

Lösungen

zu den Übungsaufgaben

„Einführung in die Elektrotechnik 1“



Inhalt:

Aufgabe	Themengebiet
Aufgabe 1	Ohmsches Gesetz
Aufgabe 2	Ohmsches Gesetz, Widerstandsberechnung, Temperaturabhängigkeit
Aufgabe 3	Ohmsches Gesetz, Spannungsquelle, Stromquelle
Aufgabe 4	Kirchhoffsche Regeln
Aufgabe 5	Netzwerkumformung, Ersatzwiderstände
Aufgabe 6	Netzwerkumformung, Ersatzwiderstände
Aufgabe 7	Ersatzspannungsquelle
Aufgabe 8	Überlagerungssatz
Aufgabe 9	Überlagerungssatz
Aufgabe 10	Sinusförmige Wechselspannung, Liniendiagramm, Zeitfunktion
Aufgabe 11	Zeigerdarstellung von sinusförmigen Wechselgrößen
Aufgabe 12	Zeigerdiagramm
Aufgabe 13	Zeigerdiagramm
Aufgabe 14	Zeigerdiagramm
Aufgabe 15	Komplexe Wechselstromrechnung
Aufgabe 16	Komplexe Wechselstromrechnung
Aufgabe 17	Komplexe Wechselstromrechnung
Aufgabe 18	Komplexe Wechselstromrechnung, Blindstromkompensation
Aufgabe 19	Komplexe Wechselstromrechnung, Schwingkreis
Aufgabe 20	Komplexe Wechselstromrechnung, Brückenschaltung
Aufgabe 21	Ausgleichsvorgänge (Einschwingvorgänge), Kondensator
Aufgabe 22	Ausgleichsvorgänge (Einschwingvorgänge), Spule

Ergänzende Aufgaben (zur Prüfungsvorbereitung)

Aufgabe 23	Gleichstrom, Netzwerkanalyse, Einschwingvorgang
Aufgabe 24	Zeigerdiagramm, Komplexe Wechselstromrechnung
Aufgabe 25	Gleichstromnetzwerk
Aufgabe 26	Zeigerdiagramm, Komplexe Wechselstromrechnung
Aufgabe 27	Gleichstromnetzwerk
Aufgabe 28	Zeigerdiagramm, Komplexe Wechselstromrechnung

Aufgabe 1 Ohmsches Gesetz**a)** Wie groß ist der Strom I durch den Verbraucher?

Maschenregel:

Ohmsches Gesetz: $U = U_{L1} + U_V - U_{L2} \quad (1)$

$$U_{L1} = R_{L1} \cdot I$$

$$U_V = R_V \cdot I \quad (2)$$

$$U_{L2} = -R_{L2} \cdot I \quad \text{Pfeilung von } U_{L2} \text{ beachten!!}$$

(2) in (1): $U = I \cdot (R_{L1} + R_V + R_{L2}) \quad (3)$

(3) auflösen nach I :
$$I = \frac{U}{(R_{L1} + R_V + R_{L2})}$$

Werte mit Einheiten einsetzen:
$$I = \frac{24 \text{ V}}{(2 \Omega + 20 \Omega + 2 \Omega)} = \frac{24 \text{ V}}{24 \Omega} = 1 \text{ A}$$

b) Welche Spannung U_V liegt am Verbraucher an?

$$U_V = R_V \cdot I = 20 \Omega \cdot 1 \text{ A} = 20 \text{ V}$$

c) Wie groß ist der Spannungsabfall entlang der Leitung?

Spannungsabfall an der Leitung = Differenz zwischen der Spannung U der Quelle und der Spannung U_V am Verbraucher, d.h. entspricht der Summe der Teilspannungen, die an den Leitungswiderständen abfallen!

$$\Delta U = U - U_V = 24 \text{ V} - 20 \text{ V} = 4 \text{ V}$$

$$\Delta U = U - U_V = U_{L1} - U_{L2} = I \cdot (R_{L1} + R_{L2}) = (2 \Omega + 2 \Omega) \cdot 1 \text{ A} = 4 \text{ V}$$

d) Welche Leistung wird im Verbraucher in Wärme umgesetzt?

Allgemein gilt für die Leistung bei R:

$$P = U_R \cdot I_R = R \cdot I^2 = \frac{U^2}{R}$$

$$P_{RV} = R_V \cdot I^2 = 20 \Omega \cdot (1 \text{ A})^2 = 20 \text{ W}$$

$$\text{Oder: } P_{RV} = \frac{U_{RV}^2}{R_V} = \frac{(20 \text{ V})^2}{20 \Omega} = 20 \text{ W}$$

Einheiten:

$$[P_{RV}] = \Omega \cdot A^2 = \frac{V}{A} \cdot A^2 = V \cdot A = W$$

$$[P_{RV}] = \frac{V^2}{\Omega} = \frac{V^2 \cdot A}{V} = V \cdot A = W$$

e) Wie groß ist der Wirkungsgrad der Heizanlage?

Wirkungsgrad allgemeine Definition: $\eta = \frac{P_{\text{Nutz}}}{P_{\text{Aufgewendet}}}$

Hier: $P_{\text{Nutz}} = P_{\text{RV}} = 20 \text{ W}$

$P_{\text{Ges}} = P_{\text{Quelle}} = U \cdot I = 24 \text{ V} \cdot 1 \text{ A} = 24 \text{ W}$

$$\eta = \frac{P_{\text{RV}}}{P_{\text{Quelle}}} = \frac{20 \text{ W}}{24 \text{ W}} \approx 83 \%$$

Merke: $0 \leq \eta \leq 1$

Aufgabe 2 Ohmsches Gesetz, Widerstandsberechnung

a) Bestimmen Sie den Widerstand $R_{\text{Draht},20}$ des Drahtwiderstandes bei Zimmertemperatur.

Allgemein gilt: $R = \rho \cdot \frac{\ell}{A}$ bzw. $R(\vartheta = 20^\circ\text{C}) = \rho(\vartheta = 20^\circ\text{C}) \cdot \frac{\ell}{A}$

Querschnittsfläche: $A = \frac{\pi}{4} \cdot D^2 = \frac{\pi}{4} \cdot (0,5 \text{ mm})^2 = 0,1963 \text{ mm}^2 = 0,1963 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$

Leiterlänge: $\ell = \pi \cdot D \cdot w = \pi \cdot 10 \text{ mm} \cdot 500 = 15.708 \text{ mm} = 15,708 \text{ m}$

$$R(\vartheta = 20^\circ\text{C}) = 0,0179 \cdot 10^{-6} \Omega\text{m} \cdot \frac{15,708 \text{ m}}{0,1963 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2} = 1,4324 \Omega$$

Merke: $1 \text{ m}^2 = 1.000 \text{ mm} \cdot 1.000 \text{ mm} = 1 \cdot 10^6 \text{ mm}^2$

$$1 \text{ mm}^2 = 1 \cdot 10^{-6} \text{ mm}^2$$

b) Wie groß ist der Widerstand $R_{\text{Draht},80}$, wenn die Temperatur auf 80°C steigt?

Es gilt: $R(\vartheta) = \rho(\vartheta) \cdot \frac{\ell}{A} = R(\vartheta = \vartheta_{\text{bezug}}) \cdot \left[1 + \alpha(\vartheta = \vartheta_{\text{bezug}}) \cdot (\vartheta - \vartheta_{\text{bezug}}) \right]$

$$R(\vartheta = 80^\circ\text{C}) = R(\vartheta = 20^\circ\text{C}) \cdot \left[1 + \alpha(\vartheta = 20^\circ\text{C}) \cdot (\vartheta - 20) \text{ K} \right]$$

$$R(\vartheta = 80^\circ\text{C}) = 1,4324 \Omega \cdot \left[1 + 0,00393 \frac{1}{\text{K}} \cdot (80 - 20) \text{ K} \right]$$

$$R(\vartheta = 80^{\circ}\text{C}) = 1,7676 \, \Omega$$

c) Wie groß wird der Widerstand $R_{\text{Draht},0}$, wenn der Drahtwiderstand auf 0°C abgekühlt wird?

$$R(\vartheta = 0^{\circ}\text{C}) = R(\vartheta = 20^{\circ}\text{C}) \cdot \left[1 + \alpha(\vartheta = 20^{\circ}\text{C}) \cdot (\vartheta - 20) \text{ K} \right]$$

$$R(\vartheta = 0^{\circ}\text{C}) = 1,4324 \, \Omega \cdot \left[1 + 0,00393 \frac{1}{\text{K}} \cdot (0 - 20) \text{ K} \right]$$

$$R(\vartheta = 0^{\circ}\text{C}) = 1,3198 \, \Omega$$

Merke: Bei Metallen gilt: $\vartheta \uparrow \Rightarrow R \uparrow$ und $\vartheta \downarrow \Rightarrow R \downarrow$ Kaltleiter

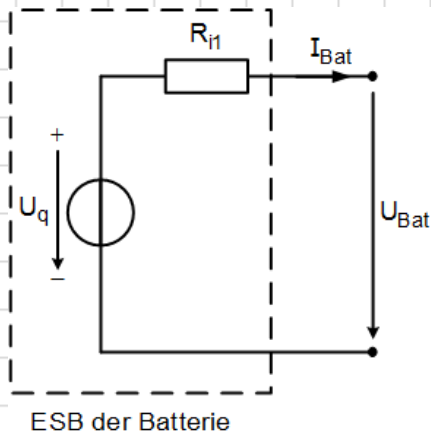
Später in Teil 2 werden noch Halbleiter-Materialien vorgestellt.

Für Halbleiter gilt: $\vartheta \uparrow \Rightarrow R \downarrow$ und $\vartheta \downarrow \Rightarrow R \uparrow$ Heißleiter

Aufgabe 3 Ohmsches Gesetz, Spannungsquelle, Stromquelle

a) Ermitteln Sie die Parameter Quellenspannung U_q und Innenwiderstand R_i .

Batterie = Reale Spannungsquelle = Ideale Spannungsquelle mit Widerstand (Innenwiderstand) in Reihe



$$\text{MR: } U_{Bat} = U_q - R_i \cdot I \quad (1)$$

Leerlauf: $I = 0 \text{ A}$ (Keine Belastung, d.h. keine Stromentnahme)

$$U_{R_i} = 0 \text{ V} \Rightarrow U_{Bat, \text{Leerlauf}} = U_q$$

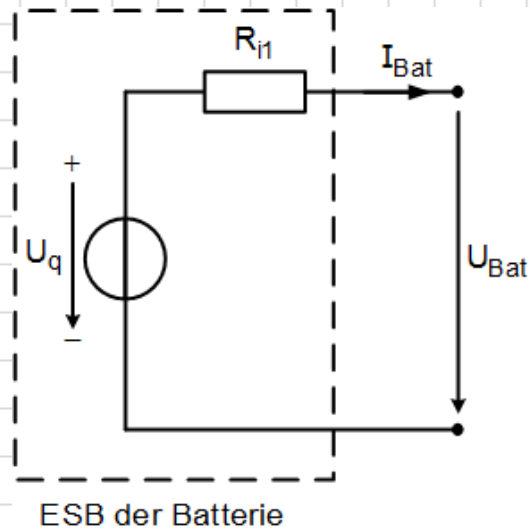
Messwert aus der Tabelle liefert: $U_{Bat, \text{Leerlauf}} = U_q = 14 \text{ V}$

Messpunkt bei Belastung: $U_{Bat}(I = 10 \text{ A}) = 13,5 \text{ V}$

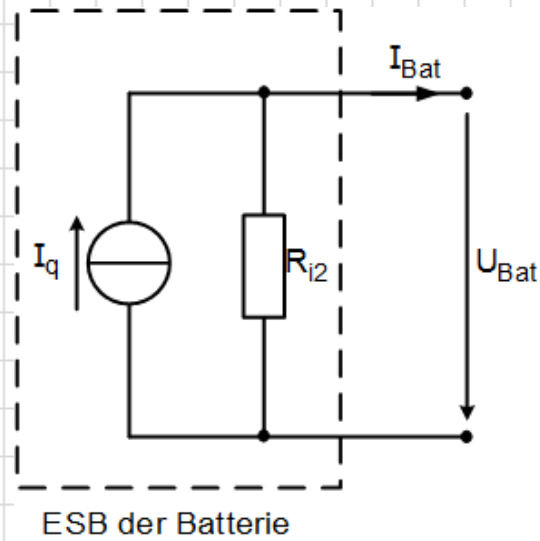
$$\text{In (1): } U_{Bat}(I = 10 \text{ A}) = 14 \text{ V} - R_i \cdot 10 \text{ A} = 13,5 \text{ V}$$

$$\text{Auflösen nach dem gesuchten Innenwiderstand: } R_i = \frac{14 \text{ V} - 13,5 \text{ V}}{10 \text{ A}} = \frac{0,5 \text{ V}}{10 \text{ A}} = 50 \text{ m}\Omega$$

b) Ersatzschaltbild für Ersatzstromquellendarstellung, Quellstrom I_q und Innenwiderstand R_i .



Ersatzspannungsquelle = reale
Spannungsquelle = ideale Spannungsquelle mit
Innenwiderstand in Reihe



Ersatzstromquelle = reale Stromquelle = ideale
Stromquelle mit Innenwiderstand parallel

Bestimmung von I_q und R_{i2} aus U_q und R_{i1} :

Variante 1: Nutzen der Quellen-Gleichungen

Strom-Quelle:
$$I_{\text{Bat}} = I_q - \frac{U_{\text{Bat}}}{R_{i2}} \quad (1)$$

Spannungs-Quelle:
$$U_{\text{Bat}} = U_q - R_{i1} \cdot I_{\text{Bat}} \quad (2)$$

(2) umgeformt:
$$I_{\text{Bat}} = \frac{U_q}{R_{i1}} - \frac{U_{\text{Bat}}}{R_{i1}} \quad (3)$$

Vergleich (3) mit (1):
$$I_q = \frac{U_q}{R_{i1}} \quad \text{und} \quad R_{i1} = R_{i2} = 50 \text{ m}\Omega$$

Damit ist (3) = (1) → Gleiche Strom-Spannungs-Kennlinie (SSK)

$$I_q = \frac{U_q}{R_{i1}} = \frac{14 \text{ V}}{50 \text{ m}\Omega} = 280 \text{ A} \quad \text{Kurzschluss-Strom der Batterie!!}$$

Variante 2: „Punktprobe“ mit den gegebenen Messwerten.

Leerlauf: $I_{\text{Bat}} = 0 \text{ A} \Rightarrow I_q = \frac{U_{\text{Bat,Leerlauf}}}{R_{i2}} \quad (4)$

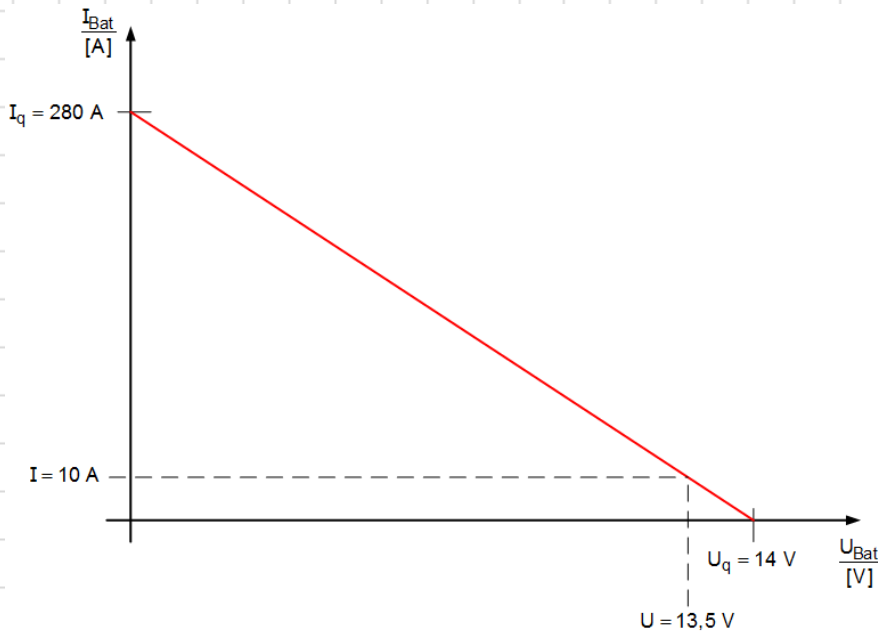
Belastung: $U_{\text{Bat}}(I = 10 \text{ A}) = R_{i2} \cdot \underbrace{(I_q - I)}_{\text{Strom durch } R_{i2}} \quad (5)$

(4) – (5): $U_{\text{Bat,Leerlauf}} - U_{\text{Bat}}(I = 10 \text{ A}) = I_q \cdot R_{i2} - R_{i2} \cdot I_q + R_{i2} \cdot I$

$$R_{i2} = \frac{U_{\text{Bat,Leerlauf}} - U_{\text{Bat}}(I = 10 \text{ A})}{I} = \frac{14 \text{ V} - 13,5 \text{ V}}{10 \text{ A}} = 50 \text{ m}\Omega$$

Mit (4): $I_q = \frac{U_{\text{Bat,Leerlauf}}}{R_{i2}} = \frac{14 \text{ V}}{50 \text{ m}\Omega} = 280 \text{ A}$

Strom-Spannungs-Kennlinie der Batterie aus den Messwerten gezeichnet:

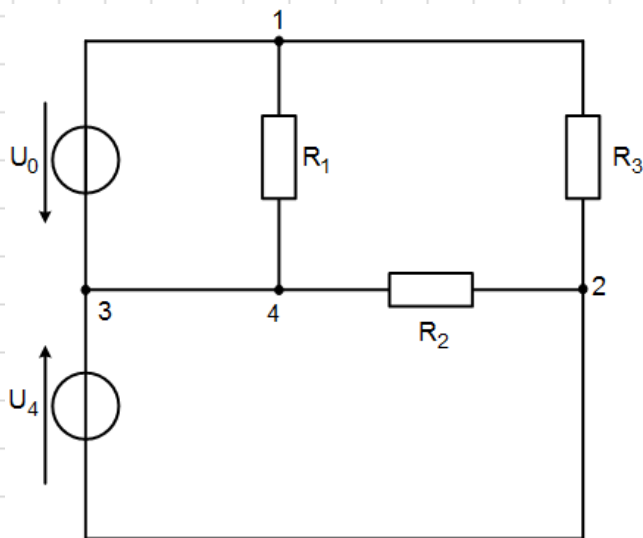


Merke: Für die **ideale Spannungsquelle** ist der **Kurzschluss** unzulässig.

Für die **ideale Stromquelle** ist der **Leerlauf** unzulässig.

Aufgabe 4 Unmittelbare Anwendung der Kirchhoffschen Regeln

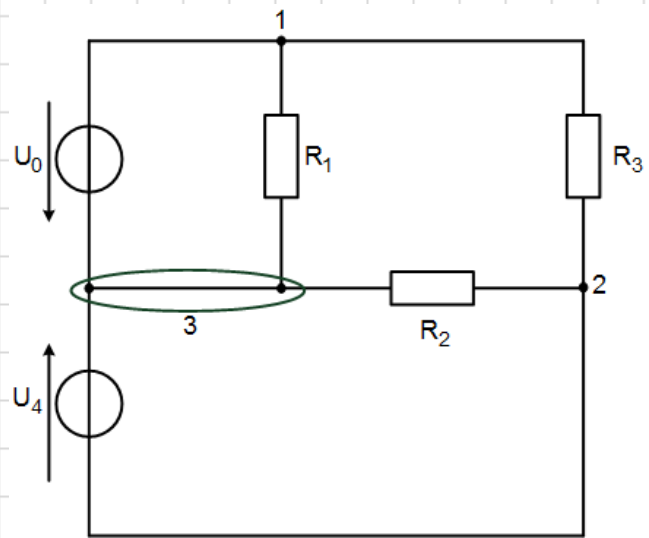
a) Wie viele Knoten k und Zweige z enthält das Netzwerk?



Variante 1:

$k = 4$ Knoten

$z = 6$ Zweige



Variante 2: Die Verbindung mit null Ohm kann als ein einziger Knoten aufgefasst werden.

$k = 3$ Knoten

$z = 5$ Zweige

b) Anzahl Knoten- und Maschengleichungen zur Bestimmung aller Zweigströme?

$$KG = (k - 1) = 4 - 1 = 3$$

$$MG = z - (k - 1) = 6 - 3 = 3$$

Insgesamt 6 Gleichungen

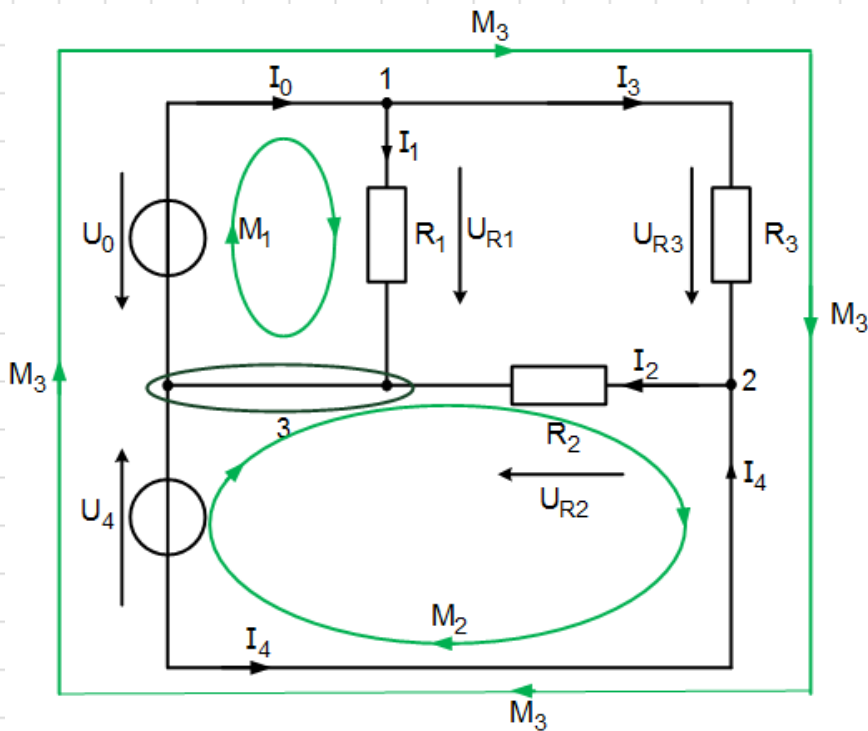
$$KG = (k - 1) = 3 - 1 = 2$$

$$MG = z - (k - 1) = 5 - 2 = 3$$

Insgesamt 5 Gleichungen

Im Folgenden wird die Variante 2 genommen, da man weniger Unbekannte hat und somit ein kleineres Gleichungssystem lösen muss.

- c) Knoten markieren, Zählpfeile und Benennungen für die unbekannten Zweigströme eintragen. Erforderliche Maschen festlegen. Zum Beispiel:



Merke:

Das Zählpfeilsystem kann beliebig festgelegt werden!!

- d) Stellen Sie die unabhängigen Knoten- und Maschengleichungen auf.

$$\text{M1: } R_1 \cdot I_1 - U_0 = 0 \quad (1)$$

$$\text{M2: } -R_2 \cdot I_2 + U_4 = 0 \quad (2)$$

$$\text{M3: } R_3 \cdot I_3 + U_4 - U_0 = 0 \quad (3)$$

$$\text{K1: } I_0 - I_1 - I_3 = 0 \quad (4)$$

$$\text{K2: } I_3 + I_4 - I_2 = 0 \quad (5)$$

e) Berechnen Sie die unbekannten Zweigströme.

$$\text{Aus (1):} \quad I_1 = \frac{U_0}{R_1} = \frac{100 \text{ V}}{50 \Omega} = 2 \text{ A}$$

$$\text{Aus (2):} \quad I_2 = \frac{U_4}{R_2} = \frac{100 \text{ V}}{50 \Omega} = 2 \text{ A}$$

$$\text{Aus (3):} \quad I_3 = \frac{U_0 - U_4}{R_3} = \frac{100 \text{ V} - 100 \text{ V}}{50 \Omega} = 0 \text{ A}$$

$$\text{Mit (4):} \quad I_0 = I_1 + I_3 = 2 \text{ A} + 0 \text{ A} = 2 \text{ A}$$

$$\text{Mit (5):} \quad I_4 = I_2 - I_3 = 2 \text{ A} - 0 \text{ A} = 2 \text{ A}$$

Das Gleichungssystem war sehr einfach zu lösen, da das Netzwerk einfach ist!

Im Allgemeinen ist ein Gleichungssystem mit 5 Unbekannten nicht mehr so einfach „von Hand“ aufzulösen!

f) Wie groß sind die Spannungen an den Widerständen?

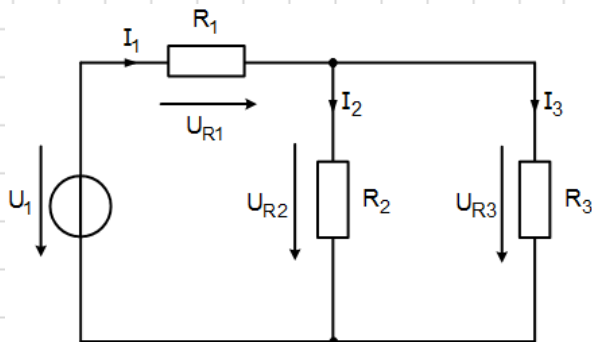
$$U_{R1} = R_1 \cdot I_1 = 50 \Omega \cdot 2 \text{ A} = 100 \text{ V}$$

$$U_{R2} = R_2 \cdot I_2 = 50 \Omega \cdot 2 \text{ A} = 100 \text{ V}$$

$$U_{R3} = R_3 \cdot I_3 = 50 \Omega \cdot 0 \text{ A} = 0 \text{ V} \quad \text{oder} \quad U_{R3} = U_0 - U_4 = 100 \text{ V} - 100 \text{ V} = 0 \text{ V}$$

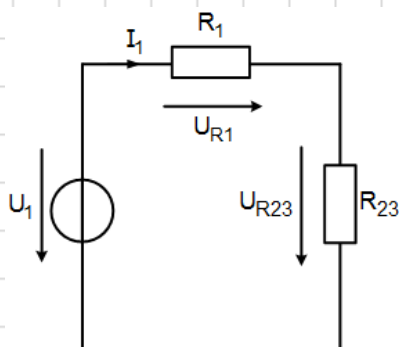
Aufgabe 5 Netzwerkumformung, Ersatzwiderstände

a) Bestimmen Sie den Strom I_1 .



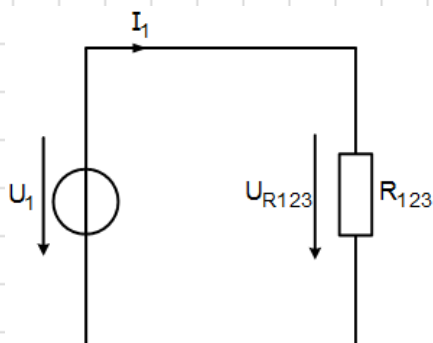
R_2 und R_3 sind parallel:

$$R_{23} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} = \frac{6 \Omega \cdot 3 \Omega}{6 \Omega + 3 \Omega} = 2 \Omega$$



R_1 und R_{23} sind in Reihe:

$$R_{123} = R_1 + R_{23} = 10 \Omega + 2 \Omega = 12 \Omega$$



Ohmsches Gesetz:

$$U_1 = R_{123} \cdot I_1 \quad I_1 = \frac{U_1}{R_{123}} = \frac{12 \text{ V}}{12 \Omega} = 1 \text{ A}$$

b) Welche Spannung fällt an R_1 ab und wie groß sind die Teilspannungen an R_2 und R_3 ?

$$U_{R1} = R_1 \cdot I_1 = 10 \Omega \cdot 1 \text{ A} = 10 \text{ V}$$

$$\text{MR: } U_{R23} = U - U_1 = 12 \text{ V} - 10 \text{ V} = 2 \text{ V}$$

$$U_{R23} = U_{R2} = U_{R3} = 2 \text{ V}$$

c) Ströme I_2 und I_3 . Wie verhalten sie sich zu den entsprechenden Widerständen?

$$U_{R2} = R_2 \cdot I_2$$

$$U_{R2} = U_{R3} = U_{R23} \quad \text{Parallelschaltung!}$$

$$U_{R3} = R_3 \cdot I_3$$

Gleichungen dividieren: $\frac{I_2}{I_3} = \frac{R_3}{R_2}$

Die Ströme verhalten sich umgekehrt wie die Widerstände.

Durch den kleineren Widerstand fließt der größere Strom.

Durch den größeren Widerstand fließt der kleinere Strom.

d) Wie verhält sich der Teilstrom I_2 zum Gesamtstrom I_1 ?

$$U_{R2} = R_2 \cdot I_2 \quad \text{und} \quad U_{R3} = R_3 \cdot I_3 \quad \text{und} \quad U_{R1} = R_1 \cdot I_1 \quad (1)$$

$$U = U_{R1} + U_{R2} = R_1 \cdot I_1 + R_2 \cdot I_2 \quad (2)$$

$$U = R_{\text{ges}} \cdot I_1 = \left(R_1 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} \right) \cdot I_1 \quad (3)$$

$$(2) = (3): \quad R_1 \cdot I_1 + R_2 \cdot I_2 = \left(R_1 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} \right) \cdot I_1$$

$$R_2 \cdot I_2 = \left(\frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} \right) \cdot I_1$$

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{R_3}{R_2 + R_3}$$

e) Wie verhält sich der Teilstrom I_3 zum Gesamtstrom I_1 ?

Analog wie bei d):

$$U = U_{R1} + U_{R3} = R_1 \cdot I_1 + R_3 \cdot I_3 \quad (4)$$

$$U = R_{\text{ges}} \cdot I_1 = \left(R_1 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} \right) \cdot I_1 \quad (5)$$

$$(4) = (5): \quad \frac{I_3}{I_1} = \frac{R_2}{R_2 + R_3}$$

$$\text{Oder:} \quad I_1 = I_2 + I_3 \quad (1)$$

$$U_{R2} = R_2 \cdot I_2 \quad \text{und} \quad U_{R3} = R_3 \cdot I_3 \quad (2)$$

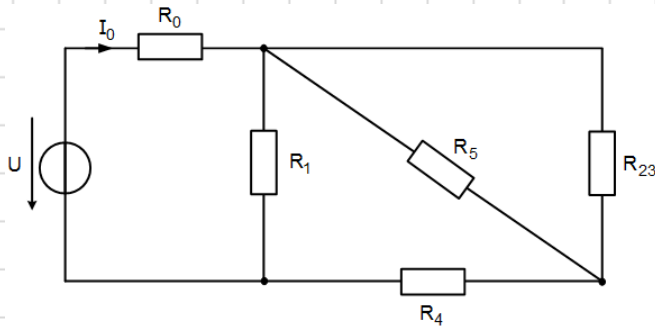
$$U_{R2} = U_{R3}$$

$$R_2 \cdot I_2 = R_3 \cdot I_3 = R_3 \cdot (I_1 - I_2)$$

$$\text{Auflösen liefert:} \quad \frac{I_2}{I_1} = \frac{R_3}{R_2 + R_3}$$

Aufgabe 6 Netzwerkumformung, Ersatzwiderstände

a) Wie groß ist der Strom I_0 ?



R_2 und R_3 sind in Reihe und wurden im linken Bild bereits zum Ersatzwiderstand R_{23} zusammengefasst:

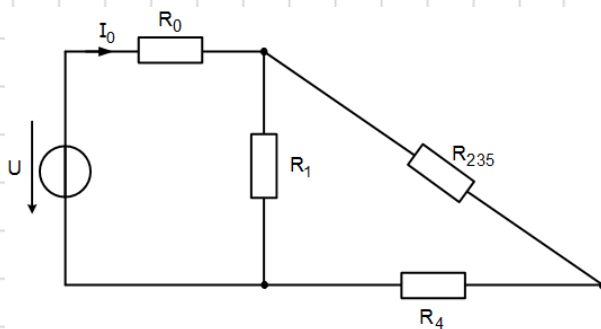
$$R_{23} = R_2 + R_3 = 25 \, \Omega + 35 \, \Omega = 60 \, \Omega$$

Nun sind R_{23} und R_5 parallel:

$$R_{235} = \frac{R_{23} \cdot R_5}{R_{23} + R_5} = \frac{60 \, \Omega \cdot 40 \, \Omega}{60 \, \Omega + 40 \, \Omega} = 24 \, \Omega$$

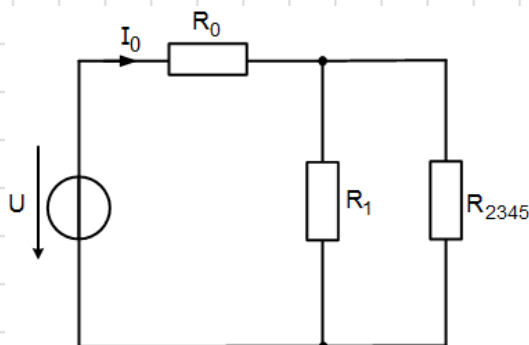
R_{235} und R_4 sind in Reihe:

$$R_{2345} = R_{235} + R_4 = 24 \, \Omega + 26 \, \Omega = 50 \, \Omega$$

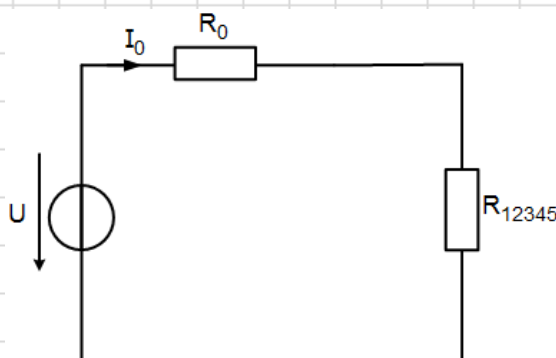


Nun sind R_1 und R_{2345} parallel:

$$R_{12345} = \frac{R_1 \cdot R_{2345}}{R_1 + R_{2345}} = \frac{50 \, \Omega \cdot 50 \, \Omega}{50 \, \Omega + 50 \, \Omega} = 25 \, \Omega$$



$$I_0 = \frac{U}{R_0 + R_{12345}} = \frac{25 \, \text{V}}{25 \, \Omega + 25 \, \Omega} = 0,5 \, \text{A}$$



b) Welche Leistung nimmt die Schaltung auf?

$$P = U \cdot I_0 = 25 \, \text{V} \cdot 0,5 \, \text{A} = 12,5 \, \text{W}$$

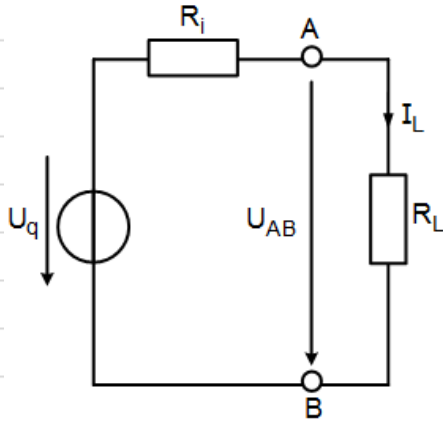
Oder:

$$P = \frac{U^2}{R_0 + R_{12345}} = \frac{(25 \, \text{V})^2}{25 \, \Omega + 25 \, \Omega} = 12,5 \, \text{W}$$

Aufgabe 7 Ersatzspannungsquelle

a) Berechnen Sie die Spannung U_q der Ersatzspannungsquelle.

Ziel-Ersatzschaltbild bezüglich der Klemmen A-B:

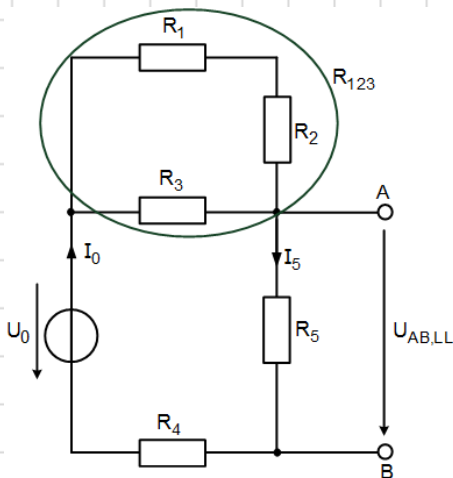


Ersatzspannungsquelle = Reale
Spannungsquelle

Quellenspannung U_q aus Leerlauf, d.h.
Klemmen A-B sind offen:

$$U_{AB, \text{Leerlauf}} = U_q$$

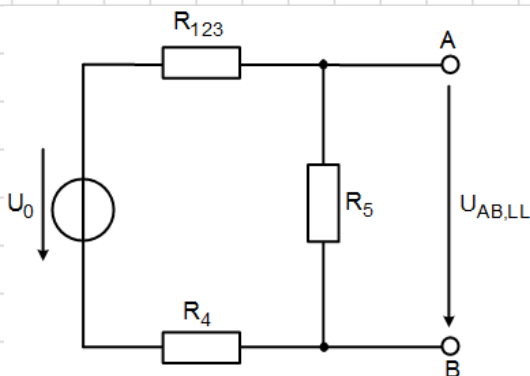
Leerlaufspannung aus Originalnetzwerk:



Widerstände zusammenfassen und
Schaltung vereinfachen:

$$R_{12} = R_1 + R_2 = 50 \, \Omega + 50 \, \Omega = 100 \, \Omega$$

$$R_{123} = \frac{R_{12} \cdot R_3}{R_{12} + R_3} = \frac{100 \, \Omega \cdot 100 \, \Omega}{100 \, \Omega + 100 \, \Omega} = 50 \, \Omega$$

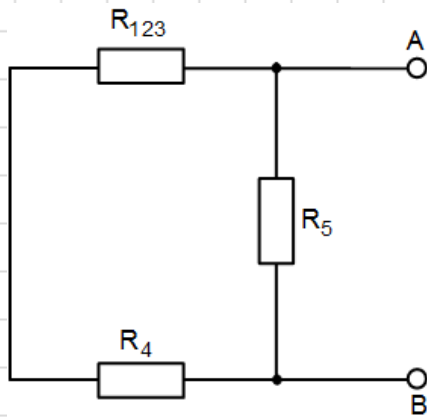


$$U_q = U_{AB, \text{Leerlauf}} = U \cdot \frac{R_5}{R_{123} + R_4 + R_5}$$

$$U_q = 10 \, \text{V} \cdot \frac{100 \, \Omega}{50 \, \Omega + 50 \, \Omega + 100 \, \Omega} = 5 \, \text{V}$$

b) Innenwiderstand R_i auf zwei verschiedene Möglichkeiten berechnen.

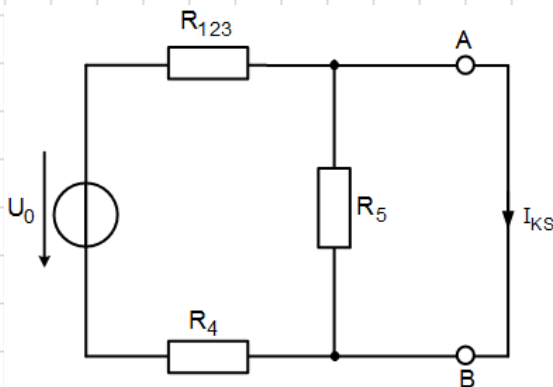
Variante 1: Ersatzwiderstand bezüglich der Klemmen A-B



Die Spannungsquelle U_0 wird durch einen Kurzschluss ersetzt.

$$R_i = \frac{(R_{123} + R_4) \cdot R_5}{R_{123} + R_4 + R_5} = \frac{(50 \, \Omega + 50 \, \Omega) \cdot 100 \, \Omega}{50 \, \Omega + 50 \, \Omega + 100 \, \Omega} = 50 \, \Omega$$

Variante 2: Mittels Kurzschlussstrom I_{KS} bei Kurzschluss der Klemmen A-B

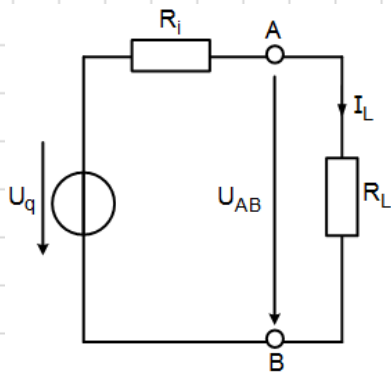


R_5 ist parallel zum Kurzschluss und damit wirkungslos!

$$I_{KS} = \frac{U_0}{R_{123} + R_4} = \frac{10 \, \text{V}}{50 \, \Omega + 50 \, \Omega} = 0,1 \, \text{A}$$

$$R_i = \frac{U_q}{I_{KS}} = \frac{5 \, \text{V}}{0,1 \, \text{A}} = 50 \, \Omega$$

c) Wie groß ist der Strom I_L durch die Last R_L ?



$$I_L = \frac{U_q}{R_i + R_L} = \frac{5 \text{ V}}{50 \Omega + 50 \Omega} = 50 \text{ mA}$$

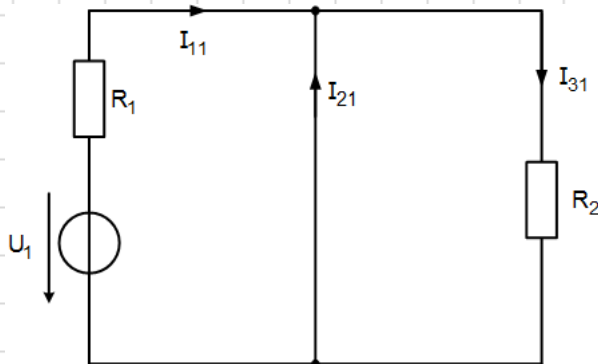
$$U_L = U_{AB} = R_L \cdot I_L = 50 \Omega \cdot 50 \text{ mA} = 2,5 \text{ V}$$

$$P_{RL} = R_L \cdot I_L^2 = 50 \Omega \cdot (50 \text{ mA})^2 = 125 \text{ mW}$$

Aufgabe 8 Überlagerungssatz

a) Berechnen Sie die von den Spannungsquellen gelieferten Teilströme.

Nur U_1 wirksam $\rightarrow U_2$ wird durch einen Kurzschluss ersetzt.

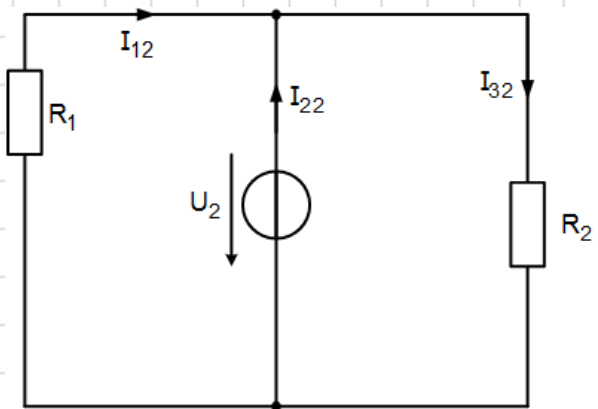


$$I_{11} = \frac{U_1}{R_1} = \frac{12 \text{ V}}{6 \Omega} = 2 \text{ A}$$

$$I_{31} = 0 \text{ A} \quad R_2 \text{ ist parallel zum Kurzschluss.}$$

$$I_{21} = -I_{11} = -2 \text{ A}$$

Nur U_2 wirksam $\rightarrow U_1$ wird durch einen Kurzschluss ersetzt.



$$I_{12} = \frac{-U_2}{R_1} = \frac{-6 \text{ V}}{6 \Omega} = -1 \text{ A}$$

$$I_{32} = \frac{U_2}{R_2} = \frac{6 \text{ V}}{3 \Omega} = 2 \text{ A}$$

Mit der Knotenregel folgt: $I_{22} = I_{32} - I_{12} = 2 \text{ A} - (-1 \text{ A}) = 3 \text{ A}$

b) Wie groß sind die in der Schaltung eingetragenen Ströme I_1 , I_2 und I_3 ?

$$I_1 = I_{11} + I_{12} = 2 \text{ A} + (-1 \text{ A}) = 1 \text{ A}$$

$$I_2 = I_{21} + I_{22} = -2 \text{ A} + 3 \text{ A} = 1 \text{ A}$$

$$I_3 = I_{31} + I_{32} = 0 \text{ A} + 2 \text{ A} = 2 \text{ A}$$

Knotenregel prüfen: $I_1 + I_2 - I_3 = 1 \text{ A} + 1 \text{ A} - 2 \text{ A} = 0 \text{ A}$ erfüllt!

c) Wie lassen sich die Ströme I_1 , I_2 und I_3 ohne den Überlagerungssatz berechnen?

Hier einfache Schaltung: Ideale Spannungsquelle U_2 parallel zu R_2

$$I_3 = \frac{U_2}{R_2} = \frac{6 \text{ V}}{3 \Omega} = 2 \text{ A}$$

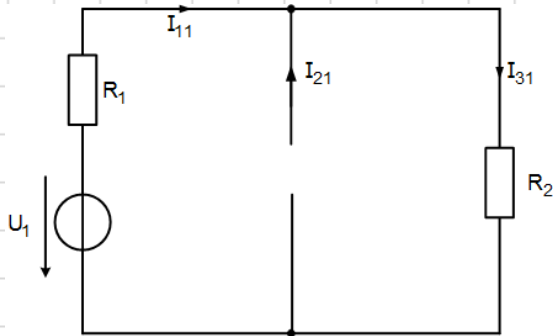
$$I_1 = \frac{U_{R1}}{R_1} = \frac{U_1 - U_2}{R_1} = \frac{12 \text{ V} - 6 \text{ V}}{6 \Omega} = 1 \text{ A}$$

Knotenregel: $I_2 = I_3 - I_1 = 2 \text{ A} - 1 \text{ A} = 1 \text{ A}$

Aufgabe 9 Überlagerungssatz

a) Berechnen Sie die von der Spannungsquelle gelieferten Stromanteile.

Nur U_1 wirksam $\rightarrow I_q$ wird durch Leerlauf ersetzt:

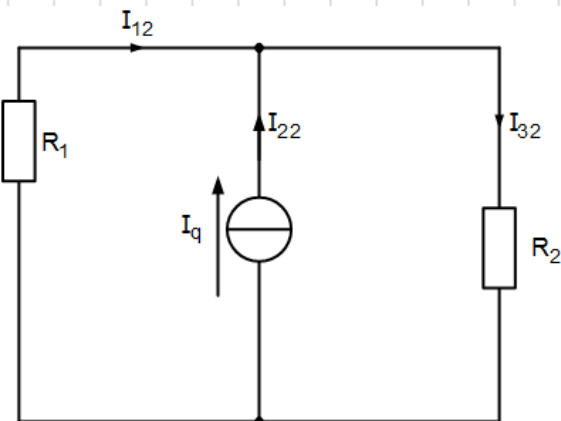


$$I_{21} = 0 \text{ A}$$

$$I_{11} = I_{31} = \frac{U_1}{R_1 + R_2} = \frac{18 \text{ V}}{6 \Omega + 3 \Omega} = 2 \text{ A}$$

b) Berechnen Sie die von der Stromquelle gelieferten Stromanteile.

Nur I_q wirksam $\rightarrow U_1$ wird durch Kurzschluss ersetzt



$$I_{22} = I_q = 3 \text{ A}$$

Anwendung der Stromteiler-Regel:

$$I_{32} = I_q \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} = 3 \text{ A} \cdot \frac{6 \Omega}{6 \Omega + 3 \Omega} = 2 \text{ A}$$

$$I_{12} = -I_q \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} = -3 \text{ A} \cdot \frac{3 \Omega}{6 \Omega + 3 \Omega} = -1 \text{ A}$$

Oder mit der Knotenregel: $I_{12} = I_{32} - I_{22} = 2 \text{ A} - 3 \text{ A} = -1 \text{ A}$

c) Wie groß sind die Ströme I_1 , I_2 und I_3 ?

$$I_1 = I_{11} + I_{12} = 2 \text{ A} + (-1 \text{ A}) = 1 \text{ A}$$

$$I_2 = I_{21} + I_{22} = 0 \text{ A} + 3 \text{ A} = 3 \text{ A}$$

$$I_3 = I_{31} + I_{32} = 2 \text{ A} + 2 \text{ A} = 4 \text{ A}$$

Aufgabe 10 Sinusförmige Wechselspannung, Liniendiagramm, Zeitfunktion

a) $u_1(t)$ in der Form $u_1(t) = \hat{u}_1 \cdot \sin\left(2 \cdot \pi \cdot \frac{t}{T_1}\right)$ und f_1 und ω_1

Ablesen aus dem Liniendiagramm:

Amplitude: $\hat{u}_1 = 10 \text{ V}$

Periodendauer: $T_1 = 20 \text{ ms}$

Der Sinus ist nicht phasenverschoben. Nullphasenwinkel $\varphi_{U1} = 0^\circ \triangleq 0 \text{ rad}$

Frequenz: $f_1 = \frac{1}{T_1} = \frac{1}{20 \text{ ms}} = 50 \text{ Hz}$

Kreisfrequenz: $\omega_1 = 2 \cdot \pi \cdot f_1 = 2 \cdot \pi \cdot 50 \text{ Hz} = 314,2 \text{ s}^{-1}$

Zeitfunktion: $u_1(t) = 10 \text{ V} \cdot \sin\left(2 \cdot \pi \cdot \frac{t}{20 \text{ ms}} + 0\right)$

b) $u_2(t)$ in der Form $u_2(t) = \hat{u}_2 \cdot \sin\left(2 \cdot \pi \cdot \frac{t}{T_2}\right)$ und f_2 und ω_2 .

Wodurch unterscheidet sich $u_2(t)$ von $u_1(t)$?

Amplitude: $\hat{u}_2 = 5 \text{ V}$

Periodendauer: $T_2 = 10 \text{ ms}$

Nullphasenwinkel: $\varphi_{U2} = 0^\circ \triangleq 0 \text{ rad}$

Frequenz: $f_2 = \frac{1}{T_2} = \frac{1}{10 \text{ ms}} = 100 \text{ Hz}$

Kreisfrequenz: $\omega_2 = 2 \cdot \pi \cdot f_2 = 2 \cdot \pi \cdot 100 \text{ Hz} = 628,3 \text{ s}^{-1}$

Zeitfunktion: $u_2(t) = 5 \text{ V} \cdot \sin\left(2 \cdot \pi \cdot \frac{t}{10 \text{ ms}} + 0\right)$

Vergleich mit $u_1(t)$: $\hat{u}_2 = \frac{1}{2} \cdot \hat{u}_1$ und $T_2 = \frac{1}{2} \cdot T_1$ bzw. $f_2 = 2 \cdot f_1$

c) $u_3(t)$ in der Form $u_3(t) = \hat{u}_3 \cdot \sin\left(2 \cdot \pi \cdot \frac{t}{T_3} + \tau_0\right)$ und f_3 und ω_3 .

Wodurch unterscheidet sich $u_3(t)$ von $u_2(t)$?

Amplitude: $\hat{u}_3 = 7,5 \text{ V}$

Periodendauer: $T_3 = 10 \text{ ms}$

Frequenz: $f_3 = \frac{1}{T_3} = \frac{1}{10 \text{ ms}} = 100 \text{ Hz}$

Kreisfrequenz: $\omega_3 = 2 \cdot \pi \cdot f_3 = 2 \cdot \pi \cdot 100 \text{ Hz} = 628,3 \text{ s}^{-1}$

Nullphasenwinkel: Nulldurchgang von $u_2(t)$ und $u_3(t)$ sind zeitlich um $t_0 = 1,25 \text{ ms}$ verschoben.

$T_3 = 10 \text{ ms} \triangleq 2 \cdot \pi \text{ rad}$

$t_0 = 1,25 \text{ ms} \triangleq \frac{2 \cdot \pi}{T_3} \cdot t_0 = \frac{2 \cdot \pi}{10 \text{ ms}} \cdot 1,25 \text{ ms} = \frac{\pi}{4} \text{ rad} \approx 0,785 \text{ rad}$

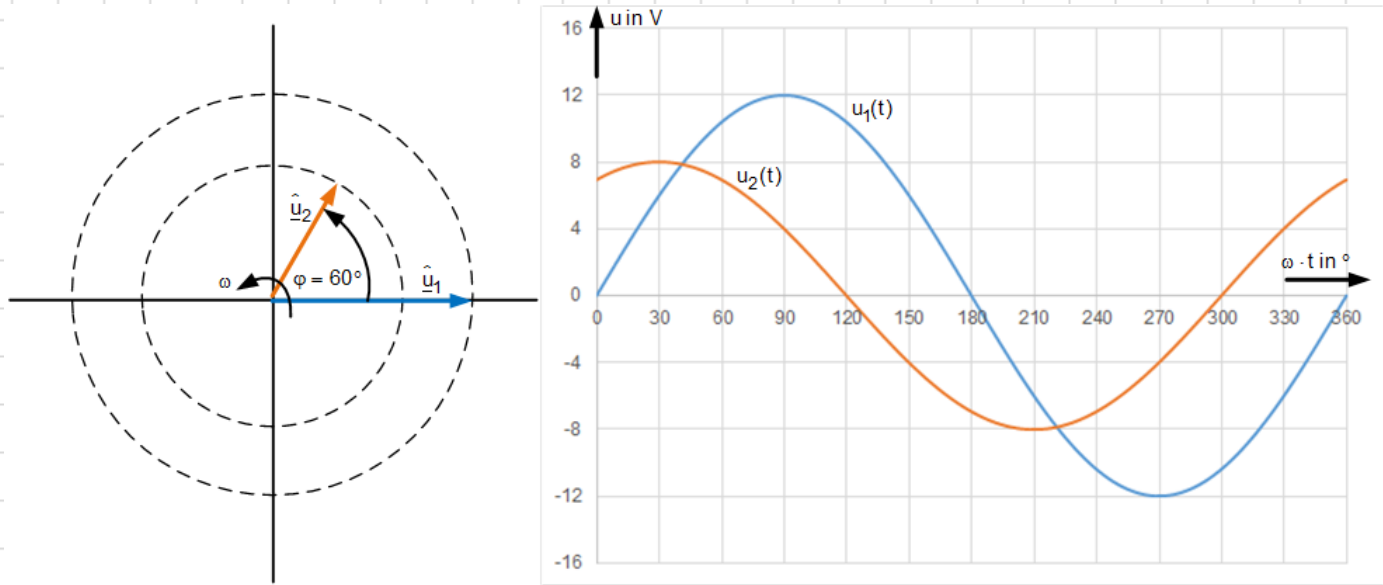
Zeitfunktion: $u_3(t) = 7,5 \text{ V} \cdot \sin\left(2 \cdot \pi \cdot \frac{t}{10 \text{ ms}} + \frac{\pi}{4}\right)$

Vergleich mit $u_2(t)$:

$u_3(t)$ hat eine größere Amplitude und ist gegenüber $u_2(t)$ um 45° (voreilend) phasenverschoben.

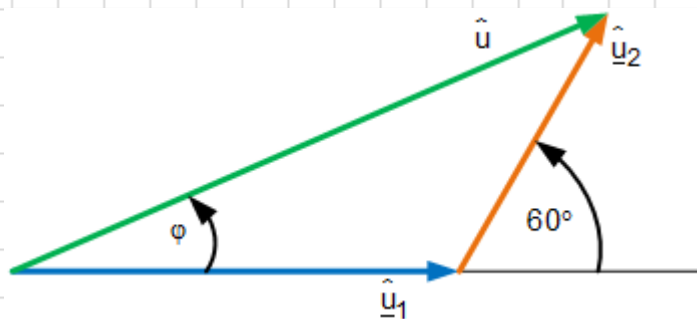
Aufgabe 11 Zeigerdarstellung von sinusförmigen Wechselgrößen

a) $u_1(t)$ und $u_2(t)$ als rotierende Amplitudenzeiger $\hat{u}_1$ und $\hat{u}_2$. Liniendarstellung Zeitfunktionen.



b) Amplitude $\hat{u}$ und den Phasenwinkel φ der Summenspannung $u(t) = u_1(t) + u_2(t)$.

Abgelesen:



Maßstab: $1 \text{ cm} \hat{=} 2 \text{ V}$

Phasenwinkel: $\varphi \approx 24^\circ$

Spannungsamplitude aus Zeigerlänge: $|\hat{u}| \triangleq 8,5 \text{ cm}$

$$\hat{u} = 8,5 \text{ cm} \cdot \frac{2 \text{ V}}{\text{cm}} = 17 \text{ V}$$

Die Spannung $u(t)$ eilt der Spannung $u_1(t)$ um den Winkel $\varphi \approx 24^\circ \triangleq 0,419 \text{ rad}$ vor.

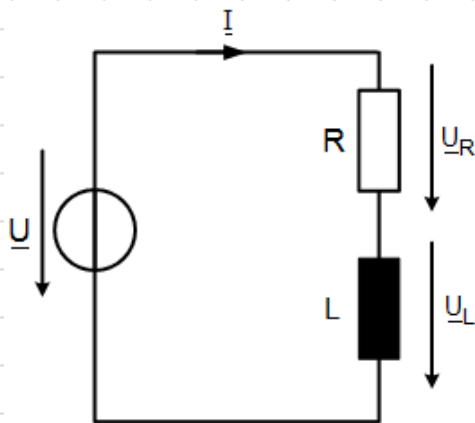
c) Zeitfunktion für $u(t)$. Effektivwert U der sinusförmigen Summenspannung $u(t)$?

$$u(t) = \hat{u} \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot t + \varphi\right)$$

$$u(t) = 17 \text{ V} \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{20 \text{ ms}} \cdot t + 0,419\right)$$

Aufgabe 12 Zeigerdiagramm

- a) Ersatzschaltbild (ESB) mit Zählpfeilen und Bezeichner versehen.



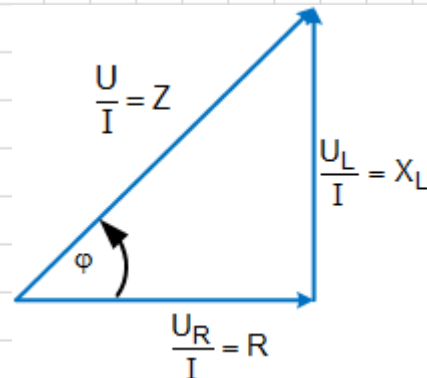
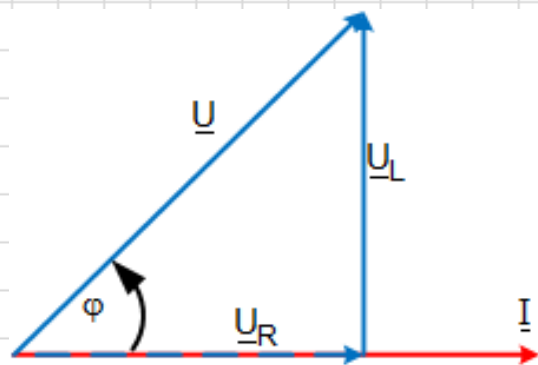
Auch hier gilt:

Die Zählpfeile können prinzipiell beliebig eingetragen werden.

- b) Bestimmen Sie den Blindwiderstand X_L der Induktivität L .

$$X_L = \omega \cdot L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L = 2 \cdot \pi \cdot 50 \frac{1}{s} \cdot 88 \cdot 10^{-3} \text{ H} = 27,7 \, \Omega$$

- c) Betrag Z und der Winkel φ_Z der Gesamtimpedanz $\underline{Z}$ der R-L-Reihenschaltung?



Siehe oben rechtes Dreieck → Pythagoras

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{(10 \, \Omega)^2 + (27,7 \, \Omega)^2} = 29,5 \, \Omega$$

$$\varphi = \arctan\left(\frac{X_L}{R}\right) = \arctan\left(\frac{27,7 \, \Omega}{10 \, \Omega}\right) = 70,15^\circ$$

d) Strom, Effektivwert, Scheitelwert und Frequenz des Stromes?

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{100 \text{ V}}{29,5 \Omega} = 3,4 \text{ A}$$

Bei sinusförmigen Größen gilt: $\hat{i} = \sqrt{2} \cdot I = \sqrt{2} \cdot 3,4 \text{ A} = 4,8 \text{ A}$

Die Frequenz ist überall (für alle Ströme und Spannungen) im Netzwerk gleich – sie wird hier von der Spannungsquelle vorgegeben.

e) Wie groß sind die Teilspannungen an R und L?

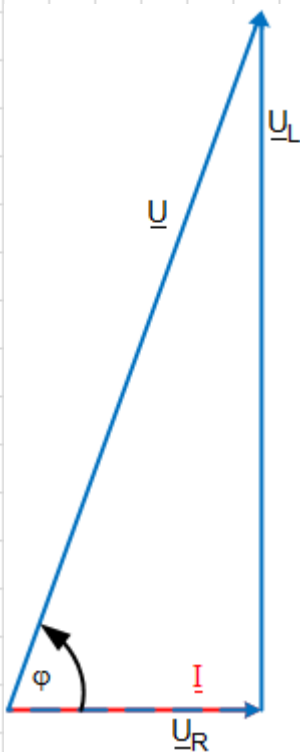
$$U_R = |\underline{U}_R| = R \cdot |\underline{I}| = R \cdot I = 10 \Omega \cdot 3,4 \text{ A} = 34 \text{ V}$$

$$U_L = |\underline{U}_L| = X_L \cdot |\underline{I}| = X_L \cdot I = 27,7 \Omega \cdot 3,4 \text{ A} = 94 \text{ V}$$

Es gilt:
$$U = \sqrt{U_R^2 + U_L^2} = \sqrt{(34 \text{ V})^2 + (94 \text{ V})^2} \approx 100 \text{ V}$$

Es gilt NICHT:
$$U = U_R + U_L = 34 \text{ V} + 94 \text{ V} = 128 \text{ V} \neq 100 \text{ V}$$

f) Maßstäbliches Zeigerdiagramm.



Maßstäbe:

Spannungsmaßstab:

$$m_U = \frac{10 \text{ V}}{\text{cm}}$$

$$U_R \triangleq 3,4 \text{ cm}$$

$$U_L \triangleq 9,4 \text{ cm}$$

Strommaßstab:

$$m_I = \frac{1 \text{ A}}{\text{cm}}$$

$$I \triangleq 3,4 \text{ cm}$$

g) Phasenwinkel $\varphi = \varphi_U - \varphi_I$ zwischen Strom und Spannung?

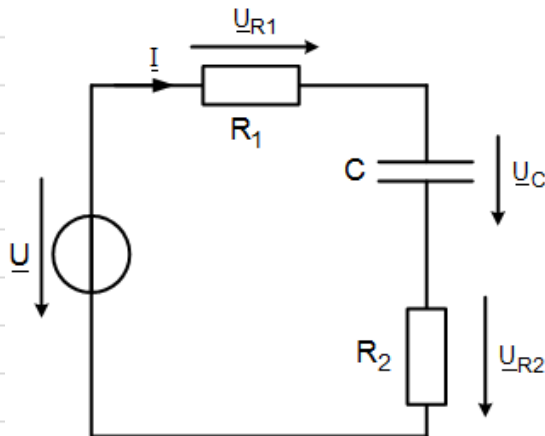
Aus dem maßstäblichen Zeigerdiagramm kann der Phasenverschiebungswinkel abgelesen (gemessen) werden:

$$\varphi \approx 71^\circ$$

Die Spannung $\underline{U}$ eilt dem Strom $\underline{I}$ um 71° **vor**. → Ohmsch-induktives Verhalten.

Aufgabe 13 Zeigerdiagramm

- a) ESB mit Zählpfeilen und Bezeichner für Ströme und Spannungen versehen.



Auch hier gilt wieder:

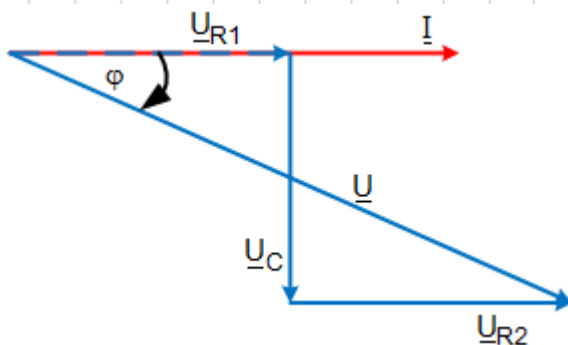
Zählpfeile können prinzipiell beliebig eingetragen werden!

- b) Bestimmen Sie den Blindwiderstand X_C der Kapazität C .

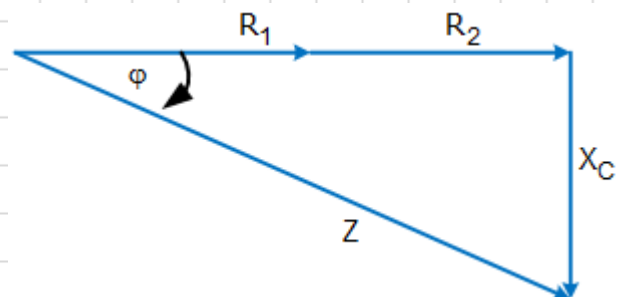
$$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 50 \frac{1}{s} \cdot 31,8 \cdot 10^{-6} \text{ F}} \approx 100 \Omega$$

- c) Betrag Z und Winkel φ_Z der Gesamtimpedanz $\underline{Z}$ der Reihenschaltung?

Spannungsdreieck:



Widerstandsdreieck:



Aus obigem rechten Dreieck → Pythagoras:

$$Z = \sqrt{(R_1 + R_2)^2 + X_C^2} = \sqrt{(100 \, \Omega + 150 \, \Omega)^2 + (100 \, \Omega)^2} = 269,3 \, \Omega$$

$$\varphi = -\arctan\left(\frac{X_C}{R_1 + R_2}\right) = -\arctan\left(\frac{100 \, \Omega}{100 \, \Omega + 150 \, \Omega}\right) = -21,8^\circ$$

Der Phasenverschiebungswinkel zeigt in Uhrzeigersinn, daher bekommt er ein negatives Vorzeichen!

Der Phasenverschiebungswinkel ist immer gepfeilt **VOM Strom ZUR Spannung**.

d) Strom, Effektivwert, Scheitelwert und Frequenz?

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{100 \, \text{V}}{269,3 \, \Omega} = 0,37 \, \text{A}$$

Bei sinusförmigen Größen gilt: $\hat{i} = \sqrt{2} \cdot I = \sqrt{2} \cdot 0,37 \, \text{A} = 0,523 \, \text{A}$

Die Frequenz $f = 50 \, \text{Hz}$ ist überall (für alle Ströme und Spannungen) im Netzwerk gleich – sie wird hier von der Spannungsquelle vorgegeben.

e) Wie groß sind die Teilspannungen an R_1 , R_2 und C (Effektivwerte und Scheitelwerte)?

$$U_{R1} = |\underline{U}_{R1}| = R_1 \cdot |\underline{I}| = R_1 \cdot I = 100 \, \Omega \cdot 0,37 \, A = 37 \, V$$

$$U_{R2} = |\underline{U}_{R2}| = R_2 \cdot |\underline{I}| = R_2 \cdot I = 150 \, \Omega \cdot 0,37 \, A = 55 \, V$$

$$U_{LC} = |\underline{U}_C| = X_C \cdot |\underline{I}| = X_C \cdot I = 100 \, \Omega \cdot 0,37 \, A = 37 \, V$$

Für die Dachwerte (Amplituden) gilt:

$$\hat{u}_{R1} = \sqrt{2} \cdot U_{R1} = \sqrt{2} \cdot 37 \, V = 52,3 \, V$$

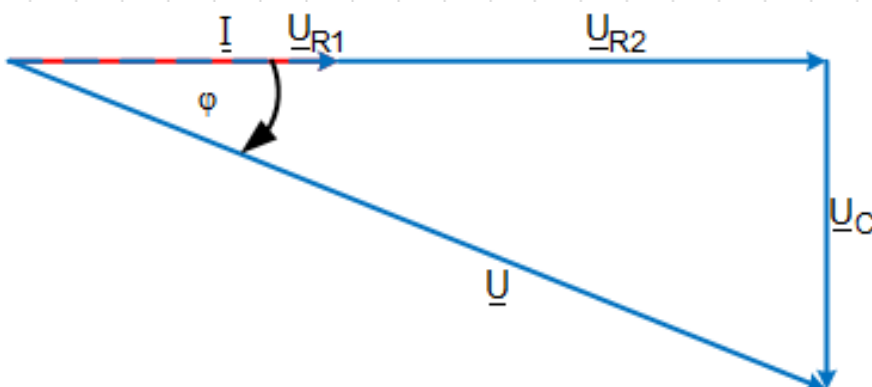
$$\hat{u}_{R2} = \sqrt{2} \cdot U_{R2} = \sqrt{2} \cdot 55 \, V = 77,8 \, V$$

$$\hat{u}_C = \sqrt{2} \cdot U_C = \sqrt{2} \cdot 37 \, V = 52,3 \, V$$

f) Maßstäbliches Zeigerdiagramm.

Strommaßstab: $m_I = \frac{0,1 \, A}{cm}$
 $I \triangleq 3,7 \, cm$

Spannungsmaßstab: $m_U = \frac{10 \, V}{cm}$
 $U_{R1} \triangleq 3,7 \, cm$
 $U_{R2} \triangleq 5,5 \, cm$
 $U_C \triangleq 3,7 \, cm$



g) Phasenwinkel $\varphi = \varphi_U - \varphi_i$ zwischen Strom und Spannung?

Aus dem maßstäblichen Zeigerdiagramm kann abgemessen werden: $\varphi = -22^\circ$

Minuszeichen, da φ in Uhrzeigersinn (math. negativ) gerichtet ist.

Oder, wie vorne bereits berechnet:

$$\varphi = -\arctan\left(\frac{X_C}{R_1 + R_2}\right) = -\arctan\left(\frac{100\ \Omega}{100\ \Omega + 150\ \Omega}\right) = -21,8^\circ$$

Aufgabe 14 Zeigerdiagramm

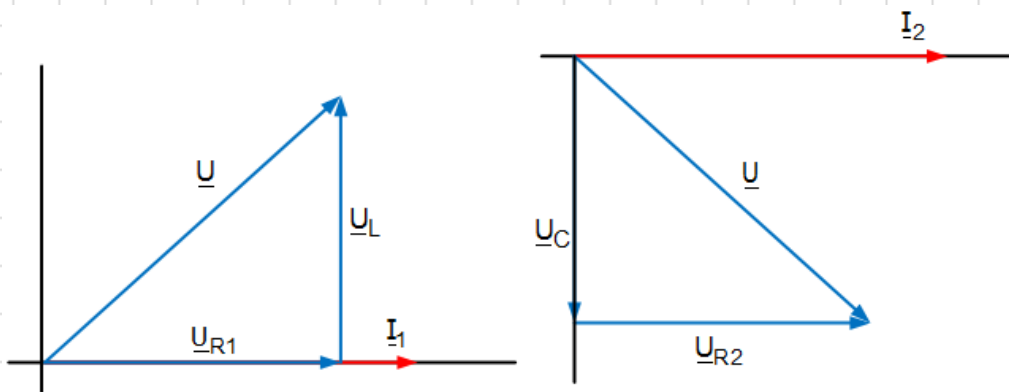
a) Bestimmen Sie die Blindwiderstände X_L und X_C .

$$X_L = \omega \cdot L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L = 2 \cdot \pi \cdot 50 \frac{1}{s} \cdot 79,6 \cdot 10^{-3} \text{ H} \approx 25 \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 50 \frac{1}{s} \cdot 318 \cdot 10^{-6} \text{ F}} \approx 10 \Omega$$

b) Bestimmen Sie die Beträge I_1 und I_2 der Ströme $\underline{I}_1$ und $\underline{I}_2$.

Zuerst qualitative Zeigerdiagramme:



$$Z_1 = \sqrt{R_1^2 + X_L^2}$$

$$Z_2 = \sqrt{R_2^2 + X_C^2}$$

$$Z_1 = \sqrt{(10 \Omega)^2 + (25 \Omega)^2} = 27 \Omega$$

$$Z_2 = \sqrt{(20 \Omega)^2 + (10 \Omega)^2} = 22 \Omega$$

$$I_1 = \frac{U}{Z_1} = \frac{10 \text{ V}}{27 \Omega} = 0,371 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{U}{Z_2} = \frac{10 \text{ V}}{22 \Omega} = 0,447 \text{ A}$$

c) Bestimmen Sie die Beträge sämtlicher Teilspannungen.

Effektivwert entspricht Betrag.

$$U_{R1} = R_1 \cdot I_1 = 10 \, \Omega \cdot 0,371 \, A = 3,71 \, V$$

$$U_L = X_L \cdot I_1 = 25 \, \Omega \cdot 0,371 \, A = 9,275 \, V$$

Kontrolle: $U = \sqrt{U_{R1}^2 + U_L^2} = \sqrt{(3,71 \, V)^2 + (9,275 \, V)^2} \approx 10 \, V$

$$U_{R2} = R_2 \cdot I_2 = 20 \, \Omega \cdot 0,447 \, A = 8,94 \, V$$

$$U_C = X_C \cdot I_2 = 10 \, \Omega \cdot 0,447 \, A = 4,47 \, V$$

Kontrolle: $U = \sqrt{U_{R2}^2 + U_C^2} = \sqrt{(8,94 \, V)^2 + (4,47 \, V)^2} \approx 10 \, V$

d) Maßstäbliches Zeigerdiagramm.

Strommaßstab: $m_I = \frac{20 \, \text{cm}}{1 \, A}$

Spannungsmaßstab: $m_U = \frac{1 \, \text{cm}}{1 \, V}$

$$I_1 = 0,371 \, A \triangleq 7,4 \, \text{cm}$$

$$U_{R1} = 3,71 \, V \triangleq 3,7 \, \text{cm}$$

$$I_2 = 0,447 \, A \triangleq 9 \, \text{cm}$$

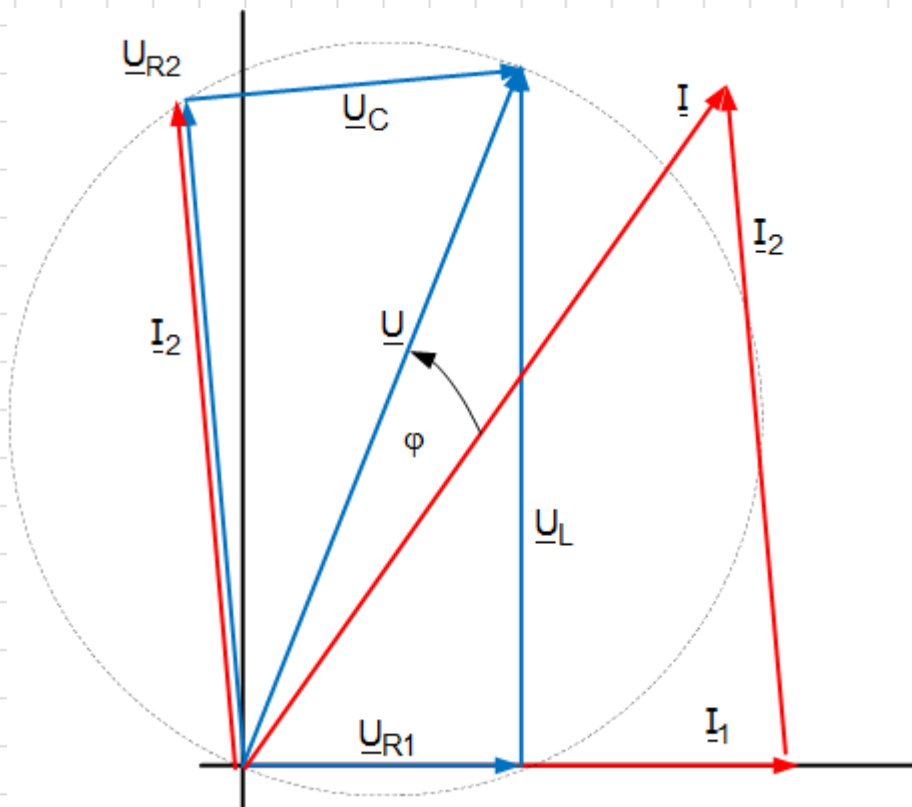
$$U_L = 9,275 \, V \triangleq 9,3 \, \text{cm}$$

$$U_{R2} = 8,94 \, V \triangleq 8,9 \, \text{cm}$$

$$U_C = 4,47 \, V \triangleq 4,5 \, \text{cm}$$

Spannung $U = 10 \text{ V} \triangleq 10 \text{ cm} \rightarrow$ Radius des Thaleskreises entspricht 5 cm.

Zeigerdiagramm:



Vorgehen bei der Konstruktion des Zeigerdiagrammes:

1. $\underline{I}_1$ in die horizontale Lage legen (Bezugszeiger)
2. $\underline{U}_{R1}$ in Phase zu $\underline{I}_1$ einzeichnen.
3. $\underline{U}_L$ 90° voreilend zu $\underline{I}_1$ einzeichnen.

4. Maschenregel anwenden: $\underline{U} = \underline{U}_{R1} + \underline{U}_L$

5. Kreis mit Radius 5 cm um $\underline{U}$ zeichnen.

6. $\underline{I}_2$ und damit $\underline{U}_{R2}$ sind voreilend zu $\underline{U}$.

7. Länge von $\underline{U}_{R2}$ (8,9 cm) von Anfang $\underline{U}$ auf dem Thaleskreis abtragen (z.B. mit dem Zirkel) und $\underline{U}_{R2}$ eintragen.

8. Maschenregel anwenden: $\underline{U} = \underline{U}_{R2} + \underline{U}_C$, d.h. an $\underline{U}_{R2}$ wird $\underline{U}_C$ angehängt.

9. $\underline{I}_2$ in Phase zu $\underline{U}_{R2}$ einzeichnen.

10. Knotenregel: $\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2$

e) Betrag I des Stromes $\underline{I}$, Phasenverschiebungswinkel φ zwischen Strom $\underline{I}$ und Spannung $\underline{U}$.

Länge des Stromzeigers $\underline{I}$ aus dem maßstäblichen Zeigerdiagramm abmessen:

$$I = 11 \text{ cm} \cdot \frac{1 \text{ A}}{20 \text{ cm}} = 0,55 \text{ A}$$

Den Phasenverschiebungswinkel vom Strom zur Spannung eintragen und abmessen:

$$\varphi = +14,5^\circ$$

Positiver Vorzeichen, da φ entgegen dem Uhrzeigersinn gerichtet ist (mathematisch positiv).

$0^\circ < \varphi < 90^\circ \rightarrow$ Die Schaltung verhält sich ohmsch-induktiv!

f) Berechnen Sie die Schein-, Blind- und Wirkleistung.

$$S = U \cdot I = 10 \text{ V} \cdot 0,55 \text{ A} = 5,5 \text{ VA}$$

$$P = S \cdot \cos(\varphi) = 5,5 \text{ VA} \cdot \cos(14,5^\circ) = 5,32 \text{ W}$$

$$Q = S \cdot \sin(\varphi) = 5,5 \text{ VA} \cdot \sin(14,5^\circ) = 1,38 \text{ var} \rightarrow Q > 0 \rightarrow \text{induktive Blindleistung.}$$

Es gilt:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{(5,32)^2 + (1,38)^2} \text{ VA} \approx 5,5 \text{ VA}$$

Aufgabe 15 Komplexe Wechselstromrechnung

a) Effektivwert I des Stromes $\underline{I}$ und um Phasenverschiebungswinkel?

$$X_L = \omega \cdot L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L = 2 \cdot \pi \cdot 50 \frac{1}{s} \cdot 0,2 \text{ H} = 62,8 \, \Omega$$

$$\underline{Z} = R + j \cdot X_L = (10 + j \cdot 62,8) \, \Omega$$

$$|\underline{Z}| = Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{(10 \, \Omega)^2 + (62,8 \, \Omega)^2} = 65,94 \, \Omega$$

$$\varphi_Z = \arctan\left(\frac{X_L}{R}\right) = \arctan\left(\frac{62,8 \, \Omega}{20 \, \Omega}\right) = 72,34^\circ$$

$$\underline{Z} = Z \cdot e^{j \cdot \varphi_Z} = 65,94 \, \Omega \cdot e^{j \cdot 72,34^\circ}$$

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} = \frac{220 \text{ V} \cdot e^{j \cdot 0^\circ}}{65,94 \, \Omega \cdot e^{j \cdot 72,34^\circ}} = \frac{220 \text{ V}}{65,94 \, \Omega} \cdot e^{j \cdot (0^\circ - 72,34^\circ)} = 3,34 \text{ A} \cdot e^{-j \cdot 72,34^\circ}$$

Negativer Winkel $\rightarrow$ Der Strom eilt der Spannung um $72,34^\circ$ nach!

Phasenverschiebungswinkel:

$$\text{Es gilt (Definition): } \varphi = \varphi_U - \varphi_I = 0^\circ - (-72,34^\circ) = 72,34^\circ = \varphi_Z$$

b) Wie groß sind die Teilspannungen $\underline{U}_R$ und $\underline{U}_L$ nach Betrag und Phase?

$$\underline{U}_R = R \cdot \underline{I} = 20 \, \Omega \cdot 3,34 \, \text{A} \cdot e^{-j \cdot 72,34^\circ} = 6,68 \, \text{V} \cdot e^{-j \cdot 72,34^\circ}$$

$$\underline{U}_R = 6,68 \, \text{V} \cdot [\cos(-72,34^\circ) + j \cdot \sin(-72,34^\circ)] = (20,2 - j \cdot 63,6 \, \text{V})$$

$$\underline{U}_L = j \cdot X_L \cdot \underline{I} = j \cdot 62,8 \, \Omega \cdot 3,34 \, \text{A} \cdot e^{-j \cdot 72,34^\circ} = 209,6 \cdot e^{j \cdot (90^\circ - 72,34^\circ)}$$

$$\underline{U}_L = 209,6 \cdot e^{j \cdot 17,66^\circ}$$

Die Spannung $\underline{U}_L$ eilt der Spannung $\underline{U}$ um $17,66^\circ$ vor.

$$\underline{U}_L = 209,6 \, \text{V} \cdot [\cos(17,66^\circ) + j \cdot \sin(17,66^\circ)] = (199,8 + j \cdot 63,6 \, \text{V})$$

c) Komplexe Scheinleistung $\underline{S}$, Wirkleistung P und Blindleistung Q.

$$\underline{S} = \underline{U} \cdot \underline{I}^* = 220 \, \text{V} \cdot 3,34 \cdot e^{j \cdot 72,34^\circ}$$

$$\underline{S} = 734,8 \, \text{VA} \cdot e^{j \cdot 72,34^\circ}$$

$$\underline{S} = 734,8 \, \text{VA} \cdot [\cos(72,34^\circ) + j \cdot \sin(72,34^\circ)] = (222,6 + j \cdot 699,4) \, \text{VA}$$

$$P = \operatorname{Re}\{\underline{S}\} = 222,6 \, \text{W}$$

$$Q = \operatorname{Im}\{\underline{S}\} = 699,4 \, \text{var}$$

$$Q > 0 \Leftrightarrow \text{induktive Blindleistung}$$

Aufgabe 16 Komplexe Wechselstromrechnung

a) Berechnen Sie die Ströme $\underline{I}$, $\underline{I}_L$, $\underline{I}_C$ und die Versorgungsspannung $\underline{U}$?

$$\underline{U}_V = U_V = 180 \text{ V} \cdot e^{j0^\circ}$$

$$\underline{I}_L = \frac{\underline{U}_V}{\underline{Z}_L} = \frac{\underline{U}_V}{j \cdot X_L} = -j \cdot \frac{180 \text{ V}}{30 \Omega} = -j \cdot 6 \text{ A} = 6 \text{ A} \cdot e^{-j90^\circ}$$

$$\underline{I}_C = \frac{\underline{U}_V}{\underline{Z}_C} = \frac{\underline{U}_V}{-j \cdot X_C} = j \cdot \frac{180 \text{ V}}{60 \Omega} = j \cdot 3 \text{ A} = 3 \text{ A} \cdot e^{j90^\circ}$$

$$\underline{I} = \underline{I}_L + \underline{I}_C = -j \cdot 6 \text{ A} + j \cdot 3 \text{ A} = -j \cdot 3 \text{ A} = 3 \text{ A} \cdot e^{-j90^\circ}$$

$$|\underline{I}| = I = 3 \text{ A}$$

Maschenregel: $\underline{U} = R \cdot \underline{I} + \underline{U}_V = 40 \Omega \cdot (-j \cdot 3 \text{ A}) + 180 \text{ V} = 180 \text{ V} - j \cdot 120 \text{ V}$

$$\underline{U} = 216 \text{ V} \cdot e^{-j34^\circ}$$

Mit: $\varphi_U = \arctan\left(\frac{-120 \text{ V}}{180 \text{ V}}\right) = -34^\circ$

Die Spannung $\underline{U}$ eilt der Spannung $\underline{U}_V$ um 34° nach.

$$\varphi = \varphi_U - \varphi_I = -34^\circ - (-90^\circ) = 56^\circ$$

Die Spannung $\underline{U}$ eilt dem Strom $\underline{I}$ um 56° vor.

→ Die Schaltung verhält sich ohmsch-induktiv.

b) Komplexe Scheinleistung $\underline{S}$, Wirkleistung P , Blindleistung Q , Leistungsfaktor $\lambda = \cos(\varphi)$.

$$\underline{U} = (180 - j \cdot 120) \text{ V} \quad \text{und} \quad \underline{I} = -j \cdot 3 \text{ A} \quad \rightarrow \quad \underline{I}^* = +j \cdot 3 \text{ A}$$

$$\underline{S} = \underline{U} \cdot \underline{I}^* = (180 - j \cdot 120) \text{ V} \cdot j \cdot 3 \text{ A} = (360 + j \cdot 540) \text{ VA}$$

$$P = \operatorname{Re}\{\underline{S}\} = 360 \text{ W} \quad Q = \operatorname{Im}\{\underline{S}\} = 540 \text{ var} \quad Q > 0 \Leftrightarrow \text{induktive Blindleistung}$$

$$\text{Leistungsfaktor:} \quad \cos(\varphi) = \frac{P}{S} = \frac{360}{\sqrt{360^2 + 540^2}} = 0,56$$

$$\text{Oder:} \quad \cos(\varphi) = \cos(56^\circ) = 0,56$$

Berechnung von P und Q aus Teil-Leistungen:

$$P = R \cdot I^2 = 40 \, \Omega \cdot (3 \, \text{A})^2 = 360 \, \text{W}$$

$$Q = Q_L + Q_C \quad \text{Achtung: } Q_C < 0$$

$$Q = Q_L + Q_C = X_L \cdot I_L^2 - X_C \cdot I_C^2 = 30 \, \Omega \cdot (6 \, \text{A})^2 - 60 \, \Omega \cdot (3 \, \text{A})^2 = 1.080 \, \text{var} - 540 \, \text{var} = 540 \, \text{var}$$

Die Schaltung verhält sich ohmsch-induktiv, da: $P \neq 0 \, \text{W}$ und $Q > 0 \, \text{var}$

Aufgabe 17 Komplexe Wechselstromrechnung

a) Bestimmen Sie die komplexen Widerstände $\underline{Z}_1$ und $\underline{Z}_2$ der beiden Zweige.

$$X_L = \omega \cdot L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L = 2 \cdot \pi \cdot 50 \frac{1}{s} \cdot 79,6 \cdot 10^{-3} \text{ H} = 25 \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 50 \frac{1}{s} \cdot 318 \cdot 10^{-6} \text{ F}} = 10 \Omega$$

$$\underline{Z}_1 = R_1 + j \cdot X_L = (10 + j \cdot 25) \Omega$$

$$\underline{Z}_2 = R_2 - j \cdot X_C = (20 - j \cdot 10) \Omega$$

$$Z_1 = |\underline{Z}_1| = \sqrt{R_1^2 + X_L^2} = \sqrt{(10 \Omega)^2 + (25 \Omega)^2} = 26,9 \Omega$$

$$Z_2 = |\underline{Z}_2| = \sqrt{R_2^2 + X_C^2} = \sqrt{(20 \Omega)^2 + (10 \Omega)^2} = 22,4 \Omega$$

$$\varphi_{Z_1} = \arctan\left(\frac{X_L}{R_1}\right) = \arctan\left(\frac{25 \Omega}{10 \Omega}\right) = 68,2^\circ$$

$$\varphi_{Z_2} = \arctan\left(\frac{-X_C}{R_2}\right) = -\arctan\left(\frac{10 \Omega}{20 \Omega}\right) = -26,6^\circ$$

b) Bestimmen Sie die komplexen Ströme $\underline{I}_1$ und $\underline{I}_2$.

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_1} = \frac{U}{Z_1} \cdot e^{j(\varphi_U - \varphi_{Z1})} = \frac{10 \text{ V}}{26,9 \Omega} \cdot e^{-j68,2^\circ} = 371,3 \text{ mA} \cdot e^{-j68,2^\circ}$$

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_2} = \frac{U}{Z_2} \cdot e^{j(\varphi_U - \varphi_{Z2})} = \frac{10 \text{ V}}{22,4 \Omega} \cdot e^{j26,6^\circ} = 447,1 \text{ mA} \cdot e^{j26,6^\circ}$$

Kartesische Form:

$$\underline{I}_1 = (0,14 - j \cdot 0,35) \text{ A}$$

$$\underline{I}_2 = (0,4 + j \cdot 0,2) \text{ A}$$

c) Bestimmen Sie die Beträge und Phasenlagen sämtlicher Teilspannungen.

$$\underline{U}_{R1} = R_1 \cdot \underline{I}_1 = 10 \Omega \cdot 371,3 \text{ mA} \cdot e^{-j68,2^\circ} = 3,7 \text{ V} \cdot e^{-j68,2^\circ}$$

$$\underline{U}_L = \underline{Z}_L \cdot \underline{I}_1 = j \cdot X_L \cdot \underline{I}_1 = 25 \Omega \cdot 371,3 \text{ mA} \cdot e^{j(90^\circ - 68,2^\circ)} = 9,3 \text{ V} \cdot e^{j21,8^\circ}$$

$$\text{Kontrolle: } U = \sqrt{U_{R1}^2 + U_L^2} = \sqrt{(3,7 \text{ V})^2 + (9,3 \text{ V})^2} \approx 10 \text{ V}$$

$$\underline{U}_{R2} = R_2 \cdot \underline{I}_2 = 20 \Omega \cdot 447,1 \text{ mA} \cdot e^{j26,6^\circ} = 8,9 \text{ V} \cdot e^{j26,6^\circ}$$

$$\underline{U}_C = \underline{Z}_C \cdot \underline{I}_2 = -j \cdot X_C \cdot \underline{I}_2 = 10 \Omega \cdot 447,1 \text{ mA} \cdot e^{j(26,6^\circ - 90^\circ)} = 4,5 \text{ V} \cdot e^{-j63,4^\circ}$$

Kontrolle: $U = \sqrt{U_{R2}^2 + U_C^2} = \sqrt{(8,9 \text{ V})^2 + (4,5 \text{ V})^2} \approx 10 \text{ V}$

d) Zeichnen Sie ein qualitatives Zeigerdiagramm.

→ Siehe bei Aufgabe 14

e) Phasenverschiebungswinkel φ zwischen dem Gesamtstrom $\underline{I}$ und der Spannung $\underline{U}$.

$$\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 = (0,14 - j \cdot 0,35) \text{ A} + (0,4 + j \cdot 0,2) \text{ A}$$

$$\underline{I} = (0,54 - j \cdot 0,15) \text{ A}$$

$$I = |\underline{I}| = \sqrt{(0,54 \text{ A})^2 + (0,15 \text{ A})^2} = 0,56 \text{ A}$$

$$\varphi_I = \arctan\left(\frac{-0,15 \text{ A}}{0,54 \text{ A}}\right) = -15,1^\circ$$

$$\varphi = \varphi_U - \varphi_I = 0^\circ - (-15,1^\circ) = 15,1^\circ$$

Die Schaltung wirkt ohmsch-induktiv, da $0^\circ < \varphi < 90^\circ$

f) Berechnen Sie die komplexe Scheinleistung $\underline{S}$, die Wirkleistung P und die Blindleistung Q ?

$$\underline{S} = \underline{U} \cdot \underline{I}^* = U \cdot I \cdot e^{j(\varphi_U - \varphi_I)} = 10 \text{ V} \cdot 0,56 \text{ A} \cdot e^{j15,1^\circ}$$

$$\underline{S} = 5,6 \text{ VA} \cdot e^{j15,1^\circ} = (5,4 + j \cdot 1,5) \text{ VA}$$

$$P = \operatorname{Re}\{\underline{S}\} = 5,4 \text{ W} \quad \text{und} \quad Q = \operatorname{Im}\{\underline{S}\} = +1,5 \text{ var}$$

P und Q aus „Teil-Leistungen“:

$$P = R_1 \cdot I_1^2 + R_2 \cdot I_2^2 = \dots$$

$$Q = X_L \cdot I_1^2 - \underbrace{X_C \cdot I_2^2}_{Q_C < 0!!} = \dots$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \dots$$

Aufgabe 18 Komplexe Wechselstromrechnung, BlindstromkompensationDer Schalter S sei zunächst offen!**a)** Wie groß ist der Strom $\underline{I}_2$ und der Leistungsfaktor $\cos(\varphi)$ der Schaltung?

$$\underline{Z}_{RL} = R + j \cdot X_L = (13 + j \cdot 19) \Omega = 23 \Omega \cdot e^{j55,6^\circ}$$

$$\varphi_U = 0^\circ \quad \underline{U} \text{ ist Bezugsgröße!}$$

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_{RL}} = \frac{230 \text{ V}}{23 \Omega} \cdot e^{-j55,6^\circ} = 10 \text{ A} \cdot e^{-j55,6^\circ} = (5,6 - j \cdot 8,3) \text{ A}$$

$$\varphi = \varphi_U - \varphi_I = 0^\circ - (-55,6^\circ) = 55,6^\circ$$

$$\cos(\varphi) = \cos(55,6^\circ) = 0,565$$

b) Komplexe Scheinleistung $\underline{S}$, die Wirkleistung P und die Blindleistung Q?

$$\underline{S} = \underline{U} \cdot \underline{I}_1^* = \underline{U} \cdot \underline{I}_2^* = \underline{U} \cdot \underline{I}_2 \cdot e^{j(\varphi_U - \varphi_{I2})} = 230 \text{ V} \cdot 10 \text{ A} \cdot e^{j55,6^\circ} = 2.300 \text{ VA} \cdot e^{j55,6^\circ}$$

$$P = \operatorname{Re}\{\underline{S}\} = 2.300 \cdot \cos(55,6^\circ) \text{ W} = 1.299 \text{ W}$$

$$Q = \operatorname{Im}\{\underline{S}\} = 2.300 \cdot \sin(55,6^\circ) \text{ var} = 1.898 \text{ var}$$

Alternativ aus Teil-Leistungen:

$$P = R \cdot I_2^2 = \dots \quad Q = X_L \cdot I_2^2 = \dots$$

Nun werde der Schalter S geschlossen!

c) Wahl der Kapazität C für vollständige Blindstromkompensation?

$$|Q_C| = Q_L = 1.898 \text{ var} \quad \text{Für vollständige Kompensation!}$$

$$|Q_C| = \frac{U_C^2}{X_C} = \frac{U^2}{X_C} = \omega \cdot C \cdot U^2$$

$$C = \frac{|Q_C|}{\omega \cdot U^2} = \frac{1.898 \text{ VA}}{2 \cdot \pi \cdot 60 \frac{1}{\text{s}} \cdot (230 \text{ V})^2} \approx 95 \mu\text{F}$$

d) Berechnen Sie für diesen Fall den Kondensatorstrom $\underline{I}_C$ sowie den Netzstrom $\underline{I}_1$.

$$X_C = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 60 \frac{1}{\text{s}} \cdot 95 \cdot 10^{-6} \text{ F}} = 27,9 \Omega$$

$$\underline{I}_C = \frac{U}{-j \cdot X_C} = j \cdot \frac{U}{X_C} = j \cdot \frac{230}{27,9 \Omega} = 8,3 \text{ A} \cdot e^{j90^\circ}$$

$$I_3 = \frac{U}{R_3} = \frac{230}{460 \, \Omega} = 0,5 \, \text{A}$$

$$I_1 = I_2 + I_3 + I_C = 5,6 \, \text{A} - j \cdot 8,3 \, \text{A} + 0,5 \, \text{A} - j \cdot 8,3 \, \text{A} = 6,1 \, \text{A}$$

Strom ist rein reell.

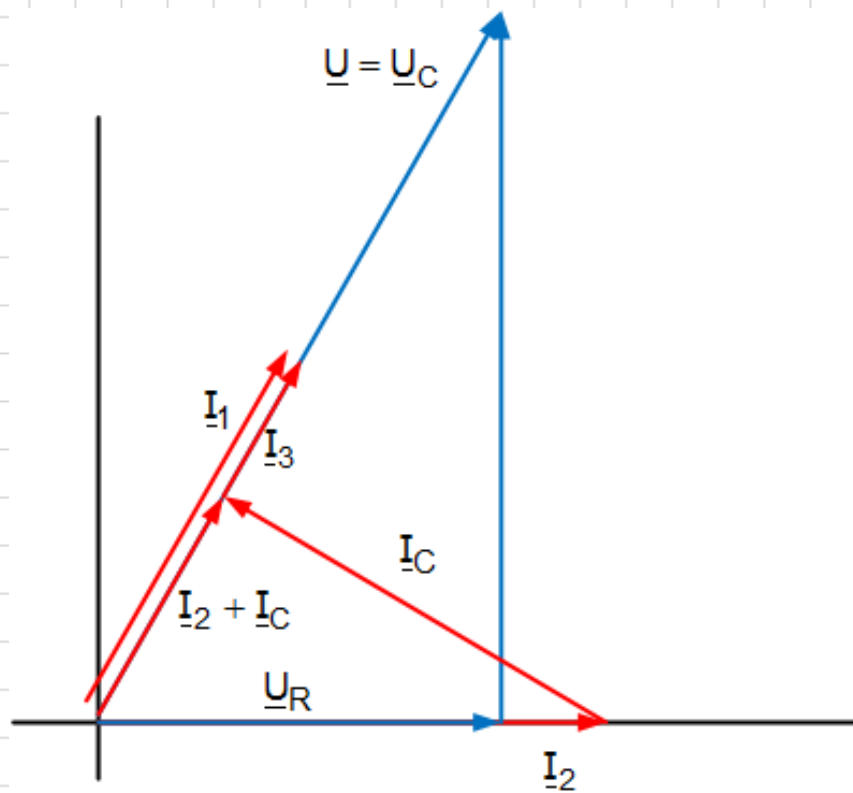
Alternativer Ansatz für die Berechnung von C zur Kompensation:

$$I_C = -j \cdot \text{Im}(I_2) = j \cdot 8,3 \, \text{A} \quad \text{Für vollständige Kompensation!}$$

$$X_C = \frac{U_C}{I_C} = \frac{230 \, \text{V}}{8,3 \, \text{A}} = 27,7 \, \Omega$$

$$C = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot X_C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 60 \frac{1}{\text{s}} \cdot 27,7 \, \Omega} \approx 95,8 \, \mu\text{F}$$

e) Qualitatives Zeigerdiagramm für den Fall der vollständigen Blindleistungskompensation.



Aufgabe 19 Komplexe Wechselstromrechnung, Schwingkreis

a) Ermitteln Sie die Resonanzfrequenz f_0 .

Bedingung: Imaginärteil der Impedanz verschwindet.

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}}$$

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2 \cdot \pi} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{2,4 \cdot 10^{-3} \text{ H} \cdot 16 \cdot 10^{-6} \text{ F}}} = 812 \text{ Hz}$$

b) Berechnen Sie die Ströme $\underline{I}_R$, $\underline{I}_C$, $\underline{I}_L$, $\underline{I}_2$ und $\underline{I}_1$ bei $f = f_0$.

$$X_L(\omega_0) = 2 \cdot \pi \cdot f_0 \cdot L = 2 \cdot \pi \cdot 812 \frac{1}{\text{s}} \cdot 2,4 \cdot 10^{-3} \text{ H} = 12,2 \Omega$$

$$X_C(\omega_0) = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f_0 \cdot C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 812 \frac{1}{\text{s}} \cdot 16 \cdot 10^{-6} \text{ F}} = 12,2 \Omega$$

$$X_L(\omega_0) = X_C(\omega_0)$$

$$\underline{I}_R = \frac{\underline{U}}{R} = \frac{100 \text{ V}}{5 \Omega} = 20 \text{ A}$$

$$\underline{I}_L = \frac{\underline{U}}{j \cdot X_L} = -j \cdot \frac{100 \text{ V}}{12,2 \Omega} = -j \cdot 8,2 \text{ A}$$

$$\underline{I} = \underline{I}_R + \underline{I}_L + \underline{I}_C = \underline{I}_R = 20 \text{ A}$$

$$\underline{I}_C = \frac{\underline{U}}{-j \cdot X_C} = j \cdot \frac{100 \text{ V}}{12,2 \Omega} = j \cdot 8,2 \text{ A}$$

- c) Betrag des Eingangsleitwertes und Phasenwinkel als Funktionen der Frequenz f bzw. der Kreisfrequenz ω .

$$\underline{Y} = \underline{Y}_R + \underline{Y}_L + \underline{Y}_C = \frac{1}{R} + \frac{1}{j \cdot \omega \cdot L} + j \cdot \omega \cdot C$$

$$\underline{Y} = \frac{1}{R} + j \cdot \left(\omega \cdot C - \frac{1}{\omega \cdot L} \right) \quad Y = |\underline{Y}| = \sqrt{\left(\frac{1}{R} \right)^2 + \left(\omega \cdot C - \frac{1}{\omega \cdot L} \right)^2}$$

$$\varphi = \arg(\underline{Z}) = -\arg(\underline{Y}) = -\arctan \left(\frac{\left(\omega \cdot C - \frac{1}{\omega \cdot L} \right)}{\frac{1}{R}} \right) = -\arctan \left(\frac{1}{R} \cdot \left(\omega \cdot C - \frac{1}{\omega \cdot L} \right) \right)$$

$$\varphi = \arctan \left(\frac{1}{R} \cdot \left(\frac{1}{\omega \cdot L} - \omega \cdot C \right) \right)$$

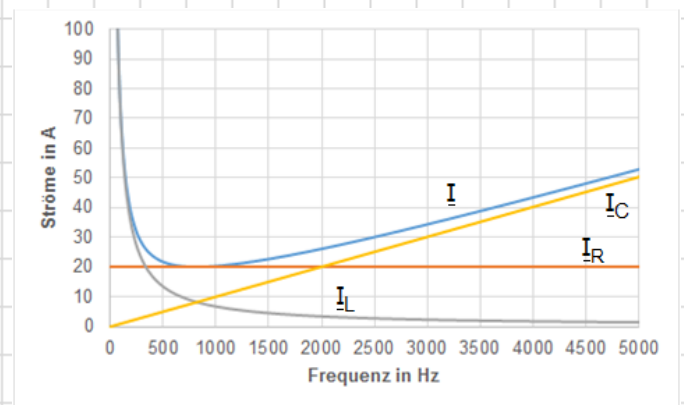
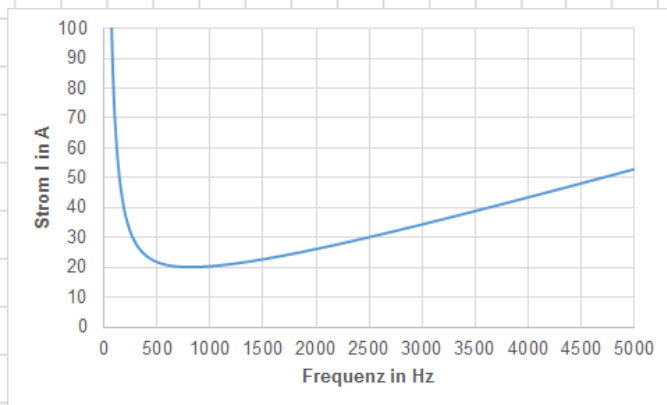
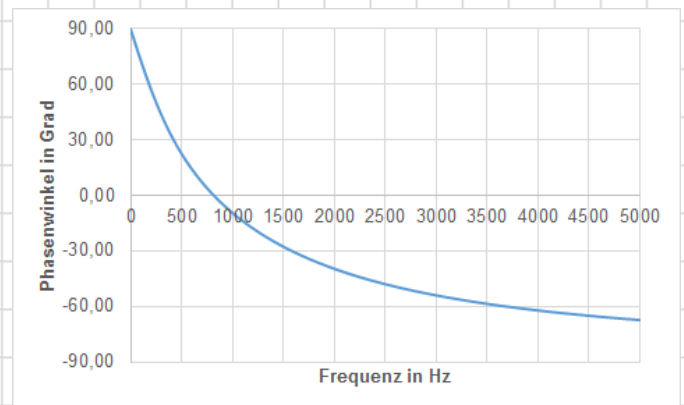
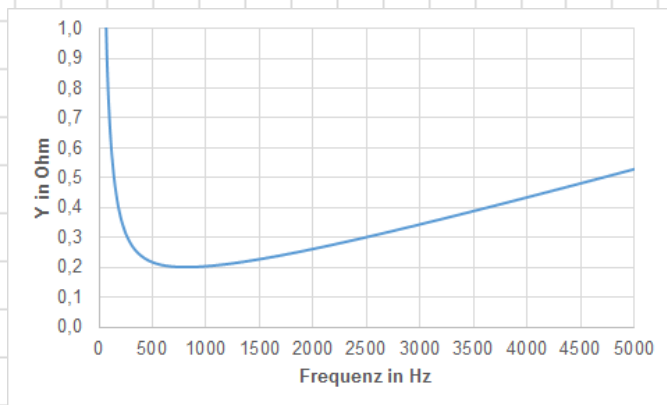
Zusatz:

ω	0 Hz	ω_0	∞
Y	∞	$1/R$	∞
φ	$\pi/2$	0	$-\pi/2$

Ohmsch
induktiv

ohmsch

ohmsch
kapazitiv



Im Folgenden werde die Schaltung mit der Frequenz $f_1 = 1$ kHz betrieben.

d) Berechnen Sie die Ströme $\underline{I}_2$ und $\underline{I}_R$.

$$\underline{I}_R = \frac{U}{R} = \frac{100 \text{ V}}{5 \Omega} = 20 \text{ A}$$

$$X_L(1\text{kHz}) = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L = 2 \cdot \pi \cdot 1.000 \frac{1}{\text{s}} \cdot 2,4 \cdot 10^{-3} \text{ H} = 15 \Omega$$

$$\underline{Z}_L = j \cdot 15 \Omega$$

$$X_C(1\text{kHz}) = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 1.000 \frac{1}{\text{s}} \cdot 16 \cdot 10^{-6} \text{ F}} = 10 \Omega$$

$$\underline{Z}_C = -j \cdot 10 \Omega$$

$$\underline{I}_L = -j \cdot \frac{100 \text{ V}}{15 \Omega} = -j \cdot 6,6 \text{ A}$$

$$\underline{I}_C = j \cdot \frac{100 \text{ V}}{10 \Omega} = j \cdot 10 \text{ A}$$

$$\underline{I}_2 = \underline{I}_C + \underline{I}_L = j \cdot 10 \text{ A} - j \cdot 6,6 \text{ A} = j \cdot 3,4 \text{ A}$$

Der Strom eilt der Spannung vor → ohmsch-kapazitiver Verhalten.

e) Bestimmen Sie den Strom $\underline{I}_1$.

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_R + \underline{I}_2 = 20 \text{ A} + j \cdot 3,4 \text{ A} = (20 + j \cdot 3,4) \text{ A} \quad \text{Kapazitiver Blindstrom.}$$

f) Komplexe Scheinleistung $\underline{S}$. Wie wirkt die Schaltung bei der Frequenz f_1 ?

$$\underline{S} = \underline{U} \cdot \underline{I}^* = 100 \text{ V} \cdot (20 + j \cdot 3,4) \text{ A} = (2.000 + j \cdot 340) \text{ VA}$$

$$P = \operatorname{Re}\{\underline{S}\} = 2.000 \text{ W}$$

$$Q = \operatorname{Im}\{\underline{S}\} = -340 \text{ var} \quad Q < 0 \text{ var} \rightarrow \text{kapazitive Blindleistung}$$

$$P = \frac{U^2}{R} = \frac{(100 \text{ V})^2}{5 \Omega} = 2.000 \text{ W}$$

$$Q = \frac{U^2}{X_L} - \frac{U^2}{X_C} = \frac{(100 \text{ V})^2}{15 \Omega} - \frac{(100 \text{ V})^2}{10 \Omega} = 666 \text{ var} - 1.000 \text{ var} = -333 \text{ var}$$

Aufgabe 20 Komplexe Wechselstromrechnung, Brückenschaltung

Zunächst wird die Schaltung im Bild 20.1 betrachtet.

a) Ströme, Spannungen, Abgleichbedingung

Zweigströme I_1 und I_2 , Spannungen $\underline{U}_2$, $\underline{U}_4$ und $\underline{U}_{AB}$ Abhängigkeit von $\underline{U}$, $\underline{Z}_1$, $\underline{Z}_2$, $\underline{Z}_3$ und $\underline{Z}_4$.
Abgleichbedingung?

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}$$

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_3 + \underline{Z}_4}$$

$$\underline{U}_2 = \underline{Z}_2 \cdot \underline{I}_1 = \underline{U} \cdot \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}$$

$$\underline{U}_4 = \underline{Z}_4 \cdot \underline{I}_2 = \underline{U} \cdot \frac{\underline{Z}_4}{\underline{Z}_3 + \underline{Z}_4}$$

$$\underline{U}_{AB} = \underline{U}_2 - \underline{U}_4 = \underline{U} \cdot \left[\frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} - \frac{\underline{Z}_4}{\underline{Z}_3 + \underline{Z}_4} \right]$$

$$\underline{U}_{AB} = 0 \text{ V} \Leftrightarrow \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} = \frac{\underline{Z}_4}{\underline{Z}_3 + \underline{Z}_4}$$

$$\underline{Z}_2 \cdot (\underline{Z}_3 + \underline{Z}_4) = \underline{Z}_4 \cdot (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2)$$

$$\underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_3 + \underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_4 = \underline{Z}_4 \cdot \underline{Z}_1 + \underline{Z}_4 \cdot \underline{Z}_2$$

$$\underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_3 = \underline{Z}_4 \cdot \underline{Z}_1$$

$$\frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_2} = \frac{\underline{Z}_3}{\underline{Z}_4}$$

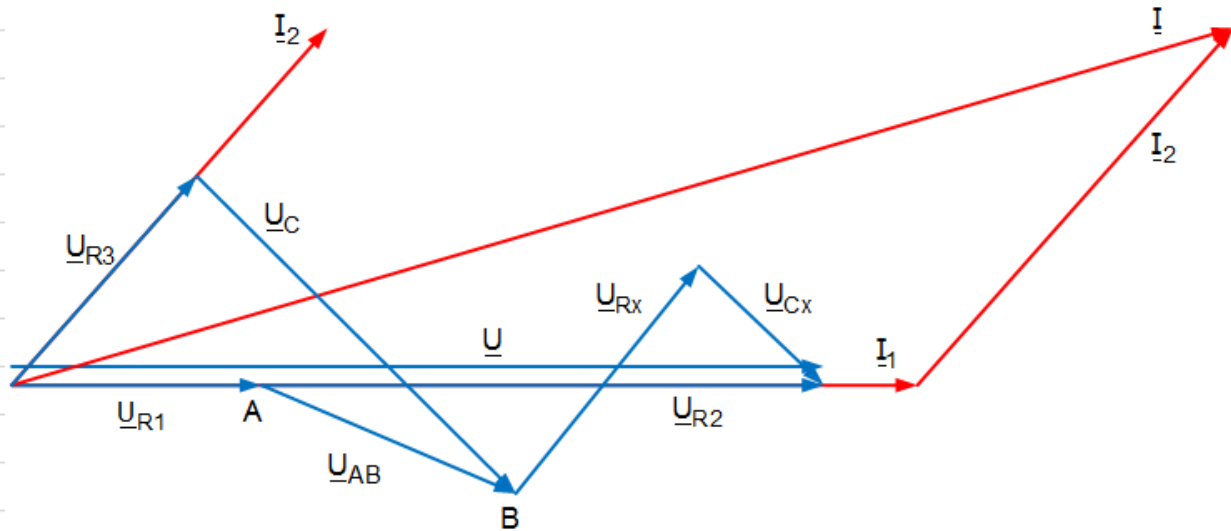
Abgleich-Bedingung.

Abgleich: $\underline{U}_{AB} = 0 \text{ V}$

Im Folgenden wird die Schaltung im Bild 20.2 betrachtet.

b) Zeigerdiagramm

Qualitatives Zeigerdiagramm für den Fall der nicht abgeglichenen Brücke.



c) Bestimmung der Ersatzschaltbildgrößen des unbekannten Kondensators (R_x und C_x)
 Beziehungen, mit welchen R_x und C_x berechnet werden können. Wie groß sind R_x und C_x , wenn die Brücke bei $R_1 = 2 \text{ k}\Omega$ und $R_3 = 1 \text{ k}\Omega$ abgeglichen ist?

Es gilt: $\underline{Z}_1 = R_1 = 2 \text{ k}\Omega$ $\underline{Z}_2 = R_2 = 3 \text{ k}\Omega$

$$\underline{Z}_3 = R_3 + \frac{1}{j \cdot \omega \cdot C} = R_3 - j \cdot \frac{1}{\omega \cdot C} = R_3 - j \cdot X_C$$

$$\underline{Z}_4 = R_x + \frac{1}{j \cdot \omega \cdot C_x} = R_x - j \cdot \frac{1}{\omega \cdot C_x} = R_x - j \cdot X_x$$

Mit der Abgleichbedingung: $\frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_2} = \frac{\underline{Z}_3}{\underline{Z}_4}$

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3 - j \cdot X_C}{R_x - j \cdot X_x}$$

$$R_1 \cdot (R_x - j \cdot X_x) = R_2 \cdot (R_3 - j \cdot X_C)$$

$$R_1 \cdot R_x - j \cdot R_1 \cdot X_x = R_2 \cdot R_3 - j \cdot R_2 \cdot X_C$$

Die Gleichung ist erfüllt, wenn die Realteile und die Imaginärteile auf beiden Seiten gleich sind!

$$R_1 \cdot R_x = R_2 \cdot R_3$$

$$R_x = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1}$$

$$j \cdot R_1 \cdot X_x = j \cdot R_2 \cdot X_C$$

$$X_x = \frac{R_2}{R_1} \cdot X_C$$

$$X_x = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C_x}$$

$$X_C = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C_C}$$

$$\frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C_x} = \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C}$$

$$C_x = \frac{R_1}{R_2} \cdot C$$

Mit Zahlenwerten:

$$R_x = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1} = \frac{3 \text{ k}\Omega \cdot 1 \text{ k}\Omega}{2 \text{ k}\Omega} = 1,5 \text{ k}\Omega$$

$$C_x = \frac{R_1}{R_2} \cdot C = \frac{2 \text{ k}\Omega}{3 \text{ k}\Omega} \cdot 1 \mu\text{F} = \frac{2}{3} \mu\text{F} \approx 0,667 \mu\text{F}$$

d) Spannung $\underline{U}_{AB}$ im Brückenzweig

Zeigen Sie, dass die Brücke bei diesen Einstellungen von R_1 und R_3 nicht abgeglichen ist.

$$\underline{U}_2 = R_2 \cdot \underline{I}_2 = 3 \text{ k}\Omega \cdot 5 \text{ mA} \cdot e^{j0^\circ} = 15 \text{ V} \cdot e^{j0^\circ}$$

$$\underline{U}_2 = R_2 \cdot \underline{I}_2 = 3 \text{ k}\Omega \cdot 5 \text{ mA} \cdot e^{j0^\circ} = 15 \text{ V} \cdot e^{j0^\circ}$$

$$\underline{Z}_4 = R_X - j \cdot X_X = 15 \text{ k}\Omega - j \cdot \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 50 \frac{1}{s} \cdot 0,5 \cdot 10^{-6} \text{ F}} = (15 - j \cdot 6,366) \text{ k}\Omega$$

$$\underline{Z}_4 \approx 6,541 \text{ k}\Omega \cdot e^{-j76,74^\circ}$$

$$\underline{U}_4 = \underline{Z}_4 \cdot \underline{I}_2 = 6,541 \text{ k}\Omega \cdot e^{-j76,74^\circ} \cdot 2,37 \text{ mA} \cdot e^{j64,77^\circ} = 15,5 \text{ V} \cdot e^{-j11,97^\circ}$$

$$\underline{U}_4 = 15,5 \text{ V} \cdot [\cos(11,97^\circ) - j \cdot \sin(11,97^\circ)] = (15,164 - j \cdot 3,215) \text{ V}$$

$$\underline{U}_{AB} = \underline{U}_2 - \underline{U}_4 = 15 \text{ V} - 15,164 \text{ V} + j \cdot 3,215 \text{ V} = (-0,164 + j \cdot 3,215) \text{ V}$$

$$\underline{U}_{AB} \neq 0 \text{ V} \Leftrightarrow \text{Die Brücke ist nicht abgeglichen!}$$

Falls Berechnung nicht über die Ströme und Spannungen gefordert ist, dann schneller mit:

$$C_X = 0,5 \mu\text{F} \neq \frac{R_1}{R_2} \cdot C = \frac{2 \text{ k}\Omega}{3 \text{ k}\Omega} \cdot 1 \mu\text{F} = \frac{2}{3} \mu\text{F} \approx 0,667 \mu\text{F}$$

Aufgabe 21 Ausgleichsvorgänge (Einschwingvorgänge), Kondensator**1. Einschwingvorgang, der abläuft, wenn der Schalter S geschlossen wird**

Zum Zeitpunkt $t = 0$ s wird der Schalter S geschlossen.

a) Welche Größe im System ist energie kennzeichnend und kann / darf daher nicht springen?

Beim Kondensator darf / kann die Spannung nicht springen.

$$i_C(t) = C \cdot \frac{du_C(t)}{dt}$$

Bzw. gilt für die in C gespeicherte Energie: $W_C = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2$

b) Geben Sie die Grundgesetze für die Bauelemente R_1 , R_2 und C im Zeitbereich an.

$$u_{R1}(t) = R_1 \cdot i_1(t)$$

$$u_{R2}(t) = R_2 \cdot i_2(t)$$

$$i_C(t) = C \cdot \frac{du_C(t)}{dt}$$

c) Geben Sie die für den Einschwingvorgang geltende Differentialgleichung (DGL) für $u_C(t)$ an.

Knotenregel: $i_1(t) = i_2(t) + i_C(t)$

Maschenregel: $U = u_{R1}(t) + u_{R2}(t) = u_{R1}(t) + u_C(t)$

$$U = R_1 \cdot (i_2 + i_C) + u_C$$

$$U = R_1 \cdot \left(\frac{u_C}{R_2} + C \cdot \frac{du_C}{dt} \right) + u_C$$

$$U = R_1 \cdot C \cdot \frac{du_C}{dt} + u_C \cdot \left(1 + \frac{R_1}{R_2} \right)$$

Das ist eine lineare, homogene Differentialgleichung (DGL) erster Ordnung.

d) Zeitfunktion der Spannung $u_C(t)$ sowie die Zeitfunktionen für die Ströme $i_1(t)$ und $i_2(t)$.

Homogene DGL: $0 = R_1 \cdot C \cdot \frac{du_C}{dt} + u_C \cdot \left(1 + \frac{R_1}{R_2} \right)$

Lösungsansatz für den flüchtigen Lösungsanteil: $u_{C,fl} = k \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$

$$\frac{du_{C,fl}}{dt} = -\frac{k}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Einsetzen in die homogene DGL:

$$0 = R_1 \cdot C \cdot \left(\frac{-k}{\tau} \right) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + k \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \cdot \left(1 + \frac{R_1}{R_2} \right)$$

$$\frac{R_1 \cdot C}{\tau} = \frac{R_1 + R_2}{R_2}$$

Zeitkonstante für den Einschaltvorgang: $\tau = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \cdot C$

$$\tau = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \cdot C = \frac{10 \, \Omega \cdot 10 \, \Omega}{10 \, \Omega + 10 \, \Omega} \cdot 1 \text{ mF} = 5 \text{ ms}$$

Spezielle (partikuläre Lösung für die inhomogene DGL entspricht dem stationären Endwert der Kondensatorspannung:

Ansatz: $u_{C,\text{stat}} = \text{konstant} \neq f(t) \Rightarrow \frac{du_{C,\text{stat}}}{dt} = 0$

Eingesetzt in die DGL: $U = u_{C,\text{stat}} \cdot \left(1 + \frac{R_1}{R_2} \right)$

$$u_{C,\text{stat}} = U \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

$$u_{C,\text{stat}} = U \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 12 \text{ V} \cdot \frac{10 \, \Omega}{10 \, \Omega + 10 \, \Omega} = 6 \text{ V}$$

Somit: $u_C(t) = k \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + U \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$ mit $\tau = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \cdot C$

Bestimmung der Konstanten k mit der Anfangsbedingung: $u_C(t = 0_-) = u_C(t = 0_+) = 0 \text{ V}$

$$0 = k \cdot 1 + U \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

$$k = -U \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} = -12 \text{ V} \cdot \frac{10 \Omega}{10 \Omega + 10 \Omega} = -6 \text{ V}$$

Gesamtlösung für die Kondensatorspannung:

$$u_C(t) = U \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \quad \text{mit} \quad \tau = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \cdot C$$

Mit Zahlenwerten: $u_C(t) = 6 \text{ V} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{5 \text{ ms}}} \right)$

$$i_2(t) = \frac{u_C(t)}{R_2} = \frac{U}{R_1 + R_2} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) = 0,6 \text{ A} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{5 \text{ ms}}} \right)$$

Für den Kondensatorstrom erhält man:

$$i_C(t) = C \cdot \frac{du_C(t)}{dt} = \frac{U \cdot R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{1}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{U \cdot R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2 \cdot C} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{U}{R_1} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Mit Zahlenwerten:

$$i_C(t) = \frac{U}{R_1} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{12 \text{ V}}{10 \Omega} \cdot e^{-\frac{t}{5 \text{ ms}}} = 1,2 \text{ A} \cdot e^{-\frac{t}{5 \text{ ms}}}$$

Strom $i_1(t)$ mit der Knotenregel:

$$i_1(t) = i_2(t) + i_C(t) = 0,6 \text{ A} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{5 \text{ ms}}} \right) + 1,2 \text{ A} \cdot e^{-\frac{t}{5 \text{ ms}}} = 0,6 \text{ A} + 0,6 \text{ A} \cdot e^{-\frac{t}{5 \text{ ms}}}$$

e) Endwert $u_c(t)$ für $t \rightarrow \infty$? Nach welcher Zeit t_1 werden 99,9% des Endwertes erreicht?

$$u_{C,stat} = u_C(t = \infty) = 6 \text{ V}$$

$$u_C(t_x) = 0,999 \cdot u_{C,stat} = u_{C,stat} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t_x}{\tau}} \right)$$

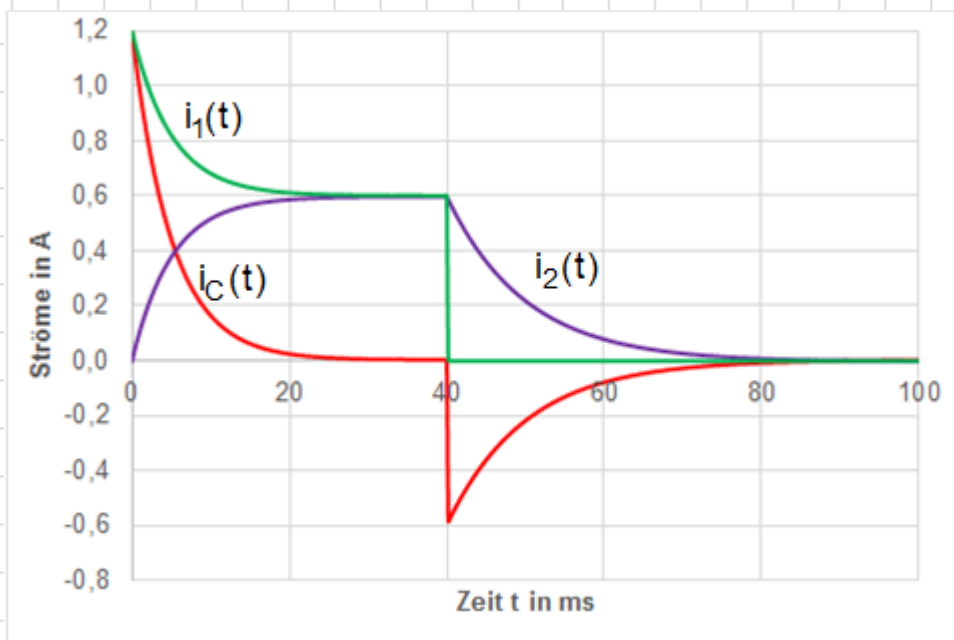
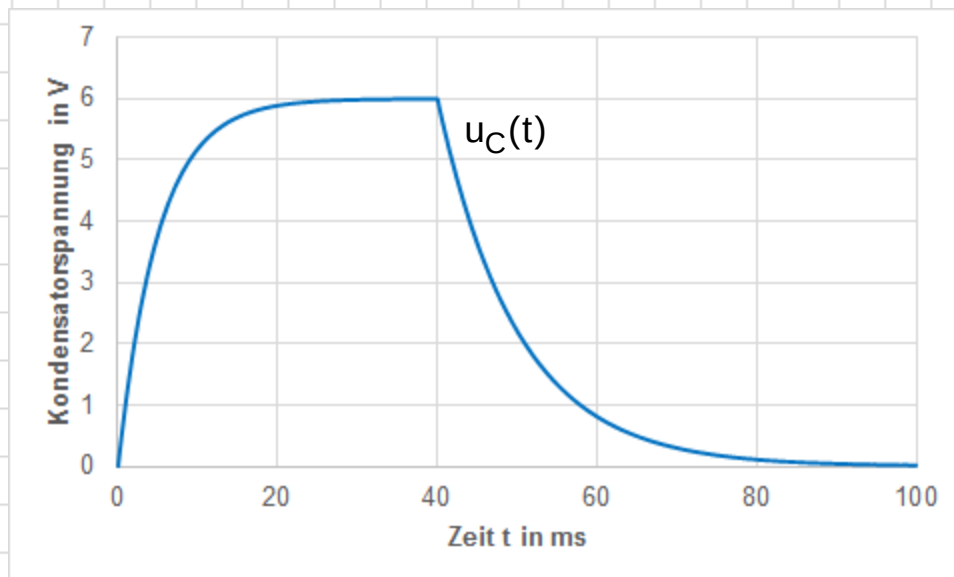
$$0,999 = 1 - e^{-\frac{t_x}{\tau}}$$

$$e^{-\frac{t_x}{\tau}} = 0,001$$

$$e^{+\frac{t_x}{\tau}} = 1.000$$

$$t_x = \tau \cdot \ln(1.000) = 5 \text{ ms} \cdot \ln(1.000) \approx 35 \text{ ms}$$

f) Zeichnen Sie die zeitlichen Verläufe von $u_C(t)$, $i_1(t)$ und $i_2(t)$ im Bereich $0 \leq t \leq 100$ ms.



2. Einschwingvorgang, der abläuft, wenn der Schalter S wieder geöffnet wird

Nun wird zum Zeitpunkt $t_2 = 40 \text{ ms}$ der Schalter S wieder geöffnet.

a) Relevante Bauelemente für den Ausschaltvorgang?

Es liegt nur noch R_2 parallel zu C, d.h. der Kondensator wird sich über R_2 entladen.

b) Spannung am Kondensator unmittelbar vor und nach dem Öffnen des Schalters

Die Spannung an C darf nicht springen, d.h. es gilt:

$$u_C(t = 40 \text{ ms}) = 6 \text{ V} = u_C(t' = 0 \text{ ms})$$

c) Geben Sie die für den Ausschaltvorgang geltende DGL für $u_C(t)$ an.

$$u_{R2}(t') = R_2 \cdot i_2(t') \quad \text{mit} \quad i_2(t') = -i_C(t') = -C \cdot \frac{du_C(t')}{dt'}$$

$$\text{Maschengleichung:} \quad 0 = u_C(t') - u_{R2}(t') = u_C(t') - R_2 \cdot i_2(t')$$

$$0 = u_C(t') + R_2 \cdot C \cdot \frac{du_C(t')}{dt'} \quad \text{Homogene, lineare DGL 1. Ordnung}$$

$$\text{Neue Zeitachse ist:} \quad t' = t - t_1 = t - 40 \text{ ms}$$

d) Zeitfunktion der Spannung $u_C(t)$ und die Zeitfunktion des Strom $i_2(t)$.
Ergänzen des Schaubildes für die zeitlichen Verläufe für $100 \text{ ms} \leq t \leq 1 \text{ s}$.

$$\text{Lösungsansatz:} \quad u_C(t') = k_2 \cdot e^{-\frac{t'}{\tau_2}}$$

Ableitung:
$$\frac{du_C(t')}{dt'} = -\frac{k_2}{\tau_2} \cdot e^{-\frac{t'}{\tau_2}}$$

$$0 = k_2 \cdot e^{-\frac{t'}{\tau_2}} - R_2 \cdot C \cdot \frac{k_2}{\tau_2} \cdot e^{-\frac{t'}{\tau_2}}$$

$$0 = 1 - R_2 \cdot C \cdot \frac{1}{\tau_2} \quad \text{Zeitkonstante:} \quad \tau_2 = R_2 \cdot C = 10 \, \Omega \cdot 1 \text{ mF} = 10 \text{ ms}$$

Bestimmung der Konstanten k_2 mittels der Anfangsbedingung:

$$u_C(t = 40 \text{ ms}) = 6 \text{ V} = u_C(t' = 0 \text{ ms}) = k_2 \cdot 1 \Leftrightarrow k_2 = 6 \text{ V} = u_{C,\text{stat}}$$

$$u_C(t') = k_2 \cdot e^{-\frac{t'}{\tau_2}} = 6 \text{ V} \cdot e^{-\frac{t'}{10 \text{ ms}}}$$

$u_C(t' \rightarrow \infty) = 0 \text{ V}$ Der Kondensator ist vollständig entladen!

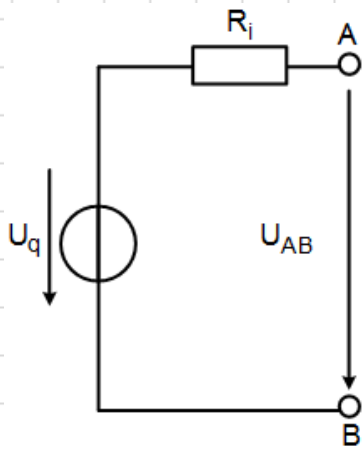
$$i_2(t') = -C \cdot \frac{du_C(t')}{dt'} = -C \cdot \left(-\frac{k_2}{\tau_2} \right) \cdot e^{-\frac{t'}{\tau_2}} = \frac{u_{C,\text{stat}}}{R_2} \cdot e^{-\frac{t'}{\tau_2}}$$

$$i_2(t') = \frac{6 \text{ V}}{10 \, \Omega} \cdot e^{-\frac{t'}{10 \text{ ms}}} = 0,6 \text{ A} \cdot e^{-\frac{t'}{10 \text{ ms}}}$$

Mit: $t' = t - t_1 = t - 40 \text{ ms}$

Aufgabe 22 Ausgleichsvorgänge (Einschwingvorgänge), Spule

a) Ersatzschaltbild der Ersatzspannungsquelle, U_q und R_i .



$$R_{34} = \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4} = \frac{15 \, \Omega \cdot 10 \, \Omega}{15 \, \Omega + 10 \, \Omega} = 6 \, \Omega$$

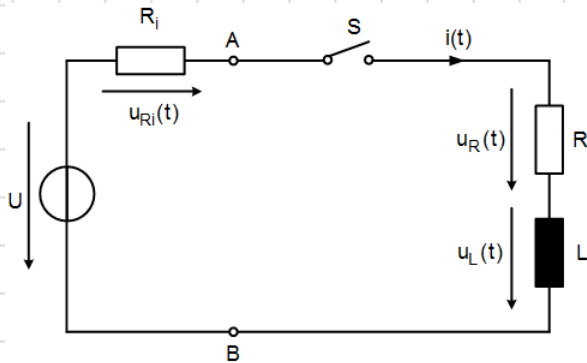
$$U_q = U_{AB,LL} = U \cdot \frac{R_{34}}{R_1 + R_2 + R_{34}} = 48 \, \text{V} \cdot \frac{6 \, \Omega}{3 \, \Omega + 9 \, \Omega + 6 \, \Omega} = 16 \, \text{V}$$

Kurzschluss-Strom:
$$I_{KS} = \frac{U}{R_1 + R_2} = \frac{48 \, \text{V}}{3 \, \Omega + 9 \, \Omega} = 4 \, \text{A}$$

Innenwiderstand:
$$R_i = \frac{U_q}{I_{KS}} = \frac{16 \, \text{V}}{4 \, \text{A}} = 4 \, \Omega$$

Alternativ:
$$R_i = \frac{R_{34} \cdot (R_1 + R_2)}{R_1 + R_2 + R_{34}} = \frac{6 \, \Omega \cdot (3 \, \Omega + 9 \, \Omega)}{6 \, \Omega + 3 \, \Omega + 9 \, \Omega} = 4 \, \Omega$$

- b)** Linker Schaltungsteil durch die Ersatzspannungsquelle ersetzen und Zählpfeile für den Strom und die Spannungen eintragen.



- c)** Welche Größe im System ist energie kennzeichnend und kann / darf daher nicht springen?

Grundgesetz für die Spule: $u_L(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt}$

Der Spulenstrom ist die Energie kennzeichnende Größe.

Oder: Energieinhalt der Spule: $W_L = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I^2$

- d)** Grundgleichungen für R_i , R und L angeben, Maschengleichung aufstellen, DGL für $i(t)$.

$$u_{R_i}(t) = R_i \cdot i(t)$$

$$u_R(t) = R \cdot i(t)$$

$$u_L(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt}$$

Maschenregel: $U = u_{R_i}(t) + u_R(t) + u_L(t)$

$$U = (R_i + R) \cdot i(t) + L \cdot \frac{di(t)}{dt} \quad \text{Lineare, inhomogene DGL 1. Ordnung.}$$

e) Lösen Sie die DGL und geben Sie die Zeitfunktion von $i(t)$ an.

$$i(t) = i_{fl}(t) + i_{stat}(t)$$

Lösungsansatz:
$$i_{fl}(t) = k \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

In die homogene DGL eingesetzt:
$$0 = \frac{L}{(R_i + R)} \cdot \frac{di_{fl}}{dt} + i_{fl}$$

$$\frac{di_{fl}}{dt} = -\frac{k}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$0 = \frac{L}{(R_i + R)} \cdot \left(-\frac{k}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \right) + k \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$1 = \frac{L}{(R_i + R)} \cdot \frac{1}{\tau} \quad \text{Zeitkonstante:} \quad \tau = \frac{L}{(R_i + R)}$$

$$\tau = \frac{L}{(R_i + R)} = \frac{25 \cdot 10^{-3} \text{ H}}{4 \Omega + 1 \Omega} = 5 \text{ ms}$$

Stationär bei Gleichstrom wirkt die Spule wie ein Kurzschluss:

$$i_{stat}(t) = \frac{U_q}{R_i + R} = \frac{16 \text{ V}}{4 \Omega + 1 \Omega} = 3,2 \text{ A}$$

$$i(t) = \frac{U_q}{R_i + R} + k \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Anfangsbedingung: $i(t = 0_-) = i(t = 0_+) = 0 \text{ A}$

$$k = -\frac{U_q}{R_i + R} = -\frac{16 \text{ V}}{4 \Omega + 1 \Omega} = -3,2 \text{ A}$$

Gesamtlösung:
$$i(t) = 3,2 \text{ A} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{5 \text{ ms}}} \right)$$

f) Geben Sie die Zeitfunktionen der Spannungen $u_{Ri}(t)$, $u_R(t)$ und $u_L(t)$ an.

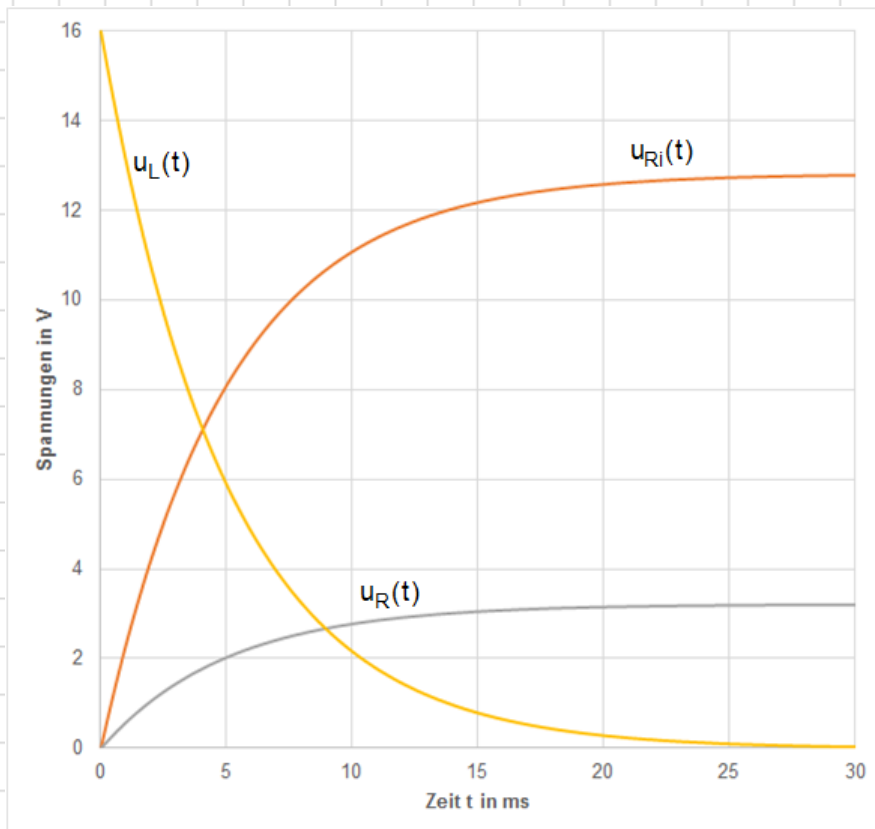
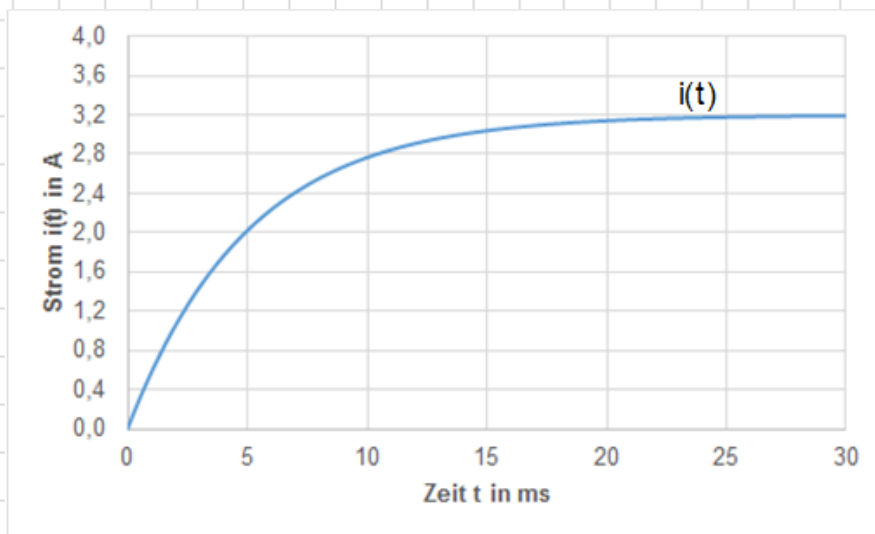
$$u_{Ri}(t) = R_i \cdot i(t) = 4 \Omega \cdot 3,2 \text{ A} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{5 \text{ ms}}} \right) = 12,8 \text{ V} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{5 \text{ ms}}} \right)$$

$$u_R(t) = R \cdot i(t) = 1 \Omega \cdot 3,2 \text{ A} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{5 \text{ ms}}} \right) = 3,2 \text{ V} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{5 \text{ ms}}} \right)$$

$$u_L(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt} = L \cdot \frac{U_q}{R_i + R} \cdot \frac{1}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = U_q \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$u_L(t) = 16 \text{ V} \cdot e^{-\frac{t}{5 \text{ ms}}}$$

g) Stellen Sie sowohl $i(t)$ als auch $u_{Ri}(t)$, $u_R(t)$ und $u_L(t)$ für $0 \leq t \leq 25 \text{ ms}$ grafisch dar.



Für die Aufgaben 23 bis 28 zur Selbstbearbeitung verwenden Sie bitte eigene Blätter.