

Dreiphasenwechselstrom - Drehstrom

Als Dreiphasenwechselstrom oder Drehstrom – umgangssprachlich auch Kraftstrom oder Starkstrom – wird ein System von drei miteinander verketteten Wechselströmen bzw. Wechselspannungen bezeichnet. Man unterscheidet das Dreileiter-Drehstromsystem, welches aus den drei Außenleitern L_1 , L_2 und L_3 besteht (siehe Bild 1). Zwischen den Außenleitern können die Leiterspannungen $\underline{U}_{12}$, $\underline{U}_{23}$ und $\underline{U}_{31}$ gemessen werden. Bei einem Drehstromsystem wird die Spannungsebene durch den Effektivwert der Leiterspannungen angegeben!

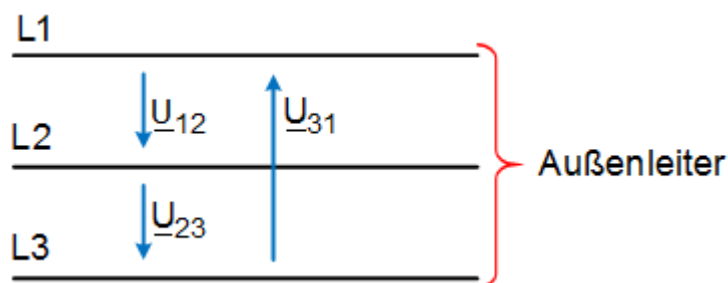


Bild 1 Dreileiter-Drehstromsystem

Beim Vierleiter-Drehstromsystem kommt zu den drei Außenleitern noch ein weiterer Leiter, Neutraleiter N genannt, hinzu (siehe Bild 2).

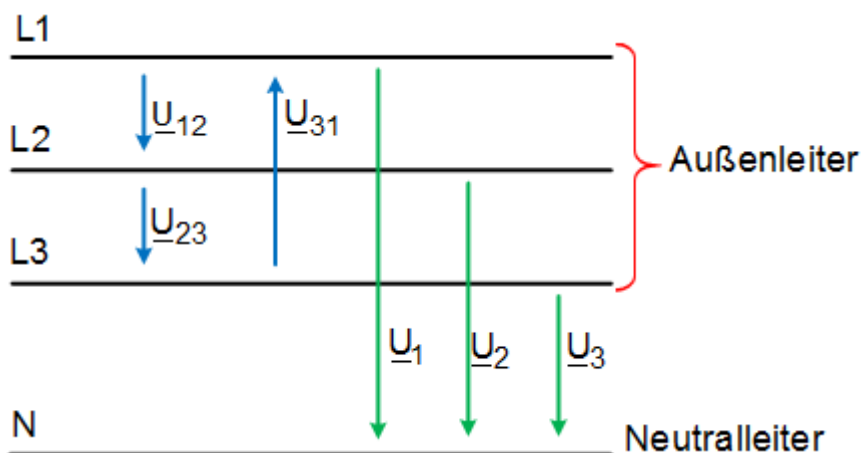


Bild 2 Vierleiter-Drehstromsystem

Zusätzlich zu den Leiterspannungen treten hier noch Spannungen zwischen den Leitern L1-N, L2-N, L3-N auf. Diese Spannungen werden als Sternspannungen $\underline{U}_1$, $\underline{U}_2$ und $\underline{U}_3$ bezeichnet. Beispielsweise können die Sternspannungen mit dem Effektivwert U_S in der Darstellung als Zeitfunktionen wie folgt geschrieben werden:

$$\begin{aligned} u_1(t) &= \sqrt{2} \cdot U_S \cdot \sin(\omega \cdot t) \\ u_2(t) &= \sqrt{2} \cdot U_S \cdot \sin\left(\omega \cdot t - \frac{2 \cdot \pi}{3}\right) \\ u_3(t) &= \sqrt{2} \cdot U_S \cdot \sin\left(\omega \cdot t - \frac{4 \cdot \pi}{3}\right) \end{aligned} \quad (1)$$

Die entsprechenden Zeitfunktionen der Sternspannungen entsprechend Gleichung (1) sind nachfolgend im Bild 3 dargestellt:

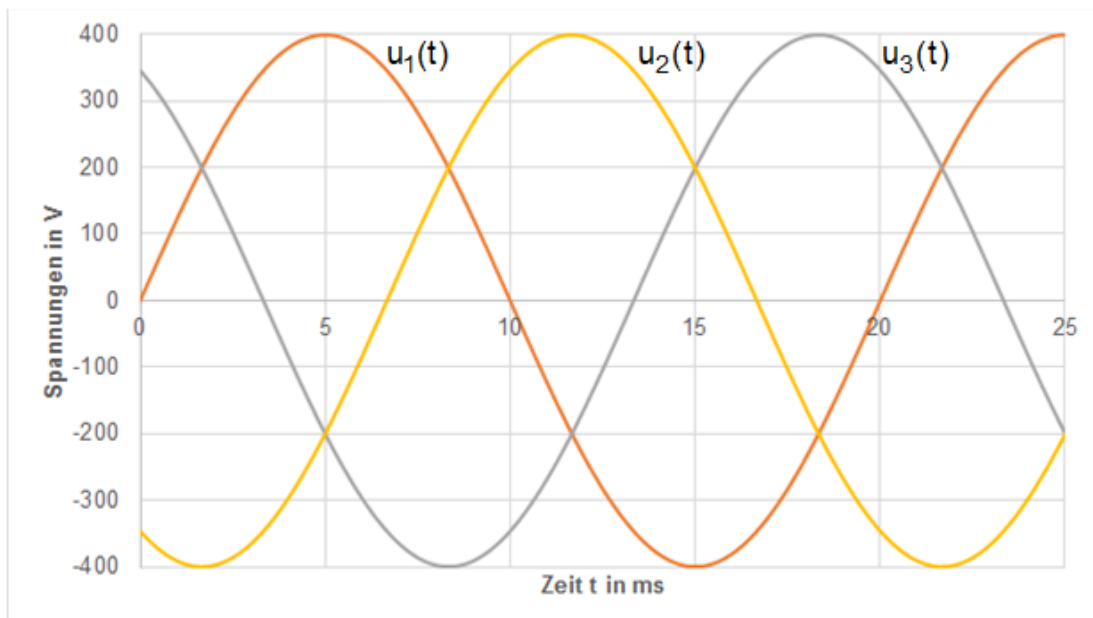


Bild 3 Sternspannungen des Drehstromsystems im Zeitbereich

Aus den Gleichungen (1) wird die Symmetrie des Drehstromsystems ersichtlich. Unter Symmetrie versteht man:

1. Die Effektivwerte der drei Spannungen sind gleich $U_1 = U_2 = U_3 = U_S$ bzw. $U_{12} = U_{23} = U_{31} = U_L$.
2. Alle Spannungen besitzen die selbe Frequenz f bzw. Kreisfrequenz ω .
3. Die Phasenverschiebung zwischen den jeweiligen Spannungen beträgt jeweils 120° bzw. $\frac{2 \cdot \pi}{3}$.

Technische Bedeutung hat nur das symmetrische Drehstromsystem!

In komplexer Zeigerdarstellung lassen sich die Sternspannungen gemäß Gleichung (1) wie folgt schreiben:

$$\begin{aligned}\underline{U}_1 &= U_S = U_S \cdot e^{j \cdot 0^\circ} \\ \underline{U}_2 &= \underline{U}_1 \cdot e^{-j \cdot 120^\circ} = U_S \cdot e^{-j \cdot 120^\circ} \\ \underline{U}_3 &= \underline{U}_1 \cdot e^{-j \cdot 240^\circ} = U_S \cdot e^{-j \cdot 240^\circ}\end{aligned}\tag{2}$$

Aus Bild 2 und den Gleichungen (2) ergibt sich für die Leiterspannungen mit dem Effektivwert U_L :

$$\begin{aligned}\underline{U}_{12} &= \underline{U}_1 - \underline{U}_2 = U_S - U_S \cdot e^{-j \cdot 120^\circ} = \sqrt{3} \cdot U_S \cdot e^{j \cdot 30^\circ} = U_L \cdot e^{j \cdot 30^\circ} \\ \underline{U}_{23} &= \underline{U}_2 - \underline{U}_3 = U_S \cdot e^{-j \cdot 120^\circ} - U_S \cdot e^{-j \cdot 240^\circ} = \sqrt{3} \cdot U_S \cdot e^{-j \cdot 90^\circ} = U_L \cdot e^{-j \cdot 90^\circ} \\ \underline{U}_{31} &= \underline{U}_3 - \underline{U}_1 = U_S \cdot e^{-j \cdot 240^\circ} - U_S \cdot e^{j \cdot 0^\circ} = \sqrt{3} \cdot U_S \cdot e^{-j \cdot 210^\circ} = U_L \cdot e^{-j \cdot 210^\circ}\end{aligned}\tag{3}$$

In der gewohnten Zeigerdarstellung ergibt sich für die Stern- und Leiterspannungen des Drehstromsystems folgendes Zeigerdiagramm, Bild 4:

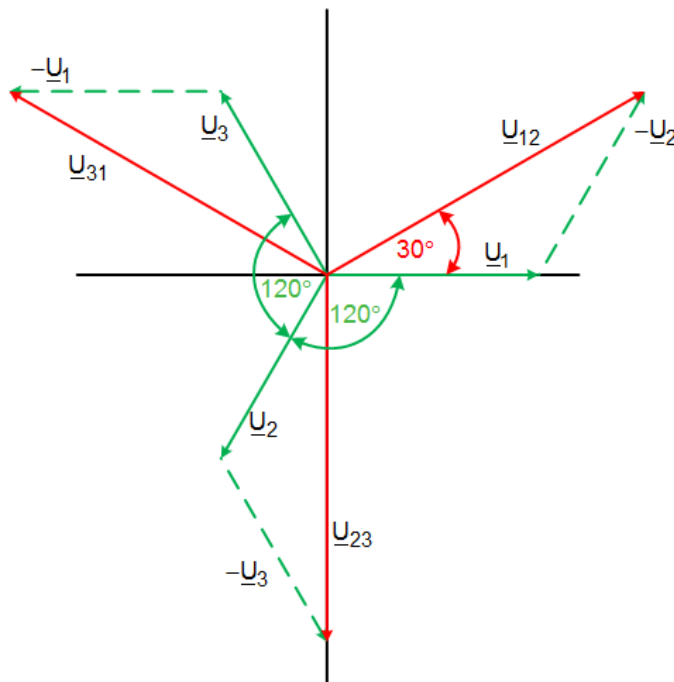


Bild 4 Spannungen des Drehstromsystems in Zeigerdarstellung

Aus den Gleichungen (3) ergibt sich folgender Zusammenhang zwischen den Beträgen (Effektivwerten) der Leiterspannungen U_L und den Beträgen (Effektivwerten) der Sternspannungen U_S :

$$U_L = \sqrt{3} \cdot U_S \quad (4)$$

Die Leiterspannungen eilen den gleichnamigen Sternspannungen um jeweils 30° vor (siehe Bild 4)

Die Effektivwerte der Leiterspannungen U_L sind das $\sqrt{3}$ -fache der Effektivwerte der Sternspannungen U_S .

Es sind weitere Darstellungen der Stern- und Leiterspannungen im Zeigerdiagramm möglich beziehungsweise üblich:

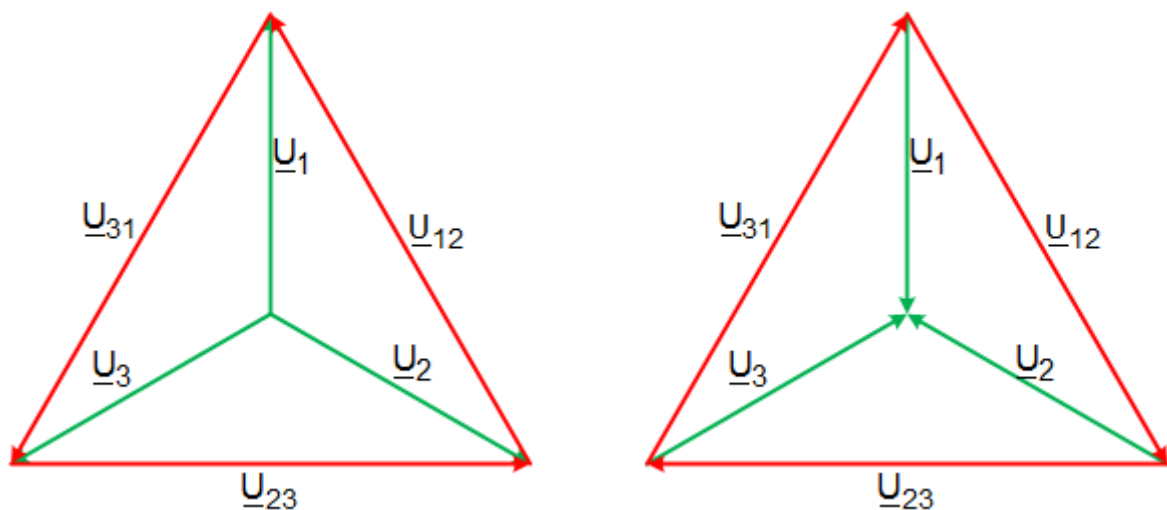


Bild 5 Gebräuchliche Darstellungsformen der Stern- und Leiterspannungen im Zeigerdiagramm

Sowohl aus den zeitlichen Verläufen als auch aus den vorangegangenen Zeigerdiagrammen kann entnommen werden, dass:

$$u_1(t) + u_2(t) + u_3(t) = 0 \quad \text{bzw.} \quad u_{12}(t) + u_{23}(t) + u_{31}(t) = 0 \quad (5)$$

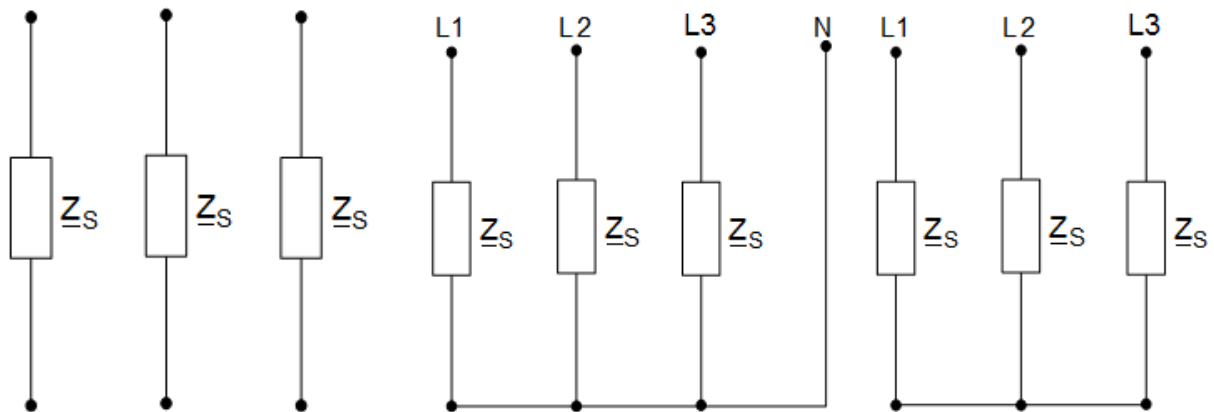
$$\underline{U}_1 + \underline{U}_2 + \underline{U}_3 = 0 \quad \text{bzw.} \quad \underline{U}_{12} + \underline{U}_{23} + \underline{U}_{31} = 0$$

Anschlussmöglichkeiten eines Erzeugers und Verbrauchers an das Drehstromsystem

Drehstromerzeuger (z.B. Synchrongeneratoren) und Drehstromverbraucher (z.B. Ofen, Drehstrommotor) bestehen aus drei Strängen. Jeder der drei Stränge hat bei einem symmetrischen Drehstromverbraucher dieselbe Impedanz $\underline{Z}_S$, d.h. es gilt:

$$Z_{S1} = Z_{S2} = Z_{S3} = Z_S \quad \text{und} \quad \varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = \varphi$$

Jeder Strang ist ein Zweipol, sodass im allgemeinen Fall der Drehstromerzeuger bzw. Drehstromverbraucher insgesamt 6 Anschlüsse besitzt. In vielen Fällen besitzen Drehstromverbraucher nur 3 Anschlüsse, in manchen Fällen auch 4 Anschlüsse, siehe Bild 6.



Drei unverschaltete Stränge Zu Drehstromverbraucher verschaltete Stränge

Bild 6 Symmetrische Drehstrom-Verbraucher

Sowohl die Drehstromerzeuger als auch die Drehstromverbraucher (siehe Bild 6) können in unterschiedlicher Art und Weise an das Drei- bzw. Vierleitersystem angeschlossen werden. Die zwei wichtigsten Schaltungsarten werden nachfolgend vorgestellt:

Die Sternschaltung

Die Sternschaltung eines Verbrauchers ist in Bild 7 dargestellt. Der Sternpunkt ist hier an den Neutralleiter N angeschlossen.

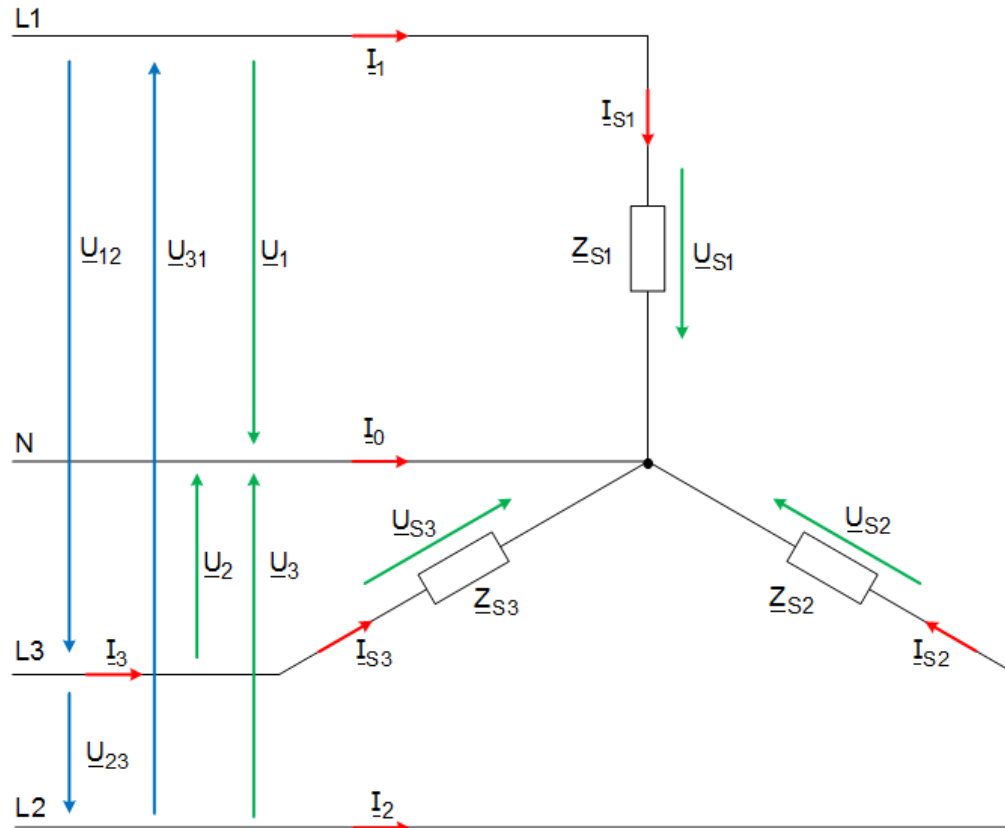


Bild 7 Verbraucher in Sternschaltung mit Sternpunktleiter N

Hierbei wurden folgende Bezeichnungen für die Ströme eingeführt:

Ströme, die in den Außenleitern fließen (Leiterströme I_L): I_1, I_2, I_3

Ströme, die in den Verbrauchersträngen fließen (Strangströme I_S): I_{S1}, I_{S2}, I_{S3}

Aus Bild 7 folgt für die Sternschaltung mit Neutralleiter:

Die Strangströme sind gleich den Leiterströmen:

$$I_{S1} = I_1, I_{S2} = I_2, I_{S3} = I_3 \quad (6)$$

Die Strangströme berechnen sich wie folgt:

$$I_{S1} = \frac{U_1}{Z_{S1}}, I_{S2} = \frac{U_2}{Z_{S2}}, I_{S3} = \frac{U_3}{Z_{S3}} \quad (7)$$

Für die Effektivwerte der Stern- und Leiterspannung gilt:

$$U_1 = U_2 = U_3 = U_S \quad \text{mit Gleichung (4)} \quad U_S = \frac{U_L}{\sqrt{3}} \quad (8)$$

Den Strom im Neutralleiter berechnet man mit der Knotenregel zu:

$$\underline{I}_0 = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 \quad (9)$$

Für einen symmetrischen, induktiv wirkenden Verbraucher mit dem Phasenwinkel φ ergibt sich folgendes Zeigerdiagramm für die Spannungen und Ströme:

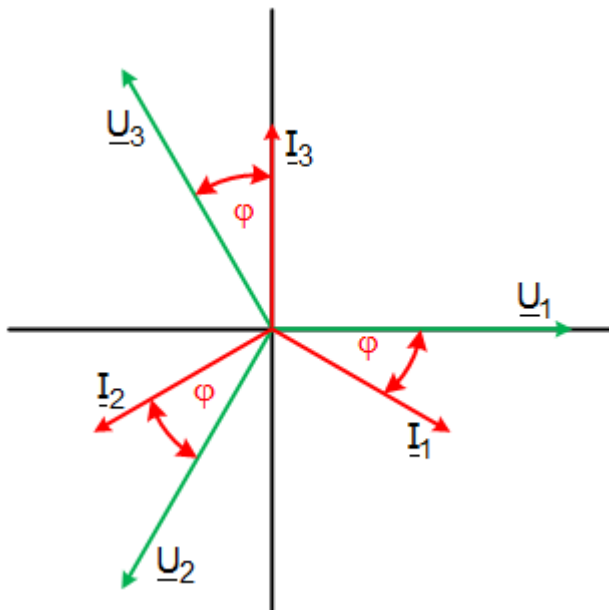


Bild 8 Zeigerdiagramm der Spannungen und Ströme für einen symmetrischen induktiven Verbraucher in Sternschaltung

Bei symmetrischen Verhältnissen ergibt sich entsprechend Bild 8:

$$\underline{I}_0 = 0 \text{ A} \quad (10)$$

Da der Strom im Neutralleiter gleich Null ist, kann der Neutralleiter für den Fall symmetrischer Verbraucher entfallen, es genügen daher bei der Sternschaltung eines symmetrischen Verbrauchers drei Anschlussleitungen!

Bei symmetrischem Verbraucher gilt zusammenfassend für die Effektivwerte:

$$U_1 = U_2 = U_3 = U_S \quad \text{mit} \quad U_S = \frac{U_L}{\sqrt{3}} \quad (11)$$

$$I_{S1} = I_{S2} = I_{S3} = I_S = \frac{U_S}{Z_S} \quad \text{und} \quad I_S = I_L \quad (12)$$

$$I_0 = 0 \text{ A} \quad (13)$$

Die Dreieckschaltung

Die Dreieckschaltung eines Drehstromverbrauchers entsteht, wenn die drei Verbraucherstränge mit den Strangimpedanzen $\underline{Z}_{S1}$, $\underline{Z}_{S2}$ und $\underline{Z}_{S3}$ wie im nachfolgenden Bild 9 an das Drehstromsystem angeschlossen werden. Man erkennt sofort, dass bei dieser Schaltungsvariante kein Neutralleiter benötigt wird bzw. vorhanden ist; es genügen also drei Anschlussleiter!

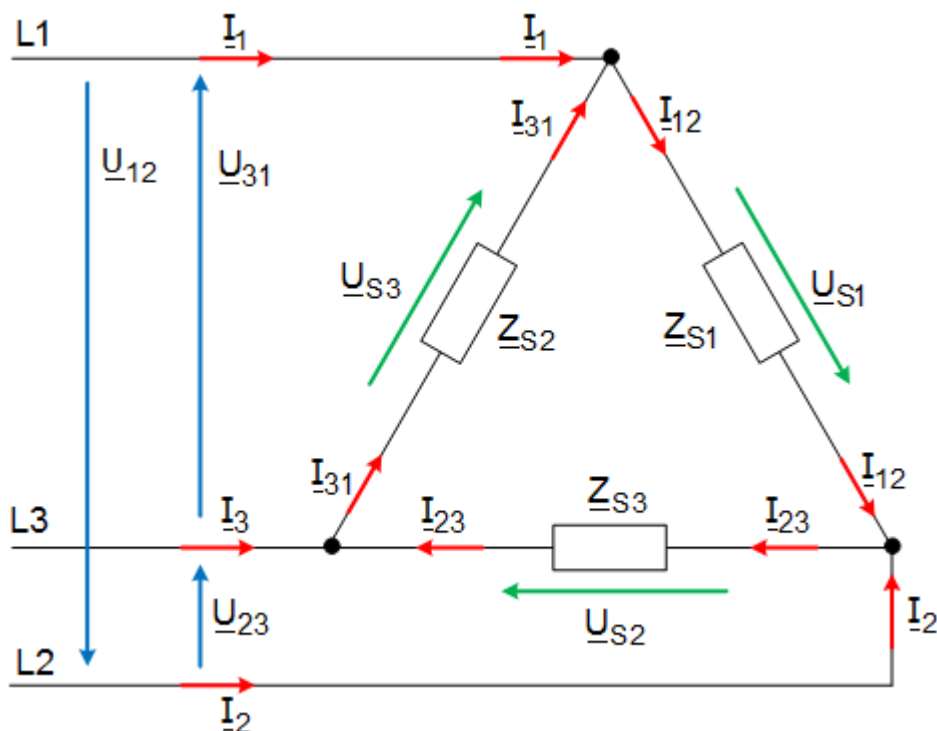


Bild 9 Verbraucher in Dreieckschaltung

Aus Bild 9 ist sofort ersichtlich, dass die Strangspannungen gleich den jeweiligen Leiterspannungen sind:

$$\underline{U}_{S1} = \underline{U}_{12}, \quad \underline{U}_{S2} = \underline{U}_{23}, \quad \underline{U}_{S3} = \underline{U}_{31} \quad (14)$$

Für die Ströme in den drei Strängen des Verbrauchers gilt:

$$\underline{I}_{12} = \frac{\underline{U}_{12}}{\underline{Z}_{S1}}, \quad \underline{I}_{23} = \frac{\underline{U}_{23}}{\underline{Z}_{S2}}, \quad \underline{I}_{31} = \frac{\underline{U}_{31}}{\underline{Z}_{S3}} \quad (15)$$

Aus der Schaltung folgt, dass für die Leiterströme gilt:

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{12} - \underline{I}_{31} \quad \underline{I}_2 = \underline{I}_{23} - \underline{I}_{12} \quad \underline{I}_3 = \underline{I}_{31} - \underline{I}_{23} \quad (16)$$

Bei symmetrischem Verbraucher gilt zusammenfassend für die Effektivwerte:

$$U_S = U_L \quad (17)$$

$$- \quad \underline{I}_{12} = \underline{I}_{23} = \underline{I}_{31} = I_S \quad \text{bzw.} \quad I_1 = I_2 = I_3 = I_L \quad \text{mit} \quad I_L = \sqrt{3} \cdot I_S \quad (18)$$

Die Drehstromleistung:

In Bild 10 ist das allgemeine Schaltbild zur Berechnung der Drehstromleistung angegeben.

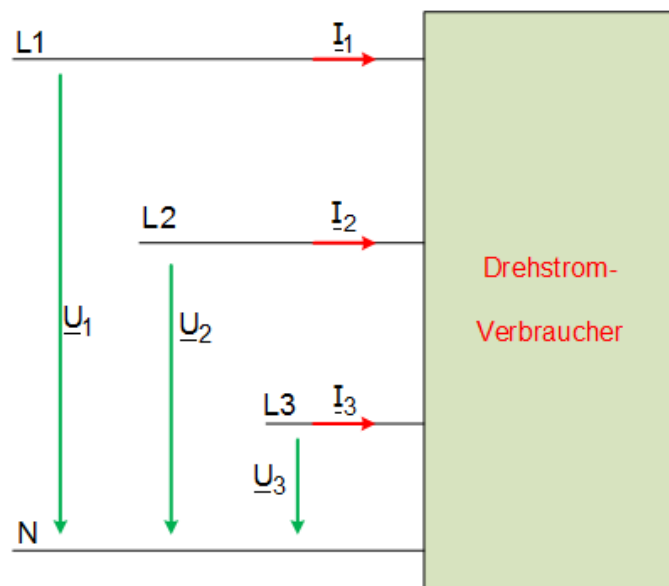


Bild 10 Allgemeines Ersatzschaltbild zur Berechnung der Drehstromleistung

Für den allgemeinen Fall setzt sich die Gesamtleistung (Scheinleistung) aus den drei Strangscheinleistungen zusammen:

$$\underline{S} = \underline{U}_1 \cdot \underline{I}_1^* + \underline{U}_2 \cdot \underline{I}_2^* + \underline{U}_3 \cdot \underline{I}_3^* = P + j \cdot Q \quad (19)$$

Für den Fall symmetrischer Verhältnisse gilt folgendes:

Symmetrie:

$$I_1 = I_2 = I_3 = I_L \quad (20)$$

$$U_1 = U_2 = U_3 = U_S$$

$$\cos(\varphi_1) = \cos(\varphi_2) = \cos(\varphi_3) = \cos(\varphi)$$

Für den Betrag der Scheinleistung S gilt somit:

$$S = 3 \cdot U_S \cdot I_S \quad (21)$$

Mit den obigen Ergebnissen erhält man unabhängig von der Schaltung mit den Leitergrößen:

$$S = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_L \quad (22)$$

Allgemein gilt für die Scheinleistung, Wirkleistung und Blindleistung folgender Zusammenhang:

$$\underline{S} = P + j \cdot Q \quad (23)$$

Die Wirkleistung berechnet sich wie aus dem Einphasenwechselstrom bereits bekannt:

$$P = S \cdot \cos(\varphi) = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_L \cdot \cos(\varphi) \quad (24)$$

Für die Blindleistung ergibt sich analog:

$$Q = S \cdot \sin(\varphi) = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_L \cdot \sin(\varphi) \quad (25)$$

Erzeugung von Drehstrom

Die Erzeugung von Drehstrom erfolgt fast ausschließlich mit Drehstrom-Synchron-Maschinen (DSM), welche im Generator-Betrieb betrieben werden. Bei DSM handelt es sich um rotierende Energiewandler (elektrische Maschinen), die mechanische Energie in elektrische Energie umwandeln. Beispielsweise erfolgt die Energieerzeugung in

Kraftwerken dadurch, dass riesige Synchrongeneratoren (mit teilweise über eintausend Megawatt Leistung) mechanisch von einer mit Wasserdampf angetriebenen Turbine angetrieben werden; die mechanische Antriebsenergie wird vom Generator schließlich mit hohem Wirkungsgrad in elektrische Energie umgewandelt. Im Bild 11 ist der prinzipielle Aufbau von DSM dargestellt. Die Maschine besteht aus einem rotierenden Teil (Rotor oder Läufer genannt) und einem feststehenden Teil (Ständer oder Stator genannt).

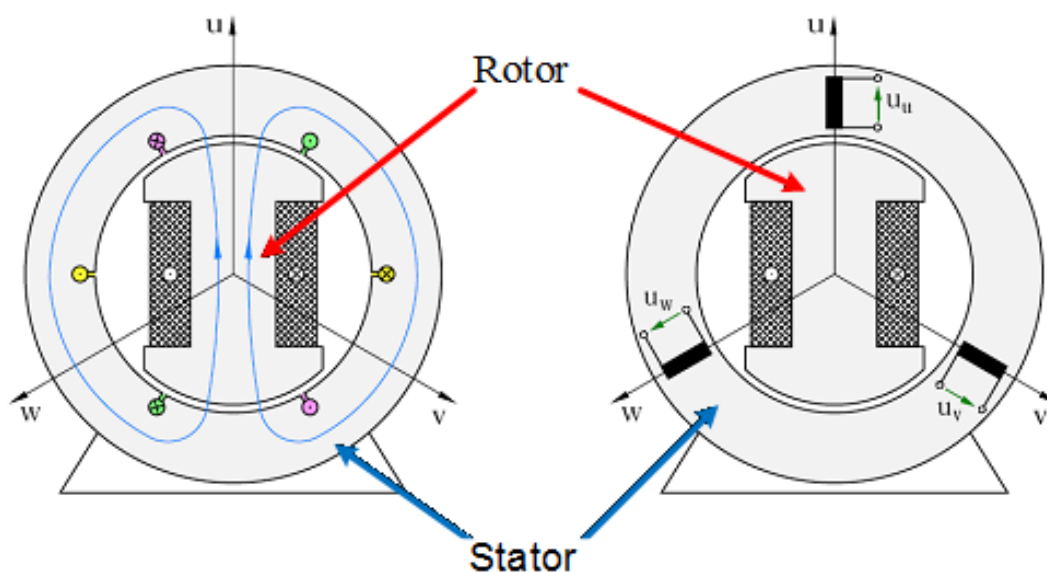


Bild 11 Prinzipieller Aufbau von Drehstrom-Synchron-Maschinen

Der Rotor hat die Aufgabe ein magnetisches Gleichfeld zu erzeugen. Dies geschieht entweder durch Permanentmagnete im Rotor (permanenterregte Synchronmaschine) oder durch eine Wicklung, welche über Schleifringe mit Gleichstrom gespeist wird (elektrisch erregte Synchronmaschine). Der Stator beherbergt eine Drehstromwicklung. Im Bild 11 sind die Spulenachsen u , v und w der drei Ständerspulen eingezeichnet. Man erkennt, dass die drei Spulen in einem räumlichen Winkel von 120° angeordnet sind. Wird nun der Rotor in Drehung versetzt, so dreht sich auch das von ihm erzeugte Magnetfeld mit derselben Winkelgeschwindigkeit über die feststehenden Ständerspulen

hinweg. Da die Ständerspulen nun einem veränderlichen Magnetfeld ausgesetzt sind, werden in ihnen gemäß dem Induktionsgesetz Spannungen induziert. Diese Spannungen sind aufgrund der räumlich um 120° versetzten Spulenlage ebenfalls um 120° elektrisch phasenverschoben. Es ergeben sich somit in den drei Stator-Wicklungen drei um 120° phasenverschobene Spannungen, d.h. ein Drehspannungssystem (siehe Bild 3).

Die Vorteile des Drehstromsystems

Gegenüber Gleichstrom besitzen die Wechselstromsysteme den Vorteil, dass die Wechselspannung mittels Transformatoren auf nahezu beliebige Spannungshöhen transformiert werden kann. Dies ist besonders für die wirtschaftliche Energieübertragung (kleine Ströme, d.h. geringe $R \cdot I^2$ -Verluste aber hohe Spannungen) unabdingbar.

Das Drehstromsystem besitzt allerdings im Vergleich zum Einphasenwechselstromsystem noch die folgenden zusätzlichen Vorteile:

1. Einfache Erzeugung mittels Drehstrom-Synchron-Generatoren.
2. Es sind zwei unterschiedliche Spannungen verfügbar (Stern- und Leiterspannungen).
3. Der direkte Betrieb von Drehstrommotoren ist möglich.
4. Bei symmetrischen Verhältnissen ist die Leistung zeitlich konstant, d.h. $p(t) = P$.
5. Bei gleicher übertragener Wirkleistung P beträgt der Leitermaterialaufwand gegenüber dem Einphasensystem nur 50 %!

Anhang

Zu 4.:

$$p(t) = p_1(t) + p_2(t) + p_3(t)$$

$$p_1(t) = u_1(t) \cdot i_1(t)$$

$$p_2(t) = u_2(t) \cdot i_2(t)$$

$$p_3(t) = u_3(t) \cdot i_3(t)$$

$$u_1(t) = \hat{u}_1 \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

$$i_1(t) = \hat{i}_1 \cdot \sin(\omega \cdot t - \varphi_1)$$

$$u_2(t) = \hat{u}_2 \cdot \sin(\omega \cdot t - \frac{2 \cdot \pi}{3})$$

$$i_2(t) = \hat{i}_2 \cdot \sin(\omega \cdot t - \frac{2 \cdot \pi}{3} - \varphi_2)$$

$$u_3(t) = \hat{u}_3 \cdot \sin(\omega \cdot t - \frac{4 \cdot \pi}{3})$$

$$i_3(t) = \hat{i}_3 \cdot \sin(\omega \cdot t - \frac{4 \cdot \pi}{3} - \varphi_3)$$

Mit dem Additionstheorem: $\sin(\alpha) \cdot \sin(\beta) = \frac{1}{2} \cdot \{\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)\}$

Ergibt sich für die drei Strangleistungen $p_1(t)$, $p_2(t)$ und $p_3(t)$:

$$p_1(t) = \frac{\hat{u}_1 \cdot \hat{i}_1}{2} \cdot \{\cos(\varphi) - \cos(2 \cdot \omega \cdot t - \varphi_1)\}$$

$$p_2(t) = \frac{\hat{u}_2 \cdot \hat{i}_2}{2} \cdot \left\{ \cos(\varphi) - \cos\left(2 \cdot \omega \cdot t - \frac{4 \cdot \pi}{3} - \varphi_2\right) \right\}$$

$$p_3(t) = \frac{\hat{u}_3 \cdot \hat{i}_3}{2} \cdot \left\{ \cos(\varphi) - \cos\left(2 \cdot \omega \cdot t - \frac{8 \cdot \pi}{3} - \varphi_3\right) \right\} = \frac{\hat{u}_3 \cdot \hat{i}_3}{2} \cdot \left\{ \cos(\varphi) - \cos\left(2 \cdot \omega \cdot t - \frac{2 \cdot \pi}{3} - \varphi_3\right) \right\}$$

Bei Symmetrie gilt: $\hat{u}_1 = \hat{u}_2 = \hat{u}_3 = \sqrt{2} \cdot U_S$

$$\hat{i}_1 = \hat{i}_2 = \hat{i}_3 = \sqrt{2} \cdot I_S$$

$$\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = \varphi$$

Eingesetzt erhält man:

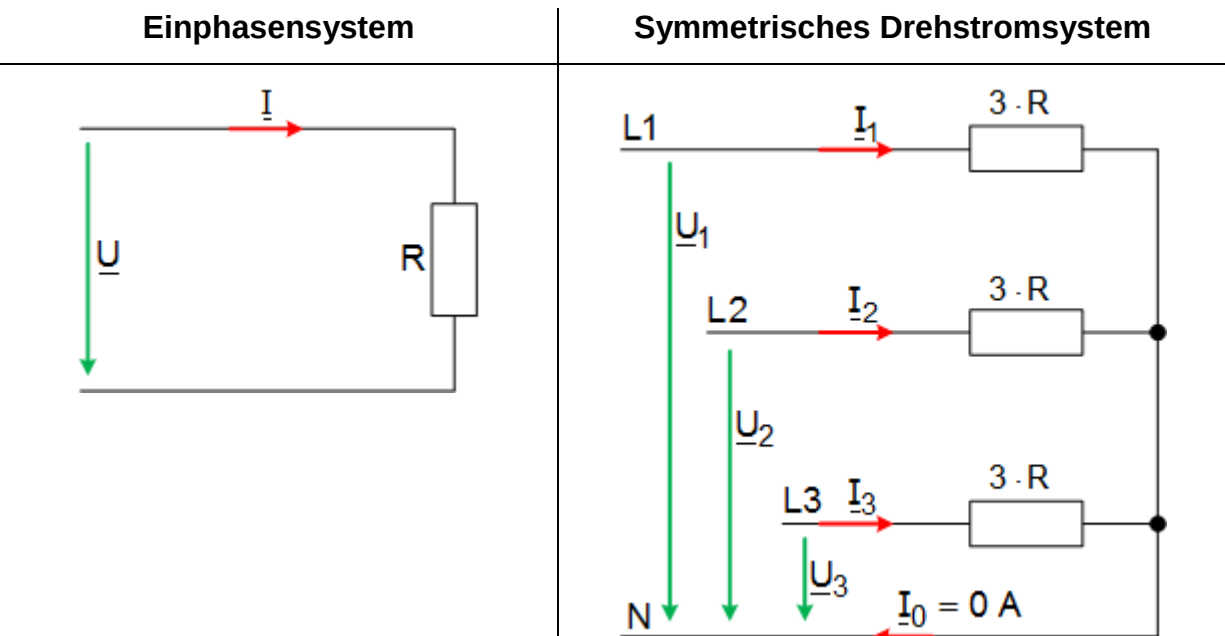
$$p(t) = U_S \cdot I_S \cdot 3 \cdot \cos(\varphi) - U_S \cdot I_S \cdot \left\{ \cos(2 \cdot \omega \cdot t - \varphi) + \cos\left(2 \cdot \omega \cdot t - \frac{2 \cdot \pi}{3} - \varphi\right) + \cos\left(2 \cdot \omega \cdot t - \frac{4 \cdot \pi}{3} - \varphi\right) \right\}$$

Es ist: $\left\{ \cos(2 \cdot \omega \cdot t - \varphi) + \cos\left(2 \cdot \omega \cdot t - \frac{2 \cdot \pi}{3} - \varphi\right) + \cos\left(2 \cdot \omega \cdot t - \frac{4 \cdot \pi}{3} - \varphi\right) \right\} = 0$

Somit bleibt: $p(t) = 3 \cdot U_S \cdot I_S \cdot \cos(\varphi) \neq f(t)$

Im symmetrischen Drehstromsystem ist die momentane Leistung konstant!

Zu 5.:



$$P_{1\sim} = U \cdot I = R \cdot I^2$$

$$I = \frac{U}{R}$$

Es müssen 2 Leiter für den Strom I bemessen werden!

$$P_{3\sim} = P_{1\sim} = R \cdot I^2 = 3 \cdot (3 \cdot R) \cdot \left(\frac{I}{3}\right)^2$$

Es müssen drei Leiter für den Strom $I/3$ bemessen werden.

Die erforderliche Leiterquerschnittsfläche bei einer konstanten Stromdichte S ergibt:

$$A_{Cu,1\sim} = \frac{I}{S}$$

$$A_{Cu,3\sim} = \frac{I}{3 \cdot S} = \frac{1}{3} \cdot A_{Cu,1\sim}$$

Der Leitermaterialverbrauch beträgt somit:

$$m_{Cu,1\sim} = \rho_{Cu} \cdot V_{Cu} = \rho_{Cu} \cdot A_{Cu,1\sim} \cdot 2 \cdot l$$

$$m_{Cu,3\sim} = \rho_{Cu} \cdot V_{Cu,3\sim} = \rho_{Cu} \cdot \frac{A_{Cu,1\sim}}{3} \cdot 3 \cdot l = \rho_{Cu} \cdot A_{Cu,1\sim} \cdot l$$

Das Verhältnis des Leitermaterialverbrauchs beträgt somit:

$$\frac{m_{Cu,3\sim}}{m_{Cu,1\sim}} = \frac{1}{2}$$