4
2.1 VERSUCHSAUFBAU	4
2.2 VERSUCH 1.....	5
2.2.1 Ziel	5
2.2.2 Aufbau	5
2.2.3 Durchführung	5
2.2.4 Beobachtung	5
2.2.5 Auswertung	6
2.3 VERSUCH 2.....	8
2.3.1 Ziel	8
2.3.2 Aufbau	8
2.3.3 Durchführung	8
2.3.4 Beobachtung	8
2.3.5 Auswertung	8
3. ANHANG	11

1.Theorie

Wellen sind Schwingungen, die sich im Raum ausbreiten. Man unterteilt sie in longitudinal und transversal Wellen. Wobei bei longitudinal Wellen die Schwingungsrichtung der Moleküle senkrecht und bei transversal Wellen parallel zur Ausbreitungsrichtung der Welle gerichtet ist. Werden Wellen auf einem endlichen Wellenträger kontinuierlich angeregt, so entsteht eine besondere Wellenform, die stehende Welle. Hierbei gibt es Bereiche die sich gar nicht bewegen (Knoten) und Bereiche mit maximaler Teilchenschnelle (Bäuche). Es können sich stehende Wellen unterschiedlicher Frequenzen (f) bilden, Grundfrequenz (1. Mode) und höhere Moden (n).

Dabei gilt

$$f_n = \frac{c}{\lambda} = \frac{c}{2L} * n \quad (\text{SA.3})$$

mit

$$f_n = f_1 * n \quad (\text{SA.4})$$

Die Ausbreitungsgeschwindigkeit C einer Welle auf einer Saite hängt ab von der Massenbelegung der Saite μ und der Saitenspannung F_{sp}

Dabei gilt:

$$c = \sqrt{\frac{F_{sp}}{\mu}} \quad (\text{SA.6})$$

mit

$$\mu = \frac{m}{L} \quad (\text{SA.5})$$

und

$$F_{sp} = M_{Spannmasse} * g \quad (\text{SA.7})$$

2. Experimenteller Teil

2.1 Versuchsaufbau

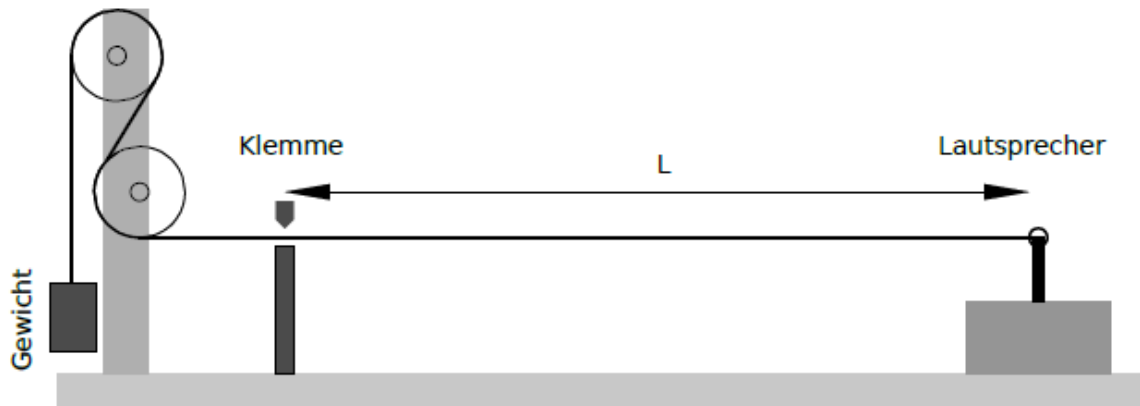


Abbildung 1: Skizzenhafter Versuchsaufbau

Ein Gummiseil (im Folgenden „Seil“) wird an einem Ende durch einen Lautsprecher mit variabler Frequenz in Schwingung versetzt. Das andere Ende des Seils ist mit einem Gewicht beschwert, sodass das Seil unter Spannung steht. In einem definierten Abstand vom Lautsprecher ist das Seil an einer Klemme eingeklemmt, sodass eine Seilwelle an dieser Stelle reflektiert wird.

2.2 Versuch 1

2.2.1 Ziel

Es soll die Ausbreitungsgeschwindigkeit c der Seilwelle ermittelt werden, abhängig von der angehängten Spannmasse. Im Anschluss soll die Masse M des eingespannten Seilstücks ermittelt werden

2.2.2 Aufbau

Es wird der Aufbau aus 2.1 übernommen und unterschiedliche Spannmassen angehängt.

2.2.3 Durchführung

Es werden vier verschiedene Spannmassen mit Gewichten $M_1 = 100\text{g}$, $M_2 = 150\text{g}$, $M_3 = 200\text{g}$, $M_4 = 250\text{g}$ an das Seilende angehängt wodurch das Seil unterschiedlich stark gespannt wird. Im Anschluss werden die ersten acht Moden bestimmt.

2.2.4 Beobachtung

Die ermittelten Frequenzen wurden im nachfolgenden Diagramm eingetragen. Dabei ist ein mutmaßlich linearer Zusammenhang zwischen Frequenz und Seilspannung erkennbar.

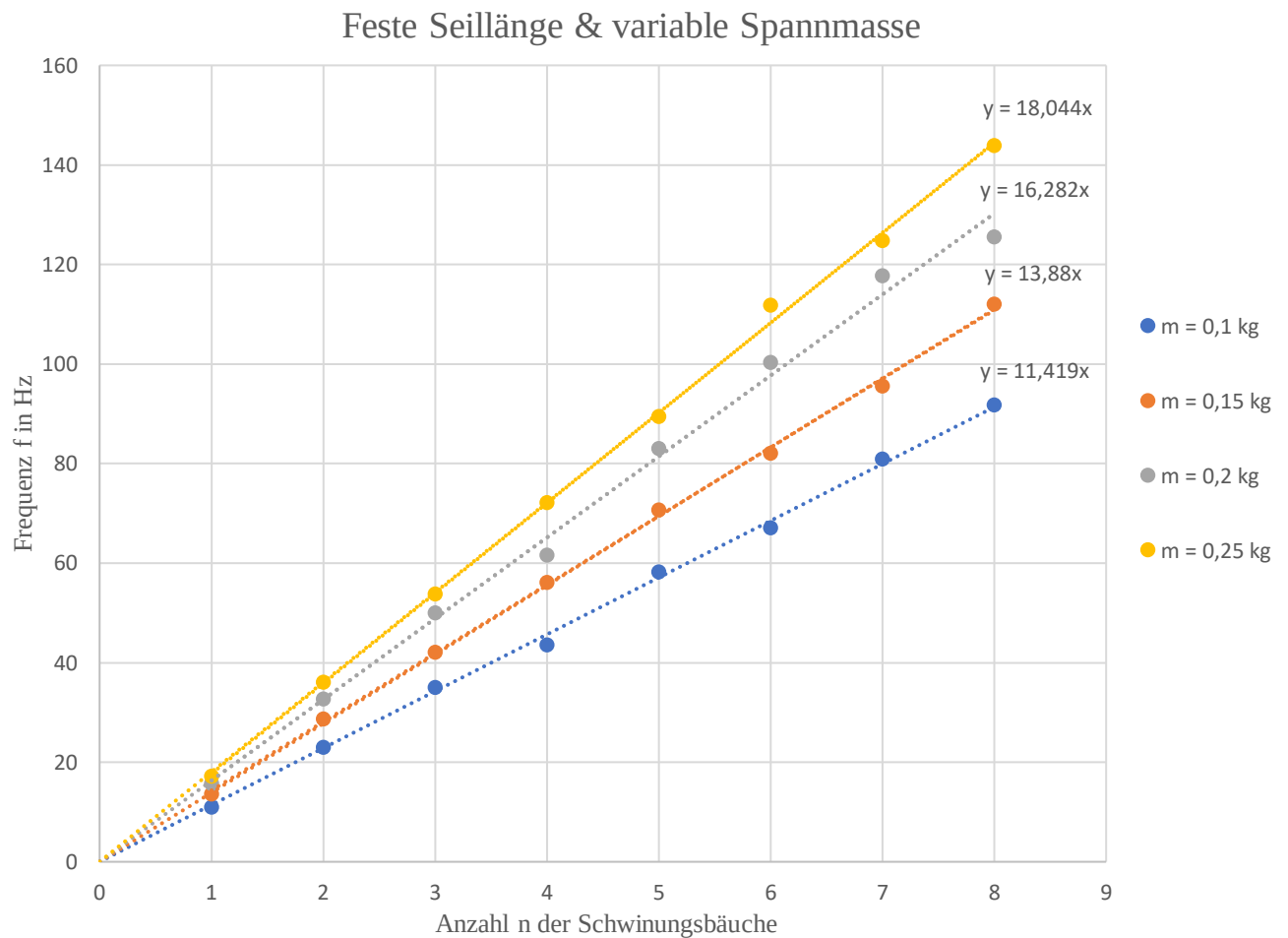


Abbildung 2: Frequenzen der ersten 8 Moden des Seils ($L=0,77\text{m}$) bei unterschiedlichen Spannmassen mit Ausgleichsgerade

Saitenschwingung

2.2.5 Auswertung

a) Die Steigungen der Ausgleichsgeraden entsprechen den jeweiligen Grundfrequenzen f_1 . Mittels der RGP-Funktion des Excel Tools können die Steigungen sowie die zugehörigen Unsicherheiten direkt berechnet werden.

Abbildung 3: Messergebnisse Versuch 1a)

Spannmasse	Grundfrequenz f_1	relativer Fehler
100 g	(11,42 ± 0,17) Hz	11,42 (1 ± 1,5%)Hz
150 g	(13,88 ± 0,15) Hz	13,88 (1 ± 1,1%)Hz
200 g	(16,3 ± 0,4) Hz	16,3 (1±2,5%)Hz
250 g	(18,04 ± 0,22) Hz	18,04 (1±1,2%) Hz

b) Die Ausbreitungsgeschwindigkeit lässt sich berechnen mit der Formel SA.4 und ist somit abhängig von der Grundfrequenz f_1 mit Δu_{f_1} und der Länge des Seils $L = 0,77m$ mit Δu_L (Meterstab nach EG3). Nachfolgend wird die Rechnung exemplarisch für $M_1 = 100\text{ g}$ durchgeführt.

$$c(L, f_1) = 2 * 0,77m * 11,42..Hz = 17,59.. \frac{m}{s} \quad (1)$$

Es gilt:

$$\Delta u_L = \Delta L_{syst} + \Delta L_{stat} = 1mm + 0,3mm = 1,3mm \quad (2)$$

Und somit:

$$\begin{aligned} \Delta c &= \sqrt{\left(\frac{\partial c(L, f_1)}{\partial L} * \Delta u_L\right)^2 + \left(\frac{\partial c(L, f_1)}{\partial f_1} * \Delta u_{f_1}\right)^2} \\ &= \sqrt{(2f_1 * \Delta u_L)^2 + (2L * \Delta u_{f_1})^2} \\ &= \sqrt{(2 * 11,42..Hz * 0,0013m)^2 + (2 * 0,77m * 0,16..Hz)^2} = 0,25.. \frac{m}{s} \end{aligned} \quad (3)$$

Abbildung 4: Messergebnisse Versuch 1b)

Spannmasse	Grundfrequenz f_1	Ausbreitungsgeschwindigkeit c	relativer Fehler
100 g	(11,42 ± 0,17) Hz	(17,59 ± 0,26)m/s	17,59(1 ± 1,5%)m/s
150 g	(13,88 ± 0,15) Hz	(21 ± 4)m/s	21(1 ± 19%)m/s
200 g	(16,3 ± 0,4) Hz	(25,1 ± 0,7)m/s	25,1(1 ± 2,9%)m/s
250 g	(18,04 ± 0,22) Hz	(27,8 ± 0,4)m/s	27,8(1 ± 1,4%)m/s

Die Berechnung für die anderen Massen erfolgt analog.

Saitenschwingung

c) Mit SA.6 wird die Masse des eingespannten Seilstücks in Abhängigkeit der zuvor berechneten Größen bestimmt. Nachfolgend wird die Rechnung exemplarisch für $M_1 = 100 \text{ g}$ durchgeführt mit exakt bekanntem $g = 9,81 \text{ m/s}^2$.

$$c = \sqrt{\frac{M * g * L}{m}} \leftrightarrow c^2 = \frac{M * g * L}{m} \leftrightarrow m = \frac{M * g * L}{c^2} \leftrightarrow m = \frac{M * g}{4 * L * f_1^2} \quad (4)$$

$$m = \frac{0,1 \text{ kg} * 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{4 * 0,77 \text{ m} * 11,42 \dots \text{Hz}^2} = 2,44 \dots \text{g}$$

Die Unsicherheit des Messergebnisses ergibt sich aus der Gaußschen Fehlerfortpflanzung.

$$\begin{aligned} \Delta u_m &= \sqrt{\left(\frac{m}{\partial L} * \Delta u_L\right)^2 + \left(\frac{m}{\partial f_1} * \Delta u_{f_1}\right)^2 + \left(\frac{m}{\partial m} * \Delta u_m\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{m * g}{4 * L^2 * f_1^2} * \Delta u_L\right)^2 + \left(\frac{m * g}{2 * L * f_1^3} \Delta u_{f_1}\right)^2 + \left(\frac{g}{4 * L * f_1^2} * \Delta u_m\right)^2} \end{aligned} \quad (5)$$

Durch einsetzen erhält man die folgende Tabelle

Abbildung 5: Messergebnisse Versuch 1c)

Spannmasse	Masse Seil	relativer Fehler
100 g	$(2,44 \pm 0,08) \text{ g}$	$2,44(1 \pm 3,3\%) \text{ g}$
150 g	$(2,48 \pm 0,06) \text{ g}$	$2,48(1 \pm 2,4\%) \text{ g}$
200 g	$(2,40 \pm 0,13) \text{ g}$	$2,40(1 \pm 5,4\%) \text{ g}$
250 g	$(2,45 \pm 0,06) \text{ g}$	$2,45(1 \pm 2,5\%) \text{ g}$

d) Es wird der gewichtete Mittelwert der Masse des eingespannten Seils sowie seine Standardabweichung mit folgenden Formeln berechnet

$$\bar{m} = \frac{\sum_{i=1}^4 \frac{m_i}{\Delta u_{m_i}^2}}{\sum_{i=1}^4 \frac{1}{\Delta u_{m_i}^2}} \quad (6)$$

$$\Delta u_{\bar{m}} = \frac{1}{\sqrt{\sum_{i=1}^4 \frac{1}{\Delta u_{m_i}^2}}} \quad (7)$$

Somit ergeben sich für $\bar{m} = 2,45 \dots \text{g}$ für $\Delta u_{\bar{m}} = 0,034 \dots \text{g}$ und damit $\bar{m} = (2,45 \pm 0,03) \text{ g}$ oder $\bar{m} = 2,45 (1 \pm 1,2\%) \text{ g}$

2.3 Versuch 2

2.3.1 Ziel

Zu zeigen ist, dass die Grundfrequenz f_1 umgekehrt proportional zur Seillänge L ist

2.3.2 Aufbau

Es wird der Aufbau aus 2.1 übernommen wobei die Klemme nacheinander in Acht verschiedene Abstände vom Lautsprecher gebracht wird und geschlossen wird.

2.3.3 Durchführung

Die Klemme wird bei Abständen $L_1 = 1\text{m}$; $L_2 = 0,9\text{m}$; $L_3 = 0,8\text{m}$; $L_4 = 0,7\text{m}$; $L_5 = 0,6\text{m}$; $L_6 = 0,5\text{m}$; $L_7 = 0,4\text{m}$; $L_8 = 0,3\text{m}$ befestigt und geschlossen bei selber Spannmasse $M = 150\text{g}$. Es werden die Grundfrequenz f_1 und die nächsten 2 Moden ermittelt.

2.3.4 Beobachtung

Es ergeben sich die folgenden Werte

Abbildung 6: Aufgenommene Messwerte für variable Längen L

Länge L in m	f_1 in Hz	f_2 in Hz	f_3 in Hz
1	10,8972844	21,0542835	32,4410127
0,9	11,747808	22,709332	34,7743728
0,8	13,3641371	26,4529615	39,7367991
0,7	15,0504274	29,1394454	43,8271592
0,6	17,1288683	34,7743728	52,5949217
0,5	21,0542835	43,0140399	61,2295436
0,4	26,4529615	52,5949217	80,5519063
0,3	34,7743728	69,9906054	103,49718

2.3.5 Auswertung

Mit Hilfe der Gleichung SA.4 werden die folgenden Grundfrequenzen f_1 ermittelt.

Abbildung 7: Ermittelte Grundfrequenzen abhängig von der eingespannten Seillänge

Länge L in m	Grundfrequenz f_1
1	10,73209676
0,9	11,53858546
0,8	13,25898297
0,7	14,66950532
0,6	17,41636046
0,5	20,88297783
0,4	26,59996493
0,3	34,71035972

b) Die ermittelten Messwerte wurden in das folgende Diagramm eingetragen, es ist ein annähernd linearer Verlauf ersichtlich.

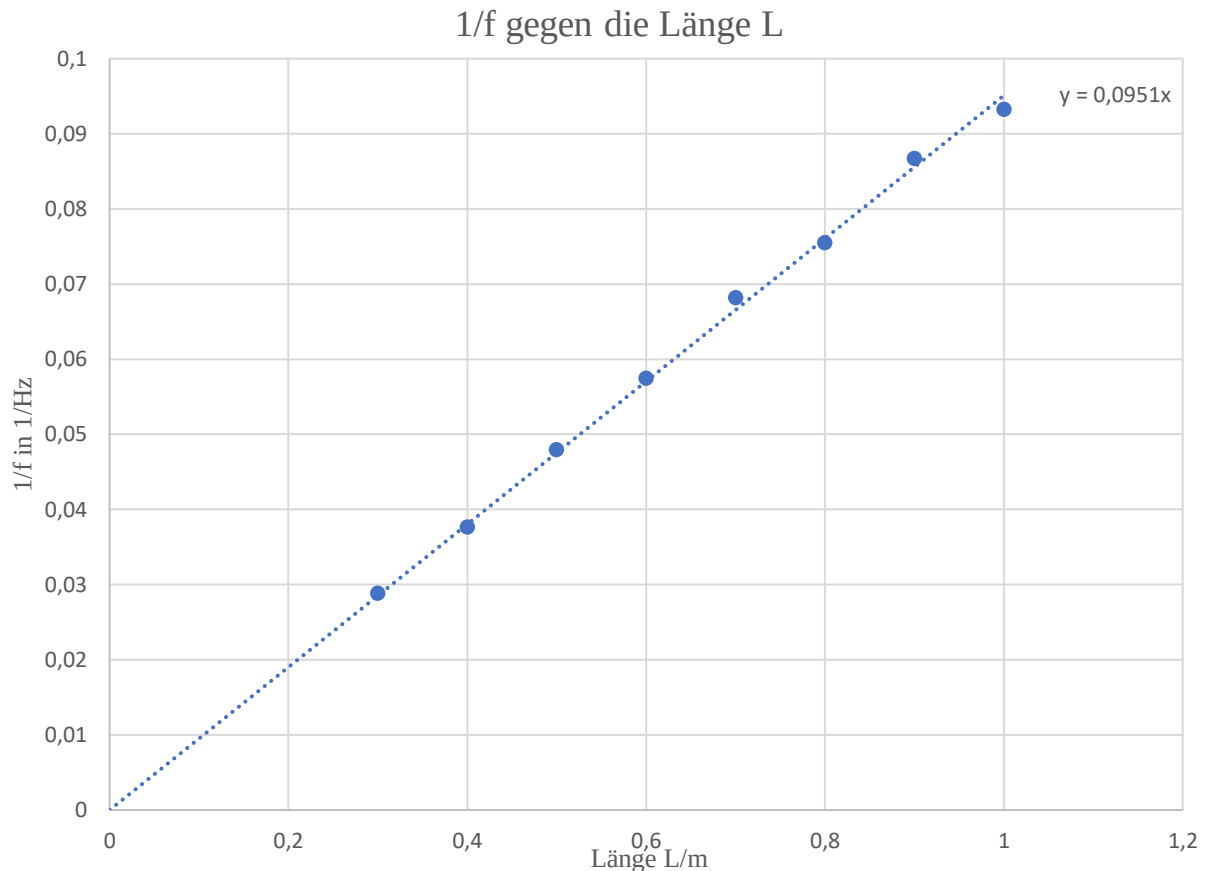


Abbildung 8: Unterschiedliche Kehrwerte der Grundfrequenzen f_1 in Abhängigkeit der Seillänge L

Der annähernd lineare Verlauf ist zurückzuführen auf die umgekehrte Proportionalität zwischen L und f_1

$$f_1 = \frac{c}{2L} \leftrightarrow L = \frac{c}{2} * \frac{1}{f_1} \rightarrow L \propto \frac{1}{f_1} \quad (7)$$

Die Ausbreitungsgeschwindigkeit c ergibt sich mit der über RGP-Tool in Excel errechneten Steigung b zu

$$c = 2 * L * f_1 = 2 * 1m * \frac{1}{b} \quad (8)$$

Durch Einsetzen erhält man $c = 21,034 \text{ m/s}$

Die Unsicherheit der Steigung erhält man ebenso aus dem RGP-Tool und beträgt in diesem Fall $0,001120975 \text{ m/s}$. Über die folgende Formel lässt sich die Unsicherheit der Ausbreitungsgeschwindigkeit berechnen

$$\Delta u_c = \frac{2}{b^2} * \Delta b \quad (9)$$

Die Unsicherheit der Ausbreitungsgeschwindigkeit ist hier also $(21,03 \pm 0,25) \text{ m/s}$ beziehungsweise $21,03(1 \pm 1,2\%) \text{ m/s}$.

Im letzten Schritt soll die auf diese Weise berechnete Ausbreitungsgeschwindigkeit c_{V2} bei einer Spannmasse von 150g mit der im ersten Versuchsteil für die gleiche Spannmasse berechneten Ausbreitungsgeschwindigkeit c_{V1} verglichen werden.

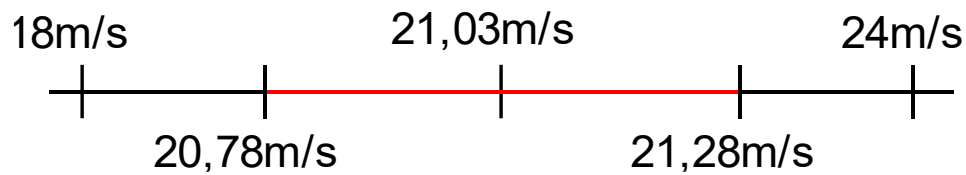


Abbildung 9: Überlappungsintervall der beiden berechneten Ausbreitungsgeschwindigkeiten c_{V1} und c_{V2}

(10)

Die beiden Geschwindigkeiten mit ihren Unsicherheitsintervallen überlappen sich im Bereich von 20,78m/s bis 21,28m/s. Somit liegt das Intervall der auf die zweite Weise berechneten Geschwindigkeit vollständig im Bereich der zuerst berechneten Geschwindigkeit.

3. Fazit

Es wurde die Ausbreitungsgeschwindigkeit einer Seilwelle auf zwei verschiedene Arten bestimmt. Es ergaben sich zwei verschiedene Ausbreitungsgeschwindigkeiten mit ihren zugehörigen Unsicherheiten. Dabei lag die Unsicherheit der zweiten Ausbreitungsgeschwindigkeit vollständig im Bereich der ersten Ausbreitungsgeschwindigkeit. Daraus lässt sich schließen, dass die zweite Methode genauere Werte für die tatsächliche Ausbreitungsgeschwindigkeit der Seilwelle liefert.

Die Unsicherheiten können erklärt durch die subjektive Wahrnehmung der beobachteten Größen, so zum Beispiel das Einstellen der Frequenz und das Erkennen der stehenden Wellen. Oder durch sich während des Versuches ändernde Umgebungsbedingungen, wie erhitzen des Seils, ändern der Luftdichte oder -temperatur (Fenster öffnen etc.).

4. Anhang

Werte für den Versuch SA									
Gruppennummer:	4	Nachname Teilnehmer*	von Schaper						
		Nachname Teilnehmer*	Eisenhardt						
Erster Teil: feste Saitenlänge, variable Masse									
Saitenlänge	77 cm	EG-Genauigkeitsklasse Meterstab:	3						
Frequenz der n-ten Mode in Hz									
Masse M in	1	2	3	4	5	6	7	8	
100	10,9299588	22,9904583	34,9670587	43,5478419	58,2155068	67,0270126	80,8630274	91,785645	
150	13,6099031	28,6583766	42,066623	56,0682797	70,6248135	81,9985104	95,5930003	111,982427	
200	15,7064636	32,6320692	49,9180781	61,6037463	82,9817413	100,263301	117,70059	125,509328	
250	17,1657081	36,05263	53,7854432	72,0919943	89,3770929	111,809251	124,779708	143,852348	
Zweiter Teil: variable Saitenlänge, feste Masse									
Spannmasse	0,15 kg								
Länge L in m	f_1 in Hz	f_2 in Hz	f_3 in Hz	Länge L in m	Grundfrequenz f1				
1	10,8972844	21,0542835	32,4410127	1	10,7320968	0,09317844			
0,9	11,747808	22,709332	34,7743728	0,9	11,5385855	0,08666574			
0,8	13,3641371	26,4529615	39,7367991	0,8	13,258983	0,07542057			
0,7	15,0504274	29,1394454	43,8271592	0,7	14,6695053	0,06816862			
0,6	17,1288683	34,7743728	52,5949217	0,6	17,4163605	0,05741728			
0,5	21,0542835	43,0140399	61,2295436	0,5	20,8829778	0,04788589			
0,4	26,4529615	52,5949217	80,5519063	0,4	26,5999649	0,03759403			
0,3	34,7743728	69,9906054	103,49718	0,3	34,7103597	0,02880984			

Abbildung 10: Zur Verfügung gestellte Messwerte