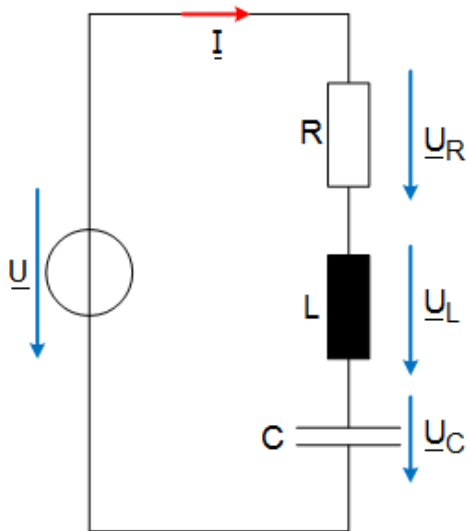
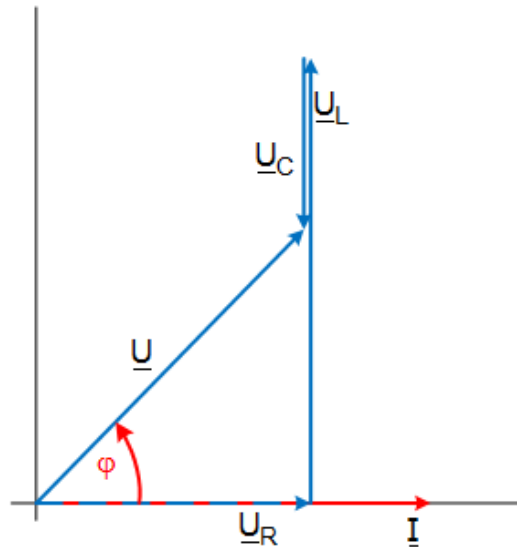


Der Serienschwingkreis (R-L-C-Reihenschaltung)



Ersatzschaltbild



Zeigerdiagramm

Eingangsimpedanz:

$$\underline{Z} = R + j \cdot \omega \cdot L + \frac{1}{j \cdot \omega \cdot C} = R + j \cdot \left(\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C} \right)$$

Betrag der Eingangsimpedanz:

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C} \right)^2}$$

Phasenverschiebungswinkel:

$$\varphi = \arctan \left(\frac{\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C}}{R} \right)$$

Bei der Resonanzkreisfrequenz $\omega = \omega_0$ verschwindet der Imaginärteil der Impedanz $\underline{Z}$

Resonanzkreisfrequenz:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}}$$

Resonanzfrequenz:

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2 \cdot \pi} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}$$

Schwingwiderstand:

$$Z_S = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

Güte Q: $Q = \frac{Z_S}{R}$

Beispiel: $L = 500 \text{ mH}$ $C = 0,5 \text{ }\mu\text{F}$ $f = [50 \text{ Hz}, 1500 \text{ Hz}]$
 $U = 10 \text{ V}$ (Betrieb des Schwingkreises an einer eingeprägten Spannung)

Betrachtet wird das Verhalten bei 4 unterschiedlichen Werten für R:

$R = R_1 = 1.000 \text{ }\Omega$, $R = R_2 = 2.000 \text{ }\Omega$, $R = R_3 = 3.000 \text{ }\Omega$, $R = R_4 = 250 \text{ }\Omega$

Die Resonanzkreisfrequenz beträgt:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} = \frac{1}{\sqrt{500 \cdot 10^{-3} \text{ H} \cdot 0,5 \cdot 10^{-6} \text{ F}}} = 2.000 \frac{1}{\text{s}}$$

Die Resonanzfrequenz beträgt: $f_0 = \frac{\omega_0}{2 \cdot \pi} = \frac{2000 \text{ s}^{-1}}{2 \cdot \pi} = 318,3 \text{ Hz}$

Der Schwingwiderstand beträgt: $Z_S = \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{500 \cdot 10^{-3} \text{ H}}{0,5 \cdot 10^{-6} \text{ F}}} = 1.000 \text{ }\Omega$

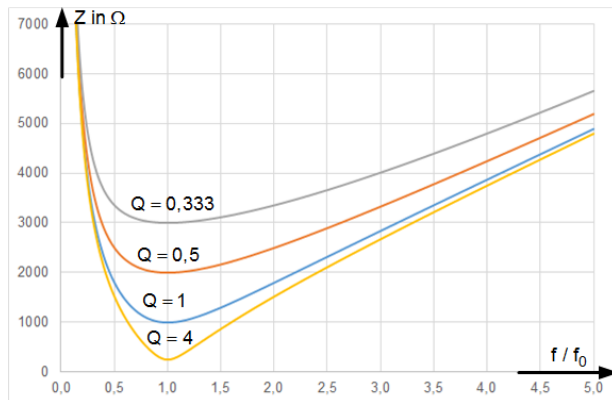
Die Güte Q beträgt:

für $R = R_1 = 1.000 \text{ }\Omega$ $Q_1 = \frac{Z_S}{R_1} = \frac{1.000 \text{ }\Omega}{1.000 \text{ }\Omega} = 1$

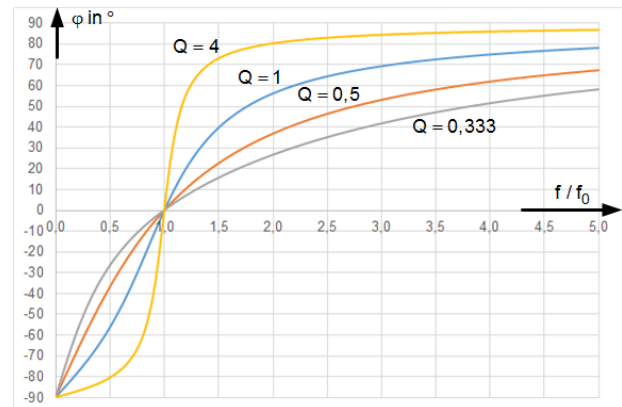
für $R = R_2 = 2.000 \text{ }\Omega$ $Q_2 = \frac{Z_S}{R_2} = \frac{1.000 \text{ }\Omega}{2.000 \text{ }\Omega} = 0,5$

für $R = R_3 = 3.000 \text{ }\Omega$ $Q_3 = \frac{Z_S}{R_3} = \frac{1.000 \text{ }\Omega}{3.000 \text{ }\Omega} = 0,333$

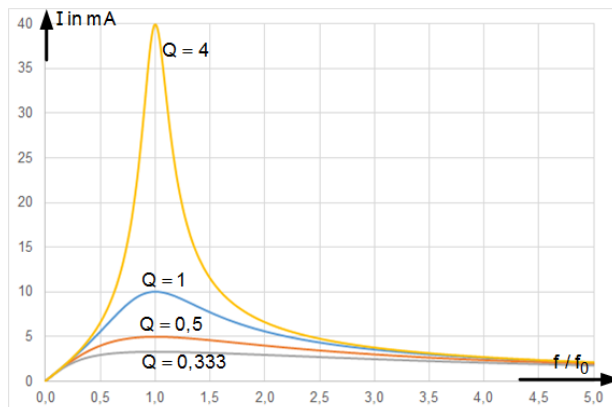
für $R = R_4 = 250 \text{ }\Omega$ $Q_4 = \frac{Z_S}{R_4} = \frac{1.000 \text{ }\Omega}{250 \text{ }\Omega} = 4$



Betrag der Eingangsimpedanz



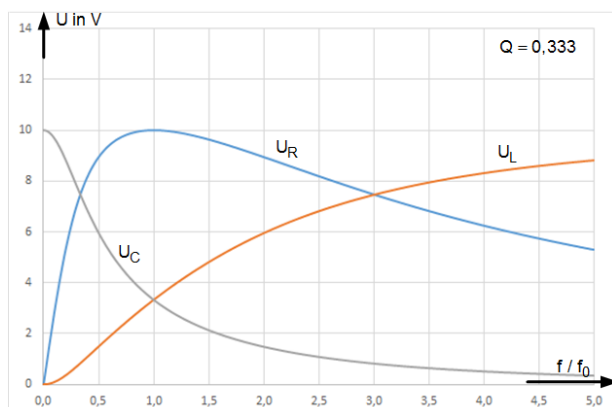
Phasenwinkel



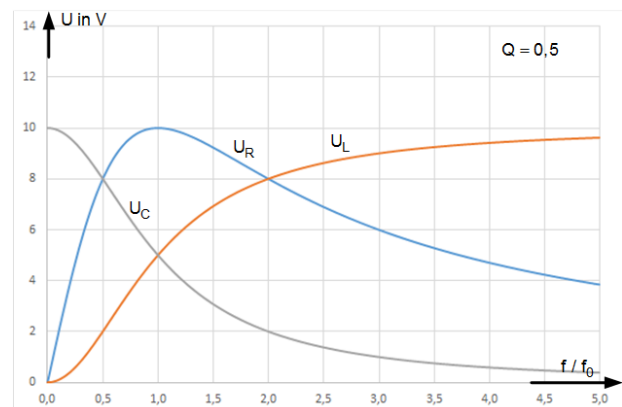
Betrag des Stromes

Je höher die Güte Q ist, desto größer ist bei der Resonanzfrequenz der Strom (Stromresonanz)!

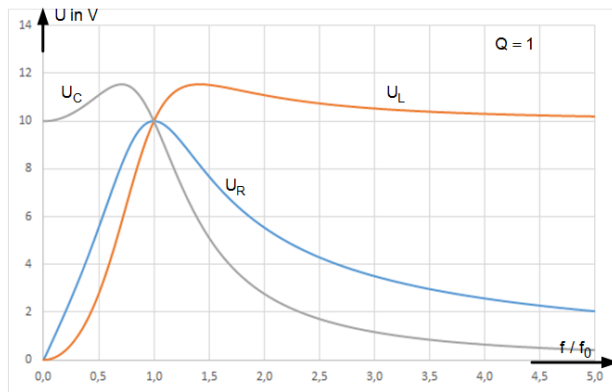
Für den Verlauf der Teilspannungen erhält man abhängig von der Güte Q :



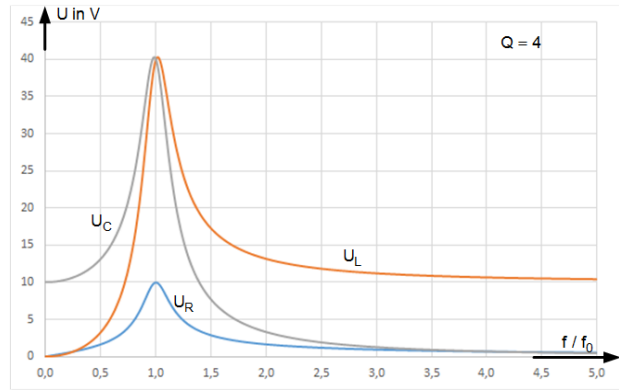
Teilspannungen für $Q = 0,333$



Teilspannungen für $Q = 0,5$



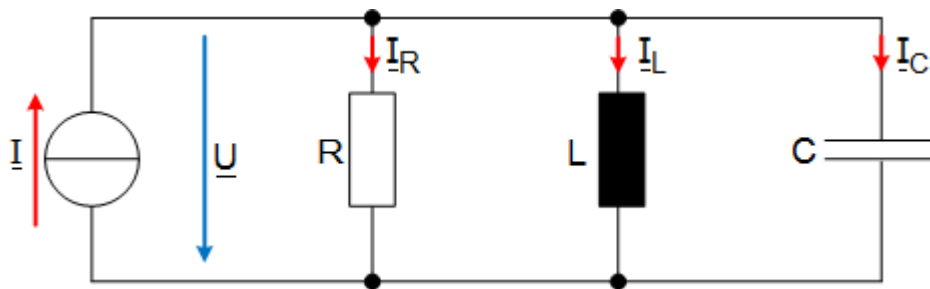
Teilspannungen für $Q = 1$



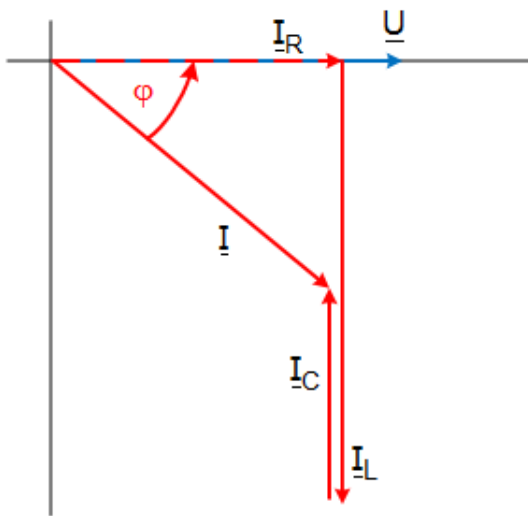
Teilspannungen für $Q = 4$

Wie aus den Abbildungen ersichtlich ist, liegen die Maxima der Spannungen $\underline{U}_L$ und $\underline{U}_C$ nicht generell bei der Resonanzfrequenz, sondern verschieben sich mit kleiner werdender Güte, d.h. zunehmender Dämpfung.

Der Parallelschwingkreis (R-L-C-Parallelschaltung)



Ersatzschaltbild des Parallelschwingkreises an eingprägter Stromquelle



Zeigerdiagramm

Eingangsadmittanz:

$$\underline{Y} = \frac{1}{R} + \frac{1}{j \cdot \omega \cdot L} + j \cdot \omega \cdot C = \frac{1}{R} + j \cdot \left(\omega \cdot C - \frac{1}{\omega \cdot L} \right)$$

Betrag der Eingangsadmittanz:

$$Y = \sqrt{\left(\frac{1}{R} \right)^2 + \left(\omega \cdot C - \frac{1}{\omega \cdot L} \right)^2}$$

Phasenverschiebungswinkel:

$$\varphi = -\arctan \left(R \cdot \left(\omega \cdot C - \frac{1}{\omega \cdot L} \right) \right)$$

Bei der Resonanzkreisfrequenz $\omega = \omega_0$ verschwindet der Imaginärteil der Admittanz $\underline{Y}$

Resonanzkreisfrequenz:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}}$$

Resonanzfrequenz:

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2 \cdot \pi} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}$$

Schwingleitwert:
$$Y_S = \sqrt{\frac{C}{L}}$$

Güte:
$$Q = R \cdot Y_S$$

Beispiel: $L = 2,4 \text{ mH}$ $C = 16 \text{ } \mu\text{F}$ $f = [100 \text{ Hz}, 5.000 \text{ Hz}]$
 $I = 20 \text{ A}$ (Betrieb des Schwingkreises an einer eingepprägten Stromquelle)

Betrachtet wird das Verhalten bei 4 unterschiedlichen Werten für R:

$R = R_1 = 5 \text{ } \Omega$, $R = R_2 = 8 \text{ } \Omega$, $R = R_3 = 15 \text{ } \Omega$, $R = R_4 = 45 \text{ } \Omega$

Die Resonanzkreisfrequenz beträgt:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} = \frac{1}{\sqrt{2,4 \cdot 10^{-3} \text{ H} \cdot 16 \cdot 10^{-6} \text{ F}}} \approx 5.103 \frac{1}{\text{s}}$$

Die Resonanzfrequenz beträgt:
$$f_0 = \frac{\omega_0}{2 \cdot \pi} = \frac{5.103 \text{ s}^{-1}}{2 \cdot \pi} = 812,2 \text{ Hz}$$

Der Schwingleitwert beträgt:
$$Y_S = \sqrt{\frac{C}{L}} = \sqrt{\frac{16 \cdot 10^{-6} \text{ F}}{2,4 \cdot 10^{-3} \text{ H}}} \approx 81,7 \text{ mS}$$

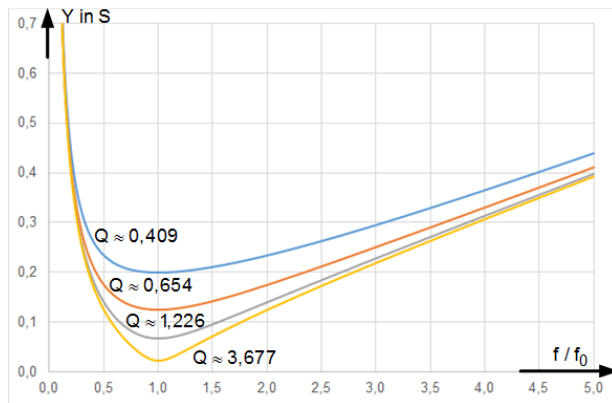
Die Güte Q beträgt:

für $R = R_1 = 5 \text{ } \Omega$ $Q_1 = R_1 \cdot Z_S = 5 \text{ } \Omega \cdot 81,7 \text{ mS} = 0,409$

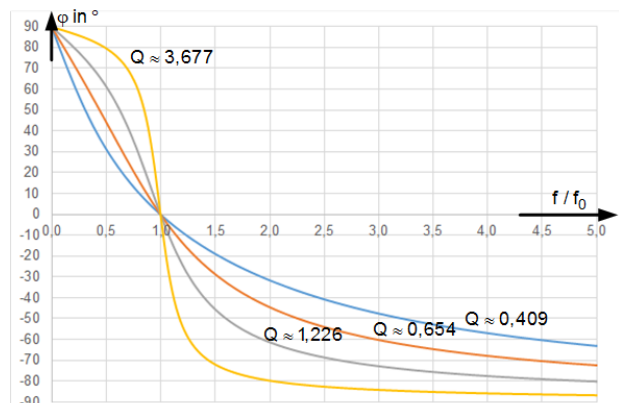
für $R = R_2 = 8 \text{ } \Omega$ $Q_2 = R_2 \cdot Z_S = 8 \text{ } \Omega \cdot 81,7 \text{ mS} = 0,654$

für $R = R_3 = 15 \text{ } \Omega$ $Q_4 = R_4 \cdot Z_S = 15 \text{ } \Omega \cdot 81,7 \text{ mS} = 1,226$

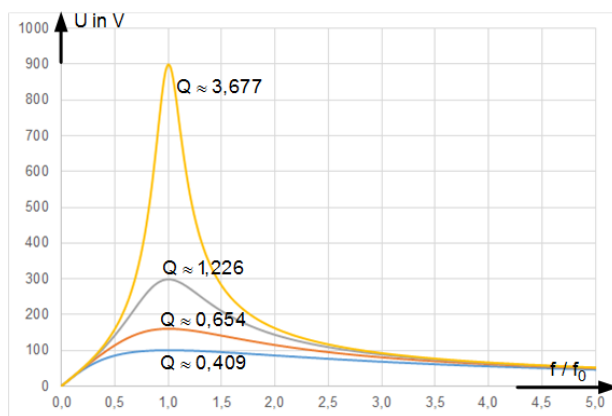
für $R = R_4 = 150 \text{ } \Omega$ $Q_4 = R_4 \cdot Z_S = 45 \text{ } \Omega \cdot 81,7 \text{ mS} = 3,677$



Betrag der Eingangsadmittanz



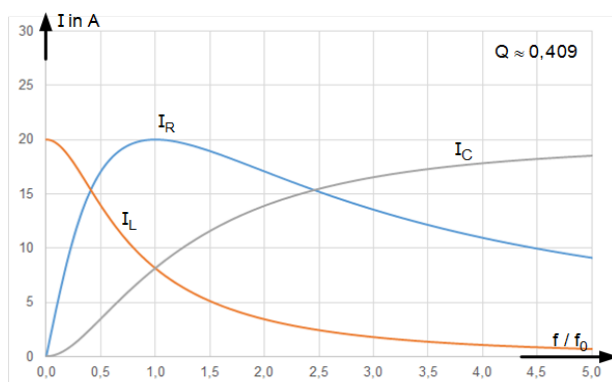
Phasenwinkel



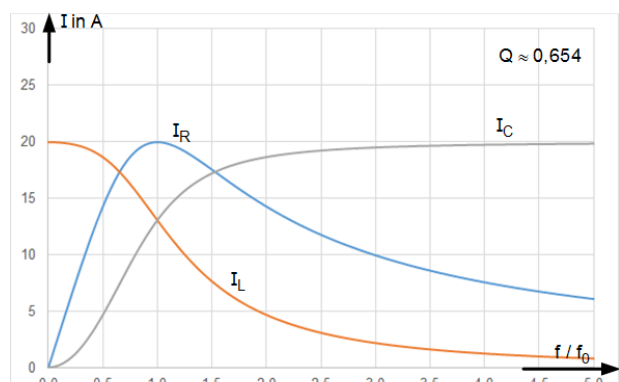
Betrag der Spannung

Je höher die Güte Q ist, desto größer ist bei der Resonanzfrequenz die Spannung (Spannungsresonanz)!

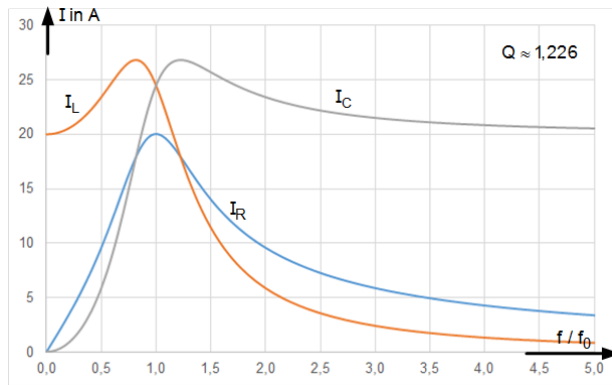
Für den Verlauf der Teilströme erhält man abhängig von der Güte Q :



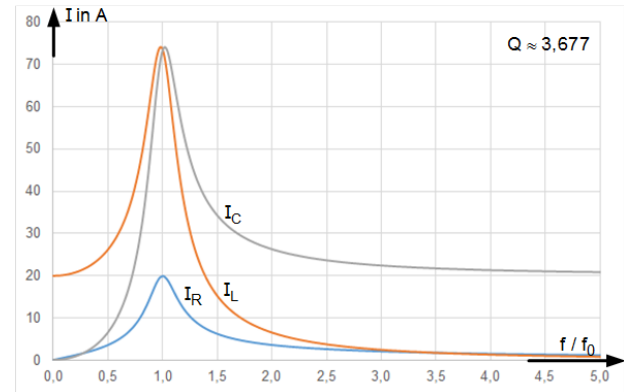
Teilströme für $Q = 0,409$



Teilströme für $Q = 0,654$



Teilströme für $Q = 1,226$



Teilströme für $Q = 3,677$

Wie aus den Abbildungen ersichtlich ist, liegen die Maxima der Ströme I_L und I_C nicht generell bei der Resonanzfrequenz, sondern verschieben sich mit kleiner werdender Güte, d.h. zunehmender Dämpfung.