

Lösungen

zu den Zusatzübungen

„Einführung in die Elektrotechnik 1 + 2“



1. Wiederholung „Einführung in die Elektrotechnik 1“

Aufgabe 1

a) $U = R \cdot I = 1.000 \, \Omega \cdot 40 \cdot 10^{-3} \, \text{A} = 40 \, \text{V}$

b)

Bereits kleine elektrische Spannungen sind lebensgefährlich.
Unter Spannung stehende Teile müssen isoliert bzw. anderweitig vor Berührung geschützt werden!

Aufgabe 2

Es gilt $U = R \cdot I$ (1)

$$(U + \Delta U) = R \cdot 1,08 \cdot I \quad (2)$$

(1) in (2): $(U + \Delta U) = R \cdot 1,08 \cdot \frac{U}{R} = 1,08 \cdot U$

$$U = \frac{\Delta U}{0,08} = \frac{20 \, \text{V}}{0,08} = 250 \, \text{V}$$

Probe durch Annahme: $R = 100 \, \Omega$ und $U = 250 \, \text{V}$

$$I_1 = \frac{U_1}{R} = \frac{250 \, \text{V}}{100 \, \Omega} = 2,5 \, \text{A}$$

$$I_2 = \frac{U_2}{R} = \frac{250 \, \text{V} + 20 \, \text{V}}{100 \, \Omega} = 2,7 \, \text{A}$$

$$p = \frac{I_2 - I_1}{I_1} = \frac{2,7 \, \text{A} - 2,5 \, \text{A}}{2,5 \, \text{A}} = 0,08 = 8 \%$$

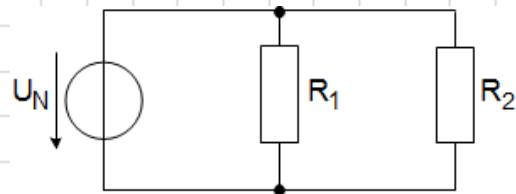
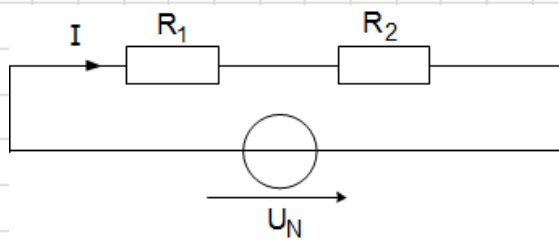
Aufgabe 3

$$\text{a)} \quad P = \frac{U^2}{R} \quad P_1 = \frac{U_1^2}{R} \quad P_2 = \frac{U_2^2}{R}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{U_2^2}{U_1^2} = \frac{(215 \text{ V})^2}{(220 \text{ V})^2} = 0,9551 = 95,51\%$$

Aufgabe 4

a) Die Widerstände können entweder in Reihe oder parallel geschaltet werden.



b)

$$I_1 = \frac{U_N}{R_1 + R_2} = \frac{230 \text{ V}}{40 \Omega + 120 \Omega} = 1,4375 \text{ A}$$

$$P_1 = \frac{U_N^2}{R_1} = \frac{(230 \text{ V})^2}{40 \Omega} = 1.322,5 \text{ W}$$

$$P_1 = R_1 \cdot I_1^2 = 40 \Omega \cdot (1,4375 \text{ A})^2 = 82,66 \text{ W}$$

$$P_2 = \frac{U_N^2}{R_2} = \frac{(230 \text{ V})^2}{120 \Omega} = 440,8 \text{ W}$$

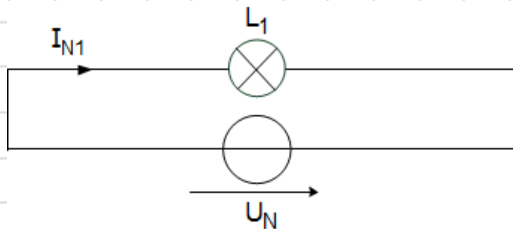
$$P_2 = R_2 \cdot I_1^2 = 120 \Omega \cdot (1,4375 \text{ A})^2 = 247,97 \text{ W}$$

$$P_{\text{ges}} = P_1 + P_2 = 82,66 \text{ W} + 247,97 \text{ W} = 330,63 \text{ W} \quad P_{\text{ges}} = P_1 + P_2 = \dots = 1.763,3 \text{ W}$$

Aufgabe 5

a)

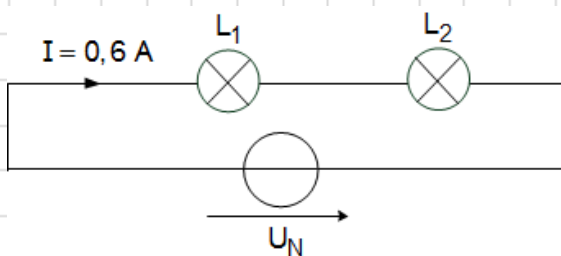
Lampe L1 bei Nennbetrieb:



$$R_{L1} = \frac{U_N}{I_{N1}} = \frac{12 \text{ V}}{1,5 \text{ A}} = 8 \, \Omega$$

$$P_{N1} = U_N \cdot I_{N1} = 12 \text{ V} \cdot 1,5 \text{ A} = 18 \text{ W}$$

Reihenschaltung aus L1 und L2:



$$R_{\text{ges}} = \frac{U_N}{I} = \frac{12 \text{ V}}{0,6 \text{ A}} = 20 \, \Omega$$

$$R_{L2} = R_{\text{ges}} - R_{L1} = 20 \, \Omega - 8 \, \Omega = 12 \, \Omega$$

$$P_{N2} = \frac{U_N^2}{R_{L2}} = \frac{(12 \text{ V})^2}{12 \, \Omega} = 12 \text{ W}$$

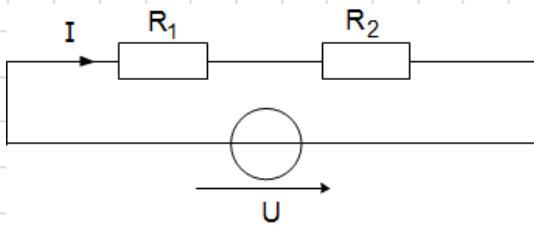
Leistungen in der Reihenschaltung:

$$P_{L1} = R_{L1} \cdot I^2 = 8 \, \Omega \cdot (0,6 \text{ A})^2 = 2,88 \text{ W}$$

$$P_{L2} = R_{L2} \cdot I^2 = 12 \, \Omega \cdot (0,6 \text{ A})^2 = 4,32 \text{ W}$$

Aufgabe 6

a) Reihenschaltung



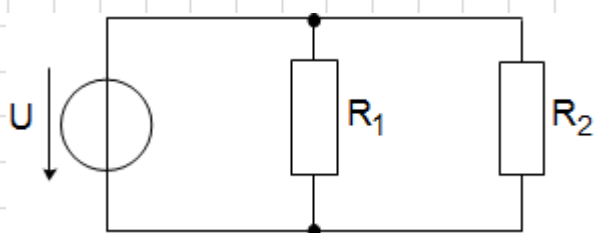
$$P_{el} = P_1 + P_2 = 80 \text{ W} + 20 \text{ W} = 100 \text{ W}$$

$$I = \frac{P_{el}}{U} = \frac{100 \text{ W}}{230 \text{ V}} = 0,4348 \text{ A}$$

$$R_1 = \frac{P_1}{I^2} = \frac{80 \text{ W}}{(0,4348 \text{ A})^2} = 423,2 \Omega$$

$$R_2 = \frac{P_2}{I^2} = \frac{20 \text{ W}}{(0,4348 \text{ A})^2} = 105,8 \Omega$$

b) Parallelschaltung



$$P = \frac{U^2}{R} \Leftrightarrow R = \frac{U^2}{P}$$

$$R_1 = \frac{U_N^2}{P_1} = \frac{(230 \text{ V})^2}{80 \text{ W}} = 661,25 \Omega$$

$$R_2 = \frac{U_N^2}{P_2} = \frac{(230 \text{ V})^2}{20 \text{ W}} = 2.645 \Omega$$

Aufgabe 7

a) Allgemein gilt: $R(\vartheta) = R_{\text{bez}} \cdot [1 + \alpha_{\text{bez}} \cdot (\vartheta - \vartheta_{\text{bez}})]$

$$R(\vartheta_1) = R_{\text{bez}} \cdot [1 + \alpha_{\text{bez}} \cdot (\vartheta_1 - \vartheta_{\text{bez}})]$$

$$R(\vartheta_2) = R_{\text{bez}} \cdot [1 + \alpha_{\text{bez}} \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_{\text{bez}})]$$

Hier: $\vartheta_1 = 100^\circ\text{C}$ $\alpha_{\text{bez}} = \alpha_{20^\circ\text{C}} = 0,004 \cdot \text{K}^{-1}$

$$R(40^\circ\text{C}) = R(100^\circ\text{C}) \cdot \frac{[1 + \alpha_{\text{bez}} \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_{\text{bez}})]}{[1 + \alpha_{\text{bez}} \cdot (\vartheta_1 - \vartheta_{\text{bez}})]} = 100 \, \Omega \cdot \frac{[1 + 0,004 \cdot \text{K}^{-1} \cdot (40 - 20) \text{K}]}{[1 + 0,004 \cdot \text{K}^{-1} \cdot (100 - 20) \text{K}]} = 81,82 \, \Omega$$

Oder: $R(100^\circ\text{C}) = 100 \, \Omega = R_{\text{bez}} \cdot [1 + 0,004 \cdot \text{K}^{-1} \cdot (100 - 20) \text{K}]$

$$R_{\text{bez}} = \frac{100 \, \Omega}{[1 + 0,004 \cdot \text{K}^{-1} \cdot (100 - 20) \text{K}]} = 75,76 \, \Omega$$

$$R(40^\circ\text{C}) = 75,76 \, \Omega \cdot [1 + 0,004 \cdot \text{K}^{-1} \cdot (40 - 20) \text{K}] = 81,82 \, \Omega$$

Aufgabe 8**a)**

$$R(\vartheta_1 = 20^\circ\text{C}) = 6,7 \, \Omega \quad R(\vartheta_2) = 7,36 \, \Omega$$

$$R(\vartheta_2) = R(\vartheta_1) \cdot [1 + \alpha_{\text{bez}} \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_1)]$$

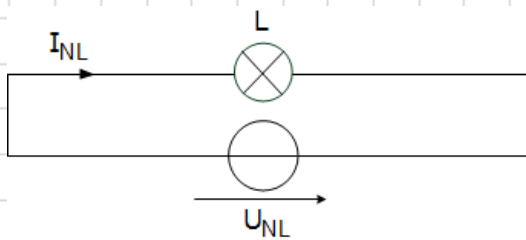
$$\alpha_{\text{Cu}} \approx 0,004 \cdot \text{K}^{-1} \quad (\text{gilt für reine Metalle})$$

$$\frac{R(\vartheta_2)}{R(\vartheta_1)} = \frac{7,36 \, \Omega}{6,7 \, \Omega} = [1 + \alpha \cdot (\vartheta_2 - 20^\circ\text{C})]$$

$$\vartheta_2 = \vartheta_1 + \frac{1}{\alpha} \cdot \left[\frac{R(\vartheta_2)}{R(\vartheta_1)} - 1 \right] = 20^\circ\text{C} + \frac{1}{0,004 \cdot \text{K}^{-1}} \cdot \left[\frac{7,36}{6,7} - 1 \right] = 44,63^\circ\text{C}$$

Aufgabe 9

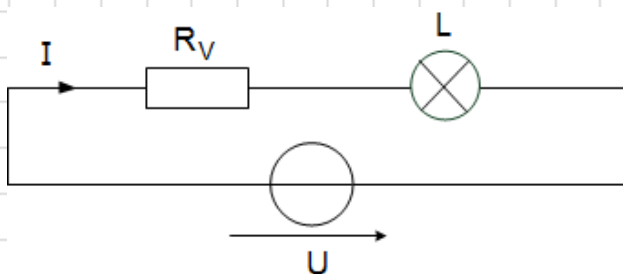
a) Lampe ohne Vorwiderstand



$$I_{NL} = \frac{P_{NL}}{U_{NL}} = \frac{40 \text{ W}}{125 \text{ V}} = 0,32 \text{ A}$$

$$R_L = \frac{U_{NL}}{I_{NL}} = \frac{125 \text{ V}}{0,32 \text{ A}} = 390,625 \Omega$$

Lampe mit Vorwiderstand



$$U = 230 \text{ V}$$

$$P_{RV} = 20 \text{ W}$$

Unbekannt: R_V und $I \rightarrow$ 2 Gleichungen erforderlich

$$1. \text{ MR: } U = R_L \cdot I + R_V \cdot I = (R_L + R_V) \cdot I \quad (1)$$

$$2. \text{ Bedingung: } P_{RV} = R_V \cdot I^2 = 20 \text{ W} \quad (2)$$

$$\text{Aus (1): } I = \frac{U}{(R_L + R_V)}$$

$$\text{In (2): } P_{RV} = R_V \cdot \frac{U^2}{(R_L + R_V)^2}$$

$$P_{RV} \cdot (R_L + R_V)^2 = R_V \cdot U^2$$

$$P_{RV} \cdot (R_L^2 + 2 \cdot R_L \cdot R_V + R_V^2) = R_V \cdot U^2$$

Das ergibt folgende Gleichung für R_V :

$$R_V^2 + R_V \cdot \left[2 \cdot R_L - \frac{U^2}{P_{RV}} \right] + R_L^2 = 0 \quad \text{Das ist eine quadratische Gleichung für } R_V$$

$$p = \left[2 \cdot R_L - \frac{U^2}{P_{RV}} \right] = 2 \cdot 390,625 \, \Omega - \frac{(230 \, \text{V})^2}{20 \, \text{W}} = -1.863,75 \, \Omega$$

$$q = R_L^2 = (390,625 \, \Omega)^2$$

$$R_{V1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} = \frac{1.863,75 \, \Omega}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{1.863,75 \, \Omega}{2}\right)^2 - (390,625 \, \Omega)^2}$$

$$R_{V1,2} = 931,875 \, \Omega \pm 846,05 \, \Omega$$

$$R_{V1} = 931,875 \, \Omega + 846,05 \, \Omega = 1.777,925 \, \Omega$$

$$R_{V2} = 931,875 \, \Omega - 846,05 \, \Omega = 85,825 \, \Omega$$

Beide Lösungen sind physikalisch sinnvoll!

Frage: Welcher R_V kann genommen werden?

Annahme: $R_{V1} = 1.777,925 \, \Omega$

$$I_1 = \frac{U}{R_{V1} + R_L} = \frac{230 \, \text{V}}{1.777,925 \, \Omega + 390,625 \, \Omega} = 0,10606 \, \text{A}$$

Spannung an der Lampe: $U_L = R_L \cdot I = 390,625 \, \Omega \cdot 0,10606 \, \text{A} = 41,43 \, \text{V} < U_{NL}$

Annahme: $R_{V2} = 85,825 \, \Omega$

$$I_2 = \frac{U}{R_{V2} + R_L} = \frac{230 \, \text{V}}{85,825 \, \Omega + 390,625 \, \Omega} = 0,48275 \, \text{A}$$

Dieser Strom ist größer als der Nennstrom der Lampe. Es ist daher unzulässig den Widerstandswert $R_{V2} = 85,825 \, \Omega$ zu nehmen!

Die richtige Lösung ist:

Es kann $R_{V1} = 1.777,925 \, \Omega$ genommen werden bzw. der Wert des Vorwiderstandes beträgt

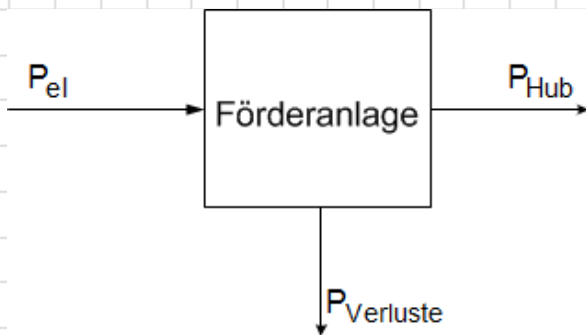
$R_{V1} = 1.777,925 \, \Omega$.

Aufgabe 10**a)**

$$W_{\text{Hub}} = m \cdot g \cdot h = 4.500 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 9,3 \text{ m} = 410.548,5 \text{ Ws}$$

$$\text{Einheitenrechnung: } \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \text{m} = \text{Nm} = \text{J} = \text{Ws}$$

$$P_{\text{Hub}} = \frac{W_{\text{Hub}}}{t} = \frac{410.548,5 \text{ Ws}}{2,5 \text{ min} \cdot 60 \frac{\text{s}}{\text{min}}} = 2.736,99 \text{ W}$$



$$\text{Wirkungsgrad: } \eta = \frac{P_{\text{Nutz}}}{P_{\text{Auf}}} = \frac{P_{\text{Hub}}}{P_{\text{el}}} = \frac{2.726,99 \text{ W}}{3.500 \text{ W}} = 78,2 \%$$

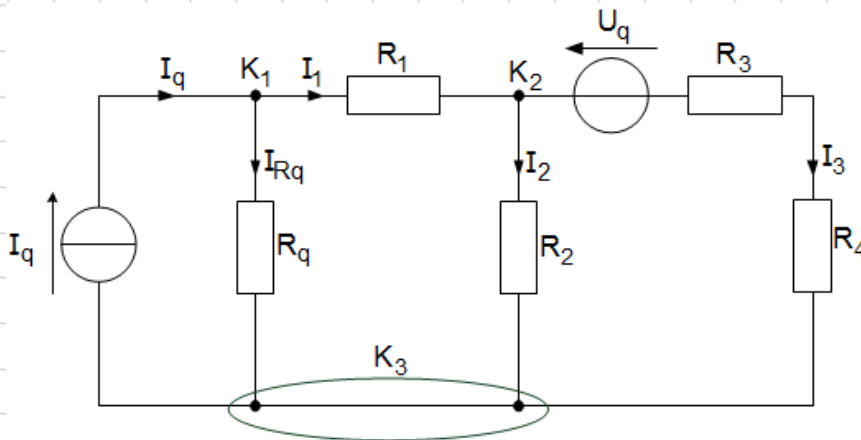
$$\text{Verluste: } P_{\text{Verluste}} = P_{\text{el}} - P_{\text{Hub}} = 3.500 \text{ W} - 2.736,99 \text{ W} = 763,01 \text{ W}$$

Merke allgemein!!!

$$\eta = \frac{P_{\text{Nutz}}}{P_{\text{Auf}}} = \frac{P_{\text{Nutz}}}{P_{\text{Nutz}} + P_{\text{Verluste}}} = \frac{P_{\text{Auf}} - P_{\text{Verluste}}}{P_{\text{Auf}}}$$

Aufgabe 11

a)



b) Es gibt $k = 3$ Knoten und $z = 5$ Zweige.

In einem Zweig wird der Zweigstrom von der Stromquelle vorgegeben! Es verbleiben also 4 unbekannte Zweigströme: I_{Rq} , I_1 , I_2 und I_3

c) Zur Bestimmung der 4 Unbekannten werden 4 linear unabhängige Gleichungen benötigt.

Die Knotenregel liefert $KG = k - 1 = 3 - 1 = 2$ linear unabhängige KG

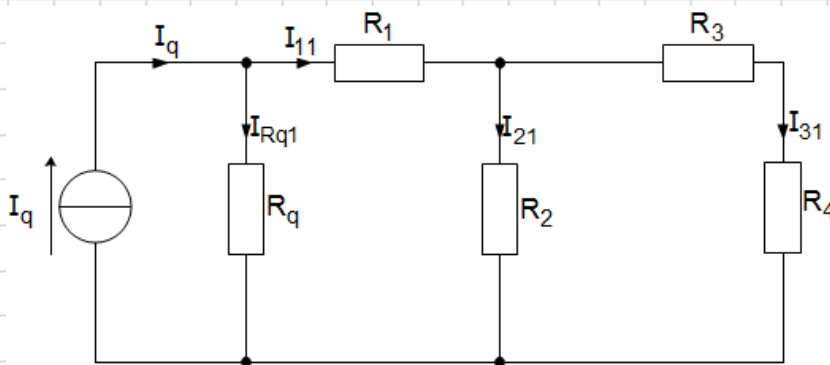
Die Maschenregel muss somit noch $MG = z - (k - 1) = 4 - 2 = 2$ MG liefern.

$z = 4$ entspricht der Anzahl der unbekannten Zweigströme.

d) Der Überlagerungssatz ist anwendbar, da

1. das Netzwerk linear ist und
2. die Ströme als lineare Größen überlagert werden dürfen.

e) Es sei nur I_q wirksam, U_q wirkungslos $\rightarrow$ Kurzschluss



$$R_{ers2} = \frac{R_2 \cdot R_{ers1}}{R_2 + R_{ers1}}$$

$$R_{ers3} = R_1 + R_{ers2}$$

Mit der Stromteilerregel folgt:

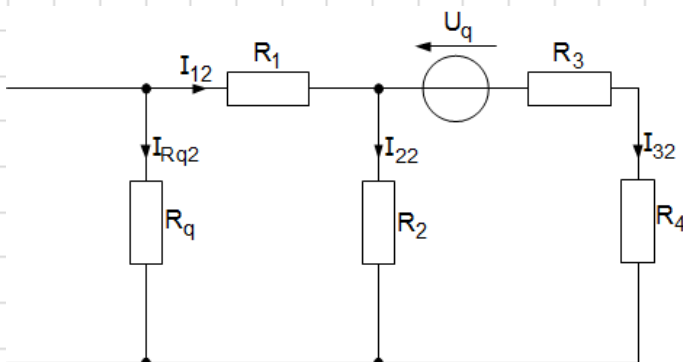
$$I_{Rq1} = I_q \cdot \frac{R_{ers3}}{R_q + R_{ers3}}$$

$$I_{11} = I_q \cdot \frac{R_q}{R_q + R_{ers3}}$$

$$I_{21} = I_{11} \cdot \frac{R_{ers1}}{R_2 + R_{ers1}}$$

$$I_{31} = I_{11} \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_{ers1}}$$

Nur U_q wirksam, I_q wirkungslos $\rightarrow$ Leerlauf (Unterbrechung)



$$R_{\text{ers4}} = R_q + R_1$$

$$R_{\text{ers5}} = \frac{R_2 \cdot R_{\text{ers4}}}{R_2 + R_{\text{ers4}}}$$

$$R_{\text{ers6}} = R_3 + R_4 + R_{\text{ers5}}$$

$$I_{32} = \frac{U}{R_{\text{ers6}}}$$

Mit der Stromteilerregel:

$$I_{Rq2} = -I_{32} \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_{\text{ers4}}}$$

$$I_{22} = -I_{32} \cdot \frac{R_{\text{ers4}}}{R_2 + R_{\text{ers4}}}$$

$$I_{12} = -I_{Rq2} = I_{32} \cdot \frac{R_{\text{ers4}}}{R_2 + R_{\text{ers4}}}$$

Lineare Überlagerung:

$$I_{Rq} = I_{Rq1} + I_{Rq2} = \dots$$

$$I_1 = I_{11} + I_{12} = \dots$$

$$I_2 = I_{21} + I_{22} = \dots$$

$$I_3 = I_{31} + I_{32} = \dots$$

Die verwendeten Abkürzungen sollen hier nicht weiter eingesetzt werden.

f)
$$P_R = R_q \cdot I_{Rq}^2 + R_1 \cdot I_1^2 + R_2 \cdot I_2^2 + (R_3 + R_4) \cdot I_3^2$$

g)

Die Spannungsquelle liefert:
$$P_{Uq} = U_q \cdot I_3$$

Die Stromquelle liefert:
$$P_{Iq} = I_q \cdot R_q \cdot I_q$$

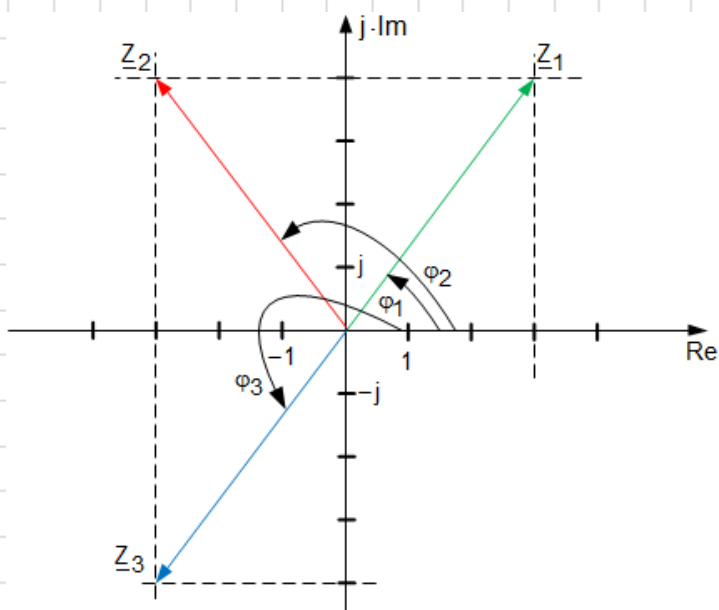
Leistungsbilanz:
$$P_{el} = P_R$$

$$U_q \cdot I_3 + I_q \cdot R_q \cdot I_q = R_q \cdot I_{Rq}^2 + R_1 \cdot I_1^2 + R_2 \cdot I_2^2 + (R_3 + R_4) \cdot I_3^2$$

Elektrische Leistung → Wärme

Aufgabe 12

a)



b)

$$Z_1 = |\underline{Z}_1| = \sqrt{[\operatorname{Re}(\underline{Z}_1)]^2 + [\operatorname{Im}(\underline{Z}_1)]^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

$$\varphi_1 = \arctan\left(\frac{\operatorname{Im}(\underline{Z}_1)}{\operatorname{Re}(\underline{Z}_1)}\right) = \arctan\left(\frac{4}{3}\right) = 53,1^\circ$$

$$\underline{Z}_1 = |\underline{Z}_1| \cdot e^{j\varphi_1} = 5 \cdot e^{j53,1^\circ}$$

$$Z_2 = |\underline{Z}_2| = \sqrt{(-3)^2 + 4^2} = 5$$

$$\varphi_2 = 180^\circ + \arctan\left(\frac{\operatorname{Im}(\underline{Z}_2)}{\operatorname{Re}(\underline{Z}_2)}\right) = 180^\circ + \arctan\left(\frac{4}{-3}\right) = 126,9^\circ \quad \text{Realteil negativ!}$$

$$\underline{Z}_2 = |\underline{Z}_2| \cdot e^{j\varphi_2} = 5 \cdot e^{j126,9^\circ}$$

$$Z_3 = |\underline{Z}_3| = \sqrt{(-3)^2 + (-4)^2} = 5$$

$$\varphi_3 = 180^\circ + \arctan\left(\frac{\operatorname{Im}(\underline{Z}_3)}{\operatorname{Re}(\underline{Z}_3)}\right) = 180^\circ + \arctan\left(\frac{-4}{-3}\right) = 233,1^\circ \quad \text{Realteil negativ!}$$

$$\underline{Z}_3 = |\underline{Z}_3| \cdot e^{j\varphi_3} = 5 \cdot e^{j233,9^\circ}$$

Aufgabe 13

a)

$$Z_1 = |\underline{Z}_1| = \sqrt{[\operatorname{Re}(\underline{Z}_1)]^2 + [\operatorname{Im}(\underline{Z}_1)]^2} = \sqrt{4^2 + 4^2} = \sqrt{2} \cdot 4$$

$$\varphi_1 = \arctan\left(\frac{4}{4}\right) = 45^\circ$$

$$Z_1 = \sqrt{2} \cdot 4 \cdot e^{j \cdot 45^\circ}$$

$$Z_2 = |\underline{Z}_2| = \sqrt{5^2 + 5^2} = \sqrt{2} \cdot 5$$

$$\varphi_2 = \arctan\left(\frac{5}{5}\right) = 45^\circ$$

$$Z_2 = \sqrt{2} \cdot 5 \cdot e^{j \cdot 45^\circ}$$

b) $\underline{Z}_a = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 = (4 + j \cdot 4) + (5 + j \cdot 5) = 9 + j \cdot 9$

$$|\underline{Z}_a| = \sqrt{9^2 + 9^2} = \sqrt{2} \cdot 9$$

$$\varphi_a = \arctan\left(\frac{9}{9}\right) = 45^\circ$$

$$\underline{Z}_b = \underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2 = (4 + j \cdot 4) \cdot (5 + j \cdot 5) = 4 \cdot 5 + 4 \cdot j \cdot 5 + j \cdot 4 \cdot 5 + j^2 4 \cdot 5 = j \cdot 40$$

$$|\underline{Z}_b| = \sqrt{40^2} = 40$$

$$\varphi_b = 90^\circ$$

$$|\underline{Z}_b| = |\underline{Z}_1| \cdot |\underline{Z}_2| = \sqrt{2} \cdot 4 \cdot \sqrt{2} \cdot 5 = 40$$

$$\varphi_b = \varphi_1 + \varphi_2 = 45^\circ + 45^\circ = 90^\circ$$

$$\underline{Z}_c = \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_2} = \frac{(4 + j \cdot 4) \cdot (5 - j \cdot 5)}{(5 + j \cdot 5) \cdot (5 - j \cdot 5)} = \frac{20 - j \cdot 20 + j \cdot 20 + 20}{25 + 25} = \frac{4}{5} = 0,8$$

$$|Z_c| = 0,8$$

$$\varphi_c = 0^\circ$$

$$|Z_c| = \frac{|Z_1|}{|Z_2|} = \frac{\sqrt{2} \cdot 4}{\sqrt{2} \cdot 5} = 0,8$$

$$\varphi_c = \varphi_1 - \varphi_2 = 45^\circ - 45^\circ = 0^\circ$$

Fazit: Summation in kartesischer Form ausführen

Multiplikation / Division geschickter in Exponentialform

Aufgabe 14

a)

Allgemein gilt: $y(t) = \hat{y} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0)$

$y(t)$ Momentanwert

$\hat{y}$ Dachwert (Amplitude)

ω Kreisfrequenz $\omega = \frac{2 \cdot \pi}{T} = 2 \cdot \pi \cdot f$ T Periodendauer

φ_0 Nullphasenwinkel f Frequenz

Vergleich mit der gegebenen Funktion $u(t) = 10 \text{ V} \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{20 \text{ ms}} \cdot t - \frac{\pi}{6}\right)$ liefert:

Amplitude (Dachwert) $\hat{u} = 10 \text{ V}$

Periodendauer: $T = 20 \text{ ms}$ $[T] = \text{s}$ $[\omega] = \text{s}^{-1}$

Frequenz: $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{20 \text{ ms}} = 50 \text{ Hz}$ $[f] = \text{Hz}$

Nullphasenwinkel: $\varphi_0 = -\frac{\pi}{6} = -30^\circ$

Für **sinusförmige** Größen gilt: $U = U_{\text{eff}} = \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}} = \frac{10 \text{ V}}{\sqrt{2}} = 7,07 \text{ V}$

b)

Zeitfunktion: $u(t) = \hat{u} \cdot \sin(\omega \cdot t + \phi_u) = \sqrt{2} \cdot U \cdot \sin(\omega \cdot t + \phi_u)$

Komplexe Größe: $\underline{U} = U \cdot e^{j\phi_u}$

Hier: $\underline{U} = 7,07 \text{ V} \cdot e^{-j30^\circ}$

Der Faktor $(\omega \cdot t)$ wird weggelassen, da die Rotation der „Zeiger“ nicht relevant ist (ist für alle Größen gleich). Es interessiert nur die gegenseitige Lage (Winkel) der „Zeiger“. Daher genügt eine „Momentaufnahme“.

Aufgabe 15

a) Reihenschaltung: $\underline{Z}_{\text{ges}} = R + j \cdot X_L = (10 + j \cdot 20) \Omega$

$$|\underline{Z}_{\text{ges}}| = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{(10 \Omega)^2 + (20 \Omega)^2} = 22,36 \Omega$$

$$\varphi_Z = \arctan\left(\frac{\text{Im}(\underline{Z})}{\text{Re}(\underline{Z})}\right) = \arctan\left(\frac{20 \Omega}{10 \Omega}\right) = 63,43^\circ$$

b) Parallelschaltung: $\underline{Z}_{\text{ges}} = \frac{R \cdot j \cdot X_L}{R + j \cdot X_L} = \frac{R \cdot j \cdot X_L}{R + j \cdot X_L} \cdot \frac{(R - j \cdot X_L)}{(R - j \cdot X_L)} = \frac{R \cdot X_L^2 + j \cdot R^2 \cdot X_L}{R^2 + X_L^2}$

$$\underline{Z}_{\text{ges}} = \frac{R \cdot X_L^2}{R^2 + X_L^2} + j \cdot \frac{R^2 \cdot X_L}{R^2 + X_L^2} = \frac{10 \Omega \cdot (20 \Omega)^2}{(10 \Omega)^2 + (20 \Omega)^2} + j \cdot \frac{(10 \Omega)^2 \cdot 20 \Omega}{(10 \Omega)^2 + (20 \Omega)^2} = (8 + j \cdot 4) \Omega$$

$$|\underline{Z}_{\text{ges}}| = \sqrt{(8 \Omega)^2 + (4 \Omega)^2} = 8,94 \Omega$$

$$\varphi_Z = \arctan\left(\frac{\text{Im}(\underline{Z})}{\text{Re}(\underline{Z})}\right) = \arctan\left(\frac{4 \Omega}{8 \Omega}\right) = 26,57^\circ$$

Aufgabe 16

a) Reihenschaltung: $\underline{Z}_{\text{ges}} = R + \frac{1}{j \cdot \omega \cdot C} = R - j \cdot X_C = (10 - j \cdot 20) \Omega$

$$|\underline{Z}_{\text{ges}}| = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{(10 \Omega)^2 + (20 \Omega)^2} = 22,36 \Omega$$

$$\varphi_Z = \arctan\left(\frac{\text{Im}(\underline{Z})}{\text{Re}(\underline{Z})}\right) = \arctan\left(\frac{-20 \Omega}{10 \Omega}\right) = -63,43^\circ$$

b) Parallelschaltung: $\underline{Z}_{\text{ges}} = \frac{R \cdot \frac{1}{j \cdot \omega \cdot C}}{R + \frac{1}{j \cdot \omega \cdot C}} = \frac{-R \cdot j \cdot X_C}{R - j \cdot X_C} \cdot \frac{(R + j \cdot X_C)}{(R + j \cdot X_C)} = \frac{R \cdot X_C^2 - j \cdot R^2 \cdot X_C}{R^2 + X_C^2}$

$$\underline{Z}_{\text{ges}} = \frac{10 \Omega \cdot (20 \Omega)^2}{(10 \Omega)^2 + (20 \Omega)^2} - j \cdot \frac{(10 \Omega)^2 \cdot 20 \Omega}{(10 \Omega)^2 + (20 \Omega)^2} = (8 - j \cdot 4) \Omega$$

$$|\underline{Z}_{\text{ges}}| = \sqrt{(8 \Omega)^2 + (4 \Omega)^2} = 8,94 \Omega$$

$$\varphi_Z = \arctan\left(\frac{\text{Im}(\underline{Z})}{\text{Re}(\underline{Z})}\right) = \arctan\left(\frac{-4 \Omega}{8 \Omega}\right) = -26,57^\circ$$

Aufgabe 17

a) Reihenschaltung aus R_2 und C: $\underline{Z}_{R_2C} = R_2 - j \cdot X_C$

$$R_2 \text{ und C parallel } jX_L: \quad \underline{Z}_{\text{par}} = \frac{\underline{Z}_{R_2C} \cdot j \cdot X_L}{\underline{Z}_{R_2C} + j \cdot X_L} = \frac{j \cdot X_L \cdot (R_2 - j \cdot X_C)}{R_2 - j \cdot X_C + j \cdot X_L} = \frac{j \cdot X_L \cdot (R_2 - j \cdot X_C)}{R_2 + j(X_L - X_C)}$$

$$\underline{Z}_{\text{par}} = \frac{(X_L \cdot X_C - j \cdot X_L \cdot R_2) \cdot (R_2 - j \cdot (X_L - X_C))}{R_2^2 + (X_L - X_C)^2}$$

$$\underline{Z}_{\text{par}} = \frac{X_L \cdot X_C \cdot R_2 + X_L \cdot R_2 \cdot (X_L - X_C)}{R_2^2 + (X_L - X_C)^2} + j \cdot \frac{X_L \cdot R_2^2 - X_L \cdot X_C \cdot (X_L - X_C)}{R_2^2 + (X_L - X_C)^2}$$

$$\underline{Z} = R_1 + \underline{Z}_{\text{par}} = \left\{ R_1 + \frac{X_L \cdot X_C \cdot R_2 + X_L \cdot R_2 \cdot (X_L - X_C)}{R_2^2 + (X_L - X_C)^2} \right\} + j \cdot \left\{ \frac{X_L \cdot R_2^2 - X_L \cdot X_C \cdot (X_L - X_C)}{R_2^2 + (X_L - X_C)^2} \right\}$$

Realteil

Imaginärteil

b) Der Imaginärteil soll null werden, d.h.

$$\frac{X_L \cdot R_2^2 - X_L \cdot X_C \cdot (X_L - X_C)}{R_2^2 + (X_L - X_C)^2} = 0$$

$$X_L \cdot R_2^2 - X_L \cdot X_C \cdot (X_L - X_C) = 0$$

$$X_L \cdot R_2^2 = X_L \cdot X_C \cdot (X_L - X_C)$$

$$R_2 = +\sqrt{X_C \cdot (X_L - X_C)} \quad \text{negativer Wert ist physikalisch nicht sinnvoll!}$$

$$R_2 = +\sqrt{40 \, \Omega \cdot (60 \, \Omega - 40 \, \Omega)} = +\sqrt{40 \, \Omega \cdot 20 \, \Omega} = 28,28 \, \Omega$$

Damit folgt:

$$\underline{Z} = \left\{ R_1 + \frac{X_L \cdot X_C \cdot R_2 + X_L \cdot R_2 \cdot (X_L - X_C)}{R_2^2 + (X_L - X_C)^2} \right\} = 20 \, \Omega + \frac{60 \, \Omega \cdot 40 \, \Omega \cdot 28,28 \, \Omega \cdot (60 \, \Omega - 40 \, \Omega)}{(28,28 \, \Omega)^2 + (60 \, \Omega - 40 \, \Omega)^2}$$

$$\underline{Z} = 104,86 \, \Omega$$

c)

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} = \frac{200 \text{ V}}{104,86 \Omega} = 1,907 \text{ A}$$

$$\underline{U}_{R_1} = R_1 \cdot \underline{I} = 20 \Omega \cdot 1,907 \text{ A} = 38,14 \text{ V}$$

$$\underline{U}_2 = \underline{U} - \underline{U}_{R_1} = 200 \text{ V} - 38,14 \text{ V} = 161,86 \text{ V}$$

$$\underline{I}_L = \frac{\underline{U}_2}{j \cdot X_L} = \frac{161,86 \text{ V}}{j \cdot 60 \Omega} = -j \cdot 2,698 \text{ A}$$

$$\underline{Z}_{R_2C} = R_2 - j \cdot X_C = (28,28 - j \cdot 40) \Omega = 48,99 \Omega \cdot e^{-j54,7^\circ}$$

$$\underline{I}_C = \frac{\underline{U}_2}{\underline{Z}_{R_2C}} = \frac{161,86 \text{ V}}{48,99 \Omega} \cdot e^{j54,7^\circ} = 3,304 \text{ A} \cdot e^{j54,7^\circ}$$

$$\underline{I}_C = 3,304 \text{ A} \cdot [\cos(54,7^\circ) + j \cdot \sin(54,7^\circ)] = (1,909 + j \cdot 2,697) \text{ A}$$

$$\underline{U}_{R_2} = R_2 \cdot \underline{I}_C = 28,28 \Omega \cdot 3,304 \text{ A} \cdot e^{j54,7^\circ} = 93,44 \text{ V} \cdot e^{j54,7^\circ}$$

$$\underline{U}_{R_2} = 93,44 \text{ V} \cdot [\cos(54,7^\circ) + j \cdot \sin(54,7^\circ)] = (53,99 + j \cdot 76,26) \text{ V}$$

$$\underline{U}_C = -j \cdot X_C \cdot \underline{I}_C = 40 \Omega \cdot 3,304 \text{ A} \cdot e^{j(54,7^\circ - 90^\circ)} = 132,16 \text{ V} \cdot e^{-j35,3^\circ}$$

$$\underline{U}_C = 132,16 \text{ V} \cdot [\cos(54,7^\circ) + j \cdot \sin(54,7^\circ)] = (107,86 - j \cdot 76,37) \text{ V}$$

$$\underline{S} = \underline{U} \cdot \underline{I}^*$$

$$\underline{S} = 200 \text{ V} \cdot 1,907 \text{ A} = 381,4 \text{ VA}$$

Strom rein reell, da $\underline{Z}$ reell!

$$P = \operatorname{Re}\{\underline{S}\} = 381,4 \text{ W}$$

$$Q = \operatorname{Im}\{\underline{S}\} = 0 \text{ var}$$

$$P = R_1 \cdot I^2 + R_2 \cdot I_2^2 = 20 \Omega \cdot (1,907 \text{ A})^2 + 28,28 \Omega \cdot (3,304 \text{ A})^2 = 381,45 \text{ W}$$

$$Q = Q_L + Q_C = X_L \cdot I_L^2 - X_C \cdot I_C^2 = 60 \Omega \cdot (2,698 \text{ A})^2 - 40 \Omega \cdot (3,304 \text{ A})^2 = 0,0956 \text{ var} \approx 0 \text{ var}$$

Differenz wegen Rundung!

Achtung: $Q_L > 0 \text{ var}$

$$Q_L = X_L \cdot I_L^2$$

$Q_C < 0 \text{ var}$

$$Q_C = -X_C \cdot I_C^2$$

Aufgabe 18

$$\text{a)} \quad \underline{Z} = R + j \cdot X_L - j \cdot X_C = R + j \cdot (X_L - X_C) = 20 \, \Omega + j \cdot (60 \, \Omega - 40 \, \Omega) = 20 \, \Omega + j \cdot 20 \, \Omega$$

$$\underline{Z} = 20 \, \Omega + j \cdot 20 \, \Omega = \sqrt{2} \cdot 20 \, \Omega \cdot e^{j45^\circ} = 28,28 \, \Omega \cdot e^{j45^\circ}$$

b)

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} = \frac{200 \, \text{V}}{28,28 \, \Omega} \cdot e^{-j45^\circ} = 7,07 \, \text{A} \cdot e^{-j45^\circ} = (5 - j \cdot 5) \, \text{A}$$

$$\underline{U}_R = R \cdot \underline{I} = 20 \, \Omega \cdot (5 - j \cdot 5) \, \text{A} = (100 - j \cdot 100) \, \text{V} = 141,42 \, \text{V} \cdot e^{-j45^\circ}$$

$$\underline{U}_L = j \cdot X_L \cdot \underline{I} = j \cdot 60 \, \Omega \cdot 7,07 \, \text{A} \cdot e^{-j45^\circ} = 424,2 \, \text{V} \cdot e^{+j45^\circ}$$

$$\underline{U}_L = (299,95 + j \cdot 299,95) \, \text{V}$$

$$\underline{U}_C = -j \cdot X_C \cdot \underline{I} = -j \cdot 40 \, \Omega \cdot 7,07 \, \text{A} \cdot e^{-j45^\circ} = 282,8 \, \text{V} \cdot e^{-j135^\circ}$$

$$\underline{U}_C = (-199,97 - j \cdot 199,97) \, \text{V}$$

$$\underline{U}_R + \underline{U}_L + \underline{U}_C = \dots = (200 - j \cdot 0,02) \, \text{V} \approx 200 \, \text{V} \quad \text{Wegen Rundung!}$$

c)

$$\underline{S} = \underline{U} \cdot \underline{I}^* = 200 \text{ V} \cdot (5 + j \cdot 5) \text{ A} = (1.000 + j \cdot 1.000) \text{ VA}$$

$$P = \operatorname{Re}\{\underline{S}\} = 1.000 \text{ W} \quad Q = \operatorname{Im}\{\underline{S}\} = 1.000 \text{ var}$$

$$P = R \cdot I^2 = 20 \Omega \cdot (7,07 \text{ A})^2 = 999,7 \text{ W} \approx 1.000 \text{ W}$$

$$Q = X_L \cdot I^2 - X_C \cdot I^2 = (60 \Omega - 40 \Omega) \cdot (7,07 \text{ A})^2 = 1.000 \text{ var}$$

$$Q_L = X_L \cdot I^2 = 60 \Omega \cdot (7,07 \text{ A})^2 = 2.999 \text{ var}$$

$$Q_C = -X_C \cdot I^2 = -40 \Omega \cdot (7,07 \text{ A})^2 = -1.999 \text{ var}$$

d)

$$\operatorname{Im}\{\underline{Z}\} = 0 \Omega \quad \text{wenn} \quad X_L = X_C \quad \underline{Z} = R = 20 \Omega$$

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} = \frac{200 \text{ V}}{20 \Omega} = 10 \text{ A}$$

$$\underline{U}_L = j \cdot X_L \cdot \underline{I} = j \cdot 60 \Omega \cdot 10 \text{ A} = j \cdot 600 \text{ V}$$

$$\underline{U}_C = -j \cdot X_C \cdot \underline{I} = -j \cdot 60 \Omega \cdot 10 \text{ A} = -j \cdot 600 \text{ V}$$

Maßstäbe:

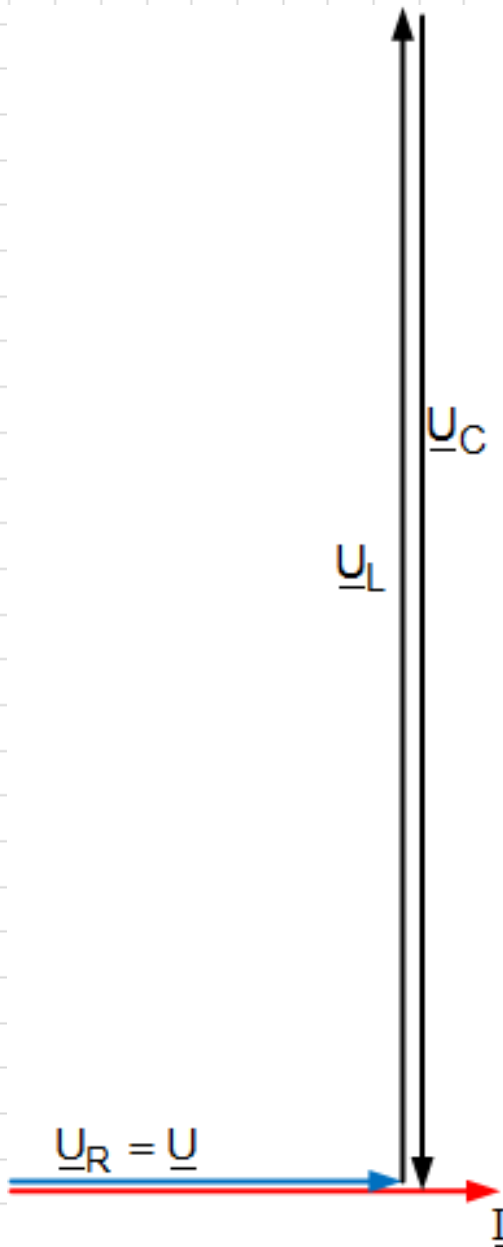
$$m_I = \frac{2 \text{ A}}{\text{cm}}$$

$$m_U = \frac{50 \text{ V}}{\text{cm}}$$

$$\underline{I} \triangleq 5 \text{ cm}$$

$$\underline{U}_L, \underline{U}_C \triangleq 12 \text{ cm}$$

$$\underline{U}_R \triangleq 4 \text{ cm}$$



Achtung!!

Bei Resonanz können die
Spannungen an L und C sehr
groß werden!

Aufgabe 19

a)

$$\underline{Y} = \frac{1}{R} + \frac{1}{j \cdot \omega \cdot L} + j \cdot \omega \cdot C = \frac{1}{R} + j \cdot \left(\omega \cdot C - \frac{1}{\omega \cdot L} \right) = \frac{1}{R} + j \cdot \left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L} \right)$$

$$\underline{Y} = \frac{1}{20 \, \Omega} + j \cdot \left(\frac{1}{40 \, \Omega} - \frac{1}{60 \, \Omega} \right) = (0,05 + j \cdot 0,00833) \, S$$

$$\underline{Y} = 0,05067 \, S \cdot e^{j9,46^\circ}$$

$$\underline{Z} = \frac{1}{\underline{Y}} = \frac{1}{0,05067 \, S} \cdot e^{j9,46^\circ} = 19,74 \, \Omega \cdot e^{j9,46^\circ}$$

$$\underline{Z} = (19,47 - j \cdot 3,24) \, \Omega$$

b)

$$\underline{I}_R = \frac{\underline{U}}{R} = \frac{200 \, V}{20 \, \Omega} = 10 \, A$$

$$\underline{I}_L = \frac{\underline{U}}{j \cdot X_L} = \frac{200 \, V}{j \cdot 60 \, \Omega} = -j \cdot 3,33 \, A$$

$$\underline{I}_C = \frac{\underline{U}}{-j \cdot X_C} = \frac{200 \, V}{-j \cdot 40 \, \Omega} = j \cdot 5,00 \, A$$

$$\underline{I} = \underline{I}_R + \underline{I}_L + \underline{I}_C = 10 \, A + j \cdot 5 \, A - j \cdot 3,33 \, A = (10 + j \cdot 1,67) \, A$$

$$\underline{I} = 10,138 \, A \cdot e^{j9,48^\circ}$$

$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{200 \, V}{(10 + j \cdot 1,67) \, A} = \dots = 19,72 \, \Omega \cdot e^{-j9,48^\circ}$$

c)

$$\underline{S} = \underline{U} \cdot \underline{I}^* = 200 \text{ V} \cdot 10,138 \text{ A} \cdot e^{-j \cdot 9,48^\circ} = 2.027,6 \text{ VA} \cdot e^{-j \cdot 9,48^\circ}$$

$$P = \operatorname{Re}\{\underline{S}\} = 2.027,6 \cdot \cos(-9,48^\circ) = 2.000 \text{ W}$$

$$Q = \operatorname{Im}\{\underline{S}\} = 2.027,6 \cdot \sin(-9,48^\circ) = -333,33 \text{ var}$$

$$P = \frac{U^2}{R} = \frac{(200 \text{ V})^2}{20 \Omega} = 2.000 \text{ W}$$

$$Q = Q_L - Q_C = \frac{U^2}{X_L} - \frac{U^2}{X_C} = \frac{(200 \text{ V})^2}{60 \Omega} - \frac{(200 \text{ V})^2}{40 \Omega} = -333,3 \text{ var}$$

d)

$\underline{I}$ wird reell, wenn $\underline{Z}$ reell wird, d.h. für $\operatorname{Im}(\underline{Z}) = 0 \Omega$. $\rightarrow X_L = X_C$

Aufgabe 20

a)

Es gilt: $\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}}$ und für den Effektivwert: $|\underline{I}| = \frac{|\underline{U}|}{|\underline{Z}|} = \frac{U}{Z}$

Bedingung ist also, dass der Betrag der Impedanz gleichbleibt:

S offen: $\underline{Z}_1 = R_1 + j \cdot X_L$ $Z_1^2 = R_1^2 + X_L^2$

S zu: $\underline{Z}_2 = R_1 + \frac{R_2 \cdot j \cdot X_L}{R_2 + j \cdot X_L} = \frac{R_1 \cdot (R_2^2 + X_L^2) + R_2 \cdot X_L^2}{R_2^2 + X_L^2} + j \cdot \frac{R_2^2 \cdot X_L}{R_2^2 + X_L^2}$

$$Z_2^2 = \left\{ \frac{R_1 \cdot (R_2^2 + X_L^2) + R_2 \cdot X_L^2}{R_2^2 + X_L^2} \right\}^2 + \left\{ \frac{R_2^2 \cdot X_L}{R_2^2 + X_L^2} \right\}^2$$

$$Z_1^2 = Z_2^2$$

$$R_1^2 + X_L^2 = \left\{ \frac{R_1 \cdot (R_2^2 + X_L^2) + R_2 \cdot X_L^2}{R_2^2 + X_L^2} \right\}^2 + \left\{ \frac{R_2^2 \cdot X_L}{R_2^2 + X_L^2} \right\}^2$$

$$(R_1^2 + X_L^2) \cdot (R_2^2 + X_L^2)^2 = \left\{ R_1 \cdot (R_2^2 + X_L^2) + R_2 \cdot X_L^2 \right\}^2 + \left\{ R_2^2 \cdot X_L \right\}^2$$

$$\text{Linke Seite} = (R_1^2 + X_L^2) \cdot (R_2^2 + X_L^2)^2$$

$$\text{Rechte Seite} = \left\{ R_1 \cdot (R_2^2 + X_L^2) + R_2 \cdot X_L^2 \right\}^2 + \left\{ R_2^2 \cdot X_L \right\}^2$$

Ausmultiplizieren:

$$\text{Linke Seite} = (R_1^2 + X_L^2) \cdot [R_2^4 + 2 \cdot R_2^2 \cdot X_L^2 + X_L^4]$$

$$\text{Linke Seite} = (R_1^2 + X_L^2) \cdot [R_2^4 + 2 \cdot R_2^2 \cdot X_L^2 + X_L^4]$$

$$\text{Linke Seite} = R_1^2 \cdot R_2^4 + 2 \cdot R_1^2 \cdot R_2^2 \cdot X_L^2 + R_1^2 \cdot X_L^4 + 2 \cdot R_2^2 \cdot X_L^4 + X_L^6$$

$$\begin{aligned} \text{Rechte Seite} = & R_1^2 \cdot R_2^4 + R_1^2 \cdot R_2^2 \cdot X_L^2 + R_1 \cdot R_2^3 \cdot X_L^2 + R_1^2 \cdot R_2^2 \cdot X_L^2 + R_1^2 \cdot X_L^4 + R_1 \cdot R_2 \cdot X_L^4 \\ & + R_1 \cdot R_2^3 \cdot X_L^2 + R_1 \cdot R_2 \cdot X_L^4 + R_2^2 \cdot X_L^4 + R_2^4 \cdot X_L^2 \end{aligned}$$

Kürzen der gleichen Terme:

$$\text{Linke Seite} = R_1^2 \cdot R_2^4 + 2 \cdot R_1^2 \cdot R_2^2 \cdot X_L^2 + R_1^2 \cdot X_L^4 + R_2^4 \cdot X_L^2 + 2 \cdot R_2^2 \cdot X_L^4 + X_L^6$$

$$\begin{aligned} \text{Rechte Seite} = & R_1^2 \cdot R_2^4 + R_1^2 \cdot R_2^2 \cdot X_L^2 + R_1 \cdot R_2^3 \cdot X_L^2 + R_1^2 \cdot R_2^2 \cdot X_L^2 + R_1^2 \cdot X_L^4 + R_1 \cdot R_2 \cdot X_L^4 \\ & + R_1 \cdot R_2^3 \cdot X_L^2 + R_1 \cdot R_2 \cdot X_L^4 + R_2^2 \cdot X_L^4 + R_2^4 \cdot X_L^2 \end{aligned}$$

$$2 \cdot R_2^2 \cdot X_L^4 + X_L^6 = R_1 \cdot R_2^3 \cdot X_L^2 + R_1 \cdot R_2 \cdot X_L^4 + R_1 \cdot R_2^3 \cdot X_L^2 + R_1 \cdot R_2 \cdot X_L^4 + R_2^2 \cdot X_L^4$$

$$R_2^2 \cdot X_L^4 + X_L^6 = R_1 \cdot R_2^3 \cdot X_L^2 + R_1 \cdot R_2 \cdot X_L^4 + R_1 \cdot R_2^3 \cdot X_L^2 + R_1 \cdot R_2 \cdot X_L^4$$

Dividieren durch X_L^2

$$R_2^2 \cdot X_L^2 + X_L^4 = R_1 \cdot R_2^3 + R_1 \cdot R_2 \cdot X_L^2 + R_1 \cdot R_2^3 + R_1 \cdot R_2 \cdot X_L^2$$

Ausklammern:

$$X_L^2 \cdot (R_2^2 + X_L^2) = 2 \cdot R_1 \cdot R_2 \cdot (R_2^2 + X_L^2)$$

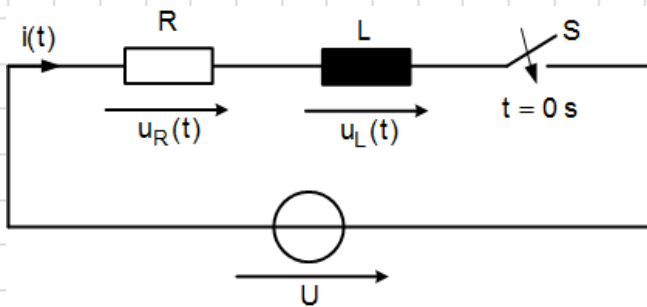
Gleichung ist erfüllt für: $R_2 = +\infty \Omega$ (Logisch, geht aus der Schaltung hervor!)

Somit nach Kürzen von $(R_2^2 + X_L^2)$

$$R_2 = \frac{X_L^2}{2 \cdot R_1}$$

Aufgabe 21

a)



Bei der Spule ist der Spulenstrom die Energie kennzeichnende Größe. Er darf / kann nicht springen, d.h. $i(t)$ muss stets stetig verlaufen.

Aus Grundgesetz: $u_L(t) = L \cdot \frac{di_L(t)}{dt}$

b)

MR: $U = u_R(t) + u_L(t)$

$$U = R \cdot i(t) + L \cdot \frac{di(t)}{dt} \quad (1)$$

(1) ist eine lineare, inhomogene Differentialgleichung (DGL) 1. Ordnung.

$\alpha)$ Gesamtlösung: $i(t) = i_{fl}(t) + i_{stat}(t)$

Besteht aus flüchtigem Anteil und stationärem Anteil.

$\beta)$ Flüchtiger Anteil aus homogener DGL mit folgendem Ansatz:

$$i_{fl}(t) = k \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

k und τ noch unbekannt.

$$\frac{di_{fl}(t)}{dt} = -\frac{k}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \text{und} \quad i_{fl}(t) = k \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \text{in homogene DGL eingesetzt:}$$

$$0 = R \cdot k \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} - L \cdot \frac{k}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$0 = R - L \cdot \frac{1}{\tau} \quad \tau = \frac{L}{R} \quad \text{Zeitkonstante} \quad [\tau] = \frac{[L]}{[R]} = \frac{Vs \cdot A}{A \cdot V} = s$$

$\gamma)$ Stationäre Lösung

Bei Gleichstrom entspricht L im stationären Zustand einem Kurzschluss:

$$i_{stat}(t) = \frac{U}{R}$$

Oder: Mit komplexer Wechselstromrechnung und $\omega \rightarrow 0 \text{ s}^{-1}$

$\delta)$ Gesamtlösung

$$i(t) = i_{fl}(t) + i_{stat}(t) = k \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{U}{R} \quad \text{mit} \quad \tau = \frac{L}{R}$$

Anfangsbedingung (Spulenstrom muss stetig verlaufen): $i(t = 0_-) = i(t = 0_+) = 0 \text{ A}$

$$i(t = 0 \text{ s}) = k \cdot 1 + \frac{U}{R} \quad \rightarrow \quad k = -\frac{U}{R}$$

$$i(t) = \frac{U}{R} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \quad \text{mit} \quad \tau = \frac{L}{R} \quad (\text{Gesamtlösung})$$

$$u_L(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt} = -L \cdot \frac{U}{R} \cdot \left(-\frac{1}{\tau}\right) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = U \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$u_L(t=0 \text{ s}) = U$ L entspricht im Schaltaugenblick einem Leerlauf

Zeitliche Verläufe:

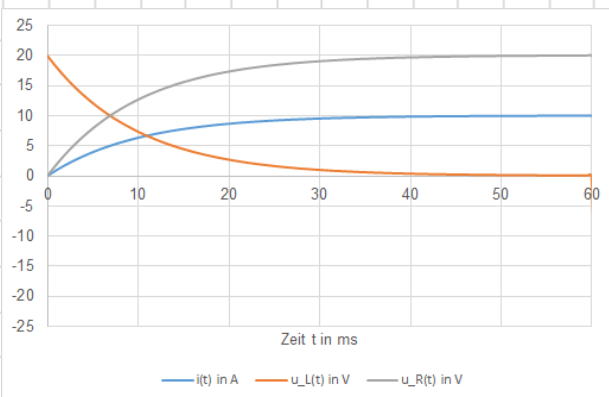


Diagramm für Werte:

$U = 20 \text{ V}$

$R = 2 \Omega$

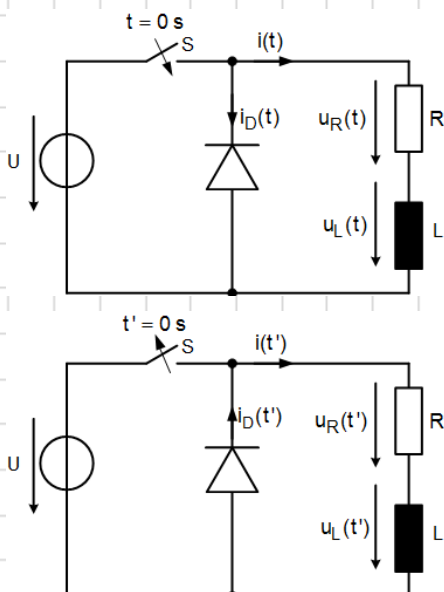
$L = 20 \text{ mH}$

c)

Problem: S darf nicht geöffnet werden.

Grund: Strom darf / kann nicht springen → fließt über S weiter → Funkenbildung → S wird durch Funke zerstört, L durch eventuell zu hohe induzierte Spannung

Abhilfe: Einbau einer „Freilaufdiode“



S zu → D sperrt

→ Einschwingvorgang wie oben berechnet

S wieder auf → D leitet, d.h. Spulenstrom fließt über D weiter → neuer Ausgleichsvorgang → Bis Spule „entladen“

d)

Annahme: ideale Diode: $U_S = 0 \text{ V}$, $R_d = 0 \Omega$

Neue Zeitachse: t' mit $t' = 0 \text{ s}$ zu dem S wieder geöffnet wird!

MR: $0 = u_R(t') + u_L(t')$

$$0 = R \cdot i(t') + L \cdot \frac{di(t')}{dt}$$

homogene lineare DGL 1. Ordnung

Lösungsansatz: $i(t') = k_1 \cdot e^{-\frac{t'}{\tau_1}}$

Stationäre Lösung trivial: $i_{\text{stat}}(t') = 0 \text{ A}$

Daraus ergibt sich: $\tau_1 = \frac{L}{R}$

Anfangsbedingung: $i(t' = 0 \text{ s}) = \frac{U}{R}$

Somit: $i(t') = \frac{U}{R} \cdot e^{-\frac{t'}{\tau_1}}$ $u_L(t') = -U \cdot e^{-\frac{t'}{\tau_1}}$

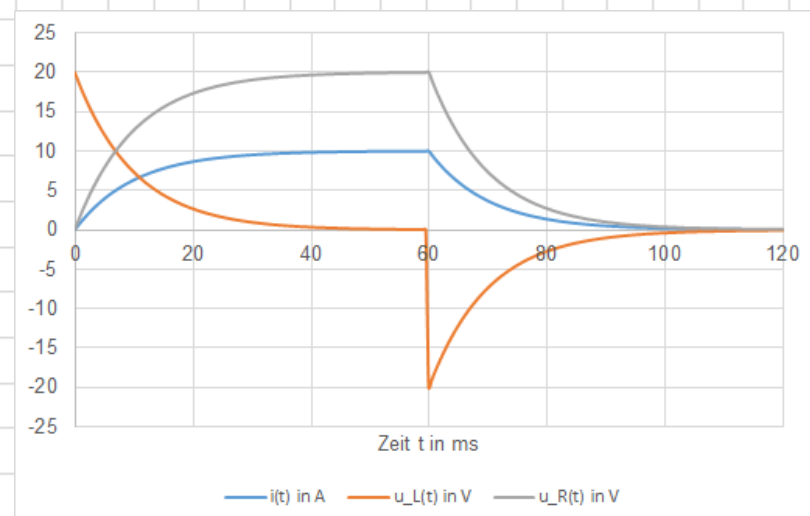


Diagramm für Werte:

$U = 20 \text{ V}$

$R = 2 \Omega$

$L = 20 \text{ mH}$

S wird wieder geöffnet bei $t_1 = 60 \text{ ms}$

Aufgabe 22

a)

$$\text{KR:} \quad i_1(t) = i_2(t) + i_C(t) \quad (1)$$

$$\text{MR:} \quad U = R \cdot i_1(t) + u_C(t) \quad (2)$$

$$\text{MR:} \quad u_C(t) = (R_2 + R_3) \cdot i_2(t) \quad (3)$$

$$i_C(t) = C \cdot \frac{du_C(t)}{dt} \quad (4)$$

$$(1) \text{ in } (2): \quad U = R \cdot (i_2(t) + i_C(t)) + u_C(t) \quad (5)$$

$$(5) \text{ mit } (4): \quad U = R \cdot i_2(t) + R_1 \cdot C \cdot \frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t) \quad (6)$$

$$\text{Aus } (3): \quad i_2(t) = \frac{u_C(t)}{(R_2 + R_3)} \quad (7)$$

$$(7) \text{ in } (6): \quad U = R_1 \cdot \frac{u_C(t)}{(R_2 + R_3)} + R_1 \cdot C \cdot \frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t)$$

$$U = R_1 \cdot C \cdot \frac{du_C(t)}{dt} + \left[\frac{R_1 + R_2 + R_3}{R_2 + R_3} \right] \cdot u_C(t)$$

$$\frac{U \cdot (R_2 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3} = \underbrace{\frac{R_1 \cdot (R_2 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3}}_{\tau} \cdot C \cdot \frac{du_C(t)}{dt} + \underbrace{1}_{u_{C,\text{stat}}} \cdot u_C(t)$$

Vorfaktor bei $u_C(t)$ ist 1 $\rightarrow u_{C,\text{stat}}$ und τ können direkt abgelesen werden.

$$u_{C,\text{stat}} = \frac{U \cdot (R_2 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$\tau = \frac{R_1 \cdot (R_2 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3} \cdot C$$

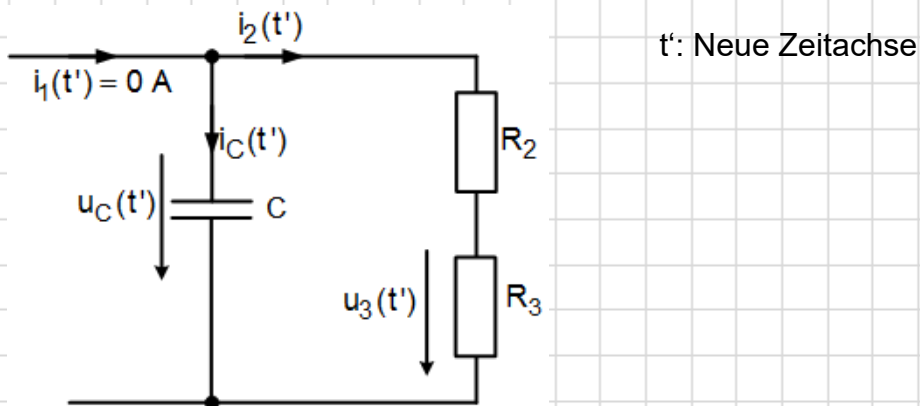
$$u_C(t) = k \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + u_{C,stat}$$

Anfangsbedingung: $u_C(t=0_-) = u_C(t=0_+) = 0 \text{ V} \rightarrow k = -U \cdot \frac{(R_2 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3}$

Gesamtlösung: $u_C(t) = U \cdot \frac{(R_2 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3} \cdot \left[1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right]$

$$u_3(t) = u_C(t) \cdot \frac{R_3}{R_2 + R_3} = U \cdot \frac{R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \cdot \left[1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right]$$

b) S wird bei $t' = 0$ s wieder geöffnet (t' : neue Zeitachse)



MR: $u_C(t') = (R_2 + R_3) \cdot i_2(t')$

KR: $i_2(t') = -i_C(t') = -C \cdot \frac{du_C(t')}{dt'}$

$$0 = \underbrace{(R_2 + R_3) \cdot C}_{\tau_2} \cdot \frac{du_C(t')}{dt'} + 1 \cdot u_C(t')$$

$u_{C,stat2}$

Gesamt: $u_C(t') = k_2 \cdot e^{-\frac{t'}{\tau_2}}$ mit $\tau_2 = (R_2 + R_3) \cdot C$

Anfangsbedingung: $u_C(t' = 0 \text{ s}) = u_{C,stat} = U \cdot \frac{R_2 + R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = k_2$

$$u_C(t') = U \cdot \frac{R_2 + R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \cdot e^{-\frac{t'}{\tau_2}}$$

$$u_3(t') = U \cdot \frac{R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \cdot e^{-\frac{t'}{\tau_2}}$$

c)

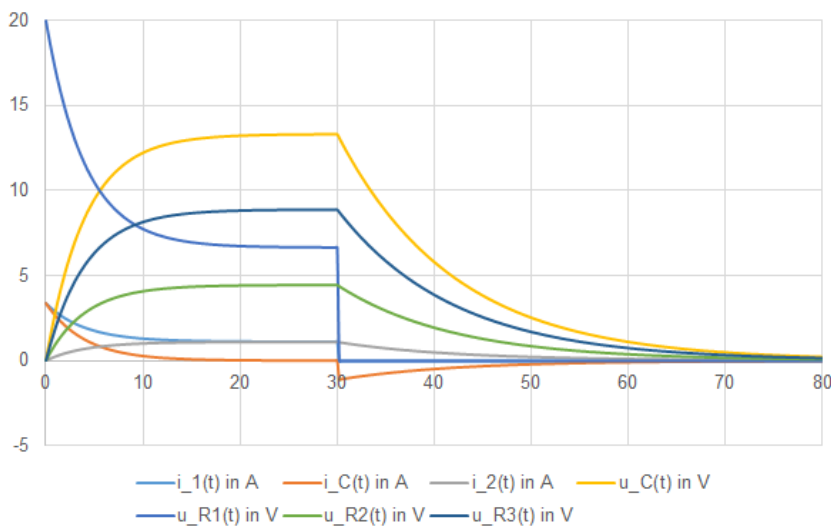


Diagramm für Werte:

$$U = 20 \text{ V}$$

$$R_1 = 6 \, \Omega$$

$$R_2 = 4 \, \Omega$$

$$R_3 = 8 \, \Omega$$

$$C = 1.000 \mu\text{F}$$

S wird wieder geöffnet bei $t_1 = 30 \text{ ms}$

Es gilt: $\tau_1 < \tau_2$ da $\frac{R_1 \cdot (R_2 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3} < (R_2 + R_3)$

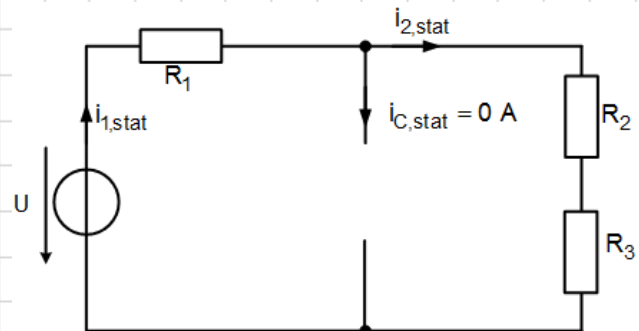
$$R_1 < R_1 + R_2 + R_3$$

Alternativ (schnelleres Vorgehen):

Stationär: C wirkt wie Leerlauf

Für $t \rightarrow \infty$ gilt:

$$i_C = 0 \text{ A} \rightarrow i_1 = i_2 = \frac{U}{R_1 + R_2 + R_3}$$



$$u_{C,stat2} = i_2 \cdot (R_2 + R_3) = \frac{U \cdot (R_2 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3}$$

Zeitkonstante: $\tau = C \cdot R_{ers}$

R_{ers} : Ersatzwiderstand „aus „Sicht“ von C

Hier: $R_{\text{ers}} = \frac{R_1 \cdot (R_2 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3}$ damit $\tau = C \cdot \frac{R_1 \cdot (R_2 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3}$

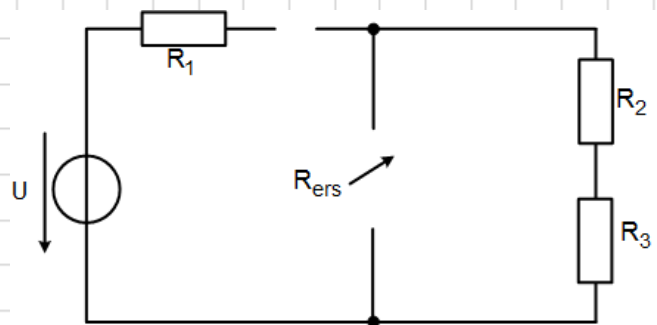
Zeitfunktion: $u_C(t) = k \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + u_{C,stat}$

Für Ausgleichsvorgang beim Öffnen von S:

Stationär: C ist für $t \rightarrow \infty$ entladen $\rightarrow i_C = 0$ A und $u_C = 0$ V

$$R_{ers} = R_2 + R_3$$

$$\tau_2 = C \cdot (R_2 + R_3)$$



Zeitfunktion: $u_C(t') = k_2 \cdot e^{-\frac{t'}{\tau_2}}$

Konstante k jeweils aus den Anfangsbedingungen bestimmen!

2. „Einführung in die Elektrotechnik 2“

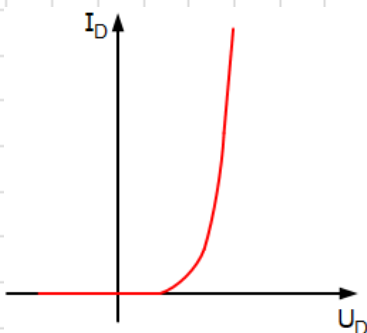
Aufgabe 23

a)

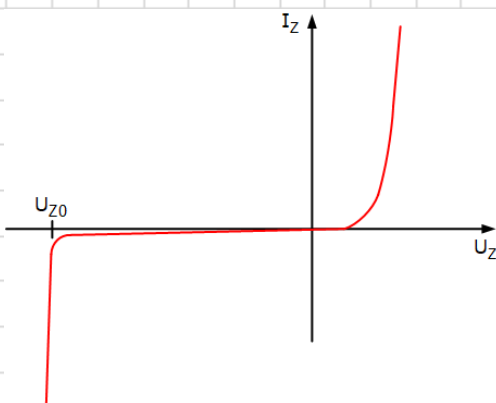


SSKL ist keine Gerade → Die Diode ist ein nichtlinearer Zweipol!

b)



„Normale“ Diode (Gleichrichterdiode):
 U_S etwa 0,3 V für Germanium, U_S etwa 0,7 V für Silizium.



Bei der Zener-Diode ist der interessante Kennlinienast der sehr steile Kennlinien-Ast!

Leuchtdioden (LED): Schleusenspannung größer (von der Farbe abhängig), z. B. rote LED U_S etwa 1,6 V grüne LED U_S etwa 2,1 V.

c) Anwendungen

- Spannungsgleichrichtung (Gleichrichter-Dioden)
- Spannungsstabilisierung (Zener-Dioden)
- Beleuchtung, Anzeigemittel (LED)

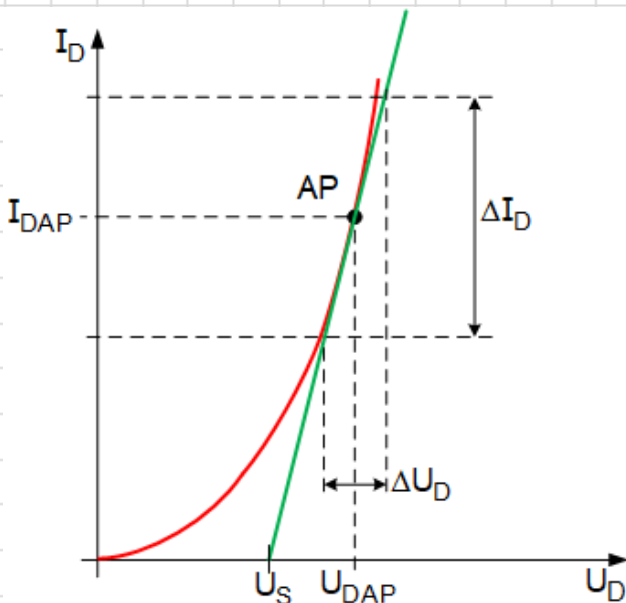
- Schutzschaltungen
- Spannungsbegrenzung
- Spannungsgesteuerter Schalter (Freilaufdioden in der Leistungselektronik)
- Logik-Schaltungen
- Entkopplungsdioden
- Schaltungen zur Spannungsvervielfachung
- Tor-Schaltungen (Impulsfreigabe)
- Modulator-Demodulator-Schaltungen

Aufgabe 24

a) Linearisierung

1. Grafische Linearisierung (Tangente im Arbeitspunkt, oder Sekante)
2. Mathematisch: Taylor-Reihe nach dem linearen Glied abbrechen → Entspricht der Geradengleichung der Tangente im Entwicklungspunkt

Zu 1.:



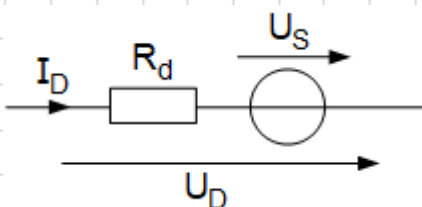
Ablezen der Schleusenspannung U_S und berechnen des Kehrwertes der Tangentensteigung → Dynamischer Widerstand R_d .

$$R_d = \left. \frac{\Delta U_D}{\Delta I_D} \right|_{AP}$$

Die Geradengleichung der Tangente lautet:

$$U_D = R_d \cdot I_D + U_S$$

Als Maschengleichung interpretiert ergibt sich das folgende lineare Ersatzschaltbild:



Die ideale Diode wird oft weggelassen.

Ventilwirkung berücksichtigen!

I nur positiv!

Zu 2.:

Dioden-Gleichung nach Schockley:
$$I_D(U_D) = I_S \cdot \left(e^{\frac{U_D}{m \cdot U_T}} - 1 \right)$$

I_S : Sättigungssperrstrom, U_T : Temperaturspannung, m : Emissionskoeffizient

Taylor:
$$I_D(U_D) \approx I_D(U_{DAP}) + \frac{1}{1!} \cdot \frac{\partial I_D(U_D)}{\partial U_D} \Big|_{AP} \cdot (U_D - U_{DAP})$$

$$I_D(U_{DAP}) = I_{DAP} = I_S \cdot \left(e^{\frac{U_{DAP}}{m \cdot U_T}} - 1 \right)$$

$$\frac{\partial I_D(U_D)}{\partial U_D} \Big|_{AP} = \frac{I_S}{m \cdot U_T} \cdot e^{\frac{U_{DAP}}{m \cdot U_T}}$$

$$I_D(U_D) \approx I_{DAP} + \frac{I_S}{m \cdot U_T} \cdot e^{\frac{U_{DAP}}{m \cdot U_T}} \cdot (U_D - U_{DAP})$$

$$\frac{m \cdot U_T}{I_S} \cdot I_D \approx \frac{m \cdot U_T}{I_S} \cdot I_{DAP} + e^{\frac{U_{DAP}}{m \cdot U_T}} \cdot (U_D - U_{DAP})$$

$$\frac{I_D}{I_S} \cdot m \cdot U_T \cdot e^{-\frac{U_{DAP}}{m \cdot U_T}} \approx m \cdot U_T \cdot e^{-\frac{U_{DAP}}{m \cdot U_T}} \cdot \frac{I_{DAP}}{I_S} + (U_D - U_{DAP})$$

$$U_D = \frac{I_D}{I_S} \cdot m \cdot U_T \cdot e^{-\frac{U_{DAP}}{m \cdot U_T}} - m \cdot U_T \cdot \frac{I_{DAP}}{I_S} \cdot e^{-\frac{U_{DAP}}{m \cdot U_T}} + U_{DAP}$$

$$U_D = \frac{m \cdot U_T}{I_S} \cdot e^{-\frac{U_{DAP}}{m \cdot U_T}} \cdot (I_D - I_{DAP}) + U_{DAP}$$

$$U_D = \underbrace{\left\{ U_{DAP} - \frac{m \cdot U_T \cdot I_{DAP}}{I_S} \cdot e^{-\frac{U_{DAP}}{m \cdot U_T}} \right\}}_{U_S} + \underbrace{\frac{m \cdot U_T}{I_S} \cdot e^{-\frac{U_{DAP}}{m \cdot U_T}}}_{R_d} \cdot I_D$$

Vergleich mit der Gleichung: $U_D = R_d \cdot I_D + U_S$

Man sieht, dass die Parameter U_S und R_d vom Arbeitspunkt (U_{DAP} , I_{DAP}) abhängen!

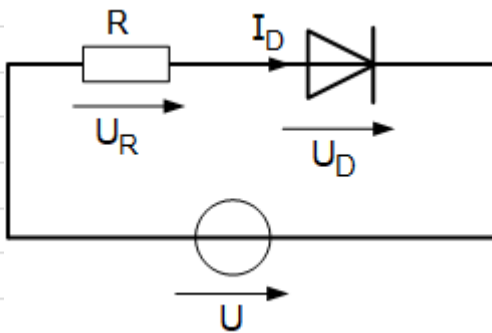
b)

Durch die Linearisierung erhält man ein lineares Netzwerk.

Vorteile: Überlagerungssatz anwendbar

Einfach auflösbare Gleichungen

Beispiel: Reihenschaltung aus Widerstand und Diode



Maschenregel: $U = U_R + U_D = R \cdot I_D + U_D$

Diodengleichung: $I_D(U_D) = I_S \cdot \left(e^{\frac{U_D}{m \cdot U_T}} - 1 \right)$ $U_D(I_D) = m \cdot U_T \cdot \ln \left(\frac{I_D}{I_S} + 1 \right)$

$$U = R \cdot I_D + m \cdot U_T \cdot \ln \left(\frac{I_D}{I_S} + 1 \right)$$

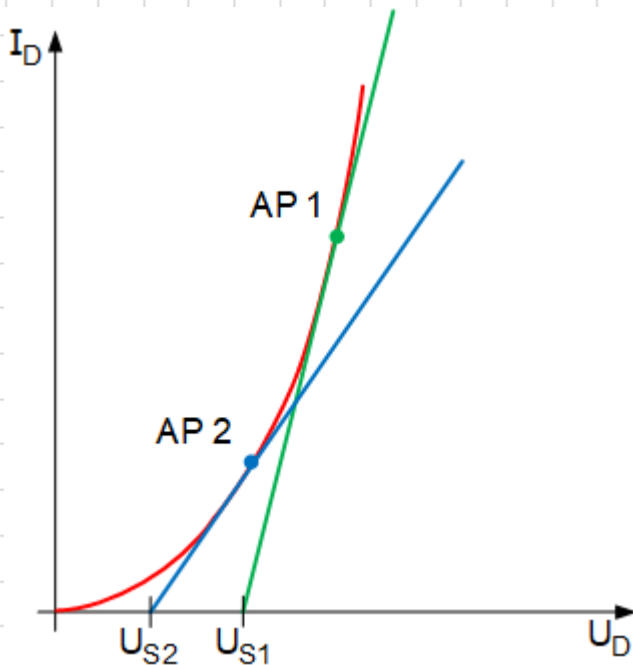
Auflösen nach I_D ???

Einfacher: Mit linearem ESB der Diode: $U = U_R + U_D = R \cdot I_D + R_d \cdot I_D + U_S$

$$I_D = \frac{U - U_S}{R + R_d}$$

c)

Auch bei der grafischen Linearisierung erkennt man, dass die Parameter U_S und R_d von der Wahl des Arbeitspunktes abhängen:



Anderer Arbeitspunkt → andere Steigungen der Tangenten und andere Schleusenspannungen.

d)

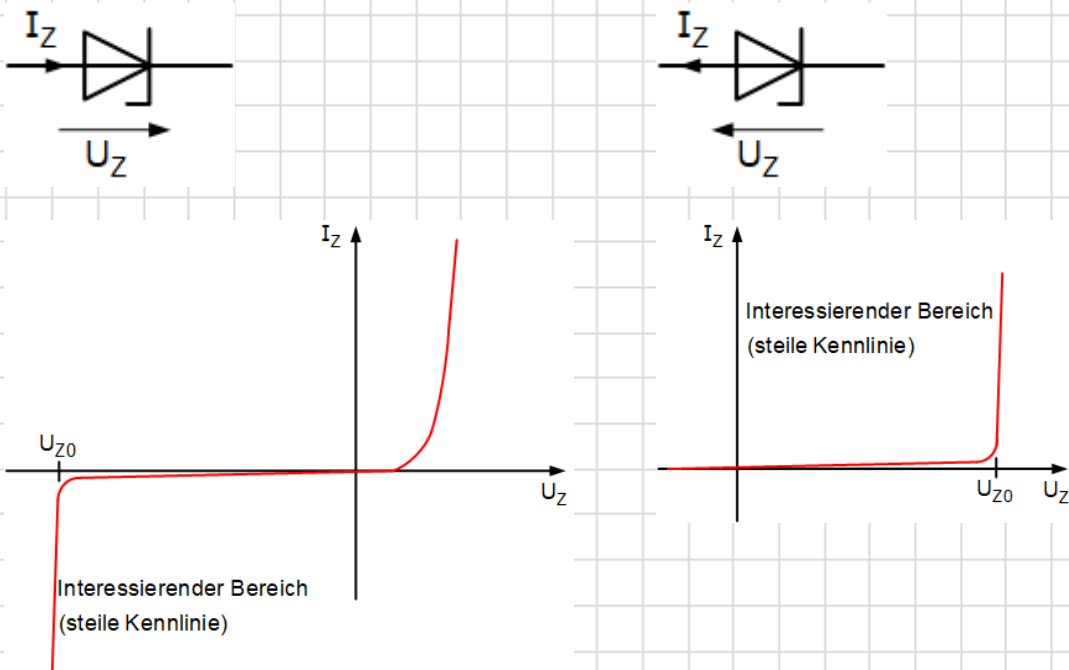
Parameter des linearen ESB:

Schleusenspannung $U_S \leftarrow U_D$ -Achsenabschnitt

Dynamischer Widerstand $\leftarrow R_d$ als Kehrwert der Geradensteigung.

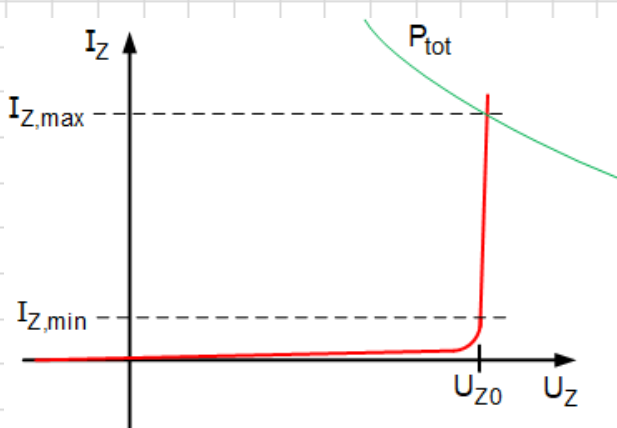
Aufgabe 25

a)



Umkehrung der Zählpfeilung $\rightarrow$ 3. Quadrant $\rightarrow$ 1. Quadrant $\rightarrow U_Z$ und I_Z positiv im interessierenden Bereich.

b) Zener-Diode

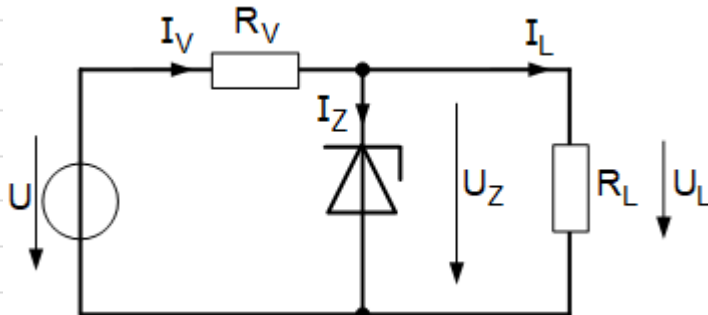


Oberhalb $I_{Z,max}$ Maximale Verlustleistung ist überschritten $\rightarrow$ Diode geht kaputt.

Unterhalb $I_{Z,min}$ Keine spannungsstabilisierende Wirkung.

Aufgabe 26

a) Spannungsstabilisierungsschaltung mit angeschlossenem Verbraucher



b)

Eingangsspannung U_e schwankt (nicht konstant) zwischen $U_{e,min}$ und $U_{e,max}$

Der Laststrom schwankt zwischen $I_{L,min}$ und $I_{L,max}$ (R_L ändert sich)

Der Vorwiderstand dient zur Arbeitspunkteinstellung. Er muss so bemessen werden, dass die Zener-Diode immer im zulässigen Betriebsbereich arbeitet.

1. Bedingung:

Der maximale R_V ($R_{V,max}$) muss so bemessen sein, dass bei der minimalen Eingangsspannung $U_{e,min}$ und dem maximalen Laststrom $I_{L,max}$ der minimale Strom $I_{Z,min}$ durch die Zener-Diode nicht unterschritten wird, d. h.

$$R_{V,max} = \frac{U_{e,min} - (U_{Z0} + r_Z \cdot I_{Z,min})}{I_{Z,min} + I_{L,max}}$$

2. Bedingung:

Der minimale R_V ($R_{V,min}$) muss so bemessen sein, dass bei der maximalen Eingangsspannung $U_{e,max}$ und dem minimalen Laststrom $I_{L,min}$ der maximale Strom $I_{Z,max}$ durch die Zener-Diode nicht überschritten wird, d. h.

$$R_{V,\min} = \frac{U_{e,\max} - (U_{Z0} + r_Z \cdot I_{Z,\max})}{I_{Z,\max} + I_{L,\min}}$$

Auswahl von R_V : $R_{V,\min} \leq R_V \leq R_{V,\max}$

Zahlenbeispiel:

$$U_e = 12 \text{ V} \pm 20 \% \quad \rightarrow \quad U_{e,\min} = 9,6 \text{ V} \quad U_{e,\max} = 14,4 \text{ V}$$

$$U_{Z0} = 6 \text{ V}, \quad r_Z = 2 \Omega$$

$$I_{Z,\max} = 200 \text{ mA} \quad \rightarrow \quad I_{Z,\min} = 0,1 \cdot I_{Z,\max} = 0,1 \cdot 200 \text{ mA} = 20 \text{ mA}$$

$$I_{L,\min} = 0 \text{ mA}, \quad I_{L,\max} = 50 \text{ mA}$$

$$R_{V,\max} = \frac{U_{e,\min} - (U_{Z0} + r_Z \cdot I_{Z,\min})}{I_{Z,\min} + I_{L,\max}} = \frac{9,6 \text{ V} - (6 \text{ V} + 2 \Omega \cdot 20 \text{ mA})}{20 \text{ mA} + 50 \text{ mA}} = \frac{3,6 \text{ V}}{70 \text{ mA}} \approx 51 \Omega$$

$$R_{V,\min} = \frac{U_{e,\max} - (U_{Z0} + r_Z \cdot I_{Z,\max})}{I_{Z,\max} + I_{L,\min}} = \frac{14,4 \text{ V} - (6 \text{ V} + 2 \Omega \cdot 200 \text{ mA})}{200 \text{ mA} + 0 \text{ mA}} = \frac{8 \text{ V}}{200 \text{ mA}} \approx 40 \Omega$$

Gewählt wird: $R_V = 47 \Omega$

Aufgabe 27

a)

Für den Zusammenhang zwischen Kollektorstrom und Basisstrom gilt:

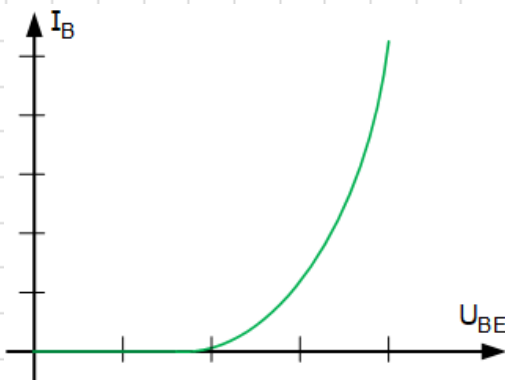
$$I_C = B \cdot I_B \quad (\text{Gleichstrom})$$

bzw.

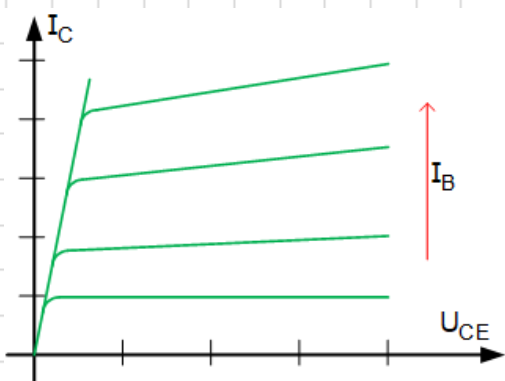
$$i_C = \beta \cdot i_B \quad (\text{Wechselstrom})$$

Der Kollektorstrom ist proportional zum Basisstrom. Der Basisstrom steuert den Kollektorstrom.

b)



Diodenkennlinie
(→ Nichtlinear!!)



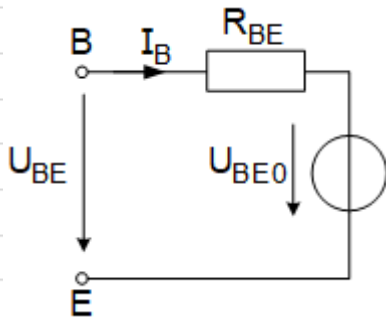
Kennlinienfeld
(→ Nichtlinear!!)

c)

Beide Kennlinien sind nichtlinear. → Transistor = nichtlineares Bauteil.

d)

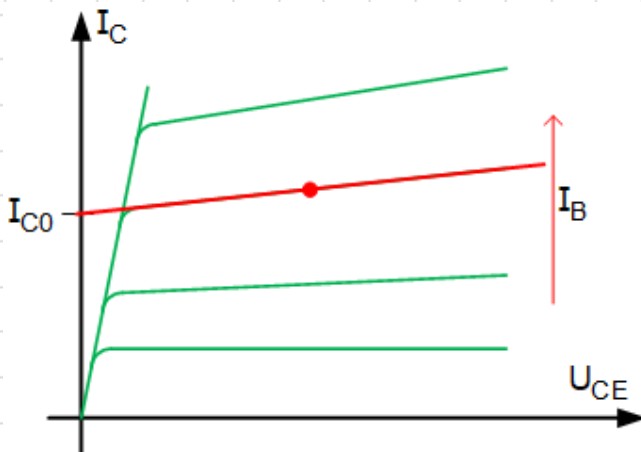
1. Basis-Emitter-Strecke → SSKL wie Diode → Lineares Ersatzschaltbild wie die Diode:



R_{BE} : Differentieller Widerstand der Basis-Emitter-Strecke

U_{BE0} : Schleusenspannung der Basis-Emitter-Diode

2. Kollektor-Emitter-Strecke → Linearisierung einer Kennlinie in einem Arbeitspunkt



Linearisierung durch Tangente im Arbeitspunkt.

I_C -Achsenabschnitt → I_{C0}

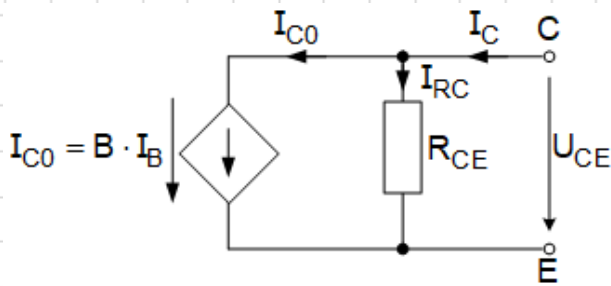
Steigung der Tangente → $\frac{\Delta I_C}{\Delta U_{CE}} = \frac{1}{R_{CE}}$

R_{CE} ist der dynamische (differentielle) Widerstand der Kollektor-Emitter-Strecke im Arbeitspunkt.

Geradengleichung der Tangente:
$$I_C = I_{C0} + \frac{1}{R_{CE}} \cdot U_{CE}$$

Die Tangentengleichung kann als Knotengleichung aufgefasst werden.

Es ergibt sich das folgende lineare Ersatzschaltbild:



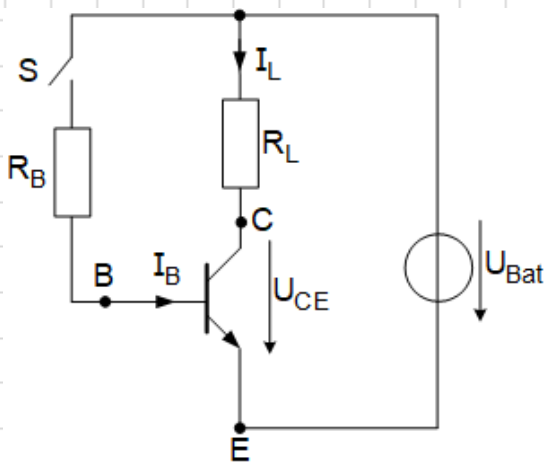
Es gilt: $I_{C0} = f(I_B) = B \cdot I_B$ (Steuergleichung)

e) Anwendungen

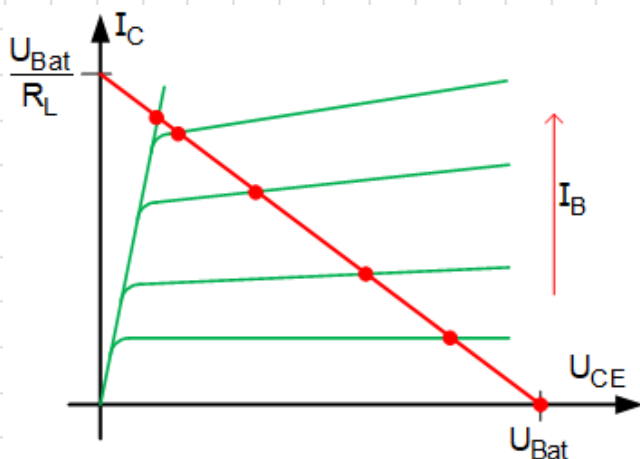
Schalter, Verstärker, Logikschaltungen, ...

Aufgabe 28

a)



b)



Die roten Punkte sind mögliche Arbeitspunkte (Schnittpunkte der Arbeitsgerade mit den Transistorkennlinien).

Die Gleichung der Arbeitsgerade (oben rote Gerade) ergibt sich aus der Maschenregel im Kollektor-Emitter-Kreis:

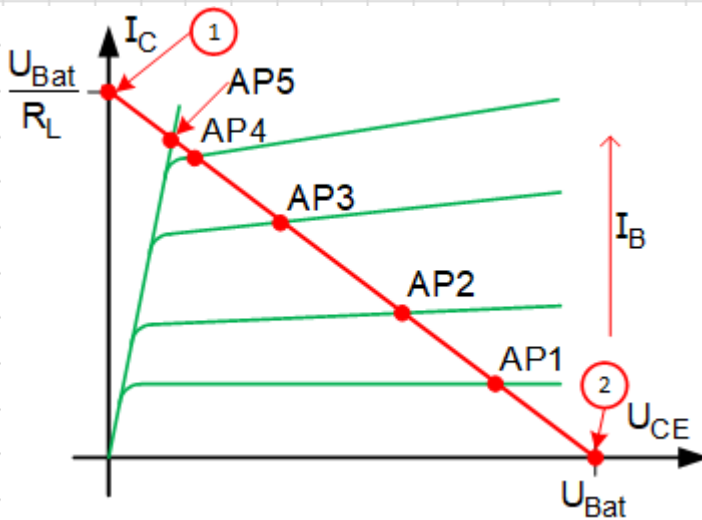
$$U_{\text{Bat}} = R_L \cdot I_L + U_{\text{CE}} \quad \text{mit} \quad I_L = I_C \quad I_L = \frac{U_{\text{Bat}} - U_{\text{CE}}}{R_L}$$

Konstruktion der Arbeitsgerade durch 2 Punkte:

1. $U_{\text{CE}} = 0 \text{ V} \rightarrow I_C = \frac{U_{\text{Bat}}}{R_L}$ (entspricht I_C -Achsenabschnitt)

2. $I_C = 0 \text{ A} \rightarrow U_{\text{CE}} = U_{\text{Bat}}$ (entspricht U_{CE} -Achsenabschnitt)

c)



Punkt 1: Idealer Schalter zu (lässt sich mit dem Transistor nicht realisieren)

Punkt 1 lässt sich nicht als Arbeitspunkt einstellen!

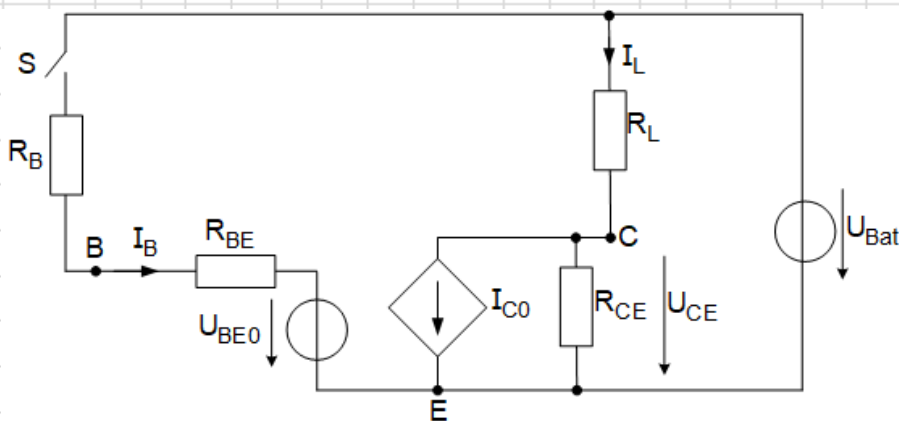
Punkt 2: Idealer Schalter offen (lässt sich mit dem Transistor „in guter Näherung“ realisieren). Auch bei $I_B = 0$ A fließt aber noch ein (sehr) kleiner Kollektorstrom I_C .

→ Der Transistor ist kein idealer Schalter!

AP5: Am Transistor fällt die Spannung $U_{CE,sat}$ ab → Schalter ist nicht „ideal zu“.

Eine weitere Erhöhung des Basisstromes führt zu keiner Änderung des Arbeitspunktes mehr (der Transistor ist in der Sättigung).

d) Ersetzen des Transistors durch sein lineares Ersatzschaltbild



$$I_B = \frac{U_{\text{Bat}} - U_{\text{BE0}}}{R_B + R_{\text{BE}}}$$

$$I_{\text{C0}} = B \cdot I_B$$

$$U_{\text{Bat}} = R_L \cdot I_L + U_{\text{CE}} \quad (1)$$

$$I_L = I_C = I_{\text{C0}} + \frac{U_{\text{CE}}}{R_{\text{CE}}} \quad (2)$$

$$(1) \text{ und } (2): \quad U_{\text{Bat}} = R_L \cdot \left(I_{\text{C0}} + \frac{U_{\text{CE}}}{R_{\text{CE}}} \right) + U_{\text{CE}}$$

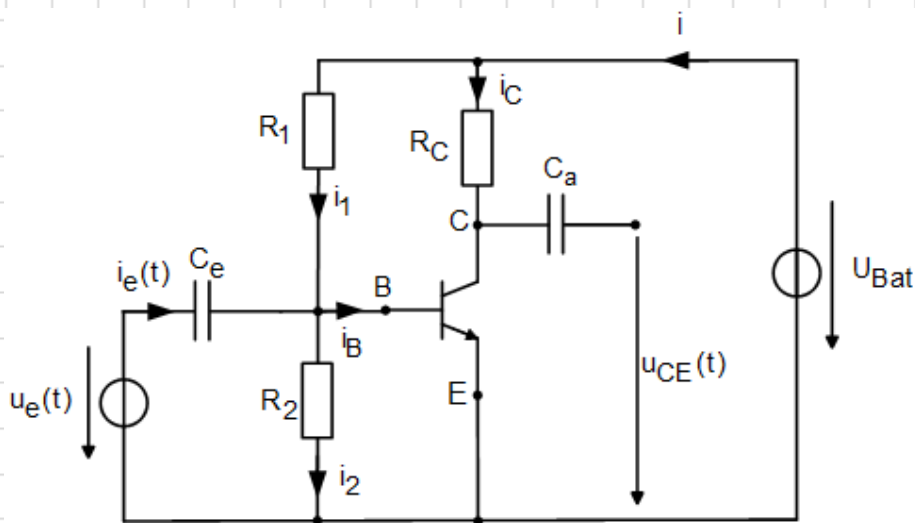
$$U_{\text{Bat}} = R_L \cdot I_{\text{C0}} + U_{\text{CE}} \cdot \frac{R_L}{R_{\text{CE}}} + U_{\text{CE}} = R_L \cdot I_{\text{C0}} + U_{\text{CE}} \cdot \left(1 + \frac{R_L}{R_{\text{CE}}} \right)$$

$$\text{Umgeformt nach } U_{\text{CE}}: \quad U_{\text{CE}} = \frac{U_{\text{Bat}} - R_L \cdot I_{\text{C0}}}{\left(1 + \frac{R_L}{R_{\text{CE}}} \right)}$$

$$I_L = I_C = I_{\text{C0}} + \frac{U_{\text{CE}}}{R_{\text{CE}}} \quad \text{oder} \quad I_L = I_C = \frac{U_{\text{Bat}} - U_{\text{CE}}}{R_L}$$

$$\text{Somit:} \quad U_L = R_L \cdot I_L = U_{\text{Bat}} - U_{\text{CE}} \quad \text{und} \quad P_L = U_L \cdot I_L = R_L \cdot I_L^2 = \frac{U_L^2}{R_L}$$

$$\text{Sonderfall:} \quad R_{\text{CE}} = \infty \, \Omega \quad \rightarrow \quad I_L = I_C = I_{\text{C0}} = B \cdot I_B$$

Aufgabe 29
a)

b)

Die Widerstände R_1 , R_2 und R_C dienen zur Einstellung des Arbeitspunktes.

R_1 und $R_2 \rightarrow U_{BE,AP} \rightarrow I_{B,AP}$

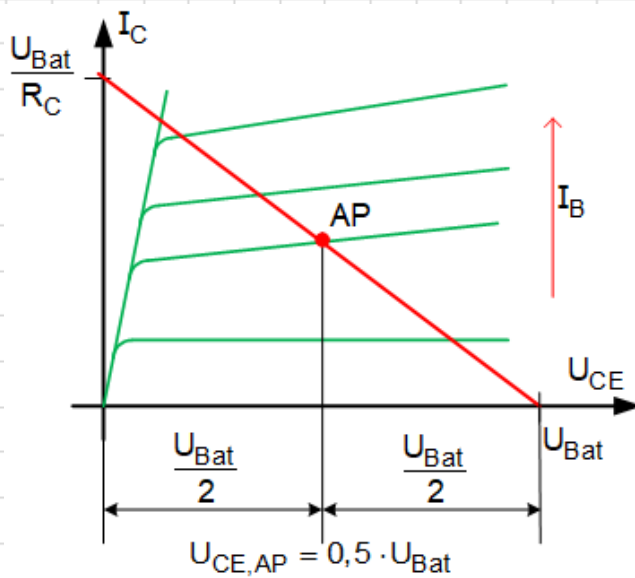
$R_C \rightarrow U_{CE,AP}$

Die Arbeitspunkteinstellung erfolgt anhand der Gleichstrombetrachtung!

C_e und $C_a \rightarrow$ Koppelkondensatoren: Blockieren (sperrern) der Gleichanteile und

„Durchlassen“ der Wechselanteile.

c)



d)

Aus dem Kennlinienfeld mit dem Arbeitspunkt (AP) bei $U_{CE,AP} = \frac{U_{Bat}}{2}$ erkennt man, dass dadurch der maximal mögliche Aussteuerbereich für das sinusförmige Ausgangsspannungs-Wechselnsignal besteht (Sättigungsspannung $U_{CE,sat}$ vernachlässigt!), d. h. die Amplitude des verstärkten Signals kann (theoretisch, idealisiert betrachtet) die Amplitude $\hat{u}_a = \frac{U_{Bat}}{2}$ besitzen.

e)

Wird der Transistor durch das lineare Ersatzschaltbild ersetzt, so ist dann ist das Netzwerk linear und es darf der Überlagerungssatz angewendet werden.

f)

Gleichstromanalyse → AP-Einstellung

g)

Wechselstromanalyse → Verstärkungsfaktoren

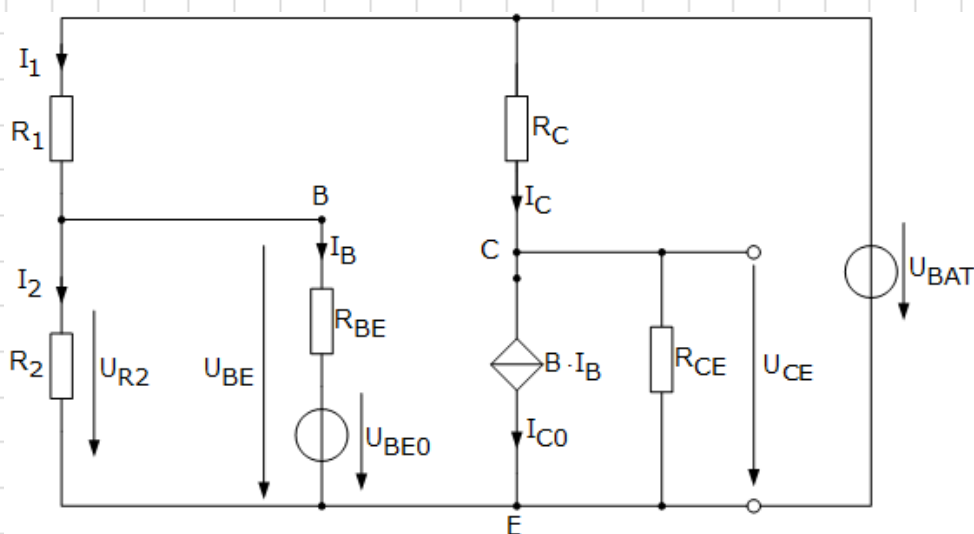
h) **1. Gleichstromanalyse**

→ C_e und C_a besitzen gegenüber Gleichstrom (stationär) unendlich große Widerstände.

→ Nur Gleichspannungsquellen berücksichtigen.

→ Wechselspannungsquellen wirkungslos machen (durch Kurzschlüsse ersetzen).

→ Gleichstromersatzschaltbild:



$$U_{CE,AP} = \frac{U_{Bat}}{2}$$

$$I_{C,AP} \quad (\text{in der Aufgabenstellung immer gegeben})$$

$$R_C = \frac{U_{Bat} - U_{CE,AP}}{I_{C,AP}} = \frac{U_{Bat}}{2 \cdot I_{C,AP}}$$

$$I_{C0} = I_{C,AP} + \frac{U_{CE,AP}}{R_{CE}}$$

$$I_{B,AP} = \frac{I_{C0}}{\beta}$$

$$U_{BE,AP} = R_{BE} \cdot I_{B,AP} + U_{BE0} = U_{R2}$$

$$\text{Vorgabe des Querstromfaktors } n, \text{ z.B. } n = 10: \quad I_2 = 10 \cdot I_{B,AP}$$

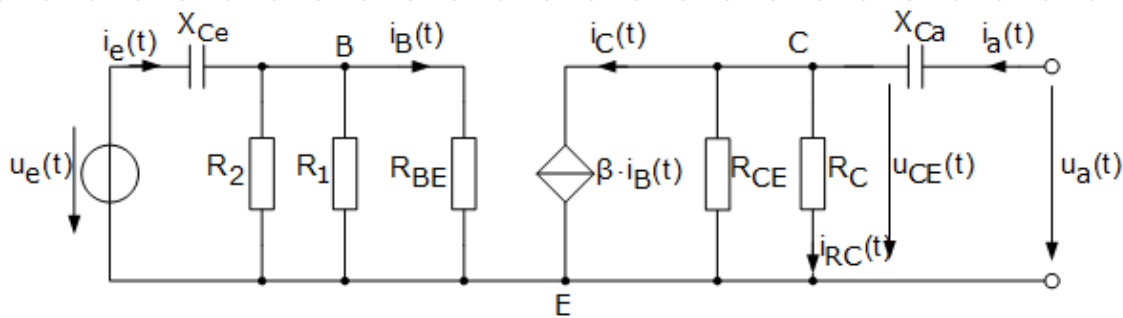
$$R_2 = \frac{U_{BE,AP}}{I_2}$$

$$R_1 = \frac{U_{Bat} - U_{BE,AP}}{I_2 + I_B}$$

Somit sind die Widerstände R_1 , R_2 und R_C dimensioniert (der gewünschte Arbeitspunkt ist damit eingestellt).

2. Wechselstromanalyse

WS-ESB → Gleichquellen wirkungslos machen!



X_{Ce} und X_{Ca} dürfen (in EET 1+2) meistens vernachlässigt werden → $X_{Ce} = X_{Ca} = 0 \Omega$

(außer bei der Berechnung der unteren Grenzfrequenz!).

Somit: → Es sind keine Blindwiderstände vorhanden → die Netzwerkanalyse muss daher nicht mit der komplexen Rechnung durchgeführt werden. Es wird mit den Dachwerten der Zeitfunktionen gerechnet.

$$\hat{i}_e = \frac{\hat{u}_e}{R_1} + \frac{\hat{u}_e}{R_2} + \frac{\hat{u}_e}{R_{BE}} \quad \text{Häufig gilt: } R_1 \text{ und } R_2 \gg R_{BE} \text{ und damit: } \hat{i}_e = \frac{\hat{u}_e}{R_{BE}}$$

$$\hat{i}_B = \frac{\hat{u}_e}{R_{BE}}$$

$$\hat{i}_{C0} = \beta \cdot \hat{i}_B$$

$$\hat{u}_{CE} = \hat{i}_{C0} \cdot \frac{R_{CE} \cdot R_C}{R_{CE} + R_C} \quad \text{Häufig ist } R_{CE} \text{ gegenüber } R_C \text{ vernachlässigbar, d. h. } R_{CE} \gg R_C.$$

$$\hat{u}_{CE} = \hat{i}_{C0} \cdot R_C$$

Stromverstärkung: $v_I = \frac{\hat{i}_{C0}}{\hat{i}_e}$

Spannungsverstärkung: $v_U = \frac{\hat{u}_a}{\hat{u}_e}$

3. Überlagerung

Die Gleichgrößen und die Wechselgrößen werden linear überlagert.

Es entstehen sogenannte Mischgrößen.

Für $u_e(t) = \hat{u}_e \cdot \sin(\omega \cdot t)$ folgt:

$$i_B = I_{B,AP} + i_B(t) = I_{B,AP} + \hat{i}_B \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

$$i_C = I_{C,AP} + i_C(t) = I_{C,AP} + \hat{i}_C \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

$$u_{CE} = U_{CE,AP} + u_{CE}(t) = U_{CE,AP} - \hat{u}_{CE} \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

Minuszeichen beachten → wegen Zählpfeilung!

Dachwerte sind immer positiv. In den Zeitfunktionen können aber Phasenverschiebungen auftreten!

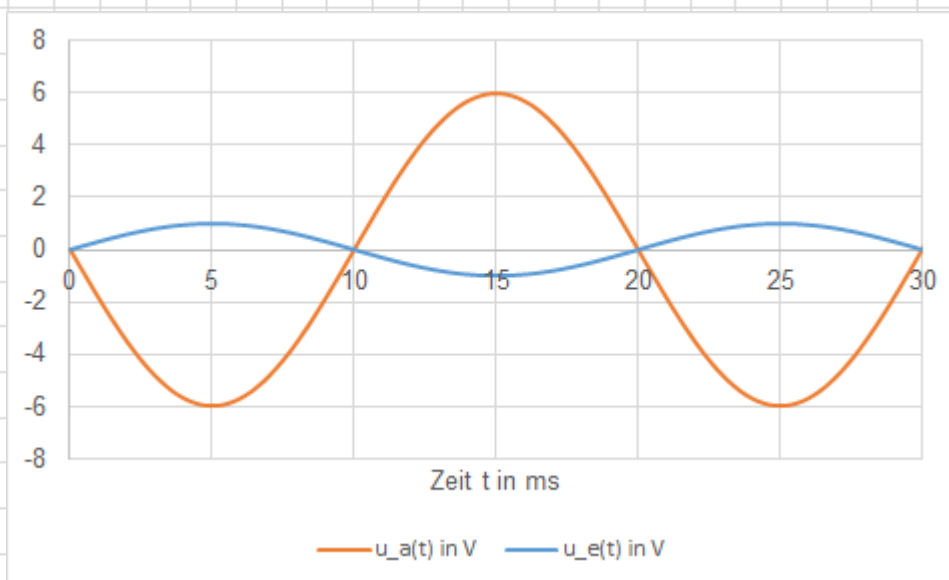
Minuszeichen entspricht Phasenverschiebung um 180°.

Nach dem Kondensator C_e tritt die Spannung $u_{CE}(t)$ auf. Sie ist eine reine Wechselspannung, da der Gleichanteil von u_{CE} durch den Kondensator C_e geblockt, d. h. (herausgefiltert) wird:

$$u_{CE}(t) = -\hat{u}_{CE} \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

Vergleich mit $u_e(t) = \hat{u}_e \cdot \sin(\omega \cdot t)$

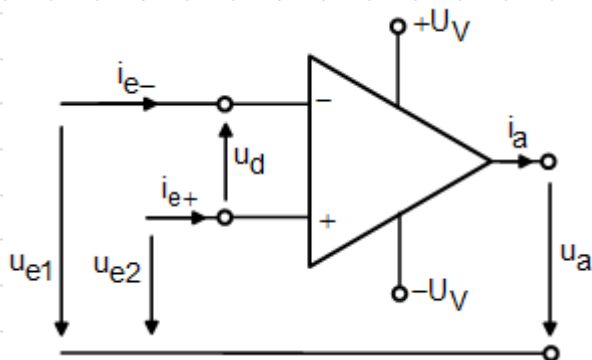
zeigt die Phasenverschiebung des Ausgangssignals gegenüber dem Eingangssignal um 180° .



Für die Darstellung gewählt: $\hat{u}_e = 1 \text{ V}$ $\hat{u}_a = 6 \text{ V}$

Aufgabe 30

a)



$+U_V$ und $-U_V$ Symmetrische Versorgungsspannung des OP.

Die Versorgungsspannung wird im Ersatzschaltbild oft weggelassen.

Eingänge: + Nicht invertierender Eingang

 - Invertierender Eingang

u_{e1} und u_{e2} Spannungen an den Eingängen

u_a Ausgangsspannung

i_{e+} und i_{e-} Ströme in den OP

i_a Ausgangsstrom (bei Belastung des Ausgangs)

b)

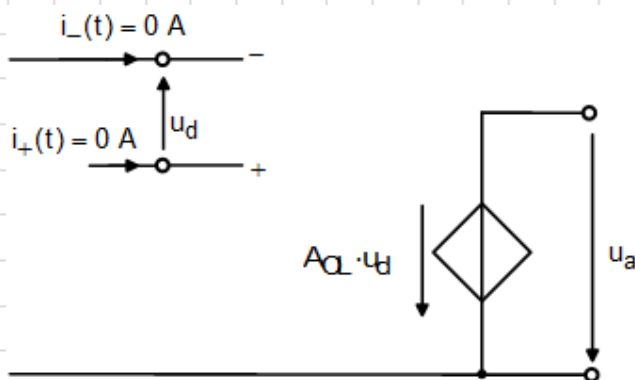
Der Ideale OP ist gekennzeichnet durch:

1. Unendlich großer Eingangswiderstand, d. h. $R_E = \infty \Omega$. Daraus folgt, dass die Ströme in die OP-Eingänge null sind, d. h. $i_{e+} = i_{e-} = 0 \text{ A}$
2. Die Ausgangsspannung u_a ist lastunabhängig, d. h. der Ausgang verhält sich wie eine ideale Spannungsquelle (Innenwiderstand ist null).
Die Spannung u_a wird von der Differenzspannung u_d gesteuert.
3. Die Spannungsverstärkung A_{OL} des OP ist unendlich groß.

Es gilt (Steuergesetz): $u_a = A_{OL} \cdot u_d$

Achtung: u_a kann nicht unendlich groß werden sondern sie ist begrenzt auf $\pm U_V$.

Daraus folgt für das elektrische Ersatzschaltbild des idealen OP:



c)

$$u_d = u_{e2} - u_{e1}$$

$$i_{e+} = i_{e-} = 0 \text{ A}$$

$$u_a = A_{OL} \cdot u_d = A_{OL} \cdot (u_{e2} - u_{e1}) \quad \text{mit} \quad A_{OL} = \infty$$

Es ergibt sich mit der Berücksichtigung der Begrenzung der Ausgangsspannung auf $\pm U_V$:

$$u_a = \begin{cases} +U_V & \text{für } u_d > 0 \text{ V} \\ -U_V & \text{für } u_d < 0 \text{ V} \end{cases}$$

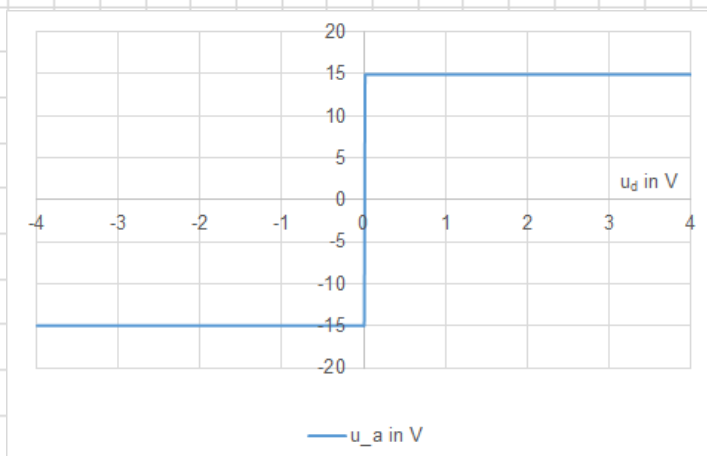
Die Ausgangsspannung weist also bei $u_d = 0 \text{ V}$ einen (unendlich steilen) Sprung auf!

d)

Wichtig: Steuergesetz: $u_a = A_{OL} \cdot u_d = A_{OL} \cdot (u_{e2} - u_{e1})$

$$u_a = f(u_d)$$

Begrenzung: $u_{a,max} = +U_V$ und $u_{a,min} = -U_V$



Aufgabe 31**a)**

Gegenkopplung: Rückführung (eines Teils) des Ausgangssignals auf den invertierenden Eingang.

Ziel der Gegenkopplung ist, dass die Spannungsverstärkung der OP-Schaltung auf endliche Werte (beliebig) eingestellt werden kann.

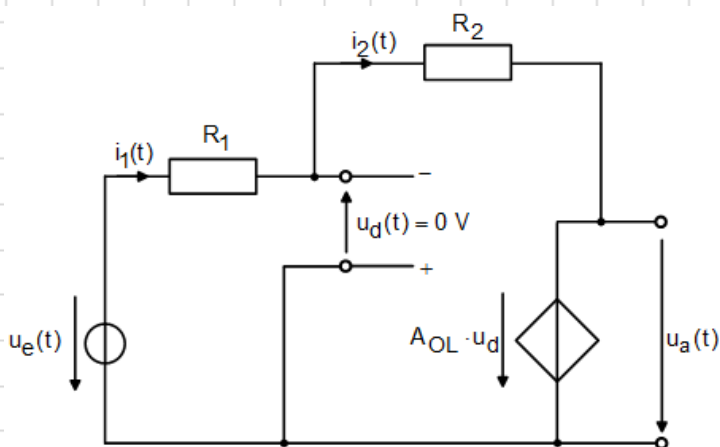
Da die Verstärkung des OP nach wie vor (ideal) unendlich ist, muss die Differenzspannung auf null eingestellt werden. Dies wird durch den OP bewerkstelligt.

Also: OP-Schaltung mit Gegenkopplung $\rightarrow$ Differenzspannung $u_d = 0 \text{ V}$

$\rightarrow$ die Ausgangsspannung u_a kann beliebige Werte zwischen $+U_V$ und $-U_V$ annehmen.

b) Schaltung 1

Ersatzschaltbild der Schaltung 1 mit ESB des idealen OP:



$$i_1(t) = i_2(t) = i(t) \quad (1) \quad \text{In die OP-Eingänge fließen keine Ströme!!}$$

$$u_e(t) = i(t) \cdot (R_1 + R_2) + u_a(t) \quad (2)$$

$$u_e(t) = i(t) \cdot R_1 - u_d(t) = i(t) \cdot R_1 \quad (3) \quad \text{Durch die Gegenkopplung wird } u_d = 0 \text{ V}$$

$$\text{Aus (3):} \quad i(t) = \frac{u_e(t)}{R_1} \quad (4)$$

$$(4) \text{ in } (2): \quad u_e(t) = \frac{u_e(t)}{R_1} \cdot (R_1 + R_2) + u_a(t)$$

$$u_e(t) = u_e(t) + \frac{R_2}{R_1} \cdot u_e(t) + u_a(t)$$

$$\text{Nach } u_a(t) \text{ umgeformt:} \quad u_a(t) = -\frac{R_2}{R_1} \cdot u_e(t)$$

Interpretation des Ergebnisses:

Die Eingangsspannung $u_e(t)$ wird mit dem Faktor $-R_2/R_1$ verstärkt als Ausgangsspannung $u_a(t)$ ausgegeben.

→ Betragsmäßige Verstärkung um R_2/R_1

→ Multiplikation mit -1 → Invertierung (Polarität der Ausgangsspannung ist entgegengesetzt zur Polarität der Eingangsspannung).

Daher Bezeichnung für die OP-Schaltung: **Invertierender Verstärker.**

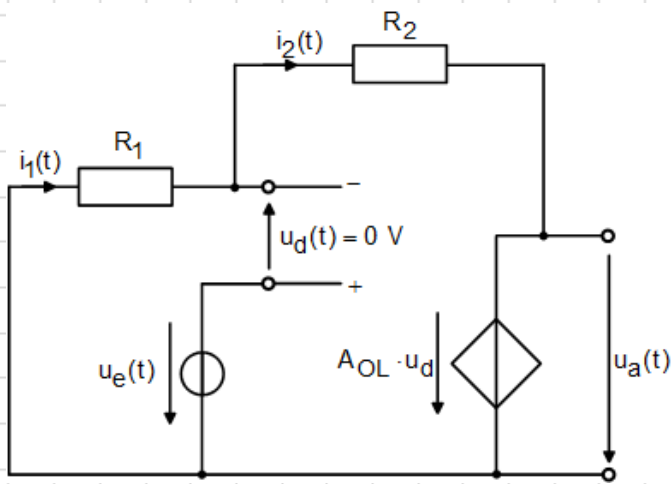
Anmerkung:

$$\text{Definition der Spannungsverstärkung:} \quad v_U = \frac{u_a(t)}{u_e(t)} = -\frac{R_2}{R_1}$$

v_U kann je nach Wahl der Widerstandswerte betragsmäßig auch kleiner als 1 werden!

c) Schaltung 2

Ersatzschaltbild der Schaltung 2 mit ESB des idealen OP:



$$i_1(t) = i_2(t) = i(t) \quad (1) \quad \text{In die OP-Eingänge fließen keine Ströme!!}$$

$$u_e(t) = u_d(t) - R_1 \cdot i(t) = -R_1 \cdot i(t) \quad (2) \quad \text{Durch die Gegenkopplung wird } u_d = 0 \text{ V}$$

$$u_e(t) = u_d(t) + R_2 \cdot i(t) + u_a(t) = R_2 \cdot i(t) + u_a(t) \quad (3) \quad u_d = 0 \text{ V}$$

$$\text{Aus (2):} \quad i(t) = -\frac{u_e(t)}{R_1} \quad (4)$$

$$(4) \text{ in } (3): \quad u_e(t) = -\frac{R_2}{R_1} \cdot u_e(t) + u_a(t)$$

$$u_e(t) + \frac{R_2}{R_1} \cdot u_e(t) = u_a(t)$$

$$\text{Nach } u_a(t) \text{ umgeformt:} \quad u_a(t) = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot u_e(t) \quad v_U = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)$$

Interpretation des Ergebnisses:

Die Eingangsspannung $u_e(t)$ wird mit dem Faktor $v_U = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)$

Die Ausgangsspannung besitzt dieselbe Polarität wie die Eingangsspannung.

Daher Bezeichnung für die OP-Schaltung: Nicht invertierender Verstärker.

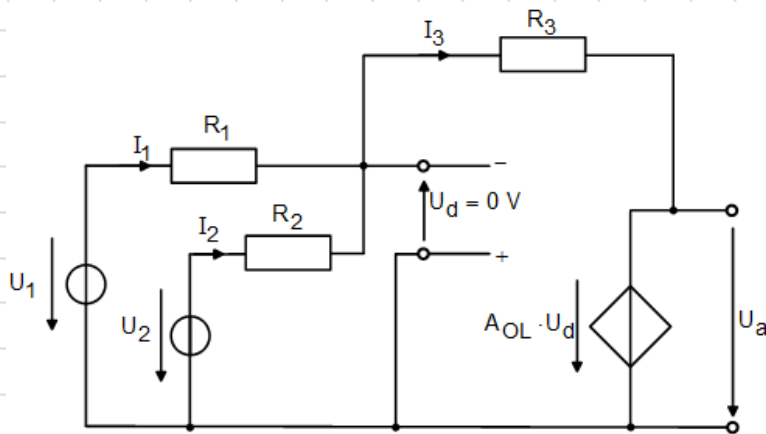
Vorteil nicht-invertierender Verstärker:

Die Signalspannungsquelle $u_e(t)$ wird nicht belastet (direkter Anschluss an den nicht invertierenden OP-Eingang)!

Aufgabe 32

a) Schaltung 1

Schaltung 1 mit ESB des idealen OP



$$U_1 = R_1 \cdot I_1 \quad I_1 = \frac{U_1}{R_1}$$

$$U_2 = R_2 \cdot I_2 \quad I_2 = \frac{U_2}{R_2}$$

$$I_3 = I_1 + I_2 = \frac{U_1}{R_1} + \frac{U_2}{R_2}$$

$$U_a = -R_3 \cdot I_3$$

$$U_a = -R_3 \cdot \left(\frac{U_1}{R_1} + \frac{U_2}{R_2} \right)$$

Die mit dem Faktor $\frac{-R_3}{R_1}$ multiplizierte Spannung U_1 wird zu der mit dem Faktor $\frac{-R_3}{R_2}$

Multiplizierten Spannung U_2 addiert.

Sonderfall: $R_1 = R_2 = R_3 = R$

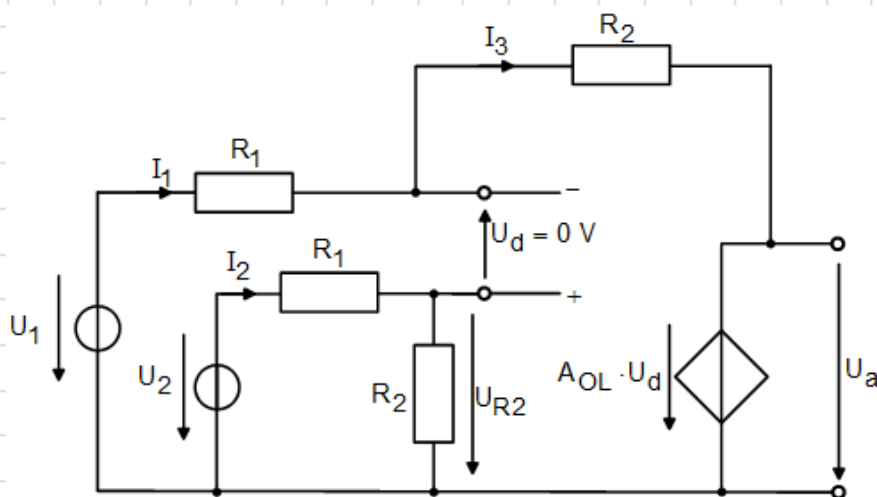
$$U_a = -(U_1 + U_2)$$

Die Eingangsspannungen werden addiert und das Ergebnis wird mit -1 multipliziert (invertiert).

Name der OP-Schaltung: Invertierender Summierer (Addierer)

b) Schaltung 2

Schaltung 2 mit ESB des idealen OP



$$U_1 = R_1 \cdot I_1 + R_2 \cdot I_3 + U_a \quad \text{mit} \quad I_1 = I_3$$

$$\rightarrow I_1 = I_3 = \frac{U_1 - U_a}{(R_1 + R_2)}$$

$$U_{R2} = U_2 \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

$$U_d = 0 \text{ V} = U_{R2} - U_1 + R_1 \cdot I_1$$

$$U_d = 0 \text{ V} = U_2 \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} - U_1 + \frac{R_1}{(R_1 + R_2)} \cdot (U_1 - U_a)$$

$$U_d = 0 \text{ V} = U_2 \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} - U_1 + \frac{R_1}{(R_1 + R_2)} \cdot (U_1 - U_a)$$

$$U_2 \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} - U_1 \cdot \left[1 - \frac{R_1}{(R_1 + R_2)} \right] = \frac{R_1}{(R_1 + R_2)} \cdot U_a$$

$$U_2 \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} - U_1 \cdot \frac{R_2}{(R_1 + R_2)} = \frac{R_1}{(R_1 + R_2)} \cdot U_a$$

$$U_2 \cdot R_2 - U_1 \cdot R_2 = R_1 \cdot U_a$$

$$U_a = \frac{R_2}{R_1} \cdot (U_2 - U_1)$$

Die OP-Schaltung bildet die Differenz aus den Spannungen U_2 und U_1 (Subtrahierer) und multipliziert das Ergebnis mit dem Faktor R_2/R_1 .

Für $R_2 = R_1$ ist die Ausgangsspannung gleich $U_2 - U_1$.

Aufgabe 33

a)

Rotor

Sich drehend gelagerter Maschinenteil.

Funktion: Mechanische Energie abgeben (oder aufnehmen), Drehzahl, Drehmoment

Stator

Feststehender Maschinenteil.

Funktion: Gehäuse (mechanische Befestigung), Statorwicklung oder Permanentmagnete zur Magnetfelderzeugung.

b)

Die Energieumwandlung in der Maschine geschieht über die Zwischenstufe der im Magnetfeld gespeicherten Energie (Magnetenergie).

(Kraft auf stromdurchflossene Leiter im Magnetfeld → Ohne Magnetfeld keine Kraftwirkung!).

c)

Magnetfelderzeugung durch

1. Permanentmagnete

2. Stromdurchflossene Spulen

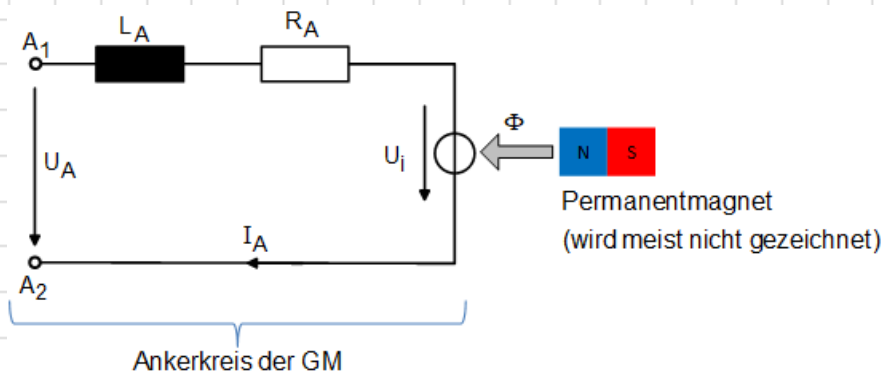
d)

Permanentmagneterregt → Magnetfeld wird durch Permanentmagnete erzeugt

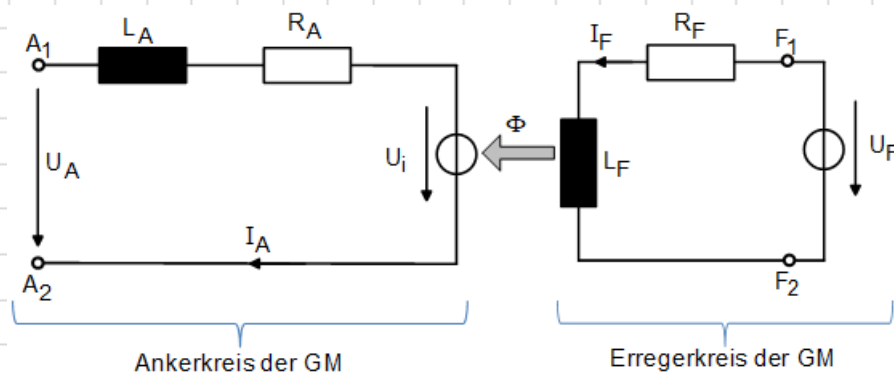
Fremderregt → Magnetfeld wird durch eine stromdurchflossene Spule erzeugt.
Fremd(erregt) bedeutet, dass die Erregerwicklung an eine getrennte (eigene) Spannungsversorgung angeschlossen ist.

e)

Permanentmagneterregte GSM



Fremderregte GSM



Bei der Erregung (Erregerkreis) wird oft der Permanentmagnet und bei der elektrischen Erregung die Induktivität L_F weggelassen (stationäre Verhältnisse).

Elektrisch gesehen (in den Gleichungen) sind der Permanentmagnet und L_F (stationär) belanglos. Physikalisch aber sind sie für die Erzeugung des Magnetflusses Φ notwendig!

f)

Stationär

Elektrische Größen sind konstant.

Mechanische Belastung ist konstant.

Maschine wird immer in den eingeschwungenen (festen) Betriebspunkten betrachtet.

Die Übergangsphase von einem Betriebspunkt in einen anderen (Einschwing-, bzw. Ausgleichsvorgang wird nicht betrachtet.

Stationär: $\rightarrow$ L_A und L_F sind elektrisch wirkungslos (keine Spannungsabfälle bei Gleichgrößen – L wirkt wie ein Kurzschluss) und können weggelassen werden.

Induktivität L_F aber physikalisch erforderlich für die Magnetfelderzeugung!

g)

Induzierte Spannung: $U_i = c \cdot \Phi \cdot \Omega = c \cdot \Phi \cdot 2 \cdot \pi \cdot n$

Inneres Drehmoment: $M_i = c \cdot \Phi \cdot I_A$

$c \cdot \Phi = \text{konstant}$ bei Permanentmagneterregung

$c \cdot \Phi = k_F \cdot I_F \sim I_F$ Bei elektrischer Erregung (Linearität vorausgesetzt!).

h) **Drehzahl-Drehmoment-Kennlinie**

Maschenregel: $U_A = R_A \cdot I_A + U_i$ (1)

Induzierte Spannung: $U_i = c \cdot \Phi \cdot \Omega$ mit $\Omega = 2 \cdot \pi \cdot n$ (2)

Inneres Drehmoment: $M_i = c \cdot \Phi \cdot I_A$ mit $c \cdot \Phi = k_F \cdot I_F \sim I_F$ (3)

Aus (1): $U_i = U_A - R_A \cdot I_A$

Mit (2) und (3):
$$c \cdot \Phi \cdot \Omega = U_A - R_A \cdot \frac{M_i}{c \cdot \Phi}$$

Umgeformt nach Ω :
$$\Omega = \Omega(M_i) = \frac{U_A}{c \cdot \Phi} - \frac{R_A}{(c \cdot \Phi)^2} \cdot M_i \quad (4)$$

Gleichung (4) ist die Drehzahl Drehmoment-Kennlinie

Leerlaufdrehzahl:
$$\Omega_0 = \Omega(M_i = 0 \text{ Nm}) = \frac{U_A}{c \cdot \Phi} \quad n_0 = \frac{U_A}{2 \cdot \pi \cdot c \cdot \Phi}$$

Leerlauf:

→ Keine mechanische Belastung (an der Welle wird kein Drehmoment „abverlangt“.

$$\Delta\Omega(M_i) = - \frac{R_A}{(c \cdot \Phi)^2} \cdot M_i$$

Vom Drehmoment abhängige Drehzahlabweichung.

$M_i \uparrow \rightarrow n \downarrow$ und umgekehrt.

i)

Motorbetrieb: Umwandlung von elektrischer Energie in mechanische Energie

Generatorbetrieb: Umwandlung von mechanischer Energie in elektrische Energie

Generator und Motor bezeichnen den Betriebszustand ein und derselben Maschine!

j) Wirkungsgrad

Allgemein:
$$\eta = \frac{P_{\text{Nutz}}}{P_{\text{Auf}}} = \frac{P_{\text{Nutz}}}{P_{\text{Nutz}} + P_{\text{Verluste}}} = \frac{P_{\text{Auf}} - P_{\text{Verluste}}}{P_{\text{Auf}}}$$

Motorbetrieb:
$$\eta = \frac{P_{\text{Nutz}}}{P_{\text{Auf}}} = \frac{P_{\text{mech}}}{P_{\text{el}}}$$

Achtung: In P_{el} gegebenenfalls die elektrische Erregung mitberücksichtigen.

Generatorbetrieb:
$$\eta = \frac{P_{\text{Nutz}}}{P_{\text{Auf}}} = \frac{P_{\text{el}}}{P_{\text{mech}} + P_{\text{F}}}$$

Achtung: Die Erregerleistung wird nicht als elektrische Leistung abgegeben, sondern muss dem System zugeführt werden! Bei Permanentmagnetenerregung ist die Erregerleistung null.

Bei elektrischer Erregung:
$$P_{\text{F}} = U_{\text{F}} \cdot I_{\text{F}} = R_{\text{F}} \cdot I_{\text{F}}^2 = \frac{U_{\text{F}}^2}{R_{\text{F}}}$$

Aufgabe 34**Betrachtung im Nennbetrieb****a)**

$$P_{F,N} = \frac{U_{F,N}^2}{R_F} = \frac{(220 \text{ V})^2}{110 \Omega} = 440 \text{ W}$$

$$P_{A,N} = U_{A,N} \cdot I_{A,N} = 600 \text{ V} \cdot 200 \text{ A} = 120 \text{ kW}$$

$$P_N = \eta \cdot P_{el,ges} \quad \eta = \frac{P_N}{P_{A,N} + P_{F,N}}$$

$$P_N = \eta \cdot [P_{A,N} + P_{F,N}] = 0,95 \cdot (120.000 \text{ W} + 440 \text{ W}) = 114,418 \text{ kW}$$

$$P_{VA,N} = P_{A,N} - P_N = 120 \text{ kW} - 114,418 \text{ kW} = 5,582 \text{ W}$$

$$R_A = \frac{P_{VA,N}}{I_{A,N}^2} = \frac{5,582 \text{ W}}{(200 \text{ A})^2} = 139,55 \text{ m}\Omega$$

$$U_{i,N} = U_{A,N} - R_A \cdot I_{A,N} = 600 \text{ V} - 139,55 \text{ m}\Omega \cdot 200 \text{ A} = 572,09 \text{ V}$$

$$U_{i,N} = (c \cdot \Phi)_N \cdot 2 \cdot \pi \cdot n_N$$

$$(c \cdot \Phi)_N = \frac{U_{i,N}}{2 \cdot \pi \cdot n_N} = \frac{572,09 \text{ V}}{2 \cdot \pi \cdot \frac{3.000 \text{ min}^{-1}}{60 \text{ s} \cdot \text{min}^{-1}}} = 1,821 \text{ Vs}$$

$$M_N = (c \cdot \Phi)_N \cdot I_{A,N} = 1,821 \text{ Vs} \cdot 200 \text{ A} = 364,2 \text{ Nm}$$

Oder:

$$M_N = \frac{P_N}{2 \cdot \pi \cdot n_N} = \frac{114,418 \text{ kW}}{2 \cdot \pi \cdot \frac{3.000 \text{ min}^{-1}}{60 \text{ s} \cdot \text{min}^{-1}}} = 364,2 \text{ Nm}$$

Betrachtung der GM im realen Leerlauf

a)

$$P_A = P_{VA} + P_{\text{Reib}}$$

$$U_A \cdot I_A = R_A \cdot I_A^2 + P_{\text{Reib}}$$

$$R_A \cdot I_A^2 - U_A \cdot I_A + P_{\text{Reib}} = 0$$

$$I_A^2 - \frac{U_A}{R_A} \cdot I_A + \frac{P_{\text{Reib}}}{R_A} = 0$$

$$I_{A,1/2} = \frac{U_A}{2 \cdot R_A} \pm \sqrt{\left(\frac{U_A}{2 \cdot R_A}\right)^2 - \frac{P_{\text{Reib}}}{R_A}} = \frac{600 \text{ V}}{2 \cdot 139,55 \text{ m}\Omega} \pm \sqrt{\left(\frac{600 \text{ V}}{2 \cdot 139,55 \text{ m}\Omega}\right)^2 - \frac{3.000 \text{ W}}{139,55 \text{ m}\Omega}}$$

$$I_{A,1/2} = 2.149,77 \text{ A} \pm 2.144,76 \text{ A}$$

$$I_{A,1} = 2.149,77 \text{ A} + 2.144,76 \text{ A} = 4.294,53 \text{ A} \quad (\text{physikalisch nicht sinnvoll})$$

$$I_{A,2} = 2.149,77 \text{ A} - 2.144,76 \text{ A} = 5,01 \text{ A} \quad (\text{physikalisch sinnvolle Lösung})$$

b)

$$U_i = U_{A,N} - R_A \cdot I_A = 600 \text{ V} - 139,55 \text{ m}\Omega \cdot 5 \text{ A} = 599,3 \text{ V}$$

c)

$$(c \cdot \Phi) = \frac{U_i}{2 \cdot \pi \cdot n_N} = \frac{599,3 \text{ V}}{2 \cdot \pi \cdot \frac{3.000 \text{ min}^{-1}}{60 \text{ s} \cdot \text{min}^{-1}}} = 1,9076 \text{ Vs}$$

d)

Drehzahl n wird konstant gehalten $\rightarrow \Phi \uparrow \Rightarrow U_i \uparrow$

Für $U_i > U_A$ geht die GSM in den Generatorbetrieb!

Aufgabe 35**Verständnisfrage****a)**

Die Diode verhindert, dass sich bei wenig Wind bzw. Flaute der Akkumulator über die GSM entlädt.

Genauer: Wenn $U_i < U_q \rightarrow$ Ohne Diode würde die GSM in den Motorbetrieb gehen.

Nennndaten der GM**a)**

$$P_{el,N} = U_{AN} \cdot I_{AN} = 30 \text{ V} \cdot 4,0 \text{ A} = 120 \text{ W}$$

$$P_{mech,N} = \frac{P_{el,N}}{\eta_N} = \frac{120 \text{ W}}{0,75} = 160 \text{ W}$$

$$U_{i,N} = \frac{P_{mech,N}}{I_{A,N}} = \frac{160 \text{ W}}{4 \text{ A}} = 40 \text{ V}$$

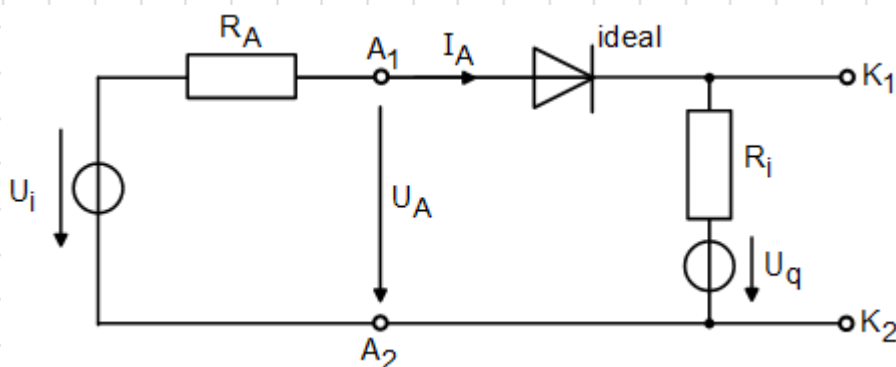
$$c \cdot \Phi = \frac{U_{i,N}}{2 \cdot \pi \cdot n_N} = \frac{40 \text{ V}}{2 \cdot \pi \cdot \frac{1.200 \text{ min}^{-1}}{60 \text{ s} \cdot \text{min}^{-1}}} = 0,3183 \text{ Vs}$$

$$R_A = \frac{U_{i,N} - U_{A,N}}{I_{A,N}} = \frac{40 \text{ V} - 30 \text{ V}}{4 \text{ A}} = 2,5 \Omega$$

$$M_N = \frac{P_{\text{mech},N}}{2 \cdot \pi \cdot n_N} = \frac{160 \text{ W}}{2 \cdot \pi \cdot \frac{1.200 \text{ min}^{-1}}{60 \text{ s} \cdot \text{min}^{-1}}} = 1,27 \text{ Nm}$$

Ladebetrieb des Akkumulators

a) ESB



Von der GSM wurde nur der Ankerkreis dargestellt.

b)

Maschengleichung: $U_i = (R_A + R_i) \cdot I_A + U_q + U_D$

$$I_A = \frac{U_i - U_q - U_D}{(R_A + R_i)}$$

Ideale Diode: Wenn sie leitet, dann ist $U_D = 0 \text{ V}$ und der Strom größer null.

Das Laden des Akkumulators beginnt also, wenn I_A größer null wird, d. h. für

$$I_A > 0 \text{ A} \Leftrightarrow U_i > U_q$$

$$n > \frac{U_q}{c \cdot \Phi \cdot 2 \cdot \pi} = \frac{18 \text{ V}}{2 \cdot \pi \cdot 0,3183 \text{ Vs}} = 9 \text{ s}^{-1} = 540 \text{ min}^{-1}$$

c)

$$n = 840 \text{ min}^{-1} \quad \text{und} \quad U_q = 22,5 \text{ V}$$

$$U_i = c \cdot \Phi \cdot 2 \cdot \pi \cdot n = 0,3183 \text{ Vs} \cdot 2 \cdot \pi \cdot \frac{840 \text{ min}^{-1}}{60 \text{ s} \cdot \text{min}^{-1}} = 28 \text{ V}$$

$$I_{\text{Lade}} = I_A = \frac{U_i - U_q - U_D}{(R_A + R_i)} = \frac{28 \text{ V} - 22,5 \text{ V} - 0 \text{ V}}{2,5 \Omega + 0,25 \Omega} = 2 \text{ A}$$

$$P_{\text{el,i}} = U_i \cdot I_{\text{Lade}} = 28 \text{ V} \cdot 2 \text{ A} = 56 \text{ W}$$

$$P_{\text{V,ges}} = (R_A + R_i) \cdot I_{\text{Lade}}^2 = (2,5 \Omega + 0,25 \Omega) \cdot (2 \text{ A})^2 = 11 \text{ W}$$

$$P_{\text{Lade}} = P_{\text{el,i}} - P_{\text{V,ges}} = 56 \text{ W} - 11 \text{ W} = 45 \text{ W}$$

$$\eta = \frac{P_{\text{Nutz}}}{P_{\text{Auf}}} = \frac{P_{\text{Lade}}}{P_{\text{el,i}}} = \frac{45 \text{ W}}{56 \text{ W}} = 80 \%$$