

Ohm'sches Gesetz und Wheatstone'sche Messbrücke - OG

Gruppe:	4
Betreuerin:	Natasha Gerolstein
Verfasser:	Adrian Eisenhardt Nils von Schaper
Versuchsdatum:	12.03.2021
Abgabedatum:	29.03.2021
Abgabe:	Nr. 3

Inhaltsverzeichnis

1. VERSUCH 1	3
1.1 ZIELSTELLUNG	3
1.2 DURCHFÜHRUNG	3
1.3 AUSWERTUNG	3
(a)	3
(b)	4
(c)	5
(d)	6
(e)	6
1.4 FAZIT	6
2. VERSUCH 2	7
2.1 ZIELSTELLUNG	7
2.2 DURCHFÜHRUNG	7
2.3 AUSWERTUNG	7
2.4 FAZIT	8
3. VERSUCH 3	8
3.1 ZIELSTELLUNG	8
3.2 DURCHFÜHRUNG	8
3.3 AUSWERTUNG	8
(a)	8
(b)	9
(c)	10
(d)	10
(e)	10
(f)	11
(g)	11
3.4 FAZIT	11

1. Versuch 1

1.1 Zielstellung

Es soll das Ohm'sche Gesetz, welches eine Beziehung zwischen Strom, Spannung und Widerstand aufzeigt, experimentell nachgewiesen werden.

1.2 Durchführung

Im ersten Teil wurde aus einem Strommessgerät und einem Spannungsmessgerät eine Stromfehlerschaltung aufgebaut, mit welcher der Strom, der durch einen ein Meter langen Widerstandsdraht fließt, sowie die Spannung, die darüber abfällt gemessen werden konnten. Der Durchmesser des Widerstandsdrahtes wurde vor Beginn der Messung mittels eines Messschiebers bestimmt. An den Draht wurde zu Beginn eine Spannung von 0V angelegt, welche in 0,2V Schritten auf 1,8V erhöht wurde. Nach Aufnahme der Werte wurde die Schaltung zu einer Spannungsfehlerschaltung umgebaut und erneut analog gemessen.

1.3 Auswertung

(a)

Es sollen die Messwerte, welche aus der Stromfehlerschaltung gewonnen wurden in einem Diagramm dargestellt werden. Zudem soll eine Ausgleichsgerade mit ihrer Steigung eingezeichnet werden. Abschließend soll daraus ein Wert für den Widerstand R des Drahtes errechnet werden mit zugehöriger absoluter Messunsicherheit.

Die aufgenommenen Messwerte sind in der folgenden Tabelle dargestellt:

Tabelle 1: Messwerte aus Stromfehlerschaltung

V in U	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6	1,8
I in mA	0	23,2	44,7	67,9	89,7	112,3	134,4	156,5	178,8	201,1

Das Diagramm der Messwerte mit ihrer zugehörigen Ausgleichsgerade ist nachfolgend dargestellt:

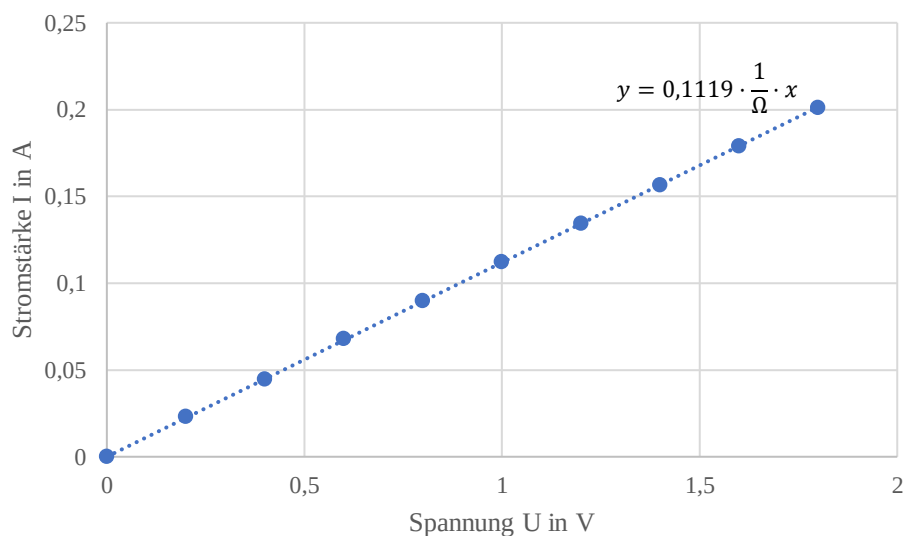


Abbildung 1: Abhängigkeit Stromstärke I von Spannung U laut Stromfehlerschaltung

Die Steigung der Ausgleichsgeraden wird mittels des RGP()-Tools aus Excel ermittelt und ergibt sich zu:

$$a = 0,1119 \cdot \frac{\text{A}}{\text{V}}$$

Aus dieser Steigung kann nun der Widerstand des Drahtes ermittelt werden da laut OG.1 gilt:

$$R = \frac{U}{I} \text{ mit } [U] = \text{V und } [I] = \text{A}$$

Es kann also gefolgert werden, dass gilt

$$\frac{1}{a} = R$$

Mit dieser Formel kann nun der Widerstand R berechnet werden:

$$R = \frac{1}{0,1119} \cdot \frac{\text{V}}{\text{A}} = 8,935 \cdot \Omega$$

Um die Unsicherheit der Steigung, welche mithilfe des RGP()-Tools aus Excel ermittelt wird, zu berücksichtigen muss diese in eine umgeformte Form der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung eingesetzt werden:

$$\Delta u_R = \sqrt{\left(\frac{\partial R(m)}{\partial m} \cdot \Delta u_m\right)^2}$$

Dies führt zu einer Unsicherheit von $\Delta u_R = 0,020 \cdot \Omega$

Somit kann das Messergebnis des Widerstands R korrekt angegeben werden mit

$$R = (8,936 \pm 0,021)\Omega \text{ bzw. } R = 8,936(1 \pm 0,24\%)\Omega$$

(b)

Es soll der Durchmesser d des Messdrahtes mit Hilfe seines spezifischen Widerstandes $\rho = 1,43\mu\Omega\text{m}$, seines soeben ermittelten Widerstands R und seiner Länge $l = 1\text{m}$ bestimmt werden. Dazu wird die folgende Formel verwendet

$$R = \rho \cdot \frac{l}{A} \leftrightarrow d = 2 \sqrt{\frac{l \cdot \rho}{\pi \cdot R}}$$

Dies ergibt für den Durchmesser einen Wert von $d = 0,451 \cdot \text{mm}$. Dieses Ergebnis entspricht nahezu dem zuvor mit 0,5mm gemessenen Durchmesser des Widerstandsdrahtes. Geht man von einer für einen Messschieber typischen Messunsicherheit von 0,1mm aus, so liegt das Rechenergebnis im Unsicherheitsintervall des Messergebnisses.

(c)

Es soll aus der vorhandenen Stromfehlerschaltung gebaut werden. Anschließend wird analog zu 1.3.(a) vorgegangen.

Es sollen die Messwerte, welche aus der Spannungsfehlerschaltung gewonnen wurden in einem Diagramm dargestellt werden. Zudem soll eine Ausgleichsgerade mit ihrer Steigung eingezeichnet werden. Abschließend soll daraus ein Wert für den Widerstand R des Drahtes errechnet werden mit zugehöriger absoluter Messunsicherheit.

Die aufgenommenen Messwerte sind in der folgenden Tabelle dargestellt:

Tabelle 2: Messwerte aus Spannungsfehlerschaltung

V in U	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6	1,8
I in mA	0	16,8	32,23	48,4	64,5	80	95,5	111	127,4	143,2

Das Diagramm der Messwerte mit ihrer zugehörigen Ausgleichsgerade ist nachfolgend dargestellt:

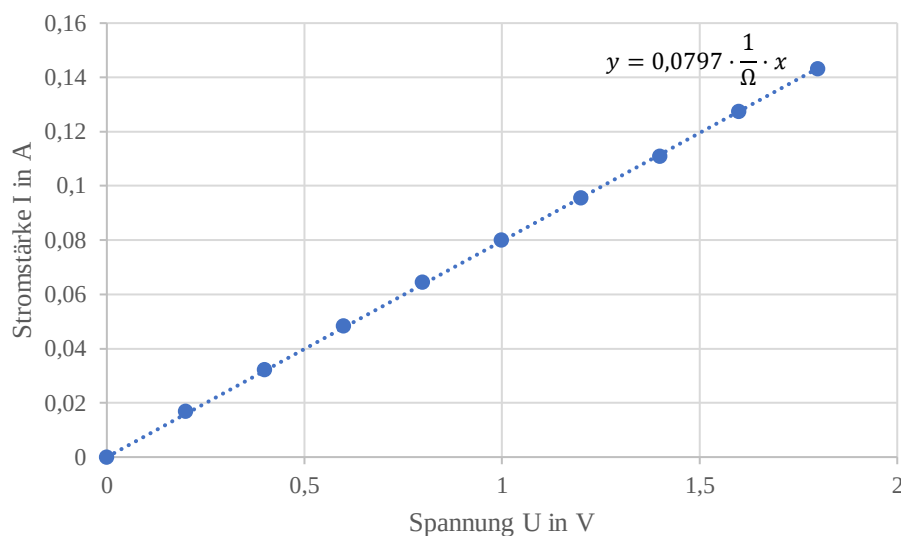


Abbildung 2: Abhängigkeit Stromstärke I von Spannung U laut Spannungsfehlerschaltung

Die Steigung der Ausgleichsgeraden wird erneut mittels des RGP()-Tools aus Excel ermittelt und ergibt sich hier zu:

$$a = 0,0797 \cdot \frac{\text{A}}{\text{V}}$$

Aus dieser Steigung kann nun erneut der Widerstand des Drahtes ermittelt werden analog zu 1.3.(a):

$$R = \frac{1}{0,0797} \cdot \frac{\text{V}}{\text{A}} = 12,548 \cdot \Omega$$

Um die Unsicherheit der Steigung, welche mithilfe des RGP()-Tools aus Excel ermittelt wird, zu berücksichtigen wird analog zu 1.3.(a) vorgegangen.

Dies führt zu einer Unsicherheit von $\Delta u_R = 0,046 \cdot \Omega$

Somit kann das Messergebnis des Widerstands R korrekt angegeben werden mit

$$R = (12,548 \pm 0,047)\Omega \text{ bzw. } R = 12,548(1 \pm 0,38\%)\Omega$$

(d)

Es sollen die beiden, für denselben Draht ermittelten, Widerstandswerte verglichen werden. Dabei fällt auf, dass sich die Werte stark unterscheiden und auch die Unsicherheitsintervalle nicht überlappen. Der Hauptgrund hierfür liegt in den unterschiedlichen Aufbauten der Messschaltungen, wobei jeder Messschaltung ein anderer systematischer Fehler zugrunde liegt. In diesem Fall ist das Ergebnis der Stromfehlerschaltung vertrauenswürdiger, da diese für kleine Widerstände genauere Werte liefert.

(e)

Es soll der Einfluss des Innenwiderstand des Amperemeters in den Ergebnissen berücksichtigt werden. Im Anschluss sollen die Ergebnisse erneut miteinander verglichen werden. Um den tatsächlichen Widerstand des Widerstandsdrahts zu erhalten wird der bekannte Widerstand des Amperemeters $R_M = 2\Omega$ vom berechneten Gesamtwiderstand abgezogen.

$$R_{\text{Draht}} = R_{\text{ges}} - R_M$$

Somit ergibt sich für die Spannungsfehlerschaltung ein korrigierter Widerstandswert von

$$R = (10,548 \pm 0,014)\Omega$$

Beim Vergleich des korrigierten Widerstandes der Spannungsfehlerschaltung mit dem Widerstand der Stromfehlerschaltung zeigt sich, eine Annäherung der beiden Werte gegenüber den nicht korrigierten Werten, jedoch verbleibt eine Differenz von circa $1,5\Omega$ und die Unsicherheitsintervalle sind nach wie vor nicht überlappend.

Diese Differenz kann mehrere Gründe haben, beispielsweise kann während dem Umbau und den Messungen ein Stoß gegen den Messaufbau nicht ausgeschlossen werden, ebenso wie ein Austauschen einzelner Kabel.

1.4 Fazit

Es wurde der Widerstand eines Widerstandsdrahtes mit Hilfe zweier Messaufbauten ermittelt. Dabei ergaben sich zwei unterschiedlich Werte für den Widerstand, wobei sich die Messunsicherheitsintervalle nicht überlappen. Diese Diskrepanz ist zurückzuführen auf den Einfluss der Messgeräte beziehungsweise deren Innenwiderstände, die die genaue Messung verhindern. Nach einer Korrektur des durch die Spannungsfehlerschaltung aufgenommenen Messwertes näherten sich die beiden Werte jedoch ohne dass es zu einem Überlapp der Unsicherheitsintervalle kam. Gründe hierfür wurden schon in 1.3.(e) genannt.

2. Versuch 2

2.1 Zielstellung

Es soll die Proportionalität zwischen der Spannung U und der Länge l bis zum Abgriff eines Linearpotentiometers bestätigt werden.

2.2 Durchführung

Es wird eine Potentiometerschaltung nach OG.2 aufgebaut. Bei einer festen Spannung von 1,8V wird der Spannungsabfall über den Messdraht, welcher in 10cm Schritten verlängert wird, gemessen.

2.3 Auswertung

Es wird der Spannungsabfall über den Messdraht als Funktion der Länge l_1 in einem Diagramm aufgetragen. Zusätzlich wird eine Ausgleichsgerade durch die Datenpunkte gelegt.

Die aufgenommenen Messwerte sind in der folgenden Tabelle dargestellt:

Tabelle 3: Messwerte aus Potentiometerschaltung

l_1 in m	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
U in V	0,18	0,36	0,53	0,71	0,89	1,07	1,25	1,42	1,6	1,79

Das Diagramm der Messwerte mit ihrer zugehörigen Ausgleichsgerade ist nachfolgend dargestellt:

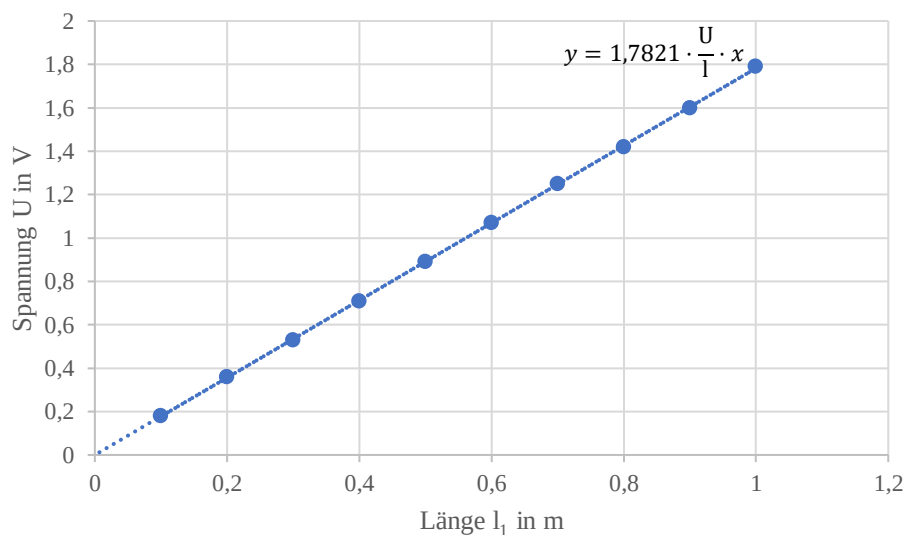


Abbildung 3: Abhängigkeit Länge l_1 von Spannung U

Der Korrelationskoeffizient dieser Ausgleichsgerade beträgt laut dem RGP()-Tool aus Excel 0,999.. ≈ 1 . Genau 1 wird nicht erreicht aufgrund verschiedener Fehlerquellen, so zum Beispiel das falsche Ablesen der Position des Reiters auf dem Potentiometer oder Stöße gegen den Versuchsaufbau. Es kann hiermit eine Proportionalität zwischen der Spannung U und der Länge l des Widerstandsdrahtes festgestellt werden.

2.4 Fazit

Es wurde die Proportionalität zwischen der Spannung U und der Länge eines Widerstandsdrahtes l bestätigt werden. Der Versuch war bis auf kleinste Fehler gut durchzuführen, sodass sich ein Korrelationskoeffizient von nahezu 1 ergeben hat.

3. Versuch 3

3.1 Zielstellung

Es sollen die Werte zweier unbekannter Widerstände mit Hilfe einer Wheatstone-Brücke bestimmt werden. Diese Messmethode wird verwendet, da hier die Widerstände sehr präzise bestimmt werden können. Dafür werden die Widerstände einzeln sowie in Parallel- und Reihenschaltung untersucht.

3.2 Durchführung

Es wird eine Wheatstone-Brücke nach Abbildung OG.6 aufgebaut. Wobei für R_1 und R_2 das Linearpotentiometer verwendet wird, für den bekannten Widerstand R_N ein Stöpsel-Rheostat und für den zu bestimmenden Widerstand R_x beziehungsweise R_y ein eingebaute Widerstand aus einer zur Verfügung gestellten Box. Die Schaltung wird von einem Netzgerät mit 1,6V versorgt. Die Brückenspannung wird mit einem Voltmeter gemessen.

Es wird am Stöpsel-Rheostat ein Widerstand gewählt. Anschließend wird die Messbrücke mit Hilfe des Potentiometers abgeglichen, sodass eine Brückenspannung von 0V entsteht. Dies wird für R_N von 30Ω bis 100Ω in 10Ω Schritten wiederholt, wobei jeweils die Längen des Potentiometers abgelesen werden. Analog wird für eine Reihenschaltung und für eine Parallelschaltung der beiden unbekannten Widerstände R_x und R_y vorgegangen.

3.3 Auswertung

(a)

Es sollen die unbekannten Widerstände R_x und R_y mit absoluter und relativer Messunsicherheit angegeben werden. Dies geschieht unter Verwendung der Gleichung OG.10 Die aufgenommenen Messwerte für den Widerstand R_x sind in der folgenden Tabelle dargestellt:

Tabelle 4: Messwerte für unbekannten Widerstand R_x

R_N in Ω	30	40	50	60	70	80	90	100
l1 in m	0,64	0,57	0,515	0,469	0,43	0,397	0,37	0,345
l2 in m	0,36	0,43	0,485	0,531	0,57	0,603	0,63	0,655
R_x in Ω laut OG.10	53,33..	53,02..	53,09..	52,99..	52,80..	52,66..	52,85..	52,67..

Es sollen der Mittelwert aller ermittelten R_x berechnet werden. Dafür wird die folgende Formel nach GR.10 verwendet:

$$\overline{R_x} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n R_{x_i}$$

Es ergibt sich ein Mittelwert von $\overline{R_x} = 52,931.. \Omega$

Um die Unsicherheit zu berücksichtigen wird die Standardabweichung dieses Wertes mit der folgenden Formel laut GR.11 und GR.12 ermittelt:

$$\Delta u_{R_x} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (A_i - \bar{A})^2}$$

Dies ergibt eine Standardabweichung von $\Delta u_{R_x} = 0,07981 \dots \Omega$. Durch Runden kann der Widerstand korrekt angegeben werden mit:

$$R_x = (52,93 \pm 0,08) \Omega \quad \text{bzw} \quad R_x = 52,93(1 \pm 0,16\%) \Omega$$

Analog wird für den unbekannten Widerstand R_y vorgegangen mit den folgenden Werte:

Tabelle 5: Messwerte für unbekannten Widerstand R_y

R_N in Ω	30	40	50	60	70	80	90	100
11 in m	0,705	0,641	0,59	0,544	0,504	0,471	0,443	0,416
12 in m	0,295	0,359	0,41	0,456	0,496	0,529	0,557	0,584
R_y in Ω laut OG.10	71,69..	71,42..	71,95..	71,57..	71,12..	71,22..	71,57..	71,23..

Somit kann der Widerstand R_y korrekt angegeben werden mit:

$$R_x = (71,48 \pm 0,10) \Omega \quad \text{bzw} \quad R_x = 71,48(1 \pm 0,14\%) \Omega$$

(b)

Es soll aus den Mittelwerten $\overline{R_x}$ und $\overline{R_y}$ der Mittelwert des Gesamtwiderstands $\overline{R_{ges}}$ der Parallelschaltung der Widerstände berechnet werden. Es wird die folgende Formel laut OG.11 verwendet:

$$\overline{R_{ges}} = \frac{\overline{R_x} \cdot \overline{R_y}}{\overline{R_x} + \overline{R_y}}$$

Durch Einsetzen der Werte ergibt sich: $\overline{R_{ges}} = 30,41 \dots \Omega$

Die Messunsicherheiten werden nach Formel OG.13 wie folgt berechnet:

$$\Delta u_{R_{ges}} = \sqrt{\left(\frac{R_y^2}{(R_x + R_y)^2} \Delta u_{R_x} \right)^2 + \left(\frac{R_x^2}{(R_x + R_y)^2} \Delta u_{R_y} \right)^2}$$

Daraus ergibt sich eine Messunsicherheit von $\Delta u_{R_{ges}} = 0,031 \dots \Omega$

Das Ergebnis lässt sich korrekt angeben als:

$$\overline{R_{ges}} = (30,41 \pm 0,04) \Omega \quad \text{bzw} \quad \overline{R_{ges}} = 30,41(1 \pm 0,14\%) \Omega$$

(c)

Es soll der Gesamtwiderstand der Parallelschaltung der beiden unbekannten Widerstände mit Hilfe der Wheatstone-Brücke ermittelt werden. Dazu wird analog zu 3.3.(a) vorgegangen mit den folgenden Messwerten:

Tabelle 6: Messwerte für Parallelschaltung der unbekannten Widerstand R_x und R_y

R_N in Ω	30	40	50	60	70	80	90	100
11 in m	0,503	0,43	0,377	0,335	0,301	0,273	0,25	0,23
12 in m	0,497	0,57	0,623	0,665	0,699	0,727	0,75	0,77
R_{ges} in Ω laut OG.10	30,36..	30,17..	30,25..	30,22..	30,14..	30,04..	30	29,87..

Somit kann der Widerstand R_{ges} korrekt angegeben werden mit:

$$R_{ges} = (30,13 \pm 0,06)\Omega \quad \text{bzw} \quad R_x = 30,13(1 \pm 0,20\%)\Omega$$

(d)

Der auf zwei unterschiedliche Arten ermittelte Gesamtwiderstand unterscheidet sich minimal wobei auch die Unsicherheitsintervalle nicht überlappen. Diese Abweichung ist jedoch so minimal, dass von einem Fehler ausgegangen werden kann welcher beispielsweise durch den Umbau der Schaltung entstanden sein kann, ein Stoß gegen die Einstelleinheit der Spannung oder einen Parallaxen-Fehler beim Ablesen des Reiters des Potentiometers.

(e)

Es soll aus den Mittelwerten $\overline{R_x}$ und $\overline{R_y}$ der Mittelwert des Gesamtwiderstands $\overline{R_{ges}}$ der Reihenschaltung der Widerstände berechnet werden. Es wird die folgende Formel nach OG.5 verwendet:

$$\overline{R_{ges}} = \overline{R_x} + \overline{R_y}$$

Durch Einsetzen der Werte ergibt sich: $\overline{R_{ges}} = 124,40.. \Omega$

Die Messunsicherheiten werden wie folgt berechnet:

$$\Delta u_{R_{ges}} = \sqrt{\Delta R_x^2 + \Delta R_y^2}$$

Daraus ergibt sich eine Messunsicherheit von $\Delta u_{R_{ges}} = 0,12.. \Omega$

Das Ergebnis lässt sich korrekt angeben als:

$$\overline{R_{ges}} = (124,41 \pm 0,13)\Omega \quad \text{bzw} \quad \overline{R_{ges}} = 124,41(1 \pm 0,11\%)\Omega$$

(f)

Es soll der Gesamtwiderstand der Reihenschaltung der beiden unbekannten Widerstände mit Hilfe der Wheatstone-Brücke ermittelt werden. Dazu wird analog zu 3.3.(a) vorgegangen mit den folgenden Messwerten:

Tabelle 7: Messwerte für Parallelschaltung der unbekannten Widerstand R_x und R_y

R_N in Ω	30	40	50	60	70	80	90	100
11 in m	0,808	0,759	0,715	0,676	0,641	0,609	0,581	0,554
12 in m	0,192	0,241	0,285	0,324	0,359	0,391	0,419	0,446
R_{ges} in Ω laut OG.10	126,25	125,97..	125,43..	125,18..	124,98..	124,60..	124,79..	124,21..

Somit kann der Widerstand R_{ges} korrekt angegeben werden mit:

$$R_{ges} = (125,18 \pm 0,25)\Omega \quad \text{bzw} \quad R_x = 125,18(1 \pm 0,20\%)\Omega$$

(g)

Es wurde der Gesamtwiderstand der Reihenschaltung der beiden unbekannten Widerstände auf zwei Weisen berechnet. Dabei ergeben sich geringste Unterschiede. Es gibt keine Überlappung der Unsicherheitsintervalle. Die geringen Abweichungen der Widerstandswerte voneinander können erneut durch äußeren Einfluss wie zum Beispiel verstellen der Versorgungsspannung während der Messungen, Stoßen gegen die Kabel oder ungenaues Ablesen des Reiters des Linearpotentiometers durch den Parallaxen-Fehler erklärt werden.

3.4 Fazit

Es wurden zwei unbekannte Widerstände R_x und R_y sowie deren Parallel und Reihenschaltung mit ihren absoluten und relativen Messunsicherheiten mittels einer Wheatstone-Brücke berechnet. Dabei ergaben sich minimale Abweichungen der ermittelten Widerstandswerte je nach verwendeter Bestimmungsmethode, wobei sich die Fehlerintervalle nicht überlappten. Alle Abweichungen sind jedoch so gering, dass davon ausgegangen werden kann, dass diese auf beispielsweise Parallaxen-Fehler oder Stöße gegen die Kabel oder die Versorgung zurückzuführen sind. Eine sehr genaue Bestimmung der Widerstandswerte war also dank der Wheatstoneschen-Brückenschaltung möglich.

4. Anhang

1. Strom-Spannungs Kennlinie

Für Stromfehler-Schaltung

Abgeschätzter Drahtdurchmesser: 0,5 mm

U in V	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8
I in A	0	23,0	44,7	67,5	89,7	112,3	134,4	156,5	178,9	201,1

Für Spannungsfehler-Schaltung

U in V	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8
I in A	0	16,80	32,23	48,4	64,5	80,0	95,9	110	127,4	143,2

2. Potentiometer

 $U_{\text{ges}} = 1,8 \text{ V}$

I in m	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00
U in V	0,18	0,36	0,53	0,71	0,89	1,07	1,25	1,42	1,6	1,79

3. Wheatstone Brücke

 $U_{\text{ges}} = 1,6 \text{ V}$ R_x : _____ R_y : _____

R_x										
R_N in Ω	30	40	50	60	70	80	90	100		
I_1 in cm	64	52	51,5	46,5	43	39,7	37	34,5		
I_2 in cm	36	43	48,5	53,1	57	60,3	63	65,5		

R_y										
R_N in Ω	30	40	50	60	70	80	90	100		
I_1 in cm	70	64,1	53	54,4	50,4	47,1	44,5	41,6		
I_2 in cm	25	35,5	41,1	45,6	49,6	52,9	55,7	58,4		

$R_x R_y$										
R_N in Ω	30	40	50	60	70	80	90	100		
I_1 in cm	50,3	43	37,7	33,5	30,1	27,3	25	23		
I_2 in cm	48,7	57	62,8	65	69,9	72,7	75	77		

R_N, R_y Reihe										
R_N in Ω	30	40	50	60	70	80	90	100		
I_1 in cm	80,8	75,5	71,5	67,6	64,1	60,5	58,1	55,4		
I_2 in cm	15,2	24,1	28,5	34,4	39,5	44,5	49,6			

Datum des Versuchs: 11.03.2021Gruppennummer: 4Teilnehmer: M. S. von S. H. G.Adrian F. Schöck

Unterschrift Assistent/-in: _____