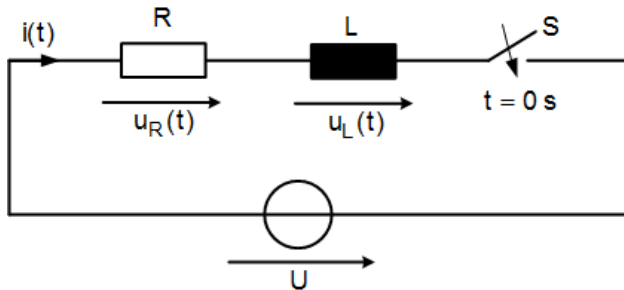


Ergänzung zur Aufgabe 21



Für den Einschwingvorgang, der nach dem Schließen des Schalters S abläuft, haben wir für den Spulenstrom folgende Zeitfunktion erhalten:

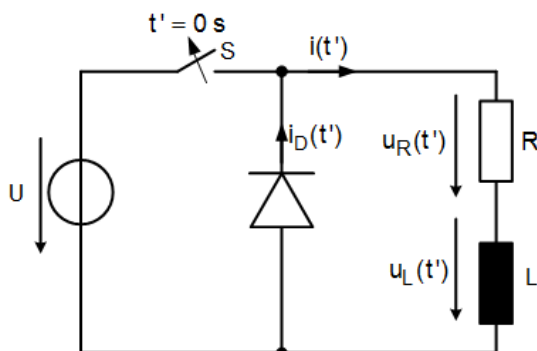
$$i(t) = \frac{U}{R} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}} \right) \quad \text{mit} \quad \tau_1 = \frac{L}{R}$$

Für $t \rightarrow \infty$ beträgt der (stationäre) Strom durch die Spule: $i_{\text{stat}}(t) = I = \frac{U}{R}$

Für die in der Spule gespeicherte Energie gilt dann:

$$W_L = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I^2 = \frac{1}{2} \cdot L \cdot \left(\frac{U}{R} \right)^2$$

Erweiterung der Schaltung um eine Freilaufdiode und Öffnen des Schalters bei $t' = 0$.



S wieder auf $\rightarrow$ D leitet, d.h. Spulenstrom fließt über D weiter $\rightarrow$ neuer Ausgleichsvorgang $\rightarrow$ Bis Spule „entladen“

Für den Ausgleichsvorgang haben wir für den Spulenstrom folgende Zeitfunktion berechnet:

$$i(t') = \frac{U}{R} \cdot e^{-\frac{t'}{\tau_2}} \quad \text{mit} \quad \tau_2 = \frac{L}{R} \quad (\text{Diode wurde als ideal angenommen})$$

Der Spulenstrom klingt also vom Wert $i = \frac{U}{R}$ bis auf $i = 0 \text{ A}$ ab.

Für die am Ende des Ausgleichsvorganges, d.h. für $t' \rightarrow \infty$, in der Spule gespeicherte Energie gilt:

$$W_L = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I^2 = 0 \text{ Ws}$$

Zu zeigen ist, dass die anfangs in L gespeicherte Energie im Ohmwidstand R in Wärme umgewandelt wird:

$$\text{Momentanleistung in R: } p_R(t') = R \cdot i(t')^2 = R \cdot \frac{U^2}{R^2} \cdot e^{-\frac{2 \cdot t'}{\tau_2}} = \frac{U^2}{R} \cdot e^{-\frac{2 \cdot t'}{\tau_2}}$$

In der Zeit $t' = 0$ bis $t' = \infty$ in R in Wärme umgewandelte Energie:

$$W_R = \int_{t'=0}^{t'=\infty} p_R(t') \cdot dt' = \int_0^{\infty} \frac{U^2}{R} \cdot e^{-\frac{2 \cdot t'}{\tau_2}} \cdot dt' = \frac{U^2}{R} \cdot \int_0^{\infty} e^{-\frac{2 \cdot t'}{\tau_2}} \cdot dt'$$

$$\text{Allgemein: } \int e^x \cdot dx = e^x \quad \text{und} \quad \int e^{a \cdot x} \cdot dx = \frac{1}{a} \cdot e^{a \cdot x}$$

$$W_R = \frac{U^2}{R} \cdot \left[\frac{-\tau_2}{2} \cdot e^{-\frac{2 \cdot t'}{\tau_2}} \right]_{t'=0}^{t'=\infty} = -\frac{U^2}{R} \cdot \frac{L}{2 \cdot R} \cdot \left[e^{-\frac{2 \cdot t'}{\tau_2}} \right]_{t'=0}^{t'=\infty} = -\frac{1}{2} \cdot L \cdot \frac{U^2}{R^2} \cdot [0 - 1] = \frac{1}{2} \cdot L \cdot \frac{U^2}{R^2} = W_L$$

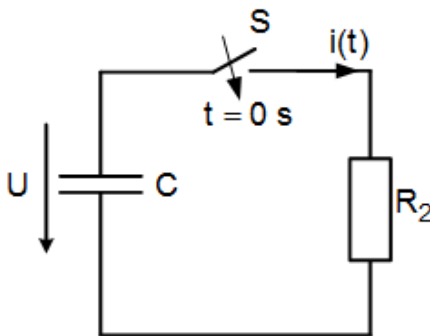
Die gesamte in der Spule gespeicherte Energie wird im Ohmwiderstand in Wärme umgewandelt.

Anmerkung: Die Spule speichert die Energie in einem Magnetfeld, welches von der stromdurchflossenen Spule aufgebaut wird.

Ergänzung: Betrachtung beim Kondensator

Für die im Kondensator gespeicherte Energie gilt: $W_C = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2$

Anmerkung: Der Kondensator speichert die Energie in einem elektrischen Feld.



Der Kondensator sei zunächst auf die Spannung U aufgeladen.

Nach dem Schließen des Schalters S wird sich der Kondensator über den Widerstand entladen.

Für den Ausgleichsvorgang gilt: $i(t) = \frac{U}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$ mit $\tau = R \cdot C$

Momentanleistung in R : $p_R(t) = R \cdot i(t)^2 = R \cdot \frac{U^2}{R^2} \cdot e^{-\frac{2 \cdot t}{\tau}} = \frac{U^2}{R} \cdot e^{-\frac{2 \cdot t}{\tau}}$

$$W_R = \int_{t=0}^{t=\infty} p_R(t) \cdot dt = \frac{U^2}{R} \cdot \int_0^{\infty} e^{-\frac{2 \cdot t}{\tau}} \cdot dt$$

$$W_R = \frac{U^2}{R} \cdot \left[-\frac{\tau}{2} \cdot e^{-\frac{2 \cdot t}{\tau}} \right]_{t=0}^{t=\infty} = -\frac{U^2}{R} \cdot \frac{R \cdot C}{2} \cdot \left[e^{-\frac{2 \cdot t}{\tau}} \right]_{t=0}^{t=\infty} = -\frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2 \cdot [0 - 1] = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2 = W_C$$

Die gesamte anfangs im Kondensator gespeicherte Energie wird während des Ausgleichsvorganges im Ohmwiderstand in Wärme umgewandelt.