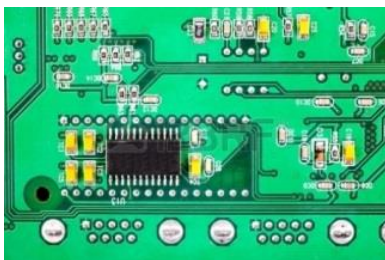


Lösungen

zu den Übungsaufgaben

„Einführung in die Elektrotechnik 2“



1. Wiederholung „Einführung in die Elektrotechnik 1“

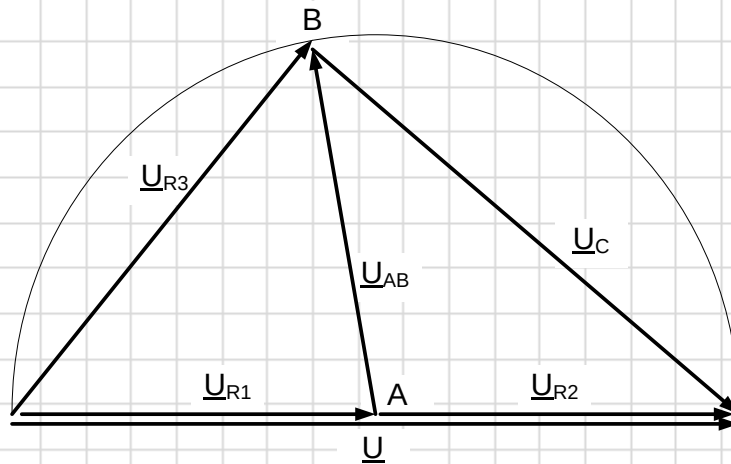
Aufgabe 1.1 (Aufgabe aus der Prüfung vom Frühjahr 2012)

Zu Frage 1: Zeigerdiagramme

a)

Zeigerdiagramm

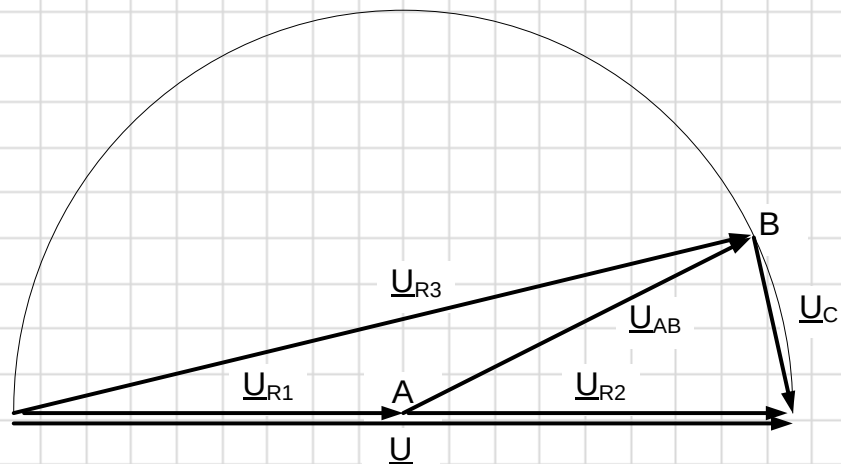
allgemein



b)

Zeigerdiagramm

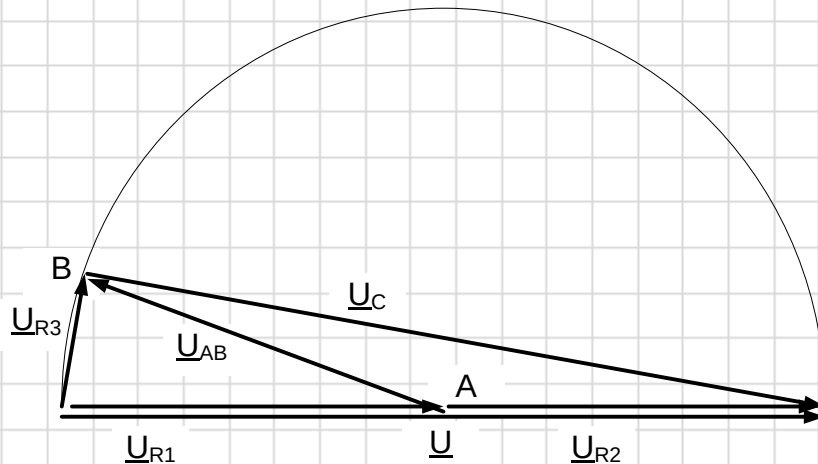
für $U_{R3} \gg U_C$



c)

Zeigerdiagramm

für $U_{R3} \ll U_C$



d) Wert von R_3 für Phasenverschiebung 0° und 180°

Aus ZD für $U_{R3} \gg U_C$ folgt: $\varphi \rightarrow 0^\circ$ für $R_3 \rightarrow \infty \Omega$

Aus ZD für $U_{R3} \ll U_C$ folgt: $\varphi \rightarrow 180^\circ$ für $R_3 \rightarrow 0 \Omega$

e) Betrag der Spannung in Abhängigkeit von R_3

$$|\underline{U}_{AB}| = \frac{1}{2} \cdot |\underline{U}| \quad \text{da} \quad R_1 = R_2.$$

Punkt B bewegt sich auf dem Thales-Kreis über der Strecke „ $\underline{U}$ “.

Zu Frage 2: Ströme und Spannungen bei $R_3 = 100 \Omega$

a) Strom $\underline{I}_1$ und Spannung $\underline{U}_{R2}$

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}}{R_1 + R_2} = \frac{U}{R_1 + R_2} = \frac{100 \text{ V}}{500 \Omega + 500 \Omega} = 0,1 \text{ A}$$

$$\underline{U}_{R2} = R_2 \cdot \underline{I}_1 = 500 \Omega \cdot 0,1 \text{ A} = 50 \text{ V}$$

b) Impedanz $\underline{Z}$

$$\underline{Z} = R_3 + \frac{1}{j \cdot \omega \cdot C} = R_3 - j \cdot \frac{1}{\omega \cdot C} = R_3 - j \cdot X_C$$

$$\underline{Z} = 100 \Omega - j \cdot \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 50 \frac{1}{s} \cdot 6 \cdot 10^{-6} \text{ F}} = 100 \Omega - j \cdot 530 \Omega = 539 \Omega \cdot e^{-j79^\circ}$$

c) Strom $\underline{I}_2$ und Spannungen $\underline{U}_C$ und $\underline{U}_{AB}$ für $R_3 = 100 \Omega$

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} = \frac{100 \text{ V}}{539 \Omega \cdot e^{-j79^\circ}} = 186 \text{ mA} \cdot e^{j79^\circ}$$

$$\underline{U}_C = -j \cdot X_C \cdot \underline{I}_2 = -j \cdot 530 \, \Omega \cdot 0,186 \, \text{A} \cdot e^{j79^\circ} = 98,58 \, \text{V} \cdot e^{j(79^\circ - 90^\circ)} = 98,58 \, \text{V} \cdot e^{-j11^\circ}$$

$$\underline{U}_{AB} = \underline{U}_{R2} - \underline{U}_C = 50 \, \text{V} - 98,58 \, \text{V} \cdot e^{-j11^\circ} = 50 \, \text{V} - 98,58 \, \text{V} \cdot [\cos(-11^\circ) + j \cdot \sin(-11^\circ)]$$

$$\underline{U}_{AB} = 50 \, \text{V} - (96,77 \, \text{V} - j \cdot 18,8 \, \text{V}) = -46,77 \, \text{V} + j \cdot 18,8 \, \text{V}$$

d) φ_{AB} gepfeilt von $\underline{U}$ nach $\underline{U}_{AB}$

$$\varphi_{AB} = \varphi_{U_{AB}} - \varphi_U = \varphi_{U_{AB}} - 0^\circ = \varphi_{U_{AB}} = 180^\circ + \arctan\left(\frac{\text{Im}(\underline{U}_{AB})}{\text{Re}(\underline{U}_{AB})}\right)$$

$$\varphi_{AB} = 180^\circ + \arctan\left(\frac{18,8 \, \text{V}}{-46,77 \, \text{V}}\right) = 158^\circ$$

e)

$\underline{U}_{AB}$ eilt $\underline{U}$ vor, da φ_{AB} positiv ist.

(Oder, aus Zeigerdiagramm ersichtlich, dass $\underline{U}_{AB}$ immer voreilend zu $\underline{U}$ ist!).

Zu Frage 3: Ströme und Spannungen bei $R_3 = 10 \, \text{k}\Omega$

a) Strom $\underline{I}_2$ und Spannungen $\underline{U}_C$ und $\underline{U}_{AB}$ für $R_3 = 10 \, \text{k}\Omega$

$$\underline{Z} = R_3 - j \cdot X_C = 10.000 \, \Omega - j \cdot 530 \, \Omega = 10.014 \, \Omega \cdot e^{-j3^\circ}$$

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_2} = \frac{100 \, \text{V}}{10.014 \, \Omega \cdot e^{-j3^\circ}} = 10 \, \text{mA} \cdot e^{j3^\circ}$$

$$\underline{U}_C = -j \cdot X_C \cdot \underline{I}_2 = -j \cdot 530 \, \Omega \cdot 0,01 \, \text{A} \cdot e^{j3^\circ} = 5,3 \, \text{V} \cdot e^{j(3^\circ - 90^\circ)} = 5,3 \, \text{V} \cdot e^{-j87^\circ}$$

$$\underline{U}_{AB} = \underline{U}_{R2} - \underline{U}_C = 50 \text{ V} - 5,3 \text{ V} \cdot e^{-j87^\circ} = 50 \text{ V} - 5,3 \text{ V} \cdot [\cos(-87^\circ) + j \cdot \sin(-87^\circ)]$$

$$\underline{U}_{AB} = 50 \text{ V} - 0,28 \text{ V} + j \cdot 5,29 \text{ V} = 49,72 \text{ V} + j \cdot 5,29 \text{ V}$$

b) φ_{AB} gepfeilt von $\underline{U}$ nach $\underline{U}_{AB}$

$$\varphi_{AB} = \varphi_{\underline{U}_{AB}} - \varphi_{\underline{U}} = \varphi_{\underline{U}_{AB}} - 0^\circ = \varphi_{\underline{U}_{AB}} = \arctan\left(\frac{\text{Im}(\underline{U}_{AB})}{\text{Re}(\underline{U}_{AB})}\right)$$

$$\varphi_{AB} = \arctan\left(\frac{5,29 \text{ V}}{49,72 \text{ V}}\right) = 6^\circ$$

c)

$\underline{U}_{AB}$ eilt $\underline{U}$ vor, da $\varphi_{AB} > 0^\circ$ positiv ist.

(Oder, aus Zeigerdiagramm ersichtlich, dass $\underline{U}_{AB}$ immer voreilend zu $\underline{U}$ ist!)

Zu Frage 4: Schein-, Wirk- und Blindleistung

a) Wirkleistung P

$$P = \frac{U^2}{R_1 + R_2} + R_3 \cdot I_2^2 = \frac{U^2}{R_1 + R_2} + R_3 \cdot \left(\frac{U}{\sqrt{R_3^2 + X_C^2}}\right)^2 = \frac{U^2}{R_1 + R_2} + R_3 \cdot \frac{U^2}{R_3^2 + X_C^2}$$

b) Blindleistung Q

$$Q = Q_C = -X_C \cdot I_2^2 = -X_C \cdot \left(\frac{U}{\sqrt{R_3^2 + X_C^2}}\right)^2 = -X_C \cdot \frac{U^2}{R_3^2 + X_C^2}$$

c) **Scheinleistung $\underline{S}$**

$$\underline{S} = P + j \cdot Q$$

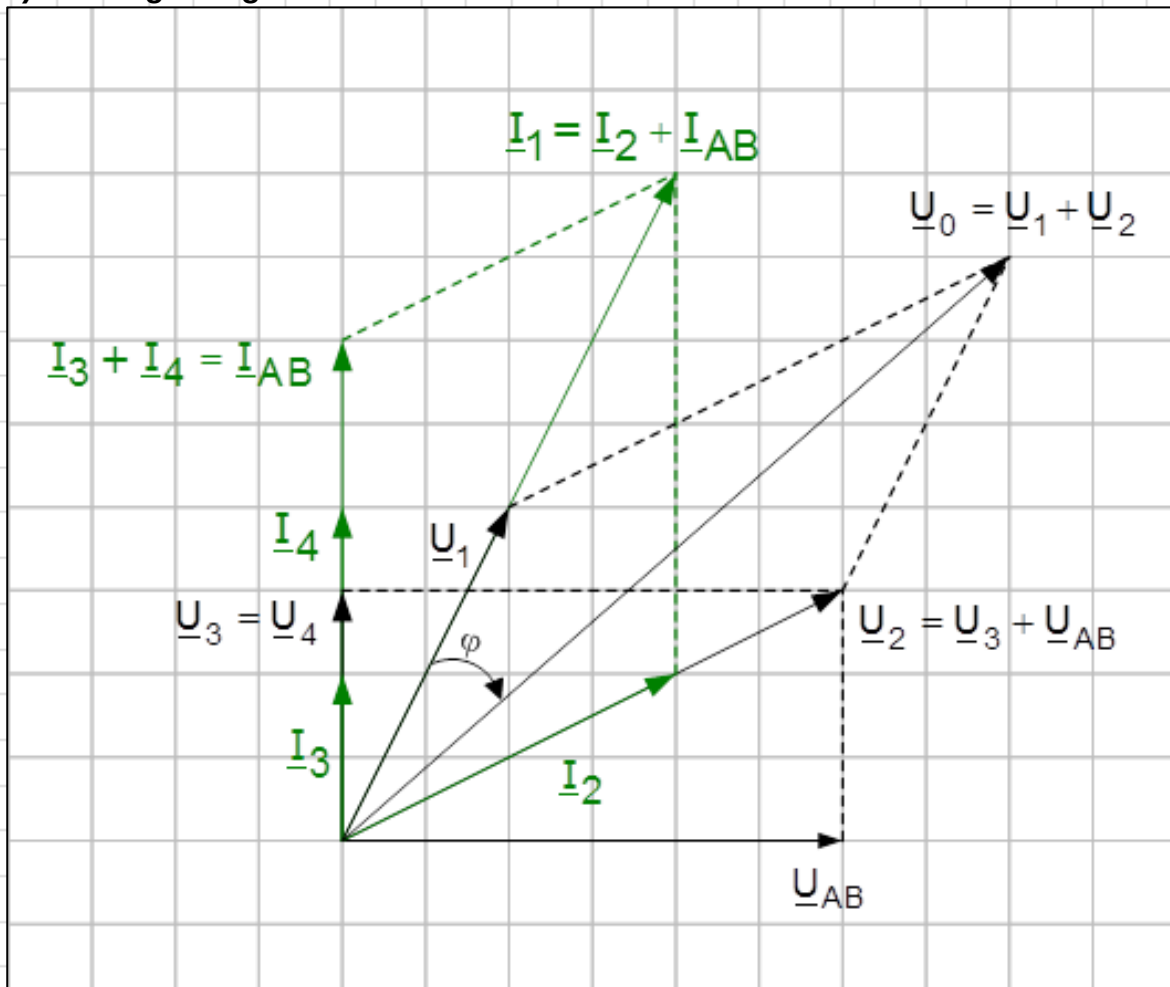
d) **Betrag von $\underline{S}$**

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

Aufgabe 1.2 (Aufgabe aus der Prüfung vom Herbst 2014)

Zu Frage 1: Zeigerdiagramm

a) Zeigerdiagramm



Zu Frage 2: Spannungen und Ströme

a) Spannung $\underline{U}_0$ und Effektivwert U_0

$$R_{34} = \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4} = \frac{120 \, \Omega \cdot 60 \, \Omega}{120 \, \Omega + 60 \, \Omega} = 40 \, \Omega$$

$$\underline{U}_3 = \underline{U}_4 = R_{34} \cdot \underline{I}_{AB} = 40 \, \Omega \cdot j \cdot 1,5 \, A = j \cdot 60 \, V$$

$$\underline{I}_3 = \frac{\underline{U}_3}{R_3} = j \cdot \frac{60 \, V}{120 \, \Omega} = j \cdot 0,5 \, A$$

$$\underline{I}_4 = \frac{\underline{U}_4}{R_4} = j \cdot \frac{60 \, V}{60 \, \Omega} = j \cdot 1 \, A$$

$$\underline{U}_2 = \underline{U}_3 + \underline{U}_{AB} = \underline{U}_4 + \underline{U}_{AB} = 60 \text{ V} + j \cdot 60 \text{ V}$$

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}_2}{R_2} = \frac{60 \text{ V} + j \cdot 60 \text{ V}}{60 \Omega} = 1 \text{ A} + j \cdot 1 \text{ A}$$

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_2 + \underline{I}_{AB} = 1 \text{ A} + j \cdot 1 \text{ A} + j \cdot 1,5 \text{ A} = 1 \text{ A} + j \cdot 2,5 \text{ A}$$

$$\underline{U}_1 = R_1 \cdot \underline{I}_1 = 40 \Omega \cdot (1 \text{ A} + j \cdot 2,5 \text{ A}) = (40 + j \cdot 100) \text{ V}$$

$$\underline{U}_0 = \underline{U}_1 + \underline{U}_2 = (40 + j \cdot 100) \text{ V} + (60 + j \cdot 60) \text{ V} = (100 + j \cdot 160) \text{ V}$$

b) Phasenverschiebung φ zwischen dem Strom $\underline{I}_1$ und der Spannung $\underline{U}_0$

$$\varphi = \varphi_{u0} - \varphi_{i1} = \arctan\left(\frac{160}{100}\right) - \arctan\left(\frac{2,5}{1}\right) = 58,0^\circ - 68,2^\circ = -10,2^\circ$$

c) Impedanz $\underline{Z}_x$

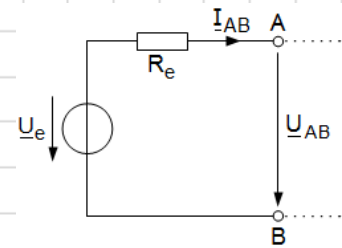
$$\underline{Z}_x = \frac{\underline{U}_{AB}}{\underline{I}_{AB}} = \frac{60 \text{ V}}{j \cdot 1,5 \text{ A}} = -j \cdot 40 \Omega$$

Zu Frage 3: Netzumformung

a) Spannung $\underline{U}_e$ und Widerstand R_e

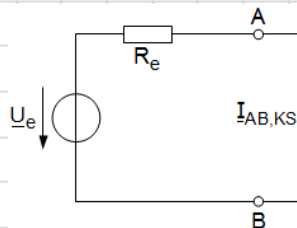
$$\underline{U}_e = \underline{U}_{AB,LL} = \underline{U}_{AB}(\underline{I}_{AB} = 0) = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \underline{U}_0 = \frac{60 \Omega}{40 \Omega + 60 \Omega} \cdot 192 \text{ V} = 115,2 \text{ V}$$

$$R_e = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} + R_{34} = \frac{40 \, \Omega \cdot 60 \, \Omega}{40 \, \Omega + 60 \, \Omega} + 40 \, \Omega = 24 \, \Omega + 40 \, \Omega = 64 \, \Omega$$



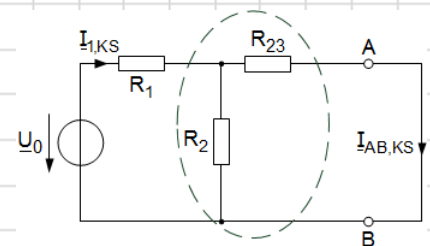
b) Ströme $\underline{I}_{AB}$ und $\underline{I}_1$

$$\underline{I}_{AB,KS} = \frac{\underline{U}_e}{R_e} = \frac{115,2 \, \text{V}}{64 \, \Omega} = 1,8 \, \text{A}$$



$$R_{ges} = R_1 + \frac{R_2 \cdot R_{34}}{R_2 + R_{34}} = R_1 + \frac{R_2 \cdot R_3 \cdot R_4}{R_2 \cdot (R_3 + R_4) + R_3 \cdot R_4}$$

$$R_{ges} = 40 \, \Omega + \frac{40 \, \Omega \cdot 60 \, \Omega}{40 \, \Omega + 60 \, \Omega} = 40 \, \Omega + 24 \, \Omega = 64 \, \Omega$$



$$\underline{I}_{1,KS} = \frac{\underline{U}_0}{R_{ges}} = \frac{192 \, \text{V}}{64 \, \Omega} = 3 \, \text{A}$$

Zu Frage 4: Schein-, Wirk- und Blindleistung

a) $\underline{S}_V$, P_V und Q_V

$$\underline{Z}_V = R_V + j \cdot \omega \cdot L + \frac{1}{j \cdot \omega \cdot C} = R_V + j \cdot \left(\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C} \right) = 30 \, \Omega + j \cdot (80 \, \Omega - 30 \, \Omega) = 30 \, \Omega + j \cdot 50 \, \Omega$$

$$\underline{Z}_V = 30 \, \Omega + j \cdot 50 \, \Omega$$

$$\underline{Z}_{ges} = R_i + \underline{Z}_V = 20 \, \Omega + \underline{Z}_V = 50 \, \Omega + j \cdot 50 \, \Omega$$

$$\underline{I}_V = \frac{\underline{U}_q}{\underline{Z}_{\text{ges}}} = \frac{50 \text{ V}}{(50 + j \cdot 50) \Omega} = \frac{1}{(1 + j \cdot 1)} \text{ A} = (0,5 - j \cdot 0,5) \text{ A}$$

$$|\underline{I}_V| = \sqrt{0,5^2 + 0,5^2} \text{ A} = \sqrt{0,5} \text{ A} = 0,5 \cdot \sqrt{2} \text{ A} = 0,707 \text{ A}$$

$$\underline{S}_V = \underline{U}_V \cdot \underline{I}_V^* = \underline{Z}_V \cdot \underline{I}_V \cdot \underline{I}_V^* = \underline{Z}_V \cdot |\underline{I}_V|^2 = (30 \Omega + j \cdot 50 \Omega) \cdot (0,707 \text{ A})^2$$

$$\underline{S}_V = (15 + j \cdot 25) \text{ VA}$$

$$P_V = 15 \text{ W}$$

$$Q_V = 25 \text{ var}$$

b) Frequenz f_r , bei der die Blindleistung null wird

$$Q_V(f_r) = 0$$

$$\text{Im}\{\underline{Z}_V\} = \left(\omega_r \cdot L - \frac{1}{\omega_r \cdot C} \right) \stackrel{!}{=} 0 \quad \Rightarrow \quad \omega_r = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}}$$

$$\omega_r = \sqrt{\frac{3.000 \cdot \pi^2}{0,8 \text{ s}^2}} = \pi \cdot \sqrt{3.750} \text{ s}^{-1} = 192,38 \text{ s}^{-1}$$

$$f_r = \frac{\omega_r}{2 \cdot \pi} = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{3.000 \cdot \pi^2}{0,8 \text{ s}^2}} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3.750} \text{ Hz} = \sqrt{937,5} \text{ Hz} = 30,62 \text{ Hz}$$

c) Strom $\underline{I}_V(f = f_r)$

$$\underline{I}_V|_{f=f_r} = \frac{\underline{U}_q}{R_i + R_V} = \frac{50 \text{ V}}{50 \Omega} = 1 \text{ A} \quad \text{da} \quad \underline{Z}_L + \underline{Z}_C = 0$$

2. Diode, Zenerdiode

Aufgabe 2.1 (Arbeitspunkt, Arbeitsgerade)

a) Spannung an der LED

Ablesen aus Kennlinie bei $I_D = 20 \text{ mA}$ ergibt: $U_D(I_D = 20 \text{ mA}) = 2,2 \text{ V}$

b) Vorwiderstand R_V

MR: $U_{\text{Bat}} = U_{R_V} + U_{\text{LED}} = I_{\text{LED}} \cdot R_V + U_{\text{LED}}$

$$R_V = \frac{U_{\text{Bat}} - U_{\text{LED}}}{I_{\text{LED}}} = \frac{10 \text{ V} - 2,2 \text{ V}}{20 \text{ mA}} = 390 \Omega$$

c) Verluste in R_V

$$P_V = (I_{\text{LED}})^2 \cdot R_V = (20 \text{ mA})^2 \cdot 390 \Omega = 156 \text{ mW}$$

d) Leistungsaufnahme der Schaltung

$$P_{\text{ges}} = P_V + U_{\text{LED}} \cdot I_{\text{LED}} = 156 \text{ mW} + 2,2 \text{ V} \cdot 20 \text{ mA} = 200 \text{ mW}$$

e) Grafische Ermittlung des Arbeitspunktes

MR: $U_{\text{Bat}} = I_{\text{LED}} \cdot R_V + U_{\text{LED}}$

$$I_{\text{LED}} = \frac{U_{\text{Bat}} - U_{\text{LED}}}{R_V}$$

Das ist eine Geradengleichung → Gleichung der Arbeitsgeraden.

Es genügen 2 Punkte zur Konstruktion.

1. Punkt: Annahme $U_{LED} = 0 \text{ V}$ ergibt $I_{LED} = \frac{U_{Bat}}{R_V}$

2. Punkt: Annahme $I_{LED} = 0 \text{ A}$ ergibt $U_{LED} = U_{Bat}$

Arbeitsgerade ins Kennlinienfeld einzeichnen.

Der Schnittpunkt mit der Diodenkennlinie ist der sich einstellende Arbeitspunkt.

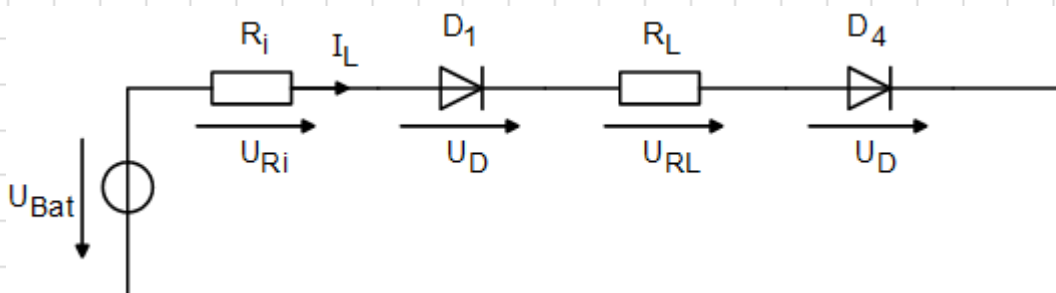
Aufgabe 2.2 (Brückenschaltung mit 4 Dioden, Linearisierung)

Zu Frage 1: Grobe Schaltungsanalyse

a) Leitende und sperrende Dioden

$U_{\text{Bat}} > 0 \text{ V}$ Es leiten D_1 und D_4
 Es sperren D_2 und D_3

b) Ersatzschaltbild



Zu Frage 2: Linearisierung

a) Ideale Dioden

$U_D = 0 \text{ V}$ und $R_D = 0 \Omega$

MR: $U_{\text{Bat}} = U_{Ri} + U_D + U_{RL} + U_D = I_L \cdot (R_i + R_L)$

$$I_L = \frac{U_{\text{Bat}}}{R_i + R_L} = \frac{12 \text{ V}}{100 \text{ m}\Omega + 15 \Omega} = 0,8 \text{ A}$$

b) Bessere „Abschätzung“

„Mittelweg“ zwischen idealer Diode und realer Diode: $R_D = 0 \Omega$ und $U_D = U_S$

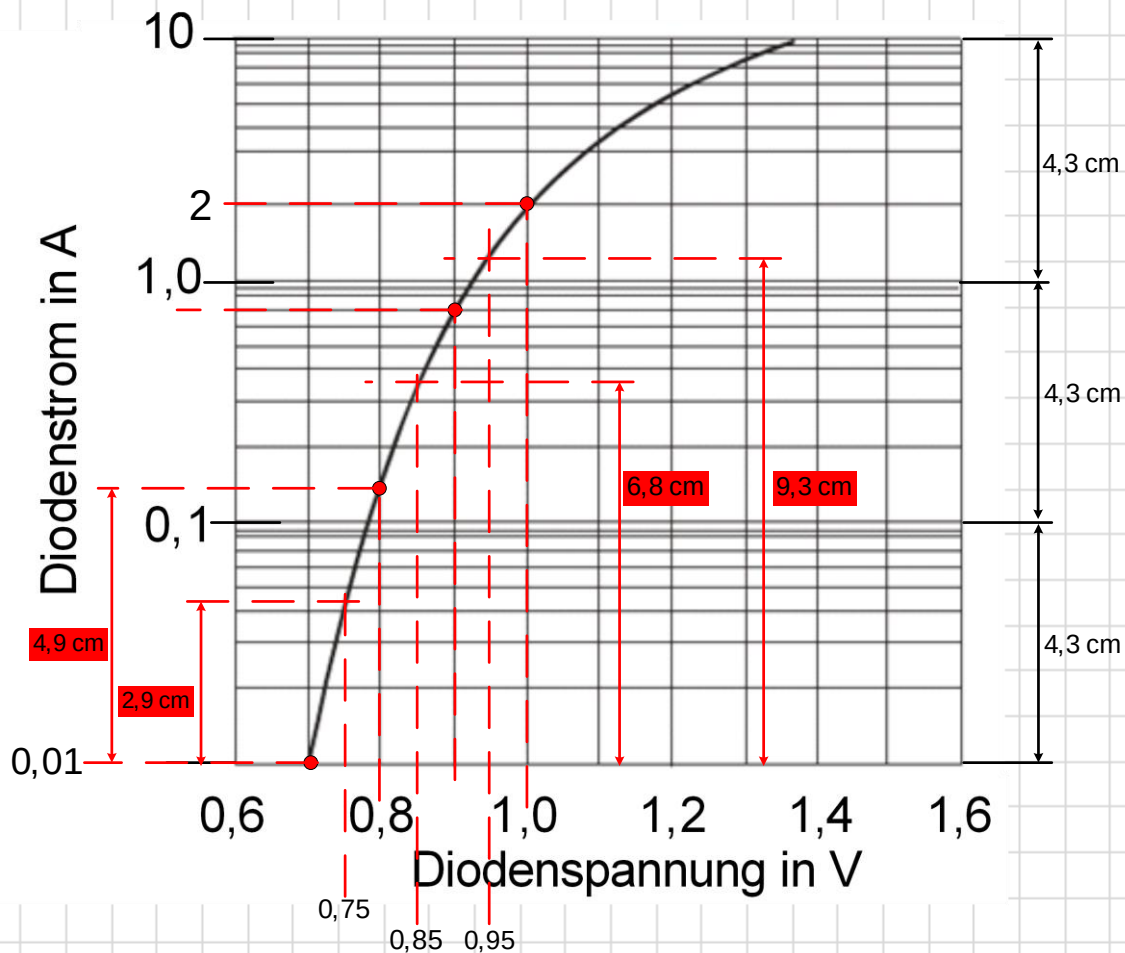
Aus der Kennlinie folgt bei $I_D = I_L = 0,8 \text{ A}$: $U_D = U_S = 0,9 \text{ V}$

Aus MR:
$$I_L = \frac{U_{\text{Bat}} - 2 \cdot U_S}{R_i + R_L} = \frac{12 \text{ V} - 2 \cdot 0,9 \text{ V}}{100 \text{ m}\Omega + 15 \Omega} = 0,68 \text{ A}$$

c) Linearisierung

Zuerst Wertepaare (U_D / I_D) aus gegebener Diodenkennlinie ablesen:

Achtung: Die im folgenden Bild angegebenen Längen stimmen wegen der Verzerrung durch den Ausdruck nicht. Kennlinie ausdrucken und selber abmessen!



Werte, die sofort abgelesen werden können:

$U_D = 0,7 \text{ V}$	→	$I_D = 0,01 \text{ A}$
$U_D = 0,9 \text{ V}$	→	$I_D = 0,70 \text{ A}$
$U_D = 1,0 \text{ V}$	→	$I_D = 2,00 \text{ A}$

Andere Werte: Aus Maßstab berechnen

Eine Dekade entspricht einer Strecke von $s_0 = 4,3 \text{ cm}$ (Blatt ausdrucken und abmessen, Werte können nach dem Ausdrucken unterschiedlich sein!!!).

Es wird der jeweilige Abstand s_n (geometrisch in cm) zum Stromwert y_n gemessen:
Der Stromwert ergibt sich dann aus:

$$s_n = s_0 \cdot [\log(y_n) - \log(0,01)]$$

bzw. umgestellt nach dem zugehörigen Stromwert:

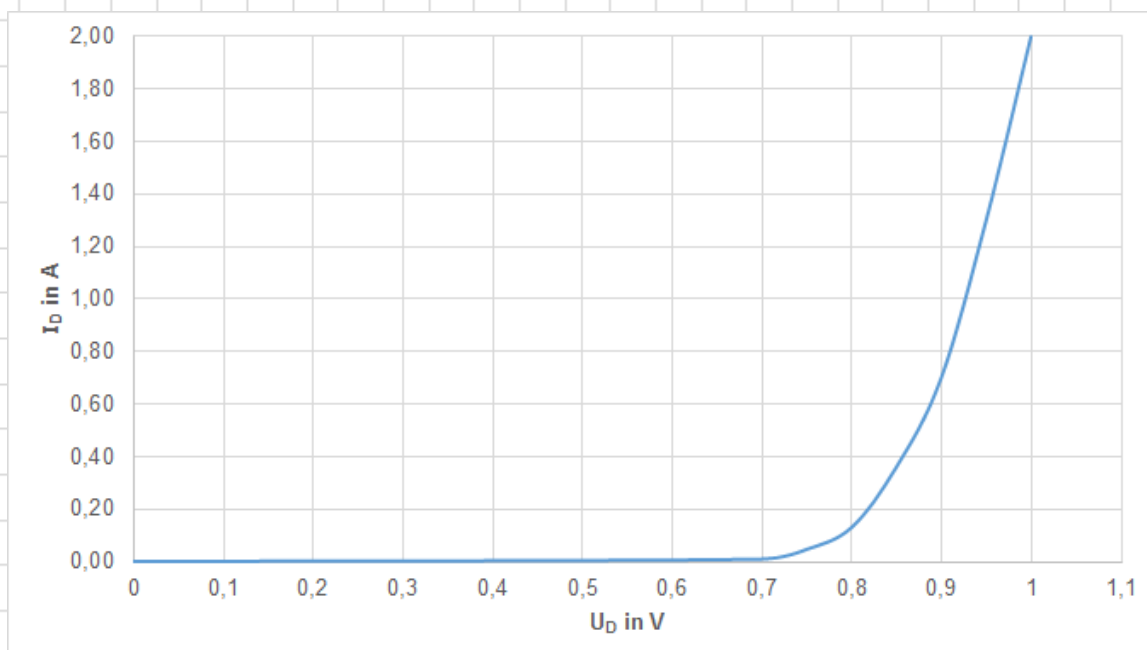
$$\log(y_n) = \frac{s_n}{s_0} + \log(0,01) = \frac{s_n}{s_0} - 2$$

$$y_n = 10^{\left(\frac{s_n}{s_0} - 2\right)}$$

$U_D = 0,75 \text{ V}$	→	$s_n = 2,9 \text{ cm}$	$I_D = 0,047 \text{ A}$
$U_D = 0,8 \text{ V}$	→	$s_n = 4,9 \text{ cm}$	$I_D = 0,138 \text{ A}$
$U_D = 0,85 \text{ V}$	→	$s_n = 6,8 \text{ cm}$	$I_D = 0,381 \text{ A}$
$U_D = 0,95 \text{ V}$	→	$s_n = 9,3 \text{ cm}$	$I_D = 1,455 \text{ A}$

U_D	0,7 V	0,75 V	0,8 V	0,85 V	0,9 V	0,95 V	1 V
I_D	0,01 A	0,047	0,138 A	0,381 A	0,7 A	1,455 A	2,000 A

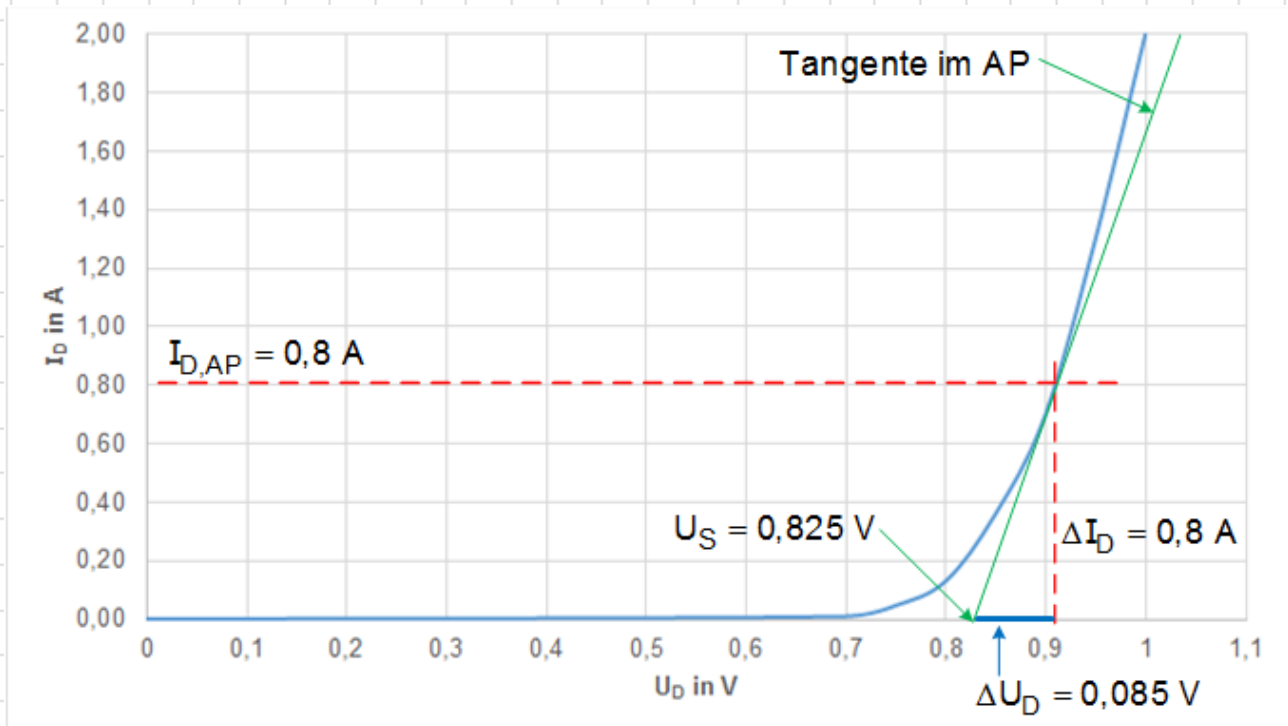
Schaubild mit linearem Maßstab neu zeichnen.



d) Schleusenspannung und dynamischer Widerstand

Grafische Lösung:

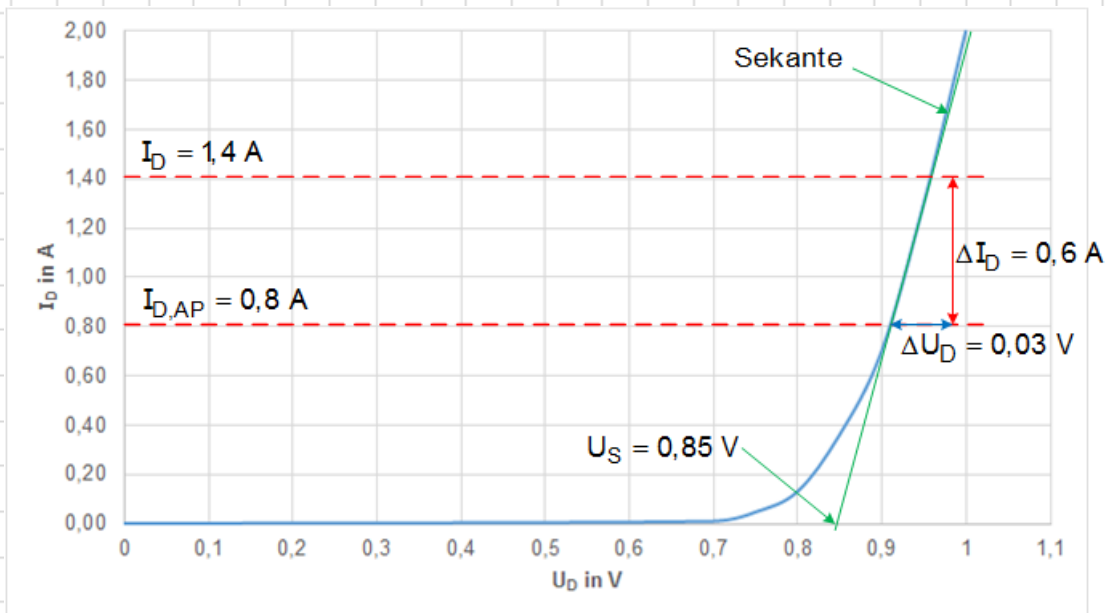
1. Tangente an den Punkt (0,91 V / 0,8 A) anlegen und Schleusenspannung ablesen:



Ablezen: $U_S = 0,825 \text{ V}$ (Schleusenspannung)

Und
$$R_D = \frac{\Delta U}{\Delta I} = \frac{0,91 \text{ V} - 0,825 \text{ V}}{0,8 \text{ A} - 0 \text{ A}} = \frac{0,085 \text{ V}}{0,8 \text{ A}} = 106 \text{ m}\Omega \quad (\text{dyn. Widerstand})$$

2. Sekante durch (0,91 V / 0,8 A) und (0,95 V / 1,455 A):



Dynamischer Widerstand:

$$R_D = \frac{\Delta U}{\Delta I} = \frac{0,95 \text{ V} - 0,91 \text{ V}}{1,455 \text{ A} - 0,8 \text{ A}} = \frac{0,04 \text{ V}}{0,6 \text{ A}} = 61 \text{ m}\Omega$$

Berechnung der Schleusenspannung aus der Geradengleichung:

$$U_D = R_D \cdot I_D + U_S$$

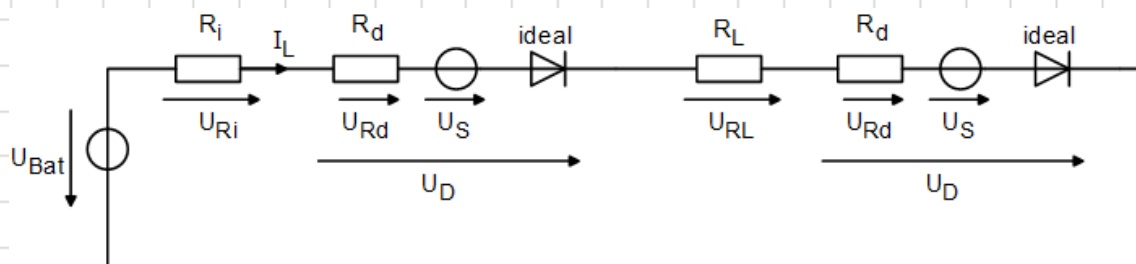
$$0,91 \text{ V} = R_D \cdot 0,8 \text{ A} + U_S$$

$$U_S = 0,91 \text{ V} - 61 \text{ m}\Omega \cdot 0,8 \text{ A} = 0,86 \text{ V}$$

U_S kann auch direkt abgelesen werden: Ablesewert ungefähr $U_S = 0,85 \text{ V}$

Im Folgenden werden diese Werte verwendet: $R_D = 70 \text{ m}\Omega$ und $U_S = 0,85 \text{ V}$

e) Ersatzschaltbild mit linearem Dioden-Ersatzschaltbild



f) Laststrom I_L

MR: $U_{\text{Bat}} = U_{R_i} + U_D + U_{R_L} + U_D$

$$U_{\text{Bat}} = I_L \cdot (R_i + R_D + R_D + R_L) + U_S + U_S$$

$$I_L = \frac{U_{\text{Bat}} - 2 \cdot U_S}{R_i + 2 \cdot R_D + R_L} = \frac{12 \text{ V} - 2 \cdot 0,85 \text{ V}}{100 \text{ m}\Omega + 2 \cdot 70 \text{ m}\Omega + 15 \text{ }\Omega} = 0,68 \text{ A}$$

g) Verlustleistung in den Dioden

$$P_D = I_D \cdot U_D = I_L \cdot (I_L \cdot R_D + U_S) = 0,68 \text{ A} \cdot (0,68 \text{ A} \cdot 0,07 \text{ }\Omega + 0,85 \text{ V}) = 0,607 \text{ W} = 610 \text{ mW}$$

$$P_{D,\text{ges}} = 2 \cdot P_D = 2 \cdot 0,610 \text{ W} = 1,2 \text{ W}$$

h) Differenz zwischen Schleusenspannung und Diodenspannung

$$U_S - U_D = U_S - (U_S + R_D \cdot I_D) = -R_D \cdot I_D = -0,07 \text{ }\Omega \cdot 0,68 \text{ A} = -0,048 \text{ V} = -48 \text{ mV}$$

Zu Frage 3: Veränderung des Lastwiderstandes

a) $R_L = 30 \text{ }\Omega$

MR: $U_{\text{Bat}} = I_L \cdot (R_i + R_L) + 2 \cdot U_D \quad \rightarrow \quad I_L = \frac{U_{\text{Bat}} - 2 \cdot U_D}{R_i + R_L}$

1. Punkt: $U_D = 0 \text{ V}$

$$I_L = \frac{U_{\text{Bat}}}{R_i + 2 \cdot R_D + R_{L2}} = \frac{12 \text{ V}}{0,1 \text{ }\Omega + 2 \cdot 0,07 \text{ }\Omega + 30 \text{ }\Omega} = 0,4 \text{ A}$$

2. Punkt: $I_L = I_D = 0 \text{ A}$

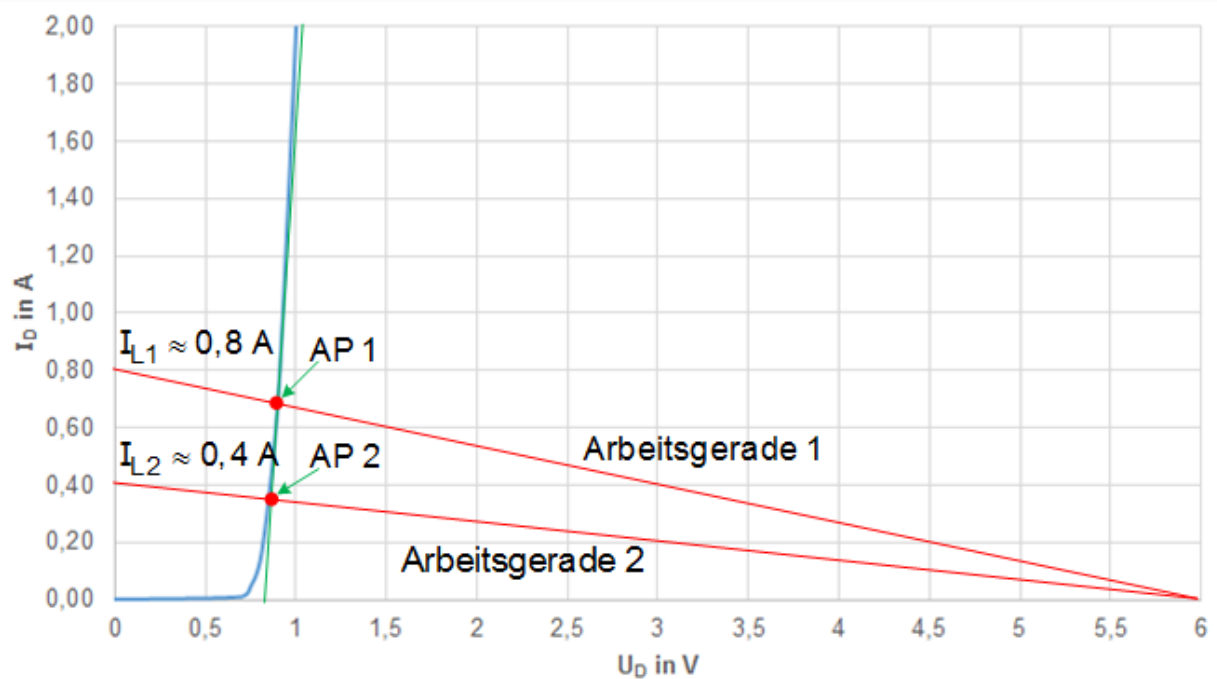
$$2 \cdot U_D = U_{\text{Bat}} = 12 \text{ V}$$

$$U_D = \frac{1}{2} \cdot U_{\text{Bat}} = 6 \text{ V}$$

Für $R_L = 15 \Omega$: $U_D = 0 \text{ V}$

$$I_L = \frac{U_{\text{Bat}}}{R_i + R_{L2}} = \frac{12 \text{ V}}{0,1 \Omega + 15 \Omega} = 0,795 \text{ A}$$

$$I_L = I_D = 0 \text{ A} \quad U_D = \frac{1}{2} \cdot U_{\text{Bat}} = 6 \text{ V}$$



Die oben gemachte Linearisierung kann noch verwendet werden!

b) Laststrom und Diodenspannung

$$I_L = \frac{U_{\text{Bat}} - 2 \cdot U_S}{R_i + 2 \cdot R_D + R_L} = \frac{12 \text{ V} - 2 \cdot 0,85 \text{ V}}{0,1 \Omega + 2 \cdot 0,07 \Omega + 30 \Omega} = 0,34 \text{ A}$$

$$U_D = I_L \cdot R_D + U_S = 0,34 \text{ A} \cdot 0,07 \Omega + 0,85 \text{ V} = 0,874 \text{ V}$$

Zu Frage 4: Leerlauf

a) Bisherige Linearisierung gültig?

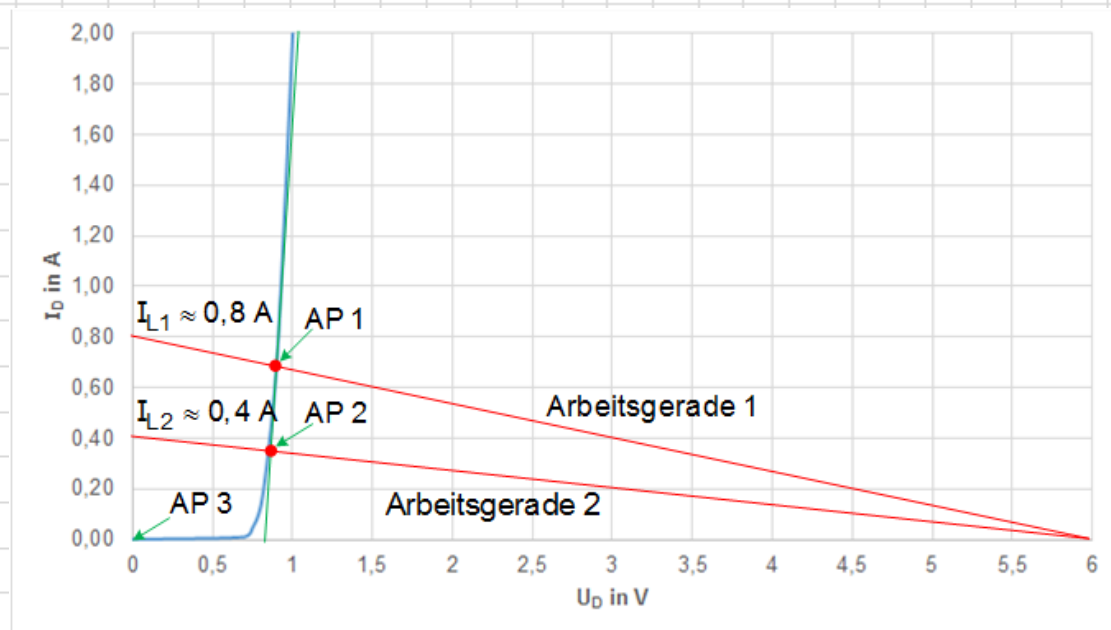
Leerlauf → Laststrom = 0 A

Diodenspannung = 0 V

Siehe folgendes Kennlinienfeld:

Der AP3 liegt weit entfernt von der linearisierten Kennlinie in den AP2 und AP3.

→ Die bisherige Linearisierung ist für diesen AP3 nicht gültig (zulässig)!



b) Klemmenspannung

$$U_{AB} = U_{\text{Bat}} = 12 \text{ V}$$

Es fließt kein Strom → keine Spannungsabfälle!

Zu Frage 5: Umpolung der Quelle**a) Änderungen zu bisher**

D₁ und D₄ sperren und D₂ und D₃ leiten.

An der Berechnung zu bisher ändert sich nichts.

b) Klemmspannung U_{AB} für $R_L = 15\ \Omega$, $R_L = 30\ \Omega$ und den Leerlauf

$$R_L = 15\ \Omega \quad U_{AB}(R_L = 15\ \Omega) = I_L \cdot R_L = 0,68\ \text{A} \cdot 15\ \Omega = 10,2\ \text{V}$$

$$R_L = 30\ \Omega \quad U_{AB}(R_L = 30\ \Omega) = I_L \cdot R_L = 0,34\ \text{A} \cdot 30\ \Omega = 10,2\ \text{V}$$

$$R_L \rightarrow \infty \quad U_{AB}(R_L \rightarrow \infty) = U_{\text{Bat}} = 12\ \text{V}$$

Aufgabe 2.3 (Zenerdiode zur Spannungsstabilisierung)

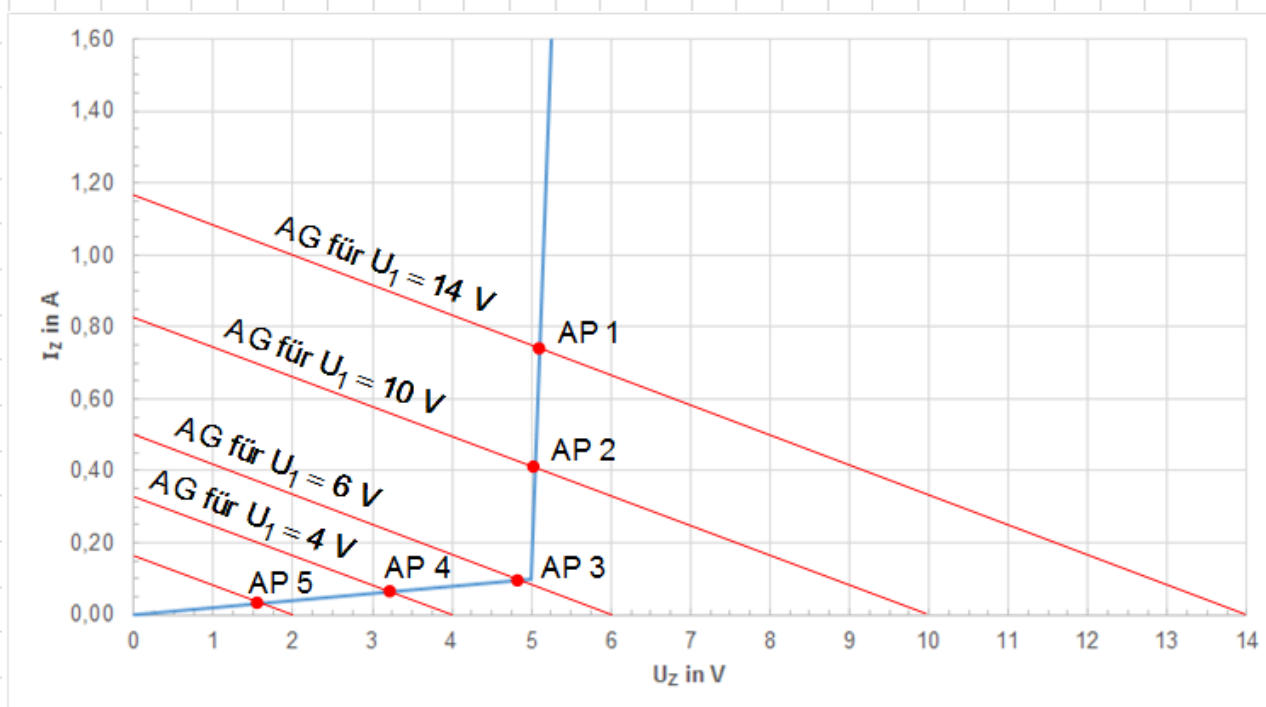
Zu Frage 1: Arbeitsgeraden, grafische Bestimmung der Arbeitspunkte

a) Arbeitsgeraden

Aus MR: $U_{12} = U_Z = U_1 - R \cdot I$ $I = \frac{U_1 - U_Z}{R}$ ← Gleichung der AG

1. Punkt: $U_Z = 0 \text{ V}$ $I_{KS} = \frac{U_1}{R}$

2. Punkt: $I_Z = 0 \text{ A}$ $U_Z = U_1$

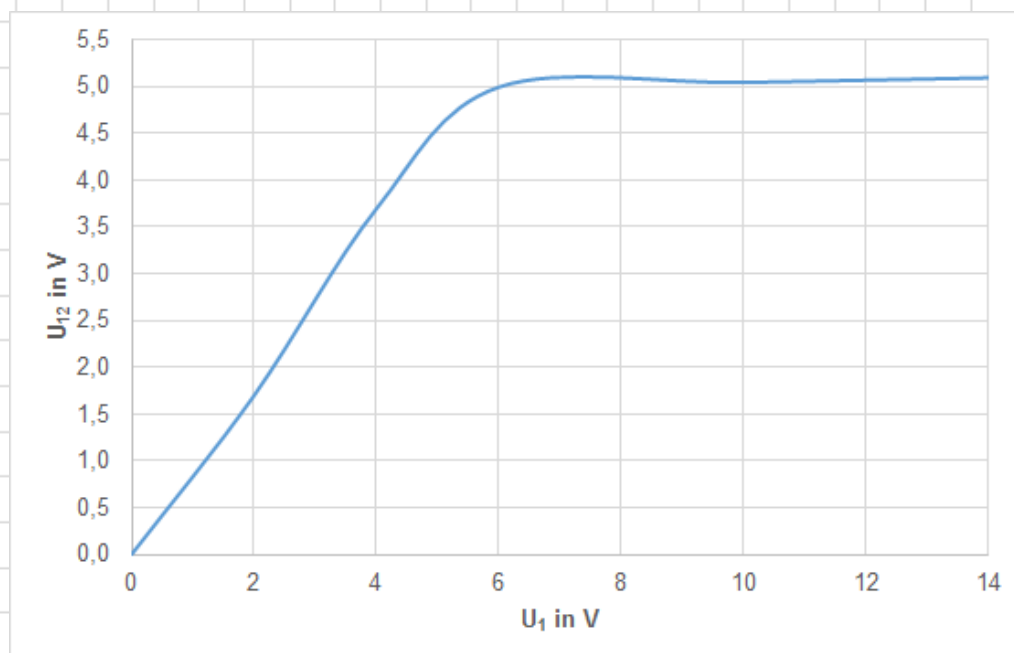


b) Arbeitspunkte

Arbeitspunkte (Schnittpunkte Arbeitsgerade mit Diodenkennlinie) ablesen so gut möglich:

U_1 in V	$U_{12} = U_Z$ in V	I_Z in A
2	1,7	0,015
4	3,7	0,035
6	5,0	0,1
10	5,05	0,43
14	5,1	0,75

c) Werte U_{12} über U_1 aufgetragen (aus voriger Tabelle):



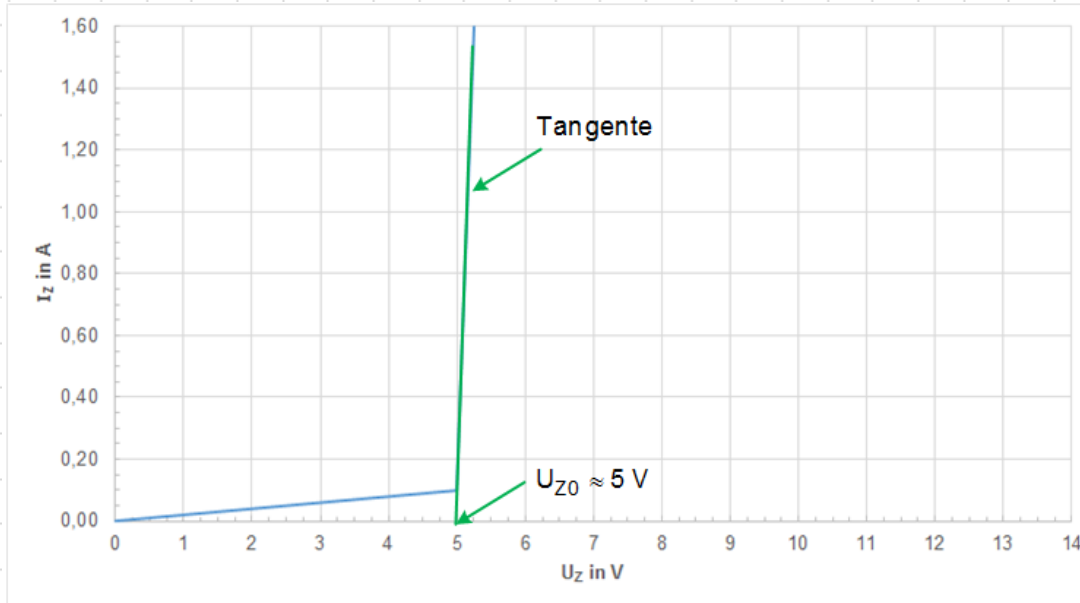
Frage 2: Linearisierung

a) $U > 5 \text{ V}$

Tangente anlegen und ablesen:

Zener-Spannung: $U_{Z0} \approx 5 \text{ V}$

Dynamischer Widerstand: $R_d = \frac{\Delta U}{\Delta I} = \frac{5,1 \text{ V} - 5 \text{ V}}{1 \text{ A}} \approx 100 \text{ m}\Omega$



MR: $U_1 = I_D \cdot (R + R_d) + U_{Z0}$

AG: $I_D = \frac{U_1 - U_{Z0}}{R + R_d}$

Klemmenspannung: $U_{12} = U_Z = I_D \cdot R_d + U_{Z0} = \frac{U_1 - U_{Z0}}{R + R_d} \cdot R_d + U_{Z0}$

Werte eingesetzt ergibt: $U_{12}(U_1 = 6 \text{ V}) = 5,008 \text{ V}$

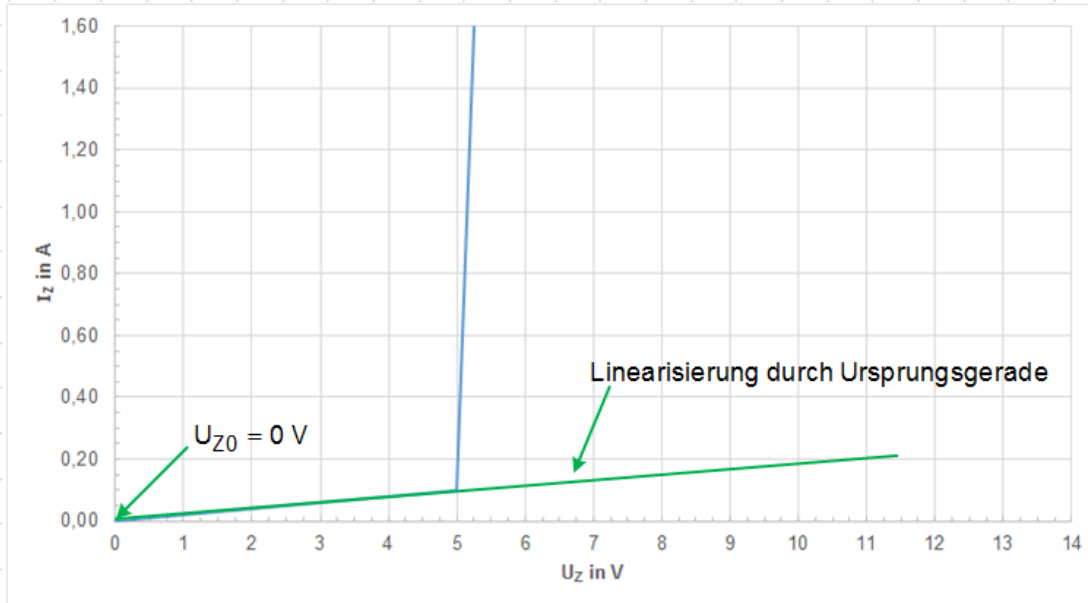
$U_{12}(U_1 = 10 \text{ V}) = 5,041 \text{ V}$

$U_{12}(U_1 = 14 \text{ V}) = 5,074 \text{ V}$

b) Arbeitspunkte für $U_1 = 4 \text{ V}$ und $U_1 = 2 \text{ V}$

Neue Linearisierung notwendig (siehe folgendes Kennlinienfeld)!

Grafisch → Tangente anlegen → Ursprungsgerade



Ablezen:

Zener-Spannung: $U_{Z0} = 0$ V

Dynamischer Widerstand: $R_d = \frac{\Delta U}{\Delta I} = \frac{11 \text{ V} - 0 \text{ V}}{0,2 \text{ A} - 0 \text{ A}} = 55 \Omega$

$$U_1 = I_D \cdot (R + R_d) + U_{Z0} = I_D \cdot (R + R_d)$$

Diodenstrom: $I_D = \frac{U_1}{R + R_d}$

Klemmenspannung: $U_{12} = I_D \cdot R_d = \frac{R_d}{R + R_d} \cdot U_1$ (Spannungsteiler-Regel)

Werte: $U_{12}(U_1 = 2 \text{ V}) = 1,64 \text{ V}$

$$U_{12}(U_1 = 4 \text{ V}) = 3,28 \text{ V}$$

3. npn-Bipolartransistor – Kennlinien, Ersatzschaltbild

Aufgabe 3.1 (Linearisierung der npn-Bipolar-Transistor-Kennlinien)

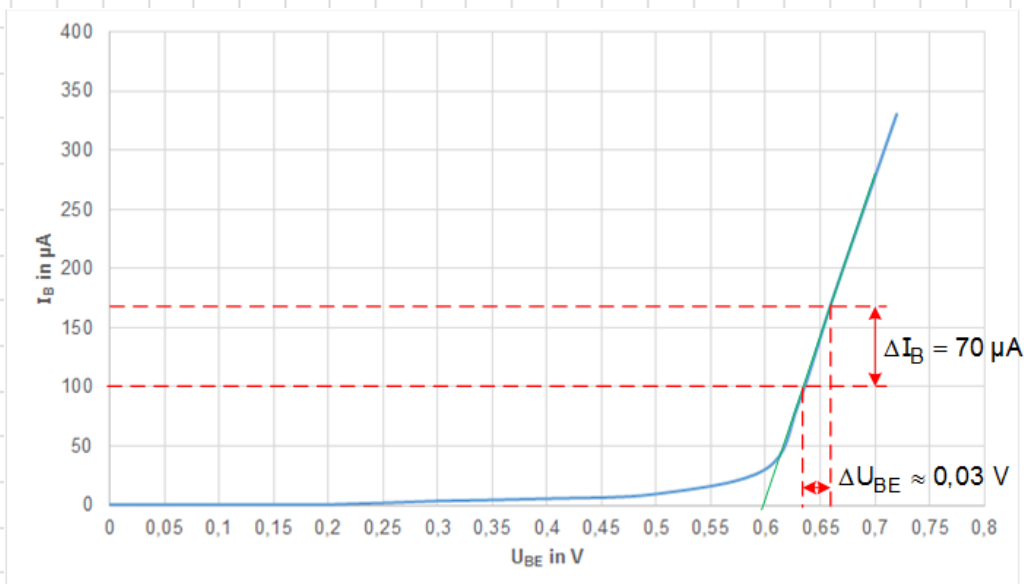
Zu Frage 1: Basis-Emitter-Kreis

a) Kennlinie $I_B = f(U_{BE})$

Für die Linearisierung werden folgende 2 Punkte verwendet:

(0,63 V / 0,1 mA) und (0,66 V / 0,17 mA)

da der geforderte Arbeitspunkt (bei 0,15 mA) dazwischenliegt.



Dynamischer Widerstand:
$$R_d = \frac{\Delta U_{BE}}{\Delta I_B} = \frac{0,66 \text{ V} - 0,63 \text{ V}}{170 \mu\text{A} - 100 \mu\text{A}} = 430 \Omega$$

$$U_{BE} = R_d \cdot I_B + U_{BE0}$$

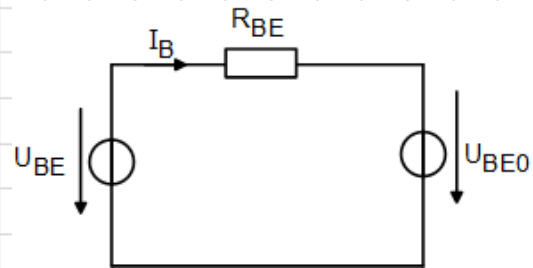
$$U_{BE0} = U_{BE} - R_d \cdot I_B = 0,63 \text{ V} - 430 \Omega \cdot 100 \mu\text{A} = 0,587 \text{ V} \quad (\text{oder ablesen})$$

b) Elektrisches Ersatzschaltbild des Basis-Emitter-Kreises

Aus der Gleichung der Sekante:

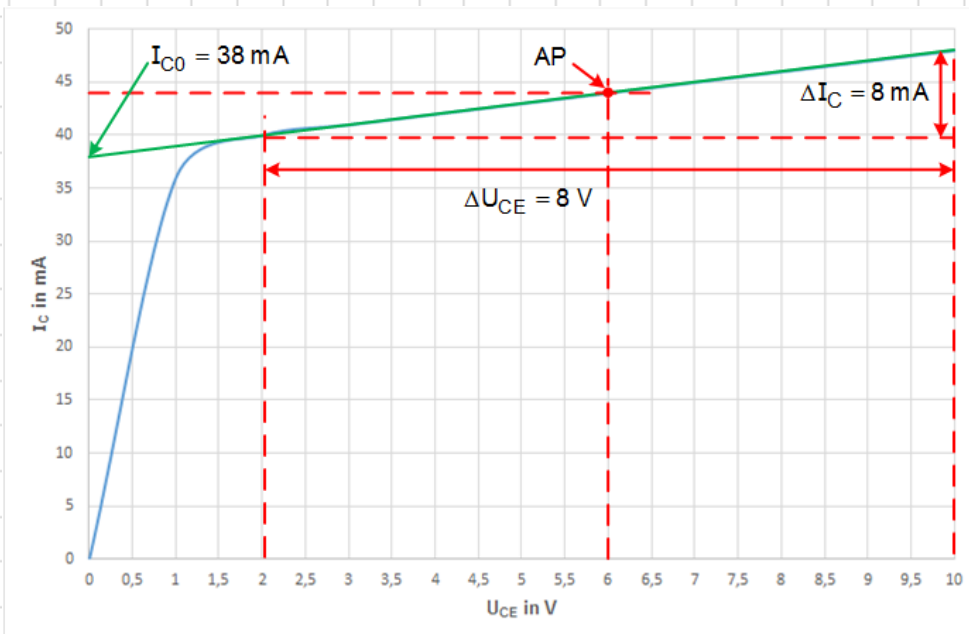
$$U_{BE} = U_{BE0} + R_{BE} \cdot I_B$$

ergibt sich das folgende ESB:



Zu Frage 2: Kollektor-Emitter-Kreis

a) Ausgangskennlinie $I_C = f(U_{CE}, I_B)$ des Bipolartransistors für $I_B = 0,15 \text{ mA}$



Linearisieren durch Tangente im Arbeitspunkt (6 V / 44 mA)

I_C -Achsenabschnitt: $I_{C0} = 38 \text{ mA}$

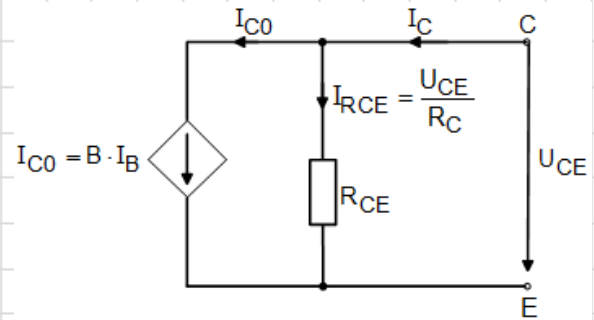
Dynamischer Widerstand: $R_{CE} = R_{d(AP)} = \frac{\Delta U_{CE}}{\Delta I_C} = \frac{10 \text{ V} - 2 \text{ V}}{48 \text{ mA} - 40 \text{ mA}} = 1.000 \Omega$

Gleichstromverstärkung: $B = \frac{I_{C0}}{I_B} = \frac{38 \text{ mA}}{150 \mu\text{A}} = 253$

Geradengleichung der Tangente: $I_C = I_{C0} + \frac{U_{CE}}{R_{CE}}$

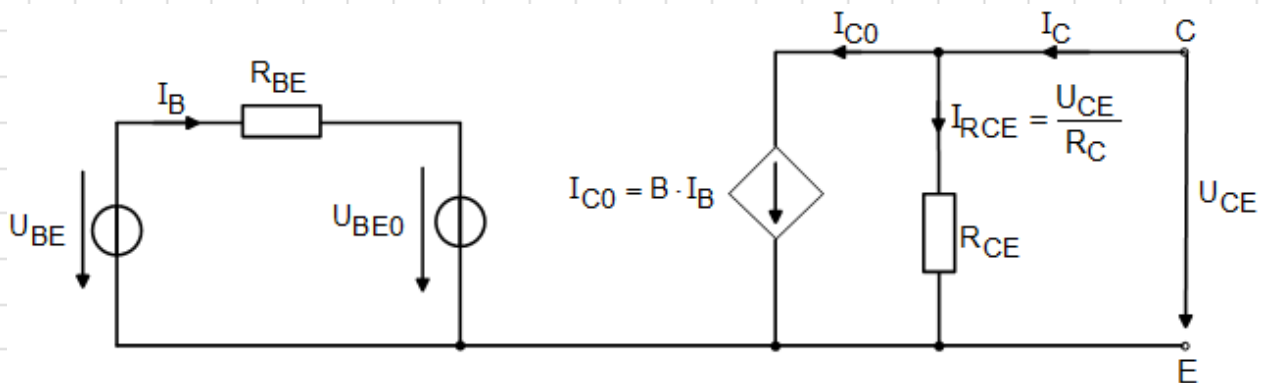
b) Elektrisches Ersatzschaltbild des Kollektor-Emitter-Kreises

Die Geradengleichung der Tangente liefert das elektrische Ersatzschaltbild:



Zu Frage 3: Ersatzschaltbild

a) Gesamtes Ersatzschaltbild des linearisierten Transistors



b) Weitere Vereinfachungen sind möglich

Häufig kann angenommen werden: $R_{BE} = 0 \Omega$ und $R_{CE} = \infty \Omega$

Der Eingangskreis besteht somit nur noch aus der idealen Spannungsquelle U_{BE0} und der Ausgangskreis besteht nur noch aus der idealen Stromquelle I_{C0} .

I_{C0} hängt von I_B ab. Der Basisstrom I_B steuert also den Kollektorstrom I_C .

Der Bipolartransistor besteht aus einer stromgesteuerten Stromquelle.

Steuergesetz: $I_{C0} = B \cdot I_B$

4. npn-Bipolartransistor – Anwendung als Schalter

Aufgabe 4.1 (Transistor als Schalter)

Zu Frage 1: Allgemeines

a) Grundsaltung

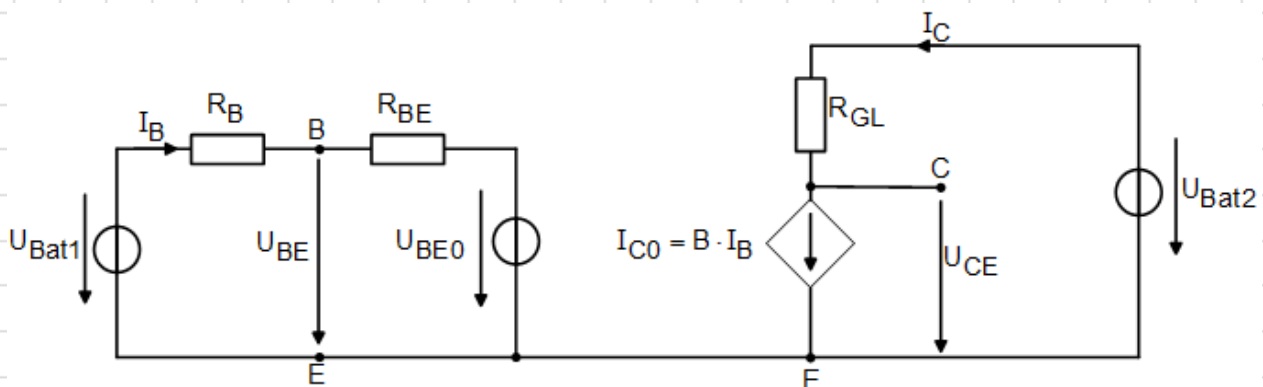
Emitterschaltung

(weil der Emitter der gemeinsame Anschluss für den Eingangs- und Ausgangskreis ist)

b) Funktion

Der Transistor wird als „Vorwiderstand“ bzw. als Schalter für die Glühlampe verwendet.

c) Ersatzschaltbild



Schaltung mit linearisiertem Transistor-ESB

Zu Frage 2: Dimensionierung des Basis-Vorwiderstandes R_B

a) Kollektorstrom $I_{C(AP)}$, sodass GB im Nennbetriebspunkt

$$I_{C(AP)} = I_{GL,N} = \frac{P_N}{U_N} = \frac{500 \text{ mW}}{10 \text{ V}} = 50 \text{ mA}$$

$$R_{GL} = \frac{U_N}{I_{GL,N}} = \frac{10 \text{ V}}{50 \text{ mA}} = 200 \Omega$$

b) Basisvorwiderstand R_B

$$I_C = I_{C0} \quad \text{da} \quad R_{CE} = \infty \Omega$$

$$I_B = \frac{I_{C0}}{B} = \frac{I_{C(AP)}}{B} = \frac{50 \text{ mA}}{250} = 200 \mu\text{A}$$

$$\text{MR: } U_{\text{Bat1}} = R_B \cdot I_B + R_{BE} \cdot I_B + U_{BE0}$$

$$R_B = \frac{U_{\text{Bat1}} - U_{BE0} - R_{BE} \cdot I_B}{I_B} = \frac{3 \text{ V} - 0,62 \text{ V} - 390 \Omega \cdot 200 \mu\text{A}}{200 \mu\text{A}} = 11,51 \text{ k}\Omega$$

c) Spannung $U_{CE(AP)}$

$$U_{CE(AP)} = U_{\text{Bat2}} - U_{GL,N} = 12 \text{ V} - 10 \text{ V} = 2 \text{ V}$$

d) Verlustleistung im Transistor

$$P_{V,CE(0AP)} = U_{CE(AP)} \cdot I_{C(AP)} = 2 \text{ V} \cdot 50 \text{ mA} = 100 \text{ mW}$$

$$P_{V,BE(AP)} = U_{BE} \cdot I_B = (R_{BE} \cdot I_B + U_{BE0}) \cdot I_B = (390 \Omega \cdot 200 \mu\text{A} + 0,62 \text{ V}) \cdot 200 \mu\text{A} = 139,6 \mu\text{W}$$

$$P_{V(AP)} = P_{V,BE(AP)} + P_{V,CE(AP)} \approx 100 \text{ mW} \quad P_{V,BE} \text{ i. d. R. vernachlässigbar}$$

Zu Frage 3: Veränderung des Basis-Vorwiderstandes ($R_B > R_{B(AP)}$)**a) Basisstrom $I_{B(AP2)}$ und Kollektorstrom $I_{C(AP2)}$**

$$I_{B(AP2)} = \frac{U_{\text{Bat1}} - U_{BE0}}{R_{B(AP2)} + R_{BE}} = \frac{3 \text{ V} - 0,62 \text{ V}}{15 \text{ k}\Omega + 390 \Omega} = 155 \mu\text{A}$$

$$I_{C(AP2)} = B \cdot I_{B(AP2)} = 250 \cdot 155 \mu\text{A} = 38,75 \text{ mA}$$

b) Kollektor-Emitter-Spannung $U_{CE(AP2)}$ und $U_{GL(AP2)}$

$$U_{CE(AP2)} = U_{Bat2} - R_{GB} \cdot I_{C(AP2)} = 12 \text{ V} - 200 \, \Omega \cdot 38,75 \text{ mA} = 4,25 \text{ V}$$

c) Leistung der Glühlampe

$$P_{GL(AP2)} = U_{GL(AP2)} \cdot I_{C(AP2)} = 7,74 \text{ V} \cdot 38,75 \text{ mA} = 300 \text{ mW}$$

d) Verlustleistung im Kollektor-Emitter-Kreis des Transistors

$$P_{V,CE(AP2)} = U_{CE(AP2)} \cdot I_{C(AP2)} = 4,25 \text{ V} \cdot 38,75 \text{ mA} = 165 \text{ mW}$$

Verluste im Basis-Emitterkreis vernachlässigbar!

Zu Frage 4: Maximale Verlustleistung**a) $U_{CE(AP3)}$ bei welcher die Verlustleistung im Kollektor-Emitter-Kreis maximal**

$$P_{CE(AP3)} = U_{CE(AP3)} \cdot I_{C(AP3)} = U_{CE(AP3)} \cdot \frac{U_{Bat2} - U_{CE(AP3)}}{R_{GL}}$$

$$P_{CE(AP3)} = \frac{U_{Bat2} \cdot U_{CE(AP3)}}{R_{GL}} - \frac{(U_{CE(AP3)})^2}{R_{GL}} = f(U_{CE(AP3)})$$

$$\frac{dP_{CE(AP3)}}{dU_{CE(AP3)}} = \frac{U_{Bat2}}{R_{GL}} - 2 \cdot \frac{U_{CE(AP3)}}{R_{GL}} \stackrel{!}{=} 0$$

$$U_{CE(AP3)} = \frac{U_{Bat2}}{2} = 6 \text{ V}$$

b) Basisvorwiderstand $R_{B(AP3)}$

$$U_{GL(AP3)} = U_{Bat2} - U_{CE(AP3)} = I_{C(AP3)} \cdot R_{GL} = 6 \text{ V}$$

$$I_{C(AP3)} = \frac{6 \text{ V}}{200 \Omega} = 30 \text{ mA}$$

$$I_{B(AP3)} = \frac{I_{C(AP3)}}{B} = \frac{30 \text{ mA}}{250} = 120 \mu\text{A}$$

$$R_B = \frac{U_{Bat1} - U_{BE0} - R_{BE} \cdot I_B}{I_B} = \frac{3 \text{ V} - 0,62 \text{ V} - 390 \Omega \cdot 120 \mu\text{A}}{120 \mu\text{A}} = 19,44 \text{ k}\Omega$$

c) Vergleich mit Nennbetriebspunkt der GB

$$P_{V(AP3)} = U_{CE(AP3)} \cdot I_{C(AP3)} = 6 \text{ V} \cdot 30 \text{ mA} = 180 \text{ mW}$$

Verlustleistung größer → eventuell Probleme bei Dauerbetrieb (Überhitzung)

Zu Frage 5: Übersteuerter Betrieb**a) Ausgangskennlinienfeld**

$$I_{C(AP3)}(I_{B(AP3)}) = I_{B(AP3)} \cdot B$$

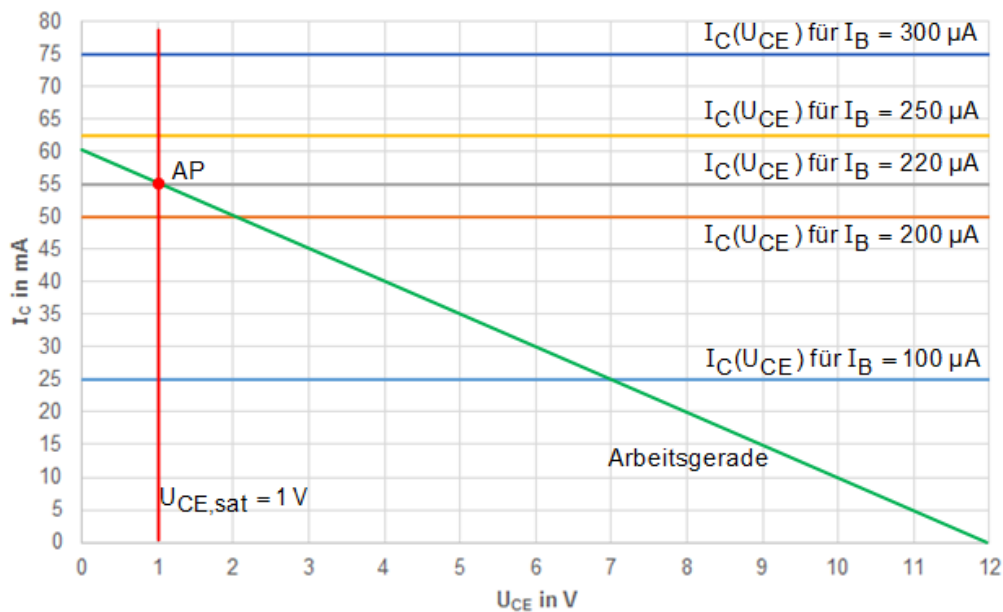
$$I_B = 100 \mu\text{A} \quad I_{C(AP3)}(100 \mu\text{A}) = 25 \text{ mA}$$

$$I_B = 200 \mu\text{A} \quad I_{C(AP3)}(200 \mu\text{A}) = 50 \text{ mA}$$

$$I_B = 220 \mu\text{A} \quad I_{C(\text{AP3})}(220 \mu\text{A}) = 55 \text{ mA}$$

$$I_B = 250 \mu\text{A} \quad I_{C(\text{AP3})}(250 \mu\text{A}) = 62,5 \text{ mA}$$

$$I_B = 300 \mu\text{A} \quad I_{C(\text{AP3})}(300 \mu\text{A}) = 75 \text{ mA}$$



b) Arbeitsgerade

$$U_{\text{Bat2}} = U_{\text{CE}} + R_{\text{GB}} \cdot I_{\text{C}}$$

$$1. \text{ Punkt: } I_{\text{C}} = 0 \text{ A} \rightarrow U_{\text{CE}} = U_{\text{CE,LL}} = U_{\text{Bat2}} = 12 \text{ V}$$

$$2. \text{ Punkt: } U_{\text{CE}} = 0 \text{ V} \rightarrow I_{\text{C}} = I_{\text{C,KS}} = \frac{U_{\text{Bat2}}}{R_{\text{GB}}} = \frac{12 \text{ V}}{200 \Omega} = 60 \text{ mA}$$

c) Kollektorstrom bei dem $U_{\text{CE}} = U_{\text{CE,sat}}$

$$U_{\text{GB}(\text{AP4})} = U_{\text{Bat2}} - U_{\text{CE}(\text{AP4})} = 12 \text{ V} - 1 \text{ V} = 11 \text{ V}$$

$$I_{C(AP4)} = \frac{U_{GB(AP4)}}{R_{GB}} = \frac{11 \text{ V}}{200 \, \Omega} = 55 \text{ mA}$$

d) Basisstrom

$$I_{B(AP4)} = \frac{I_{C(AP4)}}{\beta} = \frac{55 \text{ mA}}{250} = 220 \, \mu\text{A} \quad (\text{oder aus Kennlinienfeld ablesen})$$

e) Leistung der GB

$$P_{GL(AP4)} = U_{GL(AP4)} \cdot I_{C(AP4)} = 11 \text{ V} \cdot 55 \text{ mA} = 605 \text{ mW}$$

f) Zulässiger Arbeitspunkt?

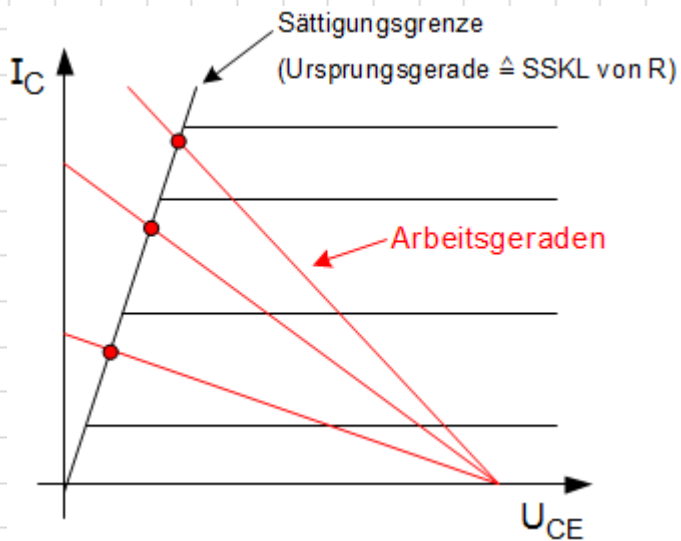
$$P_{GL(AP4)} > P_{GB,N} \quad \text{Dauerbetrieb unzulässig!!}$$

g) Weitere Erhöhung von I_B

Weitere Erhöhung von I_B ändert den AP nicht. Der Transistor ist „übersteuert“ und befindet sich in der sog. „Sättigung“.

h) Mögliche Vereinfachung

Alternativ kann der Transistor im übersteuerten Bereich auch durch einen Widerstand R_{on} beschrieben werden (Ursprungsgerade im Diagramm → Schalterbetrieb)



Gezeichnet sind verschiedene Arbeitsgeraden für verschiedene Werte des Lastwiderstandes und konstante Batteriespannung.

Hier in der Aufgabe ist der Lastwiderstand (Widerstand der Glühbirne) jedoch als konstant angenommen.

5. npn-Bipolartransistor – Anwendung als Signalverstärker

Aufgabe 5.1 (Kleinsignalverstärker mit npn-Bipolartransistor)

Zu Frage 1: Allgemeine Funktion der Schaltung

a) Zweck

Verstärkung eines sinusförmigen Wechselspannungssignals.

b) Grundsaltung des Transistors

Emitter-Schaltung

c) Funktion von R_1 , R_2 und R_C

R_1 , R_2 und R_C dienen zur Einstellung des Arbeitspunktes.

d) Funktion von C_e und C_a

C_e und C_a dienen zum Ein- und Auskoppeln der Wechselspannungssignale.

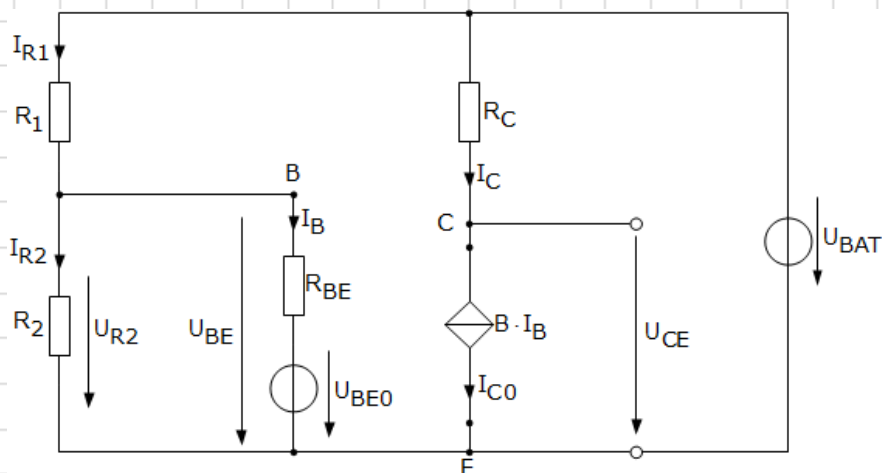
Sie blockieren Gleichspannungsanteile.

Zu Frage 2: Gleichstrom-Ersatzschaltbild (GS-ESB) und Arbeitspunkteinstellung

a) Gleichstrom-ESB

Wechselspannungsquellen werden kurzgeschlossen (wirkungslos gemacht).

Kondensatoren blocken die Gleichspannungen (Gleichströme), d.h. sie werden durch einen unendlich großen Widerstand (Leerlauf) ersetzt!



b) Berechnung von R_1 , R_2 und R_C

$$U_{CE(AP)} = \frac{U_{Bat}}{2} = \frac{12 \text{ V}}{2} = 6 \text{ V} \quad \text{Bei Betrieb als Signalverstärker}$$

$$R_C = \frac{U_{Bat} - U_{CE(AP)}}{I_{C(AP)}} = \frac{12 \text{ V} - 6 \text{ V}}{30 \text{ mA}} = \frac{6 \text{ V}}{30 \text{ mA}} = 200 \Omega$$

Da $R_{CE} = \infty \Omega$ angenommen werden darf, gilt: $I_{C(AP)} = I_{C0(AP)} = 30 \text{ mA}$

$$I_{B(AP)} = \frac{I_{C0(AP)}}{\beta} = \frac{30 \text{ mA}}{200} = 150 \mu\text{A}$$

$$U_{R2(AP)} = R_{BE} \cdot I_{B(AP)} + U_{BE0} = 300 \Omega \cdot 150 \mu\text{A} + 0,6 \text{ V} = 0,645 \text{ V}$$

$$I_{R1} = 3 \cdot I_{B(AP)} = 3 \cdot 150 \mu\text{A} = 450 \mu\text{A} \quad \text{Vorgabe laut Aufgabenstellung}$$

$$I_{R2} = I_{R1} - I_{B(AP)} = 3 \cdot I_{B(AP)} - I_{B(AP)} = 2 \cdot 150 \mu\text{A} = 300 \mu\text{A}$$

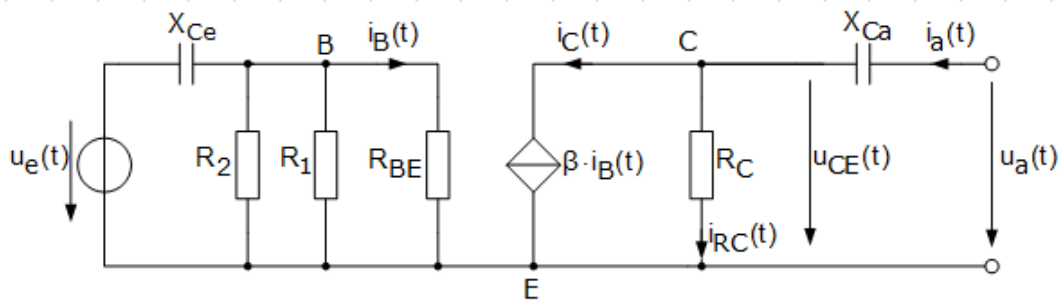
$$R_2 = \frac{U_{R2}}{I_{R2}} = \frac{0,645 \text{ V}}{300 \mu\text{A}} = 2,150 \Omega \quad R_1 = \frac{U_{Bat} - U_{R2}}{I_{R1}} = \frac{12 \text{ V} - 0,645 \text{ V}}{450 \mu\text{A}} = 25,2 \text{ k}\Omega$$

Zu Frage 3: Wechselstrom-Ersatzschaltbild (WS-ESB) und Vereinfachungen**a) Wechselstrom-Ersatzschaltbild**

Nur die Wechselspannungsquelle ist wirksam!

Gleichspannungsquellen werden kurzgeschlossen (wirkungslos machen).

$$\text{Kondensatoren bei sinusförmiger WS: } X_C = \frac{1}{\omega \cdot C} \quad \text{bzw.} \quad \underline{Z}_C = -j \cdot X_C$$



b) Blindwiderstände der Kondensatoren

Für die Blindwiderstände der Kondensatoren bei der gegebenen Frequenz und sinusförmiger Spannung gilt:

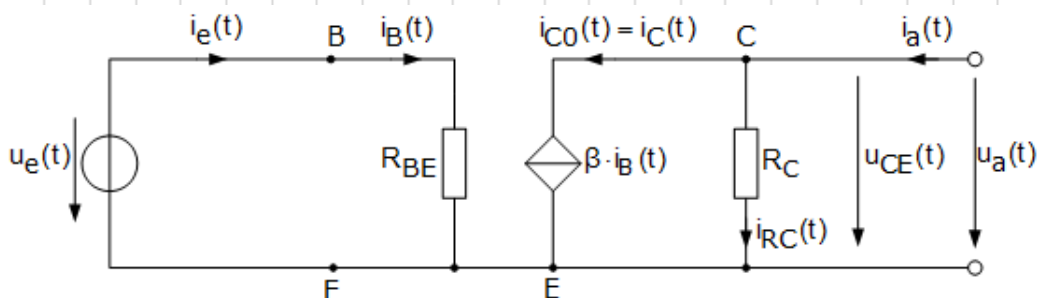
$$X_{Ce} = X_{Ca} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C_e} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 1.000 \text{ Hz} \cdot 10 \cdot 10^{-6} \text{ F}} = 15,9 \, \Omega$$

Vernachlässigungen:

Da $R_1, R_2 \gg R_{BE}$ R_1 und R_2 gegenüber R_{BE} vernachlässigbar

Da $X_{Ce} \ll R_{BE}$ X_{Ce} gegenüber R_{BE} vernachlässigbar

c) Vereinfachtes WS-ESB:



Zu Frage 4: Verstärkung, Ein- und Ausgangsimpedanz**a) Stromverstärkung v_I und Spannungsverstärkung v_U**

$$\hat{i}_B = \frac{\hat{u}_e}{R_{BE}} = \frac{10 \text{ mV}}{300 \Omega} = 33,33 \mu\text{A}$$

$$\hat{i}_C = \hat{i}_{C0} = \beta \cdot \hat{i}_B = 200 \cdot 33,33 \mu\text{A} = 6,66 \text{ mA}$$

$$v_I = \left. \frac{\hat{i}_a}{\hat{i}_e} \right|_{u_a = 0 \text{ V}} = \frac{\hat{i}_C}{\hat{i}_e} = 200 = \beta$$

$$\hat{u}_{CE} = \hat{u}_a = R_C \cdot \hat{i}_C = 200 \Omega \cdot 6,66 \text{ mA} = 1,33 \text{ V}$$

$$v_U = \left. \frac{\hat{u}_a}{\hat{u}_e} \right|_{i_a = 0 \text{ A}} = \frac{\hat{u}_a}{\hat{u}_e} = \frac{1,33 \text{ V}}{10 \text{ mV}} = 133$$

b) Eingangswiderstand r_e und Ausgangswiderstand r_a

Eingangswiderstand (Eingangsimpedanz): $r_e = \frac{u_e}{i_e} = \frac{\hat{u}_e}{\hat{i}_e} = R_{BE} \parallel R_1 \parallel R_2 \approx R_{BE}$

Ausgangswiderstand (Ausgangsimpedanz): $r_a = \frac{u_{a,LL}}{i_{a,KS}} = \frac{-\beta \cdot I_B \cdot R_C}{-\beta \cdot I_B} = R_C$

c) Belastung des Ausgangs mit $R_L = 1.000 \Omega$

$$u_a = (R_C \parallel R_L) \cdot i_c$$

$$\hat{u}_a = \frac{R_C \cdot R_L}{R_C + R_L} \cdot \hat{i}_c = 166,66 \Omega \cdot 6,66 \text{ mA} \approx 1,11 \text{ V}$$

Spannungsverstärkung bei Belastung: $v_U = \frac{\hat{u}_a}{\hat{u}_e} = \frac{1,11 \text{ V}}{10 \text{ mV}} = 111$

Stromverstärkung bei Belastung: $\hat{i}_a = \frac{\hat{u}_a}{R_L} = \frac{1,11 \text{ V}}{1.000 \Omega} = 1,11 \text{ mA}$

$$v_I = \frac{\hat{i}_a}{\hat{i}_e} = \frac{1,11 \text{ mA}}{33,33 \mu\text{A}} = 33,3$$

Leistungsverstärkung: $v_P = v_I \cdot v_U = 111 \cdot 33,3 \approx 3.696$

Ergänzung:

Größeres R_L besser für Spannungsverstärkung aber schlechter für Stromverstärkung

Kleineres R_L besser für Stromverstärkung aber schlechter für Spannungsverstärkung

Maximale Leistungsverstärkung tritt auf bei Leistungsanpassung, d.h. wenn $R_L = R_C$ ist!

Hier: $R_L = R_C = 200 \Omega$

$$\hat{u}_a = \frac{R_C \cdot R_L}{R_C + R_L} \cdot \hat{i}_c = 100 \Omega \cdot 6,66 \text{ mA} \approx 666 \text{ mV} \quad v_U = \frac{\hat{u}_a}{\hat{u}_e} = \frac{0,666 \text{ V}}{10 \text{ mV}} = 66,6$$

$$\hat{i}_a = \frac{1}{2} \cdot \hat{i}_{C0} = \frac{1}{2} \cdot 6,66 \text{ mA} = 3,33 \text{ mA}$$

$$v_I = \frac{\hat{i}_a}{\hat{i}_e} = \frac{3,33 \text{ mA}}{33,33 \text{ } \mu\text{A}} = 100$$

$$v_{P\max} = v_I \cdot v_U = 66,6 \cdot 100 = 6.660$$

Aufgabe 5.2 (Kleinsignalverstärker mit npn-Bipolartransistor)

Zu Frage 1: Arbeitspunkt und Gleichstrom-Ersatzschaltbild (GS-ESB)

a) Wahl des günstigsten Arbeitspunktes

Transistor als Verstärker für ein symmetrisch ausgesteuertes Signal → AP bei

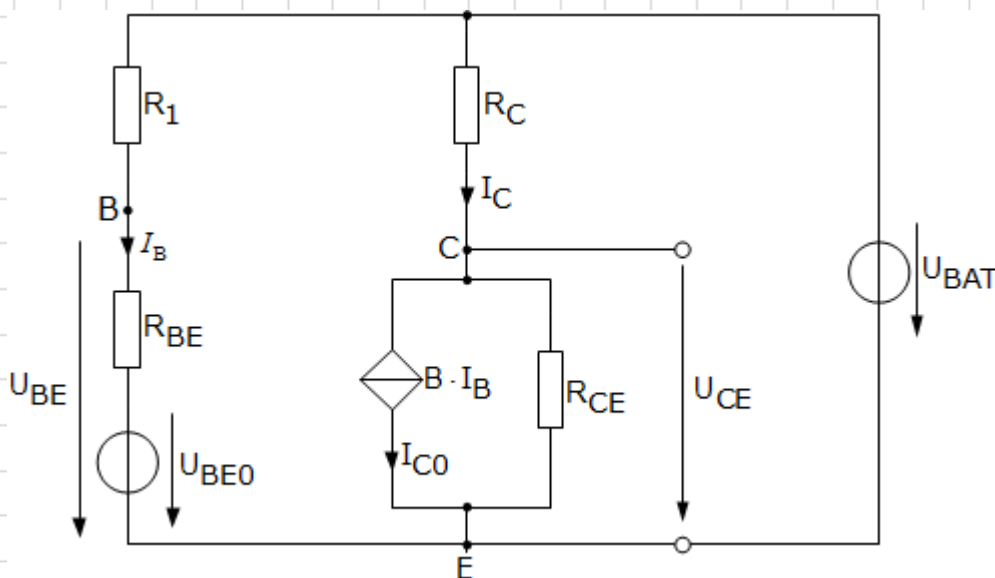
$$U_{CE(AP)} = \frac{U_{Bat}}{2}$$

→ nach beiden Seiten gleich großer Aussteuerbereich (symmetrisch)

b) Gleichstrom-Ersatzschaltbild

Wechselspannungsquellen Kurzschließen

Kondensatoren bei Gleichstrom → unendlich großer Widerstand



c) Berechnung von R₁ und R_C

$$U_{CE(AP)} = \frac{U_{Bat}}{2} = \frac{12 \text{ V}}{2} = 6 \text{ V}$$

$$R_C = \frac{U_{Bat} - U_{CE(AP)}}{I_{C(AP)}} = \frac{12 \text{ V} - 6 \text{ V}}{30 \text{ mA}} = \frac{6 \text{ V}}{30 \text{ mA}} = 200 \Omega$$

$$I_{C,AP} = I_{C0,AP} + \frac{U_{CE,AP}}{R_{CE}}$$

$$I_{C0,AP} = I_{C,AP} - \frac{U_{CE,AP}}{R_{CE}}$$

$$I_{C0,AP} = 30 \text{ mA} - \frac{6 \text{ V}}{1,5 \text{ k}\Omega} = 30 \text{ mA} - 4 \text{ mA} = 26 \text{ mA}$$

$$I_{B,AP} = \frac{I_{C0,AP}}{\beta} = \frac{26 \text{ mA}}{200} = 130 \mu\text{A}$$

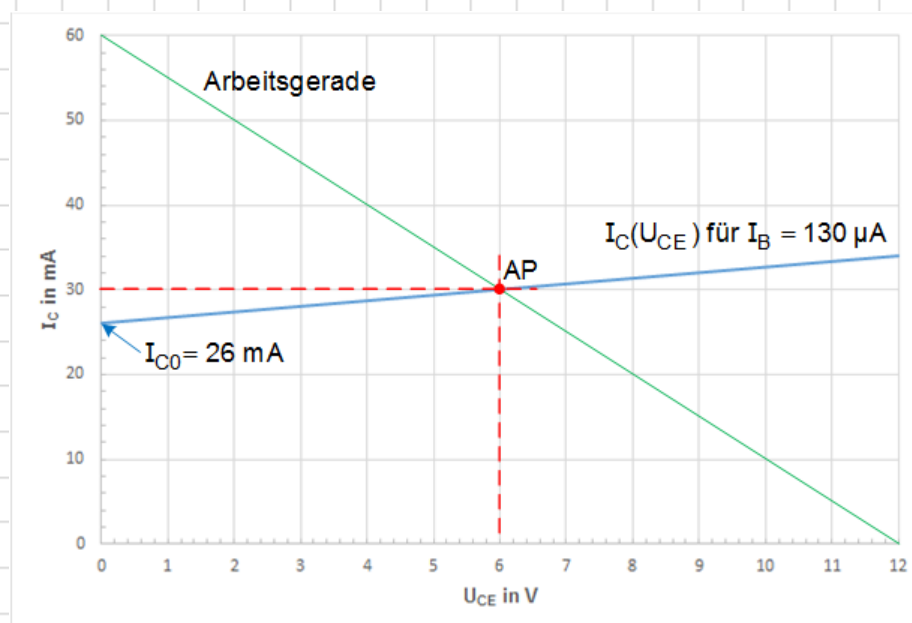
$$R_1 = \frac{U_{\text{Bat}} - U_{BE0} - R_{BE} \cdot I_{B(AP)}}{I_{B(AP)}} = \frac{12 \text{ V} - 0,6 \text{ V} - 300 \Omega \cdot 130 \mu\text{A}}{130 \mu\text{A}} = 87,4 \text{ k}\Omega$$

d) Ausgangskennlinie

Arbeitsgerade mit 2 Punkten konstruierbar:

$$1. \quad U_{CE} = 0 \text{ V} \quad \rightarrow \quad I_C = \frac{U_{\text{Bat}}}{R_C} = \frac{12 \text{ V}}{200 \Omega} = 60 \text{ mA}$$

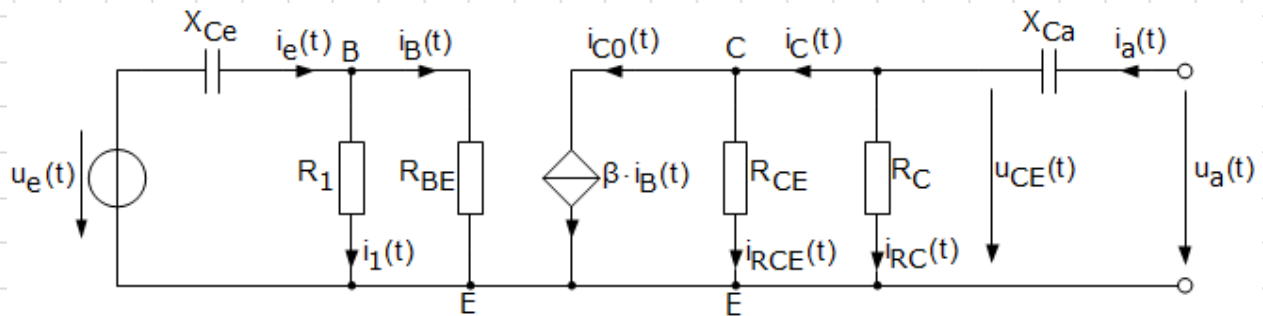
$$2. \quad I_C = 0 \text{ A} \quad \rightarrow \quad U_{CE} = U_{\text{Bat}} = 12 \text{ V}$$



Zu Frage 2: Wechselstrom-Ersatzschaltbild (WS-ESB)

a) Wechselstrom-Ersatzschaltbild

Gleichspannungsquellen kurzschließen → wirkungslos machen



b) Blindwiderstände der Kondensatoren

$$X_{Ce} = X_{Ca} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C_e} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 1.600 \text{ Hz} \cdot 10 \cdot 10^{-6} \text{ F}} = 9,95 \Omega$$

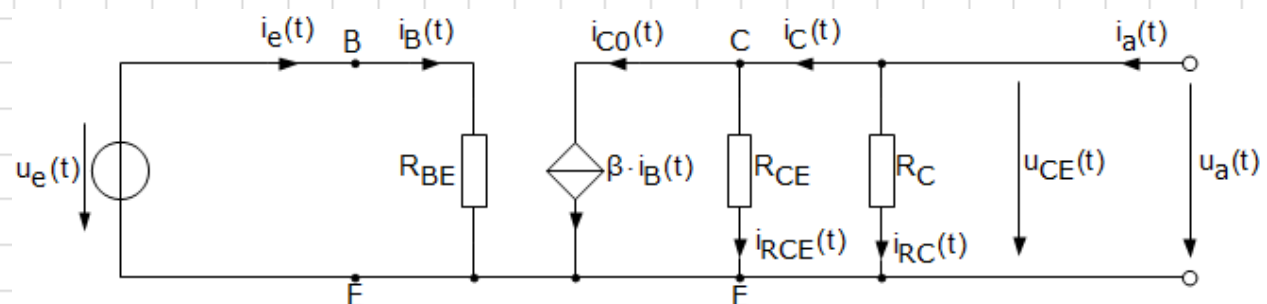
Vereinfachungen:

Da $R_1 \gg R_{BE}$ R_1 gegenüber R_{BE} vernachlässigbar

Da $X_{Ce} \ll R_{BE}$ X_{Ce} gegenüber R_{BE} vernachlässigbar

Da $X_{Ca} \ll R_C \parallel R_{CE}$ X_{Ca} vernachlässigbar

Vereinfachtes WS-ESB:



Da nur ohmsche Widerstände vorhanden sind, kann auf die komplexe Wechselstromrechnung verzichtet werden. Es wird daher im Folgenden mit den Dachwerten gerechnet.

Zu Frage 3: Verstärkungen und Ausgangsspannung

a) Verstärkungen

$$\hat{i}_B = \frac{\hat{u}_e}{R_{BE}} = \frac{8,5 \text{ mV}}{300 \Omega} \approx 28 \mu\text{A}$$

$$\hat{i}_{C0} = \beta \cdot \hat{i}_B = 200 \cdot 28 \mu\text{A} = 5,6 \text{ mA}$$

$$v_I = \left. \frac{\hat{i}_a}{\hat{i}_e} \right|_{u_a = 0 \text{ V}} = \frac{\hat{i}_{C0}}{\hat{i}_B} = \beta = 200$$

$$R_{\text{ers}} = \frac{R_{CE} \cdot R_C}{R_{CE} + R_C} = \frac{1.500 \Omega \cdot 200 \Omega}{1.500 \Omega + 200 \Omega} = 176,5 \Omega$$

$$\hat{u}_{CE} = \hat{i}_{C0} \cdot R_{\text{ers}} = 5,6 \text{ mA} \cdot 176,5 \Omega = 988 \text{ mV}$$

$$v_U = \left. \frac{\hat{u}_a}{\hat{u}_e} \right|_{i_a = 0 \text{ A}} = \frac{\hat{u}_a}{\hat{u}_e} = \frac{988 \text{ mV}}{8,5 \text{ mV}} \approx 116$$

b) Kollektorstrom i_C und Spannung u_{CE}

$$i_{RC}(t) = \frac{u_{CE}(t)}{R_{CE}} = \frac{-988 \text{ mV}}{200 \Omega} \cdot \sin\left(2 \cdot \pi \cdot 1.600 \frac{1}{\text{s}} \cdot t\right) = -4,94 \text{ mA} \cdot \sin\left(2 \cdot \pi \cdot 1.600 \frac{1}{\text{s}} \cdot t\right)$$

$$i_{RC}(t) = -i_C(t) \quad \text{Ausgang unbelastet, d.h. im Leerlauf} \rightarrow i_a(t) = 0$$

$$i_C(t) = -i_{RC}(t) = 4,94 \text{ mA} \cdot \sin\left(2 \cdot \pi \cdot 1.600 \frac{1}{\text{s}} \cdot t\right)$$

$$i_C = I_{C(AP)} + i_C(t) = I_{C(AP)} + \hat{i}_C \cdot \sin(\omega \cdot t) = 30 \text{ mA} + 4,94 \text{ mA} \cdot \sin\left(2 \cdot \pi \cdot 1.600 \frac{1}{\text{s}} \cdot t\right)$$

$$u_{CE} = U_{CE(AP)} + u_{CE}(t) = U_{CE(AP)} - \hat{u}_{CE} \cdot \sin(\omega \cdot t) = 6 \text{ V} - 0,988 \text{ V} \cdot \sin\left(2 \cdot \pi \cdot 1.600 \frac{1}{\text{s}} \cdot t\right)$$

c) Ausgangsspannung $u_a(t)$ nach dem Koppelkondensator C_a

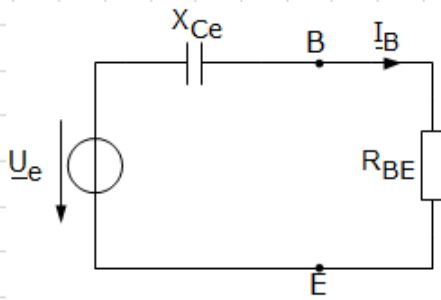
Nach dem Koppelkondensator C_a tritt nur noch der Wechselanteil der Spannung auf, der Gleichanteil wird durch den Kondensator geblockt, d.h.

$$u_a(t) = u_{CE}(t) = -\hat{u}_{CE} \cdot \sin(\omega \cdot t) = -0,988 \text{ V} \cdot \sin\left(2 \cdot \pi \cdot 1.600 \frac{1}{\text{s}} \cdot t\right)$$

Zu Frage 4: Untere Grenzfrequenz

a) Grenzfrequenz f_U

Untere Grenzfrequenz f_U bestimmt durch das Hochpassverhalten (R-C-Reihenschaltung, d.h. R-C-Spannungsteiler) des Eingangskreises:



R_1 vernachlässigbar, da

$$R_1 = 75,7 \text{ k}\Omega \gg R_{BE} = 300 \Omega$$

$$R_e = \frac{R_1 \cdot R_{BE}}{R_1 + R_{BE}} \approx R_{BE}$$

Definition: $X_{Ce}(f = f_U) = R_{BE}$

Gleicher Spannungsabfall an R_{BE} und X_e

$$\frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f_U \cdot C_e} = R_{BE}$$

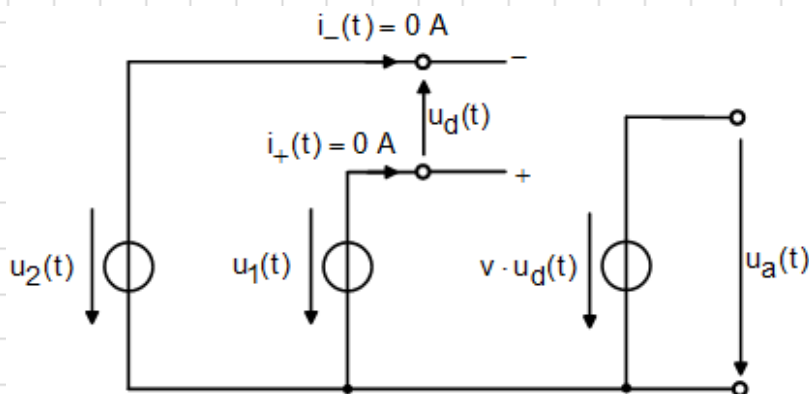
$$f_U = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot R_{BE} \cdot C_e} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 300 \Omega \cdot 10 \cdot 10^{-6} \text{ F}} \approx 53 \text{ Hz}$$

6. Operationsverstärker (OP)

Aufgabe 6.1 (OP-Grundschtung)

Zu Frage 1: Ausgangsspannung

a) Ausgangsspannung



$$\text{MR: } u_d(t) = u_1(t) - u_2(t) \quad (1)$$

$$u_a(t) = v \cdot u_d(t) \quad (2)$$

$$u_a(t) = v \cdot [u_1(t) - u_2(t)] \quad (3)$$

Da OP ohne Gegenkopplung betrieben wird ist $v = \infty$ (idealer OP)

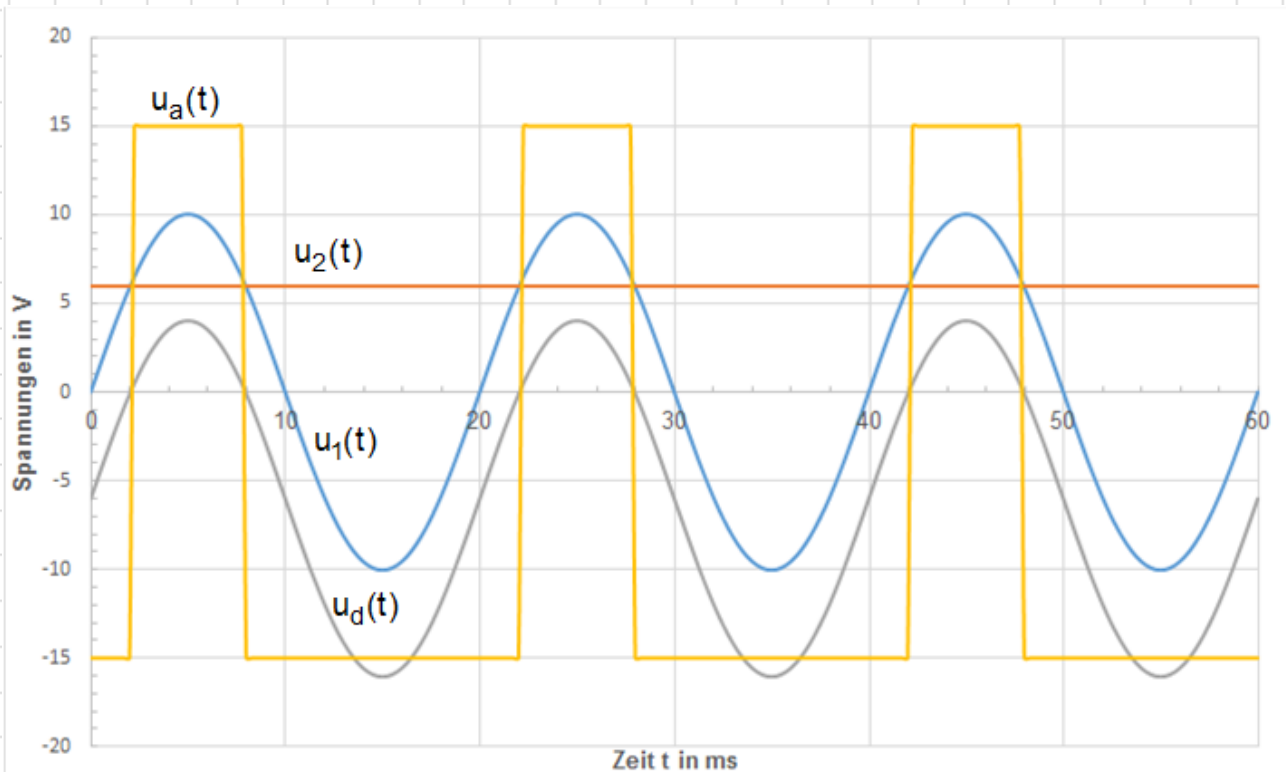
v wird oft als A_{OL} bezeichnet: **open loop amplification**

Begrenzung $\rightarrow$ Ausgangsspannung u_a betragsmäßig maximal $\pm U_V$ (idealer OP)

Also:

$$u_a(t) = \begin{cases} U_{\text{Bat}} & \text{für } u_d > 0 \\ 0 & \text{für } u_d = 0 \\ -U_{\text{Bat}} & \text{für } u_d < 0 \end{cases} \quad u_a(t) = \begin{cases} U_{\text{Bat}} & \text{für } u_1(t) > u_2(t) \\ 0 & \text{für } u_1(t) = u_2(t) \\ -U_{\text{Bat}} & \text{für } u_1(t) < u_2(t) \end{cases}$$

b) Zeitliche Verläufe der Spannungen



Berechnung des Zeitpunktes t_1 , zu dem die Spannungsdifferenz Null wird:

$$10 \text{ V} \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{20 \text{ ms}} \cdot t_1\right) = 6 \text{ V}$$

$$\sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{20 \text{ ms}} \cdot t_1\right) = 0,6$$

$$\sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{20 \text{ ms}} \cdot t\right) \rightarrow T = 20 \text{ ms} \quad \text{Periodendauer}$$

$$2 \cdot \pi \cdot \frac{t_1}{20 \text{ ms}} = \arcsin(0,6)$$

$$t_1 = \arcsin(0,6) \cdot \frac{20 \text{ ms}}{2 \cdot \pi} \approx 2 \text{ ms}$$

$$t_2 = (\pi - \arcsin(0,6)) \cdot \frac{20 \text{ ms}}{2 \cdot \pi} \approx 8 \text{ ms} \left(= \frac{T}{2} - t_1 = 10 \text{ ms} - 2 \text{ ms} \right)$$

$$t_3 = T + t_1 \approx 20 \text{ ms} + 2 \text{ ms} = 22 \text{ ms}$$

Achtung: Taschenrechner auf RAD (Winkel in Radiant) stellen!!!

$$u_a(t) = \begin{cases} -15 \text{ V} & \text{für } 0 < t < 2 \text{ ms} \\ +15 \text{ V} & \text{für } 2 \text{ ms} < t < 8 \text{ ms} \\ -15 \text{ V} & \text{für } 8 \text{ ms} < t < 22 \text{ ms} \\ \text{usw...} \end{cases}$$

Zu Frage 2: Funktion der Schaltung

a) Funktion der Schaltung

Die Schaltung vergleicht die beiden Spannungen.

Sind die Spannungen exakt gleich groß, so beträgt die Ausgangsspannung 0 V.

b) Bezeichnung (Name) der Schaltung

Bezeichnung → Komparator(schaltung)

Lat. comparare $\hat{=}$ vergleichen

Aufgabe 6.2 (OP-Grundschialtung)

Zu Frage 1: Idealer OP, Rückkopplung

a) Eigenschaften des idealen OP

- Eingangswiderstand unendlich $\rightarrow R_E = \infty \Omega \rightarrow$ es fließt kein Strom in den OP
- Ausgangswiderstand $R_A = 0 \Omega \rightarrow$ Ausgang des OP $\hat{=}$ ideale Spannungsquelle
- Ausgangs-Spannungsquelle ist gesteuert mit Spannungsverstärkung v des unbeschalteten OP $v = \infty$

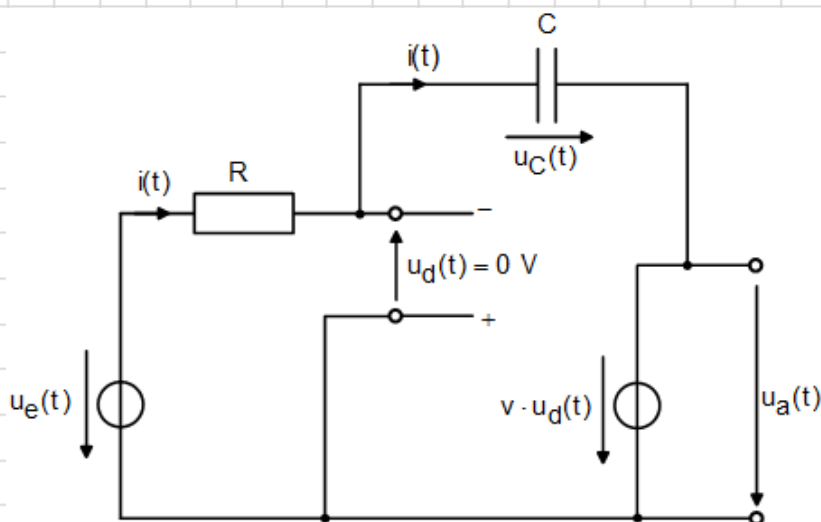
b) Wirkung der Rückkopplung (Gegenkopplung)

Einstellung der Spannungsverstärkung v auf endliche Werte.

Dadurch: $u_d = 0 \text{ V}$ durch OP „erzwungen“

Zu Frage 2: Ersatzschaltbild und Ausgangsspannung

a) Ersatzschaltbild



b) Ausgangsspannung $u_a(t)$

Maschengleichungen: $u_e(t) = R \cdot i(t) - u_d(t) = R \cdot i(t)$ (1)

$$u_a(t) = -u_C(t) - u_d(t) = -u_C(t) \quad (2)$$

Grundgesetz für C: $i(t) = C \cdot \frac{du_C(t)}{dt}$ (3)

(1) mit (3): $u_e(t) = R \cdot C \cdot \frac{du_C(t)}{dt}$ (4)

(4) mit (2): $u_e(t) = -R \cdot C \cdot \frac{du_a(t)}{dt}$ (5)

(5) nach $u_a(t)$ umgeformt: $du_a(t) = -\frac{1}{R \cdot C} \cdot u_e(t) \cdot dt$ (6)

(6) integrieren: $\int_{\tau=0}^t 1 \cdot du_a(\tau) = u_a(t) - u_a(0) = -\frac{1}{R \cdot C} \cdot \int_{\tau=0}^t u_e(\tau) \cdot d\tau$

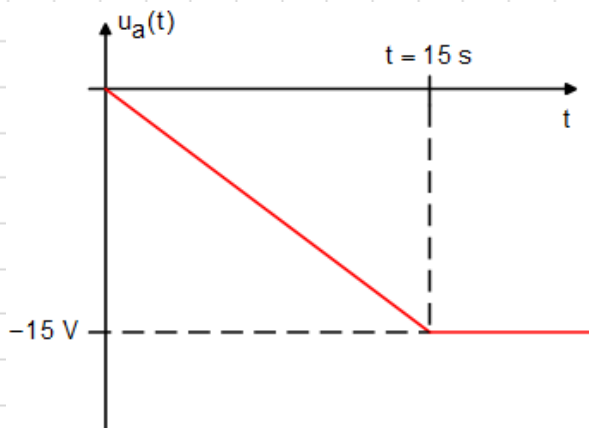
Mit $u_e(t) = 1 \text{ mV}$ und $u_a(t = 0 \text{ s}) = -u_C(t = 0 \text{ s}) = 0 \text{ V}$ Anfangsbedingung!

$$u_a(t) = -\frac{1}{1.000 \, \Omega \cdot 1 \cdot 10^{-6} \text{ F}} \cdot \int_{\tau=0}^t 1 \text{ mV} \cdot d\tau = -1.000 \frac{1}{\text{s}} \cdot 1 \text{ mV} \cdot (t - 0) = -1 \text{ V} \cdot \frac{t}{\text{s}}$$

Achtung: Begrenzung beachten!!

$u_a(t = 15 \text{ s}) = -1 \text{ V} \cdot \frac{15 \text{ s}}{\text{s}} = -15 \text{ V}$ maximal negative Ausgangsspannung erreicht!

c) Zeitlicher Verlauf



d) Ausgangsspannung bei sinusförmiger Eingangsspannung

$$u_a(t) = -\frac{1}{R \cdot C} \cdot \int_{\tau=0}^t u_e(\tau) \cdot d\tau = -\frac{1}{R \cdot C} \cdot \int_{\tau=0}^t \hat{u}_e \cdot \sin(\omega \cdot \tau) \cdot d\tau$$

$$u_a(t) = -\frac{\hat{u}_e}{R \cdot C} \cdot \left[-\frac{\cos(\omega \cdot \tau)}{\omega} \right]_0^t = \frac{\hat{u}_e}{\omega \cdot R \cdot C} \cdot [\cos(\omega \cdot \tau)]_0^t$$

$$u_a(t) = \frac{\hat{u}_e}{\omega \cdot R \cdot C} \cdot [\cos(\omega \cdot t) - 1]$$

$$\hat{u}_a = \frac{\hat{u}_e}{\omega \cdot R \cdot C} = \frac{\hat{u}_e}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot R \cdot C} \sim \frac{1}{f}$$

Die Amplitude der Ausgangsspannung ist von der Frequenz abhängig, sie nimmt mit zunehmender Frequenz ab → Tiefpassverhalten

$$\hat{u}_a \big|_{f=1.000 \text{ Hz}} = \frac{1 \text{ V}}{2 \cdot \pi \cdot 1000 \frac{1}{\text{s}} \cdot 1.000 \Omega \cdot 1 \cdot 10^{-6} \text{ F}} = 0,159 \text{ V}$$

$$\hat{u}_a \big|_{f=10.000 \text{ Hz}} = \frac{1 \text{ V}}{2 \cdot \pi \cdot 10.000 \frac{1}{\text{s}} \cdot 1.000 \Omega \cdot 1 \cdot 10^{-6} \text{ F}} = 0,0159 \text{ V}$$

Zu Frage 3: Funktion der Schaltung

a) Funktion der Schaltung

Die Schaltung integriert die Eingangsspannung.

b) Bezeichnung (Name) für die Schaltung

Die Schaltung wird daher als **Integrierer** bezeichnet.

7. Gleichstrommaschine (GM)

Aufgabe 7.1 (Permanentmagneterregte Gleichstrommaschine)

Zu Frage 1: Nennwerte, Ankerwiderstand

a) Nennleistung

Motor → Nennleistung = Mechanisch abgegebene Leistung im Nennbetrieb

$$P_N = \Omega \cdot M_N = 2 \cdot \pi \cdot n_N \cdot M_N = 2 \cdot \pi \cdot \frac{6.000 \text{ min}^{-1}}{60 \text{ s min}^{-1}} \cdot 0,17 \text{ Ncm} \cdot \frac{1 \text{ m}}{100 \text{ cm}} = 1,07 \text{ W}$$

b) Nennstrom und induzierte Spannung

$$\eta_N = \frac{P_{\text{Nutz}}}{P_{\text{Auf}}} = \frac{P_N}{P_{\text{el}}} \quad \rightarrow \quad P_N = P_{\text{el}} \cdot \eta_N = U_N \cdot I_{A,N} \cdot \eta_N$$

$$I_{A,N} = \frac{P_N}{U_N \cdot \eta_N} = \frac{1,07 \text{ W}}{2,5 \text{ V} \cdot 42 \%} = 1,02 \text{ A}$$

$$P_{\text{mech}} = P_N = U_{i,N} \cdot I_{A,N} \quad \rightarrow \quad U_{i,N} = \frac{P_N}{I_{A,N}} = \frac{1,07 \text{ W}}{1,02 \text{ A}} = 1,05 \text{ V}$$

c) Ankerwiderstand

$$R_A = \frac{U_{RA}}{I_{A,N}} = \frac{U_N - U_{i,N}}{I_{A,N}} = \frac{2,5 \text{ V} - 1,05 \text{ V}}{1,02 \text{ A}} = 1,42 \Omega$$

Zu Frage 2: Vorwiderstand, Anlaufmoment

a) Vorwiderstand R_V

$$R_V = \frac{U_{RV}}{I_{A,N}} = \frac{U_{\text{Bat}} - U_{A,N}}{I_{A,N}} = \frac{6 \text{ V} - 2,5 \text{ V}}{1,02 \text{ A}} = 3,43 \Omega$$

b) Verluste in R_V

$$P_{RV,N} = R_V \cdot I_{A,N}^2 = 3,43 \, \Omega \cdot (1,02 \, \text{A})^2 = 3,57 \, \text{W}$$

c) Anlauf mit Losbrechmoment

Strom im Stillstand
$$I_{A,St} = \frac{U_{Bat}}{R_V + R_A} = \frac{6 \, \text{V}}{3,43 \, \Omega + 1,42 \, \Omega} = 1,24 \, \text{A}$$

Stillstandmoment:
$$M_{St} = I_{A,St} \cdot \frac{M_N}{I_{A,N}} = 0,17 \, \text{Ncm} \cdot \frac{1,23 \, \text{A}}{1,02 \, \text{A}} = 0,21 \, \text{Ncm}$$

Da $M_{St} < M_W$ läuft der Motor nicht von selbst an.

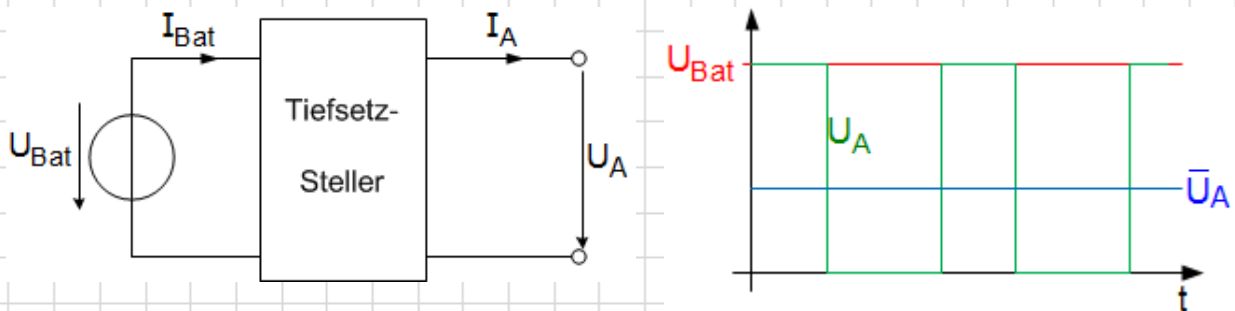
Oder: Damit $M_W = 0,25 \, \text{Ncm}$ beim Anlauf abgegeben werden können.

Erforderlicher Stillstandstrom:
$$I_{A,W} = I_{A,N} \cdot \frac{M_W}{M_N} = 1,02 \, \text{A} \cdot \frac{0,25 \, \text{Ncm}}{0,17 \, \text{Ncm}} = 1,5 \, \text{A}$$

Da $I_{A,St} < I_{A,W}$ läuft der Motor nicht von selbst an.

Zu Frage 3: Tiefsetzsteller

a) Modulationsgrad



Es gilt: $U_{\text{aus, TSS}} = \bar{U}_A = U_{\text{Bat}} \cdot \frac{T_{\text{Ein}}}{T} = U_{\text{Bat}} \cdot m$ m: Modulationsgrad

$$m = \frac{T_{\text{Ein}}}{T} = \frac{U_{\text{aus, TSS}}}{U_{\text{Bat}}} = \frac{2,5 \text{ V}}{6 \text{ V}} = 0,417 = 41,7 \%$$

b) Stillstandmoment M_{St}

$$I_{A, \text{St}} = \frac{U_N}{R_A} = \frac{2,5 \text{ V}}{1,42 \Omega} = 1,76 \text{ A}$$

$$M_{\text{St}} = M_N \cdot \frac{I_{A, \text{st}}}{I_{A, N}} = 0,17 \text{ Ncm} \cdot \frac{1,76 \text{ A}}{1,02 \text{ A}} = 0,29 \text{ Ncm}$$

Da $M_{\text{St}} > M_W$ kann der Motor nun auch unter Last anlaufen!

Zu Frage 4: Wirkungsgrad**a) Vergleich der Wirkungsgrade**

Motor mit R_V im Nennbetrieb:

$$\eta_{N,RV} = \frac{P_N}{P_N + P_V} = \frac{P_N}{P_N + (R_V + R_A) \cdot I_{A,N}^2} = \frac{107 \text{ W}}{107 \text{ W} + (3,43 \Omega + 1,42 \Omega) \cdot (1,02 \text{ A})^2} = 17,5 \%$$

Motor mit Tiefsetzsteller im Nennbetrieb:

$$\eta_{N,TSS} = \frac{P_N}{P_N + P_V} = \frac{P_N}{P_N + R_A \cdot I_{A,N}^2} = \frac{107 \text{ W}}{107 \text{ W} + 1,42 \Omega \cdot (1,02 \text{ A})^2} = 42 \%$$

b) Batterieströme

Batteriestrom mit R_V im Nennbetrieb: $I_{\text{Bat}} = I_{A,N} = 1,02 \text{ A}$

Batteriestrom aus Leistungsbilanz (Annahme: Tiefsetzsteller ist verlustlos):

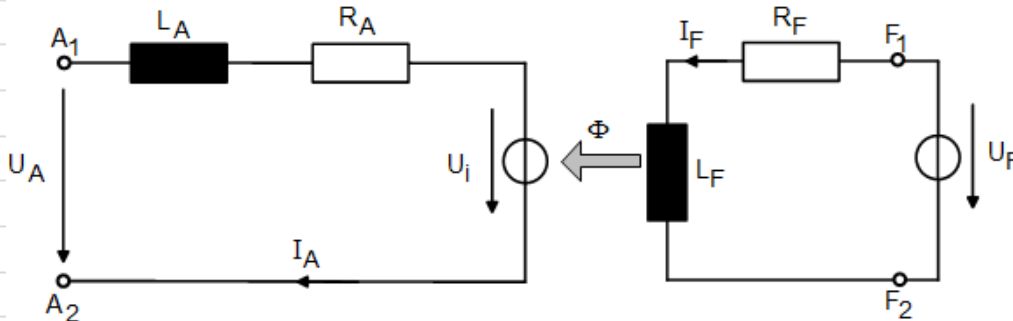
$$P_{\text{el,Bat}} = U_{\text{Bat}} \cdot I_{\text{Bat}} = U_{A,N} \cdot I_{A,N} = P_{\text{el,TSS,aus}} = P_{\text{el,A}}$$

$$I_{\text{Bat}} = \frac{U_{A,N} \cdot I_{A,N}}{U_{\text{Bat}}} = m \cdot I_{A,N} = \frac{2,5 \text{ V} \cdot 1,02 \text{ A}}{6 \text{ V}} = 0,425 \text{ A}$$

Aufgabe 7.2 (Fremderregte Gleichstrommaschine)

Zu Frage 1: ESB der GM, Drehzahlen

a) Ersatzschaltbild, Zählpfeile, Bezeichner



L_A , L_F „elektrisch“ wirkungslos, da stationärer Gleichstrombetrieb.

L_F notwendig für Erzeugung des Magnetfeldes!!

b) Drehzahlen

$$U_i = U_A - I_A \cdot R_A$$

$$U_i = c \cdot \Phi \cdot \Omega \quad M_i = c \cdot \Phi \cdot I_A \quad \rightarrow \quad I_A = \frac{M_i}{c \cdot \Phi}$$

$$c \cdot \Phi \cdot \Omega = U_A - \frac{M_i}{c \cdot \Phi} \cdot R_A$$

$$\Omega = \frac{U_A}{c \cdot \Phi} - \frac{R_A}{(c \cdot \Phi)^2} \cdot M_i$$

Gleichung der M-n-Kennlinie

Leerlaufdrehzahl (Leerlauf = kein inneres Drehmoment, d.h. $M_i = 0 \text{ Nm}$)

$$\Omega_0 = \frac{U_{A,N}}{c \cdot \Phi} = 2 \cdot \pi \cdot n_0$$

Daraus folgt:
$$c \cdot \Phi = \frac{U_{A,N}}{2 \cdot \pi \cdot n_0} = \frac{220 \text{ V}}{2 \cdot \pi \cdot \frac{1.450 \text{ min}^{-1}}{60 \text{ s} \cdot \text{min}^{-1}}} = 1,44886 \text{ Vs}$$

Drehzahl bei Voll-Last:

$$\Omega_N = 2 \cdot \pi \cdot \frac{1.450 \text{ min}^{-1}}{60 \text{ s min}^{-1}} - \frac{0,151 \Omega}{(1,44886 \text{ Vs})^2} \cdot 72,6 \text{ Nm} = 151,84 \frac{1}{\text{s}} - 5,222 \frac{1}{\text{s}} = 146,62 \frac{1}{\text{s}}$$

$$n_N = \frac{146,62 \text{ s}^{-1}}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{60 \text{ s}}{\text{min}} = 1.400 \text{ min}^{-1}$$

Einheit:
$$[\Omega] = \frac{\Omega}{\text{V}^2 \cdot \text{s}^2} \cdot \text{Nm} = \frac{\text{V}}{\text{A} \cdot \text{V}^2 \cdot \text{s}^2} \cdot \text{Ws} = \frac{\text{V}}{\text{A} \cdot \text{V}^2 \cdot \text{s}^2} \cdot \text{V} \cdot \text{A} \cdot \text{s} = \frac{1}{\text{s}}$$

Drehzahl bei Halb-Last:

$$\Omega_H = 2 \cdot \pi \cdot \frac{1.450 \text{ min}^{-1}}{60 \text{ s min}^{-1}} - \frac{0,151 \Omega}{(1,44886 \text{ Vs})^2} \cdot 36,3 \text{ Nm} = 151,84 \frac{1}{\text{s}} - 2,611 \frac{1}{\text{s}} = 149,23 \frac{1}{\text{s}}$$

$$n_H = \frac{149,23 \text{ s}^{-1}}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{60 \text{ s}}{\text{min}} = 1.425 \text{ min}^{-1}$$

Zu Frage 2: Anlauf und Nennbetrieb**a) Anlaufstrom und Anlaufmoment**

$$\text{Anlauf} \rightarrow n = 0 \text{ min}^{-1} \rightarrow U_i = 0 \text{ V}$$

$$I_{A,St} = \frac{U_{A,N}}{R_A} = \frac{220 \text{ V}}{0,151 \Omega} = 1.457 \text{ A} \quad \text{unzulässig!!!}$$

$$M_{St} = c \cdot \Phi \cdot I_{A,St} = 1,44886 \text{ Vs} \cdot 1.457 \text{ A} = 2.111 \text{ Nm}$$

b) Nennleistung und Ankernennstrom

$$P_N = \Omega_N \cdot M_N = 2 \cdot \pi \cdot \frac{1.400 \text{ min}^{-1}}{60 \text{ s} \cdot \text{min}^{-1}} \cdot 72,6 \text{ Nm} = 10,64 \text{ kW}$$

$$I_{A,N} = I_{A,St} \cdot \frac{M_N}{M_{St}} = 1.457 \text{ A} \cdot \frac{72,6 \text{ Nm}}{2.111 \text{ Nm}} = 50,11 \text{ A}$$

Siehe: $I_{A,St} \gg I_{A,N}$ Anlauf so nicht zulässig!

c) Induzierte Spannung im Nennbetrieb

$$P_N = U_{i,N} \cdot I_{A,N}$$

$$U_{i,N} = \frac{P_N}{I_{A,N}} = \frac{10,64 \text{ W}}{50,11 \text{ A}} = 212,41 \text{ V}$$

Oder:

$$U_{i,N} = U_{A,N} - R_A \cdot I_{A,N} = 220 \text{ V} - 0,151 \Omega \cdot 0,11 \text{ A} = 212,41 \text{ V}$$

Zu Frage 3: Elektrische Leistung, Wirkungsgrad

a) Aufgenommene elektrische Leistung des Ankers im Nennbetrieb

$$P_{A,N} = U_{A,N} \cdot I_{A,N} = 220 \text{ V} \cdot 50,11 \text{ A} \approx 11.024 \text{ W}$$

b) Wirkungsgrad des Motors im Nennbetrieb

$$\text{Erregerkreis (Verluste): } P_{VF,N} = R_F \cdot I_{FN}^2 = 110 \Omega \cdot (2 \text{ A})^2 = 440 \text{ W}$$

Gesamte aufgenommene elektrische Leistung:

$$P_{el,N} = P_{A,N} + P_{VF,N} = 11.024 \text{ W} + 440 \text{ W} = 11.464 \text{ W}$$

$$\text{Wirkungsgrad im Nennbetrieb: } \eta_N = \frac{P_N}{P_{el,N}} = \frac{10.644 \text{ W}}{11.464 \text{ W}} \approx 93 \%$$

Die elektrische Erregung spiegelt sich im Wirkungsgrad wider!